Задача №1

Найти предельную частоту для плоского диода, при которой можно пренебречь инерцией электронов. Рассмотреть случаи:

1. Диод работает в режиме ограничения тока пространственным зарядом
2. Влиянием пространственного заряда можно пренебречь.

Ускоряющее напряжение $\mathrm{U} = 300$ В. Зазор «анод-катод» $\mathrm{d} = 5$ мм.

Решение:

1. <u>Режиме ограничения тока пространственным зарядом</u>

<u>Способ №1</u>

Используя закон сохранения энергии

$\mathrm{v(x)} = \sqrt{2\eta \mathrm{U(x)}}$, а в режиме ограничения тока пространственным зарядом

$$\mathrm{U(x)} = \mathrm{U_a}(x/d)^{\frac{4}{3}},\ x \in [0, d].$$

В результате получим следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{2\eta \mathrm{U_a}(x/d)^{\frac{4}{3}}}$$

Разделим переменные в этом уравнении

$$\frac{dx}{x^{2/3}} = \sqrt{2\eta \mathrm{U_a}}\, d^{-2/3} dt$$

Интегрирование дает

$$3x^{1/3} = \sqrt{2\eta \mathrm{U_a}}\, d^{-2/3} t + C$$

$$x = (\frac{1}{3}\sqrt{2\eta \mathrm{U_a}}\, d^{-2/3} t + C)^3$$

Используя то, что $x(t = 0) = 0\ \rightarrow C = 0$

И условие $x\left(t = t_{\text{пролета}}\right) = d$ дает значение времени пролета, а именно

$$t_{\text{пролета}} = \frac{3d}{\sqrt{2\eta U_a}}$$

Найдем величину предельной частоты (условие предельной частоты $\omega t_{\text{пролета}} = 1$

$$f = \frac{1}{2\pi t_{\text{пролета}}} = \frac{\sqrt{2\eta U_a}}{6\pi d} = \frac{\sqrt{2 * 1{,}76 * 10^{11} * 300}}{6 * 3{,}14 * 0{,}005} \approx 1{,}1 * 10^{8}\text{Гц}$$

<u>Способ №2</u>

Воспользуемся методом полного тока

$$\frac{d^3x}{dt^3} = \frac{\eta}{\varepsilon_0} j_{total}$$

Проинтегрируем один раз это уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\eta}{\varepsilon_0} j_{total} t + C_1 = \eta E$$

Пусть в начальный момент времени $E(t = 0) = 0 \rightarrow C_1 = 0$

Интегрируем уравнение второго порядка

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\eta}{2\varepsilon_0} j_{total} t^2 + C_2$$

По условию $\frac{dx}{dt}(t = 0) = 0 \rightarrow C_2 = 0$

Интегрируем третий раз, получаем

$$x = \frac{\eta}{6\varepsilon_0} j_{total} t^3 + C_3$$

$x(t = 0) = 0 \rightarrow C_3 = 0$

Применим далее следующие условия $v(t = t_{пролета}) = \sqrt{2\eta U_a}$ и $x(t = t_{пролета}) = d$

$$\sqrt{2\eta U_a} = \frac{\eta}{2\varepsilon_0} j_{total} t^2{}_{пролета}$$

$$d = \frac{\eta}{6\varepsilon_0} j_{total} t^3{}_{пролета}$$

Поделим нижнее уравнение на верхнее →

$$t_{пролета} = \frac{3d}{\sqrt{2\eta U_a}}$$

2. Влиянием пространственного заряда можно пренебречь

$$t_{пролета} = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{2d}{v_a} = \frac{2d\xi}{c}$$

$$\xi = \frac{16}{\sqrt{U_a[кВ]}}$$

$$\omega t_{пролета} = \frac{2d\omega}{c} \frac{16}{\sqrt{U_a[кВ]}}$$

$$f = \frac{\sqrt{U_a[кВ]}}{4\pi 16 d} c = \frac{\sqrt{0,3} * 3 * 10^8}{4 * 3,14 * 16 * 0,005} = 163 \text{ МГц}$$

Задача №2

Найти заряд, протекший во внешней цепи плоского диода при пролете единичного заряда. Поле заряда мало $E = U/d$. По теореме Шокли-Рамо

$$J_{нав} = \frac{1}{U} E v e$$

$$v = at = \eta E t = \frac{eU}{md} t$$

$$J_{нав} = e\eta \frac{U}{d^2} t$$

$$t_{пролета} = \sqrt{\frac{2d}{a}} = d\sqrt{\frac{2}{\eta}U^{-1}}$$

$$q = \int_0^{t_{пролета}} J_{нав}\,dt = \int_0^{t_{пролета}} e\eta\frac{U}{d^2}t\,dt = e\eta\frac{U}{2d^2}\frac{2d^2}{\eta U} = e$$

Задача №3

Найти частоту генерации монотрона с *d=20 мм U=400 В.*

Невозмущенный угол пролета

$$\varphi_0 = \omega\frac{d}{v_0}$$

Оптимальный угол генерации

$$\varphi_{0опт} = \frac{5}{2}\pi$$

Приравнивая невозмущенный угол пролета к оптимальному, получим частоту генерации

$$\varphi_0 = \frac{\omega d}{\sqrt{2\eta U_0}} = \frac{5}{2}\pi$$

$$\omega = \frac{5\pi\sqrt{2\eta U_0}}{2d}$$

$$f = \frac{5\sqrt{2\eta U_0}}{4d} = \frac{5\sqrt{2 * 1{,}76 * 10^{11} * 400}}{4 * 0.02} = 740\ \text{МГц}$$

Задача №4

Пользуясь методом полного тока найти время пролета электрона в диоде в режиме ограничения тока пространственным зарядом.

Решение:

Запишем самосогласованное уравнение с учетом пространственного заряда:

$$\frac{d^3x}{dt^3} = -\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_{полн}(t), \qquad (1)$$

где $\eta = \frac{|e|}{m}$ -модуль удельного заряда электрона.

Мы рассматриваем установившийся стационарный режим протекания тока, т.е. плотность тока не зависит от времени: $j_{полн}(t) = j_0$

Тогда уравнение (1) будет иметь вид:

$$\frac{d^3x}{dt^3} = -\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_0 \qquad (2)$$

Получили однородное дифференциальное уравнение третьего порядка. Для однозначного его решения необходимо добавить еще начальные и граничные условия.

Начальные условия:

$$\begin{cases} x(0)=0 \\ \dot{x}(0)=0 \\ x(\tau)=d \\ \dot{x}(\tau)=\sqrt{2\eta U_a} \end{cases}$$

d - расстояние между катодом и анодом;

τ – время, за которое электрон пролетит это расстояние.

Граничные условия:

$E(x=0)=0$ - режим ограничения тока пространственным зарядом.

Проинтегрировав уравнение (2) по времени, получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_0t+C_1 \tag{3}$$

Вспомним, что $\ddot{x}=a=-\eta E$.

В момент времени $t=0$ уравнение движения будет иметь вид: $\ddot{x}(0)=-\eta E(x=0)=0=C_1$.

Учитывая граничные условия, получим: $\ddot{x}(0)=-\eta E(x=0)=0=C_1$

Проинтегрируем уравнение (3) по времени:

$$\frac{dx}{dt}=-\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_0\frac{t^2}{2}+C_2 \tag{4}$$

Воспользуемся начальными условиями:

$$\dot{x}(0)=0=C_2,$$

$$\dot{x}(\tau)=\sqrt{2\eta U_a}=-\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_0\frac{\tau^2}{2} \tag{4.1}$$

Проинтегрируем уравнение (4) по времени:

$$x(t)=-\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_0\frac{t^3}{6}+C_3 \tag{5}$$

Используя начальные условия:

$$x(0)=0=C_3,$$

$$x(\tau)=d=-\frac{\eta}{\varepsilon_0}j_0\frac{\tau^3}{6} \tag{5.1}$$

Решив систему из двух уравнений (5.1) - (4.1), найдем искомое время пролета:

$$\tau_{пролета} = \frac{3d}{\sqrt{2\eta U_a}}$$

Задача №5

Доказать, что в монотроне активная и реактивная проводимости электронного пучка $Y_a(0) = Y_r(0) = 0$.

Решение:

Активная и реактивная проводимости:

$$Y_a = Y_0 \frac{1 - \cos\varphi_0 - (\varphi_0/2)\sin\varphi_0}{\varphi_0^{\ 2}} \qquad (1)$$

$$Y_r = Y_0 \frac{\sin\varphi_0 - (\varphi_0/2)(1 + \cos\varphi_0)}{\varphi_0^{\ 2}} + \omega c$$

$$\varphi_0 = \frac{\omega d}{v_0} = \frac{\omega d}{\sqrt{2\eta U_0}}$$, отсюда $\varphi_0(\omega = 0) = 0$.

Тогда найдем от (1) и (2) пределы при $\varphi_0 \to 0$:

$$Y_a = Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \frac{1 - \cos\varphi_0 - (\varphi_0/2)\sin\varphi_0}{\varphi_0^{\ 2}} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{2\sin^2(\varphi_0/2)}{\varphi_0^{\ 2}} - \frac{1}{2}\frac{\sin\varphi_0}{\varphi_0} \right\} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{1}{2}\frac{\sin^2(\varphi_0/2)}{(\varphi_0/2)^2} - \frac{1}{2}\frac{\sin\varphi_0}{\varphi_0} \right\} =$$ воспользовались определением первого замечательного предела

$$Y_r = Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \frac{\sin\varphi_0 - (\varphi_0/2)(1 + \cos\varphi_0)}{\varphi_0^{\ 2}} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{2\sin(\varphi_0/2)\cos(\varphi_0/2) - (\varphi_0/2) \cdot 2\cos^2(\varphi_0/2)}{\varphi_0^{\ 2}} \right\} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{2\cos(\varphi_0/2)\left[\sin(\varphi_0/2) - (\varphi_0/2)\cos(\varphi_0/2)\right]}{\varphi_0^{\ 2}} \right\} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{2\sqrt{1 - \sin^2(\frac{\varphi_0}{2})}\left[\sin\ \left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - (\varphi_0/2)\sqrt{1 - \sin^2(\frac{\varphi_0}{2})}\right]}{\varphi_0^2} \right\} =$$ разложим квадратный корень и синус в ряд

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{2(1 - \varphi_0^{\ 2}/8)\left[\varphi_0/2 - \varphi_0^{\ 3}/48 - (\varphi_0/2)(1 - \varphi_0^{\ 2}/8)\right]}{\varphi_0^{\ 2}} \right\} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{(2-\varphi_0{}^2/4)\left[\varphi_0/2-\varphi_0{}^3/48-\varphi_0/2+\varphi_0{}^3/16)\right]}{\varphi_0{}^2} \right\} =$$

$$Y_0 \lim_{\varphi_0 \to 0} \left\{ \frac{\varphi_0{}^3/12-\varphi_0{}^5/96}{\varphi_0{}^2} \right\} = 0$$

Задача 7.

Найти частоту f, при которой коэффициент взаимодействия электронов с полем резонатора в клистроне M=0.9, если d=5мм, U_0=400В.

Решение:

$M = \dfrac{\sin(\theta_1/2)}{\theta_1/2}$ -коэффициент взаимодействия электронов с полем резонатора, где

$\theta_1 = \frac{\omega d}{\upsilon_0}$ – угол пролета, $\upsilon_0 = \sqrt{2\eta U_0}$

$M = \dfrac{\sin(\theta_1/2)}{\theta_1/2} = 0.9$ - это отношение близко к 1($M = \dfrac{\sin(\theta_1/2)}{\theta_1/2} \approx 1$), поэтому угол $\dfrac{\theta_1}{2}$ мал

(по первому замечательному пределу). Вследствие этого, разложим в ряд $\sin\dfrac{\theta_1}{2}$ по $\dfrac{\theta_1}{2}$

$$\sin\frac{\theta_1}{2} \approx \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_1^3}{48} \Rightarrow \frac{\theta_1/2 - \vartheta_1^3/48}{\theta_1/2} = 1 - \frac{\theta_1^2}{24} = 0.9 \Rightarrow \theta_1 = \sqrt{0.1 \cdot 24} = \sqrt{2.4}$$

$$\theta_1 = \frac{\omega d}{\upsilon_0} = \frac{2\pi f d}{\sqrt{2\eta U_0 \cdot}} \rightarrow f = \frac{\sqrt{2\eta U_0}\theta_1}{2\pi d} = \frac{\sqrt{2 \cdot 1.759 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}} \cdot 400\text{В} \cdot 2.4}}{2 \cdot 3.14 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\text{м}} = 5.853 \cdot 10^8\ Гц = 585.3 МГц$$

Ответ: 585.3 МГц

Задача 8.

На каком расстоянии x от 1-го резонатора во 2-резонаторном клистроне образуется наиболее плотный электронный сгусток, если λ=4 см, U_0=4кВ, d=2 мм, U_m=150 В.

Решение:

Уравнения скоростной модуляция $\upsilon = \upsilon_0(1 + \frac{MU_m}{2U_0}\sin\omega t_0)$

В пространстве дрейфа E=0, электроны летят по инерции.

Время прилета электрона в сечение x можно представить как:

$$t = t_0 + \frac{x}{\upsilon} = t_0 + \frac{x}{\upsilon_0(1 + \frac{MU_m}{2U_0}\sin\omega t_0)} = \wr \frac{U_m}{U_0} \ll 1 \wr = t_0 + \frac{x}{\upsilon}(1 - \frac{MU_m}{2U_0}\sin\omega t_0)$$

$$t = t_0 + \frac{x}{\upsilon}(1 - \frac{MU_m}{2U_0}\sin\omega t_0)\ \mid \cdot\, \omega \rightarrow\ \omega t = \omega t_0 + \frac{x\omega}{\upsilon}(1 - \frac{MU_m}{2U_0}\sin\omega t_0)$$

Введем $\theta_0 = \frac{\omega x}{\upsilon_0}$ – невозмущенный угол пролета, $X = \frac{MU_m\theta_0}{2U_0}$ - параметр группировки.

Тогда: $t-\frac{\theta_0}{\omega}=t_0-\frac{X}{\omega}\sin\omega t_0$ (*)

Из закона сохранения заряда найдем конвекционный ток в произвольном сечении x=const:

$$dq=I_0 dt_0=I_{\text{конв}}dt \;\rightarrow\; I_{\text{конв}}=I_0\frac{dt_0}{dt}=\frac{I_0}{\frac{dt}{dt_0}}$$

Из уравнения(*) исключим t_0 и t. В итоге получим формулу: $I_{\text{конв}}=\frac{I_0}{1-X\cos(\omega t_0)}$

При X=1 образуется наиболее плотный сгусток около невозмущенного электрона, у которого $t_0=0$ при прохождении первого резонатора, при этом $I_{\text{конв}}$ принимает максимальное значение.

X=1 → $\frac{MU_m\theta_0}{2U_0}=\frac{\omega x}{v_0}\cdot\frac{\sin(\theta_1/2)}{\theta_1/2}\cdot\frac{U_m}{2U_0}$=1, где $\theta_1=\frac{\omega d}{v_0}$. В итоге получим:

$$x=\frac{dU_0}{U_m\sin\frac{\omega d}{2v_0}}=\frac{dU_0}{U_m\sin\frac{2\pi dc}{2\lambda\sqrt{2\eta U_0}}}=\frac{2\cdot10^{-3}\text{м}\cdot4\cdot10^{3}\text{В}}{150\text{В}\ \sin\left(\frac{3.14\cdot2\cdot10^{-3}\text{м}\cdot3\cdot10^{8}\text{м}/\text{с}}{4\cdot10^{-2}\text{м}\sqrt{2\cdot1.759\cdot10^{11}\frac{\text{Кл}}{\text{кг}}\cdot4000\text{В}}}\right)}=0.044\text{ м}$$

Ответ: 4.4 см

Задача 9.

На каком расстоянии x от 1-го резонатора во 2-резонаторном клистроне надо поставить второй резонатор, чтобы получить максимальный КПД на второй гармонике рабочей частоты, если λ=8 см, U_0=4кВ, d=6 мм, U_m=100 В.

Решение:

Определим расстояния x, на которое нужно поставить второй резонатор, чтобы получить максимальный КПД. Для этого воспользуемся решением предыдущей задачи, в которой было найдено расстояние, на котором образуется наиболее плотный сгусток

Введем $\theta_0=\frac{\omega x}{v_0}$ – невозмущенный угол пролета, $X=\frac{MU_m\theta_0}{2U_0}$ - параметр группировки.

$M=\frac{\sin(\theta_2/2)}{\theta_2/2}$ -коэффициент взаимодействия электронов с полем резонатора, где $\theta_2=\frac{2\omega d}{v_0}$ - угол пролета через выходной резонатор на второй гармонике.

Максимальное КПД зависит от функции Бесселя на второй гармонике $J_2(2x)$=0.48, при этом параметр группировки - X=1.53

$$x=\frac{2dU_0X}{U_m\sin\frac{\omega d}{v_0}}=\frac{2dU_0X}{U_m\sin\frac{2\pi dc}{\lambda\sqrt{2\eta U_0}}}=\frac{2*6\cdot10^{-3}\text{м}\cdot4\cdot10^{3}\text{В}*1.53}{150\text{В}\ \sin\left(\frac{2*3.14\cdot6\cdot10^{-3}\text{м}\ \cdot3\cdot10^{8}\text{м}/\text{с}}{8\cdot10^{-2}\text{м}\sqrt{2\cdot1.759\cdot10^{11}\frac{\text{Кл}}{\text{кг}}\cdot4000\text{В}}}\right)}$$

Максимальный КПД клистрона достигается, когда второй резонатор поставлен в некоторой плоскости с координатой x=1.25 м.

Ответ: x=125 см;

10. Найти связь между номером зоны генерации n и потенциалом $U_{отр}$ отражателя в отражательном клистроне.

Будем решать через уравнение пространственно-временной диаграммы:

$$x = vt - \frac{at^2}{2},$$

Где ускорение $a = \eta E = \eta \frac{U_0 + U_{отр}}{D}$.

Во время смены фазы поля резонатора с ускоряющей на тормозящую уравнение движения для электрона преобразуется к виду:

$$x = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Можно вычислить время пролета данного электрона:

$$v_0 - \frac{at_{прол}}{2} = 0.$$

Невозмущенный угол пролета равен:

$$\vartheta_0 = 2\pi(n - \frac{1}{4}) = wt_{прол} = \frac{2v_0 w}{a} = \frac{2v_0 wD}{\eta(U_0 + U_{отр})}.$$

Из этого выражения получаем связь номера зоны генерации n и потенциала $U_{отр}$:

$$n = \frac{1}{4} + \frac{v_0 wD}{\pi\eta(U_0 + U_{отр})}.$$

! В формуле стоит модуль $U_{отр}$

Число зон генерации ограничено условием: $-U_0 < U_{отр} < 0$

11. Найти величину параметра группировки и номер зоны генерации для отражательного клистрона при следующих параметрах: $U_0 = 300B, U_{отр} = 50B, f = 500Мгц, D = 5мм,$ $U_{1m} = 40B, d = 2мм$.

Воспользуемся результатом предыдущей задачи и напишем связь номера зоны генерации и потенциала $U_{отр}$:

$$n = \frac{1}{4} + \frac{v_0 wD}{\pi\eta(U_0 + U_{отр})} = \frac{1}{4} + \frac{2fD\sqrt{2\eta U_0}}{\eta(U_0 + U_{отр})} = \frac{1}{4} + \frac{2\sqrt{2}fD}{U_0 + U_{отр}}\sqrt{\frac{U_0}{\eta}} =$$
$$= \frac{1}{4} + \frac{2*1,41*5*10^8 Гц*5*10^{-3}м}{300B - 50B}\sqrt{\frac{300B}{1,759*10^{11}кл/кг}} \approx 1$$

! 1) В знаменателе 300B+50B
2) Ответ тот же (n=1)

Тогда параметр группировки вычисляется по формуле:

$$X = \frac{\vartheta_0 M U_{1m}}{2U_0},$$

где

$$M=\frac{\sin\vartheta_1/2}{\vartheta_1/2}=\frac{\sin\frac{wd}{2v_0}}{\frac{wd}{2v_0}}$$ - коэффициент взаимодействия пучка с полем резонатора;

$$\vartheta_0=\frac{2v_0w}{a}=\frac{2v_0wD}{\eta(U_0+U_{отр})}$$ - невозмущенный угол пролета.

Подставим всё в формулу параметра группировки:

$$X=\frac{\vartheta_0MU_{1m}}{2U_0}=\frac{2v_0wD}{\eta(U_0+U_{отр})}\frac{MU_{1m}}{2U_0}=\frac{v_0wD}{\eta(U_0+U_{отр})}\frac{\sin\frac{wd}{2v_0}}{\frac{wd}{2v_0}}\frac{U_{1m}}{U_0}=\frac{\sqrt{2\eta U_0}wD}{\eta(U_0+U_{отр})}\frac{\sin\frac{\pi fd}{\sqrt{2\eta U_0}}}{\frac{wd}{2\sqrt{2\eta U_0}}}\frac{U_{1m}}{U_0}=$$

$$=\frac{4DU_{1m}}{(U_0+U_{отр})d}\sin\frac{\pi fd}{\sqrt{2\eta U_0}}=\frac{4*5*10^{-3}\,м*40В}{(300В-50В)*2*10^{-3}\,м}\sin\frac{3{,}14*5*10^8\,Гц*2*10^{-3}\,м}{\sqrt{2*1{,}759*10^{11}\,кл/кг*300В}}\approx 0{,}009.$$

! 1) В знаменателе (300В+50В)
2) Правильный ответ 0,006

12. Оценить, на каком расстоянии x от замедляющей системы надо пропускать электронный пучок, если $\lambda=3$ см, $U_0=1кВ$.

Амплитуда пространственной гармоники вычисляется как

$$C(x)=e^{-\frac{2\pi x}{\lambda_{зам}}}$$

Поле быстро спадает с расстоянием от замедляющей системы, что эквивалентно уменьшению амплитуды как e^{-1}. Поэтому пучок нужно пропускать на расстоянии

$$x=\frac{\lambda_{зам}}{2\pi}.$$

Т.к. замедленная длина волны вычисляется по формуле

$$\lambda_{зам}=\frac{\lambda}{\xi},$$

где замедление $\xi=\frac{16}{\sqrt{U(кВ)}}$, то можем оценить искомое расстояние:

$$x=\frac{\lambda\sqrt{U(кВ)}}{32\pi}=\frac{3см*\sqrt{1кВ}}{32*3{,}14}\approx 0{,}03см.$$

Задача №13.

Найти коэффициент усиления G в ЛБВ-0, если длина лампы $\mathrm{L}=10$ см, $\lambda=3$ см, $\mathrm{U_0}=4$ кВ, $\mathrm{R_C}=10$ Ом, $\mathrm{I_0}=10$ мА, считая, что влиянием поля пространственного заряда можно пренебречь, а скорость электронного пучка равна холодной фазовой скорости волны.

Решение.

Запишем выражение, описывающее параметр рассинхронизма:

$b = \frac{1}{C}\left(\frac{V_e}{V_{ф0}} - 1\right)$, где C − параметр пирса.

Из условия задачи известно, что скорость электронного пучка равна холодной фазовой скорости волны($V_e = V_{ф0}$) .

$b = \frac{1}{C}\left(\frac{V_{ф0}}{V_{ф0}} - 1\right) = 0.$

Для случая нулевого параметра рассинхронизма справедлива формула:

$G = -9.54 + 47.3CN$, где G − искомый коэффициент усиления, C − параметр пирса,

N − электрическая длина лампы.

Найдём значение параметра пирса:

$$C^3 = \frac{R_c I_0}{4U_0} = \frac{10\ Ом * 10 * 10^{-3} A}{4 * 4 * 10^3 B} = 6.25 * 10^{-6}$$

$C = 0.0184.$

Теперь найдём значение электрической длины лампы:

$N = \frac{L}{\lambda_{зам}}$, где L − длина лампы, $\lambda_{зам} = \frac{\lambda}{\xi}$, где ξ − замедление.

$$\xi = \frac{c}{V_ф} = \frac{c}{\sqrt{2\eta U_0}} = \frac{16}{\sqrt{U_0(кВ)}}$$

$$N = \frac{L}{\lambda}\xi = \frac{Lc}{\lambda V_{ф0}} = \frac{L}{\lambda}\frac{16}{\sqrt{U_0(кВ)}} = \frac{10см * 16}{3\ см * \sqrt{4}кВ} = 26.7$$

Подставим значения N и C в выражение для коэффициента усиления:

$G = -9.54 + 47.3CN = -9.54 + 47.3 * 0.0184 * 26.7 = 13.7$ Дб.

Задача 14

На сколько скорость электронного пучка должна превышать холодную фазовую скорость волны, чтобы в ЛБВ-О отсутствовала exp-нарастающая волна? U_0=1кВ, Rc=40ом, I_0=100мА, E_p=0.

Отсутствие нарастающей волны означает, что b>1,89, где b-параметр рассинхронизма.

$$b = \frac{1}{C}\left(\frac{V_e}{V_{ф0}} - 1\right)$$

Найдём значение параметра пирса C:

$$C^3 = \frac{R_c I_0}{4U_0} = \frac{40\ Ом * 100 * 10^{-3} A}{4 * 1 * 10^3 B} = 1000 * 10^{-6}$$

$C = 0.1.$

Подставим значение параметра рассинхронизма и параметра пирса в первое выражение:

$$1{,}89 = \frac{1}{0.1}\left(\frac{V_e}{V_{\text{ф}0}} - 1\right)$$

Выразим скорость электронного пучка:

$$V_e = V_{\text{ф}0}(1{,}89 * 0.1 + 1) = 1.189V_{\text{ф}0}.$$

То есть exp-нарастания не будет, если скорость электронного пучка будет больше чем $1.189V_{\text{ф}0}$.

Задача № 15

В ЛБВ-О отношение ускоряющих напряжений при работе на первой и третьей пространственных гармониках $\frac{U_{01}}{U_{03}} = 1.4.$ Определить постоянную распространения нулевой гармоники β_0, если период системы D=4мм.

Решение

Постоянная распространения выражается следующим выражением:

$$\beta_m = \beta_0 + \frac{2\pi m}{D}, \text{где } m - \text{номер гармоники.}$$

Возьмем отношение постоянной распространения первой и третей пространственных гармоник:

$$\frac{\beta_1}{\beta_3} = \frac{\beta_0 + \frac{2\pi}{D}}{\beta_0 + \frac{6\pi}{D}}.$$

Выразим постоянную распространения через фазовую скорость:

$$\beta_1 = \frac{\omega}{V_{\text{ф}1}} = \frac{\omega}{\sqrt{2\eta U_{01}}}$$

$$\beta_3 = \frac{\omega}{V_{\text{ф}3}} = \frac{\omega}{\sqrt{2\eta U_{03}}}$$

Возьмем отношение этих двух выражений:

$$\frac{\beta_1}{\beta_3} = \frac{\omega\sqrt{2\eta U_{03}}}{\omega\sqrt{2\eta U_{01}}} = \frac{\sqrt{U_{03}}}{\sqrt{U_{01}}} = \frac{1}{\sqrt{1.4}} = 0.84.$$

Получим:

$$\frac{\beta_0 + \frac{2\pi}{D}}{\beta_0 + \frac{6\pi}{D}} = 0.84$$

$$\beta_0 + \frac{2\pi}{D} = 0.84\beta_0 + \frac{6\pi}{D}0.84$$

$$\beta_0(1-0.84)=\frac{6\pi}{D}0.84-\frac{2\pi}{D}$$

$$\beta_0=\frac{6\pi*0.84-2\pi}{D(1-0.84)}=1.49*10^3$$

№ 16.

Найти величину фазовой скорости в ЛБВ-М на границах полосы усиления, если λ=3 см, I_0=3 mA, R_c=50 ом, магнитное поле В=100 Гс, потенциалы отрицательного электрода и замедляющей системы относительно катода соответственно U_1=-100 В, U_2=900 В, а расстояние между ними d=1 см.

Решение

Полоса усиления : $|b|\le 2 \ \rightarrow \ |b|=\pm 2$ (2 границы)
1 Гс = 10^{-4} Тл

$b=\frac{\Gamma_0-\beta_e}{\beta_e Д}$ $\quad\Gamma_0=\frac{\omega}{v_ф}$ $\quad\Gamma_0-$ постоянная распространения волны

bβ_e Д = Γ_0-β_e => Γ_0= β_e(bД+1) = $\frac{\omega}{v_ф}$

Д=$(\frac{R_c I_0\beta_e}{E_0})^{1/2}$ – пар-р усиления для ЛБВ-М

$v_ф=\frac{\omega}{\beta_e(bД+1)}=\frac{\omega E_0}{\omega B_0(1+b\cdot\sqrt{\frac{R_c I_0\omega B_0}{E_0^2}})}$ →, т.к. $\beta_e=\frac{\omega}{v_e}=\frac{\omega B_0}{E_0}$

$\rightarrow\frac{E_0}{B_0}\cdot\frac{1}{1+b\cdot\sqrt{\frac{R_c I_0\omega B_0}{E_0^2}}}=\frac{10^5}{0,1}\cdot\frac{1}{1\pm 2\cdot\sqrt{\frac{50\cdot 3\cdot 10^{-3}\cdot 6,28\cdot 10^{10}\cdot 0,1}{10^{10}}}}=10^6\cdot\frac{1}{1\pm 2\cdot 0,307}$.

$v_{ф-}=2,6\cdot 10^6$м/с $\qquad v_{ф+}=0,62\cdot 10^6$м/с

$E_0=\frac{U_2-U_1}{d}=10^5$ В/μ

$\omega=\frac{2\pi c}{\lambda}=\frac{2\cdot 3,14\cdot 3\cdot 10^8}{3\cdot 10^{-2}}=6,28\cdot 10^{10}$

№ 17.

Найти фазовую скорость для π-вида колебаний в 24-резонаторном магнетроне. Если λ=10 см, $R_а$=5 см. Чему примерно равно замедление и анодное напряжение?

Решение

Сдвиг фаз на ячейку : $\varphi_0=\beta_0 L=\frac{\omega}{v_{ф_0}}L=\frac{2\pi m}{N}=\frac{2\pi c}{\lambda}\frac{L}{v_{ф_0}}$

L – расстояние между рез-рами

П-вид: m=$\frac{N}{2}\rightarrow m=12\rightarrow\varphi_0=\pi$

$L = \frac{2\pi R_а}{N} = \frac{2\pi R_а}{24} = \frac{\pi R_а}{12}$

$v_{ф_0} = \frac{\omega LN}{2\pi m} = \frac{2\pi c}{\lambda}\frac{LN}{2\pi m} = \frac{c\pi R_а N}{\lambda 12 m} = \frac{\pi R_а c}{6\lambda} = \frac{3,14\cdot 5\cdot 10^{-2}\cdot 3\cdot 10^{8}}{6\cdot 10\cdot 10^{-2}} = 7,85\cdot 10^{7}$ м/с

ξ=3,82

$\xi=\frac{16}{\sqrt{U_{a_{(кВ)}}}}$

$U_a = \left(\frac{16}{\xi}\right)^2 = 17,54$ кВ

№ 18.

Оценить оптимальные параметры гиротрона, если U_0=70 кВ, λ=2,14 мм, g=1, длина резонатора L=10λ.

Решение

$\varepsilon = \frac{mV^2}{2} = \frac{m(V_\perp^2+V_\parallel^2)}{2} = \frac{mV_\perp^2(1+\frac{1}{g^2})}{2} = eU_0$, т.к. $g = \frac{V_\perp}{V_\parallel} \rightarrow V_\parallel = \frac{V_\perp}{g}$

$$\rightarrow \frac{mV_\perp^2}{2} = eU_0\frac{g^2}{1+g^2} \rightarrow V_\perp = \sqrt{2\eta U_0\frac{g^2}{1+g^2}}$$

$$\beta_\perp^2 = \frac{V_\perp^2}{c^2} = \frac{2\eta U_0 g^2}{c^2(1+g^2)}$$

$$N = \frac{1}{\beta_\perp^2} = \frac{c^2(1+g^2)}{2\eta U_0 g^2} = \frac{2\cdot 9\cdot 10^{16}}{2\cdot 1,76\cdot 10^{11}\cdot 7\cdot 10^4} = 7,3 \approx 7 \text{оборотов}$$

Расстройка : $\frac{\omega-\omega_с}{\omega_с} = \frac{1}{N} = 0,14$

Изменение энергии за N оборотов

$r_\perp = \frac{V_\perp}{\omega} = \frac{V_\perp\lambda}{2\pi c}$ $\qquad\qquad$ $\eta = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_{\perp_{кин}}^{(0)}} \approx 1 \rightarrow$

$\rightarrow \Delta\varepsilon = N_e E 2\pi r_\perp \approx \varepsilon_{\perp_{кин}}^{(0)}$

$$E = \frac{\varepsilon_{\perp_{кин}}^{(0)}}{NeE2\pi r_\perp} = \frac{\frac{mV_\perp^2}{2}}{NeE2\pi\frac{V_\perp\lambda}{2\pi c}} = \frac{V_\perp c}{2N\eta\lambda} = \frac{\sqrt{2\eta U_0\frac{g^2}{1+g^2}}\cdot c}{2N\eta\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{2U_0}{\eta}\frac{g^2}{1+g^2}}\cdot c}{2N\lambda}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{2\cdot 7\cdot 10^4}{1,76\cdot 10^{11}}\cdot\frac{1}{2}}\cdot 3\cdot 10^8}{2\cdot 7\cdot 2,14\cdot 10^{-3}} = 6,3\cdot 10^6 \text{м/с}$$