

ВОПРОСЫ

к коллоквиуму по курсу "Статистическая радиофизика" к
разделу "Элементы теории случайных процессов"

1. Определение случайного процесса. Понятие статистического ансамбля. Вероятностное описание случайного процесса с помощью многомерных плотностей вероятности. Основные свойства многомерных плотностей вероятности случайного процесса.
2. Двумерная условная плотность вероятности случайного процесса и ее основные свойства. Зависимость условной плотности вероятности от разности времен для процесса с конечным вероятностным последствием. Многомерные условные плотности вероятности, их свойства и связь с многомерными безусловными плотностями вероятности.
3. Классификация случайных процессов по их вероятностному последствию. Совершенно случайные процессы и марковские процессы, их описание. Уравнение Смолуховского для условной плотности вероятности марковского процесса.
4. Детерминированные и квазидетерминированные процессы, их описание в рамках теории случайных процессов, выражения для n -мерных плотностей вероятности.
5. Квазигармонический процесс $X(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ со случайной начальной фазой, равномерно распределенной в интервале $[-\pi, \pi]$. Его одномерная плотность вероятности.
6. Многомерная характеристическая функция случайного процесса и ее основные свойства.
7. Моментные функции случайного процесса. Среднее значение и корреляционная функция. Связь моментных функций с характеристической функцией.
8. Кумулянтные функции случайного процесса, их связь с характеристической функцией. Связь между кумулянтными и моментными функциями (на примере функций 1-го и 2-го порядка).
9. Ковариационная функция случайного процесса. Дисперсия. Понятия некоррелированности и статистической независимости двух значений случайного процесса. Коэффициент корреляции.
10. Гауссовские случайные процессы, их n -мерная характеристическая функция и плотность вероятности. Информация, необходимая для полного описания гауссовского случайного процесса.
11. Ковариационная матрица n отсчетов случайного процесса и ее основные свойства.
12. Основные свойства гауссовских случайных процессов. Выражение n -мерных моментных функций гауссовского случайного процесса с нулевым средним значением через ковариационную функцию.
13. Стационарные случайные процессы. Понятия стационарности в узком и широком смысле, их взаимоотношение.
14. Стационарность квазидетерминированных случайных процессов (рассмотреть на примерах $X(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$; $X(t) = S(\tau + \tau_0)$, где φ и τ_0 - случайные величины, $S(t)$ - периодическая детерминированная функция).
15. Эргодичность случайных процессов. Вывод необходимых и достаточных условий эргодичности по отношению к среднему значению.
16. Привести пример стационарного, но неэргодического случайного процесса (статистического ансамбля) с доказательством и обсуждением причин неэргодичности.
17. Необходимые и достаточные условия эргодичности по отношению к корреляционной функции случайного процесса (для произвольного и гауссовского процессов).
18. Достаточное условие эргодичности случайного процесса по отношению к одномерной плотности вероятности. Экспериментальное определение одномерной плотности вероятности эргодического случайного процесса.
19. Общее описание совокупности двух случайных процессов. Понятие статистической независимости двух случайных процессов. Взаимные корреляционная и ковариационная функции. Понятие некоррелированности двух случайных процессов.
20. Понятия стационарности, эргодичности, гауссовости совокупности двух случайных процессов. Разобрать пример двух стационарных, но нестационарно связанных случайных процессов.

Программа - минимум курса «Статистическая радиофизика» (Коллоквиум)

1. Интегральная и дифференциальная функция распределения случайной величины и их свойства.
2. Понятие стационарности случайного процесса (а) в узком смысле (б) в широком смысле
3. Выражения для n -моментной плотности вероятности случайного процесса через условные:
 - Общий случай
 - Для марковского процесса
 - Совершенно случайного процесса
4. Поведение условной плотности вероятности $W(x_2, t + \tau | x_1, t)$ эргодического случайного процесса $x(t)$ при $\tau \rightarrow \infty$, $\tau \rightarrow 0$.
5. Детерминированные и квазидетерминированные процессы, выражения для одномерных плотностей вероятностей.
6. Понятие характеристической функции и ее связь с плотностью вероятности случайного процесса.
7. Определение среднего значения случайной величины $\langle x \rangle$, среднего значения функции случайной величины $\langle f(x) \rangle$, дисперсии случайной величины.
8. Моменты и кумулянты случайного процесса.
9. Корреляционная и ковариационная функции, основные свойства.
10. Коэффициент корреляции.
11. Отыскание среднего значения $\langle x \rangle$ и дисперсии σ_x^2 случайного процесса по корреляционной функции для физических процессов с конечной памятью.
12. Эргодичность случайного процесса
 - По отношению к среднему
13. Плотность вероятностей случайного процесса при безынерционном нелинейном преобразовании.
14. Гауссовский случайный процесс. Одномерная плотность вероятности и характеристическая функция.

Программа - минимум курса «Статистическая радиофизика» (Коллоквиум)

4. Интегральная и дифференциальная функция распределения случайной величины и их свойства.
5. Понятие стационарности случайного процесса (а) в узком смысле (б) в широком смысле
6. Выражения для n -моментной плотности вероятности случайного процесса через условные:
 - Общий случай
 - Для марковского процесса
 - Совершенно случайного процесса
13. Поведение условной плотности вероятности $W(x_2, t + \tau | x_1, t)$ эргодического случайного процесса $x(t)$ при $\tau \rightarrow \infty$, $\tau \rightarrow 0$.
14. Детерминированные и квазидетерминированные процессы, выражения для одномерных плотностей вероятностей.
15. Понятие характеристической функции и ее связь с плотностью вероятности случайного процесса.
16. Определение среднего значения случайной величины $\langle x \rangle$, среднего значения функции случайной величины $\langle f(x) \rangle$, дисперсии случайной величины.
17. Моменты и кумулянты случайного процесса.
18. Корреляционная и ковариационная функции, основные свойства.
19. Коэффициент корреляции.
20. Отыскание среднего значения $\langle x \rangle$ и дисперсии σ_x^2 случайного процесса по корреляционной функции для физических процессов с конечной памятью.
21. Эргодичность случайного процесса
 - По отношению к среднему
13. Плотность вероятностей случайного процесса при безынерционном нелинейном преобразовании.
14. Гауссовский случайный процесс. Одномерная плотность вероятности и характеристическая функция.