

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Радиофизический факультет, кафедра электродинамики
Лаборатория физических основ и технологий беспроводной связи

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СВЧ УЗЛОВ СОВРЕМЕННЫХ СРЕДСТВ СВЯЗИ

Курс лекций для студентов радиофизического факультета ННГУ

Авторы: *В.Б. Гильденбург, Г.А. Марков*

Нижний Новгород 2005

Содержание

	стр.
Введение	3
1. Волны в линиях передачи	5
1.1. Общие свойства и основные типы волн в линиях передачи	
1.2. Граничные условия для различных типов волн в идеальной линии. Условие существования главной (ТЕМ) волны. Закрытые и открытые линии	
1.3. Дисперсионное уравнение. Волновые моды. Критическая частота. Длина волны, фазовая и групповая скорости. Волны в прямоугольном и круглом волноводах	
1.4. Затухание волн в линиях передачи	
1.5. Телеграфные уравнения для ТЕМ волн. Коаксиальная и микрополосковая линии	
1.6. Расчет отражений в линии. Формула преобразования импедансов. Согласование линии с нагрузкой	
1.7. Возбуждение линий передачи заданными источниками	
2. Резонаторы	34
2.1 Собственные электромагнитные колебания в идеальных полых резонаторах	
2.2. Затухание собственных колебаний в полых резонаторах	
2.3. Возбуждение резонатора заданными источниками	
2.4. Другие типы резонаторов. Описание на языке LC контуров	
3. Элементы СВЧ цепей	47
3.1 Четырехполюсники в СВЧ цепях	
3.2. Фильтры СВЧ	
3.3. Многоплечные СВЧ узлы	
3.4. Согласование СВЧ цепей	
3.5. Широкополосное согласование	
3.6. Вентиль	
3.7. Циркуляторы	
3.8. Управляющие СВЧ устройства	
3.9. Управляемые фильтры	
3.10. Коммутационные диоды СВЧ	
3.11. Балансный модулятор	
3.12. Балансные смесители	
3.13. Заключительные замечания	
Приложение. Метод конечных разностей во временной области	79

Введение

Развитие вычислительной техники, создание и совершенствование глобальной информационной сети и мобильных коммуникационных систем требуют освоения все более высокочастотных средств связи. В настоящее время наиболее подготовленной технически, широкополосной и информационноемкой является СВЧ радиосвязь, охватывающая диапазон частот от 300 МГц до 300 ГГц (длины волн от 1 м до 1 мм). Диапазон СВЧ превышает по своей ширине сумму всех других более длинноволновых диапазонов связи. Разработка цепей и устройств СВЧ связи в настоящее время идет сразу по нескольким направлениям. Прежде всего, это освоение новых структурных материалов с полупроводниковыми, сегнетоэлектрическими, ферритовыми, сверхпроводящими и прочими включениями, позволяющими в едином технологическом процессе создавать большие гибридные интегральные схемы.

Для понимания работы интегральных схем необходимо познакомиться с физическими основами теории и элементами конструкции СВЧ трактов и устройств, обеспечивающих функционирование приборов и линий связи. Выполнению этой задачи призван служить настоящий курс лекций.

Курс состоит из трех глав. В первых двух главах кратко излагается основы электродинамики важнейших типов линий передачи (направляющих систем) и резонаторов – главных элементов всех устройств СВЧ связи. Рассмотрены пространственные распределения и дисперсионные характеристики волновых полей в этих структурах, процессы передачи и поглощения энергии, основы теории их возбуждения сторонними источниками.

В третьей главе вводятся основные понятия теории СВЧ цепей, рассматриваются конструкции и анализируются свойства элементарных, так называемых аналоговых, СВЧ устройств – частотных фильтров, направленных ответвителей, делителей мощности, согласующих и невзаимных элементов, фазовращателей и модуляторов. Заметим, что несмотря на прогресс альтернативных методов обработки сигналов, основанных на использовании цифровых технологий, разработка соответствующих преобразователей (АЦП и ЦАП) наталкивается в верхней части СВЧ диапазона (на частотах более 1 ГГц) на определенные трудности, так что описанные аналоговые устройства в этой (основной) части СВЧ диапазона пока остаются столь же значимыми, как и прежде.

В Заключении курса кратко обозначены некоторые наиболее интересные и перспективные на наш взгляд современные тенденции в разработке и конструировании СВЧ устройств, основанные на успехах технологии изготовления новых электродинамических и электромеханических систем.

Мы не ставили перед собой в этом курсе задачу изложения вычислительных методов электродинамики. Эти методы играют важную роль в современной электродинамике СВЧ, но несомненно должны быть предметом отдельной дисциплины, поскольку они опираются фактически на весь накопленный к настоящему времени арсенал средств вычислительной математики. Мы ограничились лишь одной иллюстрацией на эту тему, снабдив курс Приложением, представ-

ляющим собой перепечатку текстов, размещенных на нескольких Web-сайтах, в которых описан дифференциально-разностный численный метод FDTD, находящий в настоящее время широкое применение в решении задач расчета электромагнитного поля в разнообразных СВЧ устройствах.

Данный курс написан по заказу Лаборатории физических основ и технологий беспроводной связи Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. В основу курса положены лекции по различным разделам электродинамики, которые авторы читают на радиофизическом факультете ННГУ. Глава 1 написана В.Б. Гильденбургом, глава 3 – Г.А. Марковым, глава 2 – совместно.

В качестве учебных пособий, на которые опирается курс и которые могут быть дополнительно рекомендованы студентам, укажем следующие.

1. Л.А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, М.: Радио и связь, 1988.
2. В.В. Никольский, Т.И. Никольская, Электродинамика и распространения радиоволн, М.: Наука, 1989.
3. В.И. Вольман, Ю.В. Пименов, Техническая электродинамика, М.: Связь, 1971.
4. Дж. Л. Альтман, Устройства сверхвысоких частот, М.: Мир, 1968.
5. И.В. Лебедев, Техника и приборы СВЧ, М.: Высшая школа, 1969.
6. Л.Г. Малорацкий, Л.Р. Явич, Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях, М.: Сов. радио, 1972.
7. А.Д. Григорьев, Электродинамика и техника СВЧ, М.: Высшая школа, 1990.
8. Д.М. Сазонов. Антенны и устройства СВЧ, М.: Высшая школа, 1988.
9. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств, под ред. В.И. Вольмана, М.: Радио и связь, 1982.
10. В.В. Фриск, Основы теории цепей, Лабораторный практикум на персональном компьютере, М.: СОЛОН-Пресс, 2002.

1. Волны в линиях передачи

1.1. Общие свойства и основные типы волн в линиях передачи

Линии передачи (ЛП, направляющие системы, волноводы) в общем случае представляют собой системы параллельных металлических или диэлектрических стержней или труб. Они используются в системах связи и передачи энергии различных частотных диапазонов в качестве каналов, направляющих электромагнитную энергию от источника к потребителю (например, от генератора к передающей антенне, от приемной антенны к усилительному и декодирующему устройствам приемника и т.д.).

В радио и СВЧ диапазонах длин волн ($\lambda > 1$ мм) наибольшее применение находят *регулярные* (однородные в продольном направлении) металлические ЛП, описываемые в первом приближении на основании теории *идеальной линии*, т.е. в предположении бесконечной проводимости образующих ее проводников. Пространство между проводниками может быть пустым или заполненным средой, характеризующейся *относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями* ϵ и μ . В используемой нами в этом курсе лекций системе единиц СИ среда характеризуется также *абсолютными проницаемостями* $\epsilon_a = \epsilon \epsilon_0$ и $\mu_a = \mu \mu_0$, где $\epsilon_0 = (1/36\pi) \cdot 10^{-9}$ Ф/м – *электрическая постоянная* (диэлектрическая проницаемость вакуума); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – *магнитная постоянная* (магнитная проницаемость вакуума). Константы ϵ_0 и μ_0 определяют в системе СИ два важных электродинамических параметра: *скорость света в вакууме* $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 3 \cdot 10^8$ м/с и *волновое сопротивление вакуума* (отношение напряженностей электрического (E) и магнитного (H) полей в бегущей плоской поперечной волне) $\zeta_0 = E/H = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi \approx 377$ Ом.

Поля гармонических (монохроматических) волн в ЛП обычно представляются как действительные части комплексных выражений вида

$$\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\} = \{\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_\perp), \mathbf{H}_0(\mathbf{r}_\perp)\} e^{i(\omega t - h z)}, \quad (1.1)$$

где z – продольная координата, отсчитываемая от произвольно выбранного начала координат вдоль линии, \mathbf{r}_\perp – двумерный радиус вектор в плоскости поперечного сечения линии $z = \text{const}$, ω – круговая частота поля, h – так называемое *продольное волновое число* или *постоянная распространения волны*, величина и знак которой определяют соответственно (при действительном h) *пространственную частоту* и направление распространения волны. Выражения (1.1) описывают так называемые *собственные или нормальные волны*; их поля удовлетворяют уравнениям Максвелла и граничным условиям на стенках ЛП при отсутствии сторонних источников. Главной задачей теории собственных волн в ЛП является отыскание их поперечной структуры, т.е. векторных функций $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_\perp)$, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r}_\perp)$, и дисперсионного соотношения, определяющего зависимость $h(\omega)$. Знание функции $h(\omega)$ позволяет рассчитать для любой частоты

ω основные *кинематические характеристики* волны: длину волны $\lambda = 2\pi/h$, фазовую ($V_{ph} = \omega/h$) и групповую ($V_{gr} = d\omega/dh$) скорости.

В данном разделе курса мы уделим основное внимание изучению волн в идеальных (или близких к идеальным) линиях, заполненных однородной средой с постоянными (не зависящими ни от продольной, ни от поперечной координат) проницаемостями ϵ и μ . В таких линиях, как мы увидим, в общем случае могут распространяться независимо друг от друга волны следующих трех типов:

(1) поперечно-электрические (ТЕ или Н волны), в которых электрическое поле перпендикулярно оси z , а магнитное поле имеет как поперечную, так и продольную (параллельную оси z) компоненты;

(2) поперечно-магнитные (ТМ или Е волны), в которых продольную компоненту имеет только вектор электрического поля \mathbf{E}_0 ;

(3) чисто поперечные (ТЕМ или *главные*) волны, в которых продольные компоненты обоих полей равны нулю, а продольное волновое число совпадает с волновым числом в среде: $h = k = \omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a} = (\omega/c)\sqrt{\epsilon\mu}$.

Заметим, что в линиях с неоднородным заполнением, т.е. с параметрами ϵ и μ , зависящими от поперечных координат, и в частности, в *диэлектрических волноводах*, широко используемых в оптике, вообще говоря, могут существовать лишь так называемые *гибридные* (ЕН или НЕ) волны, в которых обе продольные компоненты полей отличны от нуля (исключение составляют лишь некоторые особые случаи полей с простейшими типами симметрии). Строго говоря, гибридными являются также и волны в так называемых *полосковых* или *микрополосковых* линиях, находящих широкое применение в различных узлах современной СВЧ аппаратуры, хотя для общего понимания и приближенного расчета их электродинамических свойств и параметров часто бывает достаточно представление о них как о волнах, близких по типу к волнам ТЕМ (см. ниже).

Поперечные и продольные компоненты векторов полей $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_\perp)$, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r}_\perp)$ в волнах указанных выше типов могут быть выражены через скалярные функции, зависящие от поперечных координат. В качестве такой функции для волн типа ТМ может быть взята амплитуда $f^{(e)}(\mathbf{r}_\perp)$ осевой проекции A_z вектор-потенциала, задаваемого в виде

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_z A_z, \quad A_z = f^{(e)}(\mathbf{r}_\perp) e^{i(\omega t - h z)}, \quad (1.2)$$

где \mathbf{e}_z — единичный вектор в направлении оси z . Комплексный вектор-потенциал (1.2) удовлетворяет трехмерному уравнению Гельмгольца (волновому уравнению для гармонических полей)

$$\Delta \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = 0, \quad (1.3)$$

где $k = k_0 \sqrt{\epsilon\mu}$ — волновое число в среде, заполняющей ЛП, $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = \omega/c$ — волновое число в вакууме. Представляя оператор Лапласа в этом уравнении в виде суммы его поперечной и продольной частей: $\Delta = \Delta_\perp + \partial^2/\partial z^2$ (поперечная часть Δ_\perp содержит производные только по по-

перечным координатам), получаем на основании (1.2), (1.3) уравнение для функции $f^{(e)}(\mathbf{r}_\perp)$:

$$\Delta_\perp f^{(e)} + \kappa^2 f^{(e)} = 0, \quad (1.4)$$

где

$$\kappa^2 = k^2 - h^2. \quad (1.5)$$

Уравнение (1.4) представляет собой двумерное уравнение Гельмгольца (уравнение колебаний плоской упругой мембраны). Величина κ , определяемая равенством (1.5), называется *поперечным волновым числом*. Числа h и κ , как следует из (1.5), можно рассматривать как проекции волнового вектора \mathbf{k} плоской однородной волны на ось z и на поперечную плоскость соответственно.

Магнитное поле выражается через $f^{(e)}(\mathbf{r}_\perp)$ согласно равенствам

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_a} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\mu_a} \nabla f^{(e)} \times \mathbf{e}_z e^{i(\omega t - hz)} \quad (1.6)$$

Электрическое поле можно выразить через магнитное при помощи уравнения Максвелла $\nabla \times \mathbf{H} = (i\omega \varepsilon_a) \mathbf{E}$, из которого, выполняя несложные преобразования, с учетом (1.4)-(1.6) находим

$$\mathbf{E} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_a} \nabla \times \mathbf{H} = - \left(\frac{h}{\omega \varepsilon_a \mu_a} \nabla f^{(e)} + \mathbf{e}_z \frac{i \kappa^2 f^{(e)}}{\omega \varepsilon_a \mu_a} \right) e^{i(\omega t - hz)}. \quad (1.7)$$

Отличные от нуля продольные и поперечные компоненты векторных амплитуд полей $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$, входящих в общие выражения (1.1), для волн типа ТМ на основании (1.6), (1.7) можно записать в виде

$$E_{0z} = \frac{-i \kappa^2}{\omega \varepsilon_a \mu_a} f^{(e)}, \quad \mathbf{E}_{0\perp} = - \frac{h}{\omega \varepsilon_a \mu_a} \nabla_\perp f^{(e)}, \quad \mathbf{H}_{0\perp} = \frac{1}{\mu_a} \nabla_\perp f^{(e)} \times \mathbf{e}_z, \quad (1.8)$$

где значком \perp помечены поперечные (перпендикулярные оси z) компоненты векторов. Найденные выражения для полей ТМ волны удовлетворяют уравнениям Максвелла без источников, если скалярная функция $f^{(e)}$ удовлетворяет уравнению (1.4).

Выражения для полей волн типа ТЕ можно получить непосредственно из (1.8) на основании так называемого *принципа перестановочной двойственности*, согласно которому любому решению уравнений Максвелла без источников $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ можно сопоставить еще одно решение тех же уравнений путем замен

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}, \quad \varepsilon \rightarrow \mu, \quad \mu \rightarrow \varepsilon. \quad (1.9)$$

Производя указанные замены в выражениях (1.8), получаем из них выражения для компонент полей волны типа ТЕ

$$H_{0z} = \frac{-i\kappa^2}{\omega\epsilon_a\mu_a} f^{(m)}, \quad \mathbf{H}_{0\perp} = \frac{-h}{\omega\epsilon_a\mu_a} \nabla_{\perp} f^{(m)}, \quad \mathbf{E}_{0\perp} = \frac{-1}{\epsilon_a} \nabla_{\perp} f^{(m)} \times \mathbf{e}_z. \quad (1.10)$$

Здесь $f^{(m)}$, как и $f^{(e)}$ в (1.8), обозначает функцию, удовлетворяющую двумерному уравнению Гельмгольца (1.4), т.е.:

$$\Delta_{\perp} f^{(m)} + \kappa^2 f^{(m)} = 0. \quad (1.11)$$

Конкретный вид функций $f^{(e)}$ и $f^{(m)}$ определяется формой границ ЛП и видом граничных условий, которые, как будет показано ниже, оказываются для этих функций существенно различными. Заметим, что выражения (1.8) для полей ТЕ волны можно получить также способом, аналогичным использованному выше для волн ТМ, если вместо обычного («электрического») вектор-потенциала \mathbf{A} (часто обозначаемого $\mathbf{A}^{(e)}$) задать в форме (1.2) так называемый *магнитный вектор-потенциал* $\mathbf{A}^{(m)} = \mathbf{e}_z f^{(m)} e^{i(\omega t - h z)}$, ротор которого определяет не магнитное, а электрическое поле: $\mathbf{E} = -(\epsilon_a)^{-1} \nabla \times \mathbf{A}^{(m)}$. Функцию $f^{(m)}$ в выражениях (1.8) для поля ТЕ волны можно рассматривать поэтому как амплитуду осевой проекции магнитного вектор-потенциала.

Выражения для полей чисто поперечной (ТЕМ) волны могут быть найдены на основании выражений (1.8) или (1.10), если положить в них $\kappa = 0$, $h = \pm k$; обозначая $f = f^{(e)} / \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$, получаем из (1.8)

$$\mathbf{E}_{0\perp} = \mp \nabla_{\perp} f, \quad \mathbf{H}_{0\perp} = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \nabla_{\perp} f \times \mathbf{e}_z \quad (1.12)$$

(эквивалентные (1.12) формулы для полей ТЕМ волны получаются и из (1.10)). Уравнение Гельмгольца, которому должна удовлетворять функция f , в силу условия $\kappa = 0$ переходит в двумерное уравнение Лапласа

$$\Delta_{\perp} f = 0. \quad (1.13)$$

Отметим некоторые важные следствия, которые вытекают из полученных общих выражений (1.8), (1.10), (1.13) для волн различных типов.

1. Поперечные компоненты полей ТЕ и ТМ волн могут быть выражены через поперечные градиенты соответствующих продольных компонент H_z и E_z (это можно показать и непосредственно с помощью уравнений Максвелла, не прибегая к использованию векторов-потенциалов). Отсюда (и из справедливости принципа суперпозиции для полей всех волн) следует, что задания двух скалярных функций $H_z(\mathbf{r}, t)$, $E_z(\mathbf{r}, t)$ достаточно для описания любого поля в

волноводах, не допускающих существования волн типа ТЕМ (см. ниже). В общем случае, как мы видели, электромагнитное поле в линии (включая и поле ТЕМ волн) может быть описано заданием двух других скалярных функций – продольных компонент электрического и магнитного векторов-потенциалов $A_z^{(e)}$, $A_z^{(m)}$.

2. Как видно из выражений (1.8), (1.10), (1.12), поперечные компоненты электрического и магнитного полей в *бегущей волне* любого типа связаны между собой так называемым *импедансным* соотношением

$$\mathbf{E}_\perp = \zeta_\perp \mathbf{H}_\perp \times \mathbf{e}_z; \quad \zeta_\perp = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \left(\frac{k}{h} \right)^{\pm 1}. \quad (1.14)$$

Величина ζ_\perp называется *поперечным волновым* (или *характеристическим*) *импедансом*; знаки + и – в показателе степени в ее определении относятся соответственно к волнам типов ТЕ и ТМ, а знак самой величины ζ_\perp совпадает со знаком продольного волнового числа h . Для ТЕМ волны поперечный импеданс $\zeta_\perp = \pm \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}$, т.е. совпадает с точностью до знака с *волновым сопротивлением* (волновым импедансом) среды $\zeta_a = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a} = \zeta_0 \sqrt{\mu / \varepsilon}$; знаки + и – соответствуют волнам, бегущим в направлениях $+z$ ($h > 0$) и $-z$ ($h < 0$). Подчеркнем, что связь (1.14) имеет место только для *нормального решения* вида (1.1), описывающего (при действительном h) волну, бегущую в $+z$ или $-z$ направлении, и не справедлива, например, для полей *стоячей* волны, представляющей собой суперпозицию двух встречных волн.

Соотношение (1.14) позволяет записать средний по времени поток энергии, переносимой волной в направлении ее распространения (так называемую *мощность волны*), в виде

$$P_w = \frac{1}{2} \iint_S \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] \cdot \mathbf{n} dS = \frac{1}{2} |\operatorname{Re} \zeta_\perp| \iint_S |\mathbf{H}_\perp|^2 dS, \quad (1.15)$$

где S – площадь поперечного сечения ЛП, \mathbf{n} – нормаль к этой площади в направлении распространения волны.

3. Для определения картины силовых линий векторов \mathbf{E}_\perp , \mathbf{H}_\perp в плоскости поперечного сечения линии достаточно найти форму линий уровня скалярной функции, которой пропорциональна продольная компонента поля. Эти линии уровня ($H_z \sim f^{(m)} = \text{const}$ в волне ТЕ или $E_z \sim f^{(e)} = \text{const}$ в волне ТМ) совпадают с силовыми линиями того поля, которое в данной волне является чисто поперечным (\mathbf{E}_\perp в волне ТЕ или \mathbf{H}_\perp в волне ТМ). Ортогональное к ним (в плоскости $z = \text{const}$) семейство линий определяет картину поперечных проекций поля, имеющего в данной волне также и продольную компоненту

1.2. Граничные условия для различных типов волн в идеальной линии. Условие существования главной (ТЕМ) волны. Закрытые и открытые линии

Граничные условия для скалярных функций, определяющих поля различных типов волн в идеальной линии, т.е. условия, налагаемые на $f^{(e)}$, $f^{(m)}$, f на граничном контуре L ее поперечного сечения, находятся из условия отсутствия тангенциальной компоненты электрического поля (или эквивалентного ему условия отсутствия нормальной компоненты магнитного поля) на поверхности идеального проводника:

$$\mathbf{E}_\tau = 0, \quad \mathbf{H}_n = 0. \quad (1.16)$$

Отсюда на основании выражений (1.8), (1.10), (1.12) получаем

$$\text{для ТЕ волн: } \left. \frac{\partial f^{(m)}}{\partial n} \right|_L = 0, \quad (1.17)$$

$$\text{для ТМ волн: } f^{(e)}|_L = 0, \quad (1.18)$$

$$\text{для ТЕМ волн: } f|_{L_i} = C_i = \text{const}, \quad (1.19)$$

При записи этих условий учтено, что:

- 1) в ТЕ волне тангенциальная (касательная к поверхности) компонента вектора $\mathbf{E}_{0\perp}$ (как и нормальная компонента вектора $\mathbf{H}_{0\perp}$) пропорциональна нормальной компоненте вектора $\nabla f^{(m)}$, т. е. производной $\partial f^{(m)} / \partial n$ по нормали к границе;
- 2) в ТМ волне на границе должна обращаться в ноль как компонента E_z , пропорциональная $f^{(e)}$, так и тангенциальная компонента вектора $\mathbf{E}_{0\perp}$, пропорциональная производной $\partial f^{(e)} / \partial \tau$ по направлению касательной к граничному контуру;
- 3) в ТЕМ волне из условия $\mathbf{E}_{\perp\tau} = \pm \partial f / \partial \tau = 0$ следует лишь постоянство (но не обязательно равенство нулю) функции f на граничном контуре, причем в том случае, если линия образована несколькими параллельными проводниками, значения констант C_i в формуле (1.19) могут быть разными на различных (не соединяющихся между собой) граничных контурах проводников L_i .

Из соотношений (1.12), (1.13), (1.19) видно, что поперечные структуры электрического и магнитного полей ТЕМ волны определяются соответственно решениями электростатической и магнитостатической задач для заряженных или токнесущих двумерных проводников. Отсюда следует, что ТЕМ волна может существовать в линии лишь *при условии, что число проводников в ней больше или равно двум*. Только в этом случае существуют нетривиальные решения указанных задач, отвечающие нулевым значениям суммарного заряда или тока всех проводников и поэтому удовлетворяющие необходимым условиям пространственной локализации полей и плотностей потока энергии волны. Если линия образована одним проводником (труба или стержень с произвольной формой поперечного сечения), то ТЕМ волна в ней существовать не может. Для

внутренней области трубы это следует из того, что уравнение (1.14) с граничным условием (1.19) на замкнутом граничном контуре односвязной области имеет только тривиальное решение $f \equiv \text{const}$, которому соответствуют поля, тождественно равные нулю. Для внешней области трубы или стержня, вследствие недостаточно быстрого убывания двумерных статических (как электрического, так и магнитного) полей одиночного бесконечного проводника с увеличением расстояния до него r , искомое решение отвечает нереализуемой волне с бесконечным потоком энергии P_w . В самом деле, начиная с некоторого расстояния $r > a$ от такого проводника, двумерные статические поля, создаваемые распределенным по нему зарядом или протекающим по нему током, независимо от формы его поперечного сечения, убывают при $r \rightarrow \infty$ как поля бесконечной заряженной или токовой нити: $|\mathbf{E}| \sim |\mathbf{H}| \sim r^{-1}$. При этом, как следует из (1.15), полная мощность волны

$$P_w \sim \iint_S |\mathbf{H}|^2 ds \sim \int_a^\infty r^{-1} dr = \infty. \quad (1.20)$$

По характеру пространственной локализации электромагнитного поля линии передачи разделяются на *закрытые* и *открытые*. Закрытыми или экранированными называются линии, в которых область существования поля ограничена снаружи замкнутой металлической оболочкой – внешней трубой, за пределы которой поля не проникают, в силу чего спектр поперечных волновых чисел k оказывается дискретным (см. ниже). Примерами таких линий являются одиночная металлическая труба (*волновод*) с любой формой поперечного сечения, в которой, как было сказано выше, невозможно распространение волн типа ТЕМ, а также *коаксиальная линия* (труба с вложенным внутрь нее металлическим стержнем), в которой могут распространяться волны всех трех типов: ТЕ, ТМ и ТЕМ.

В открытых линиях внешняя металлическая оболочка отсутствует. Такие линии (в рамках теории, предполагающей проводимость стенок линии бесконечной, а заполняющую линию среду однородной) могут направлять только волны типа ТЕМ. Волны типов ТЕ и ТМ в них принадлежат к так называемым волнам сплошного спектра, не удовлетворяющим (так же как и волна ТЕМ снаружи одиночного провода с бесконечной проводимостью) требуемым условиям пространственной локализации и в силу этого нереализуемые в отсутствие подкачки энергии извне. Примерами открытых линий могут служить так называемая *полосковая* и *двухпроводная* линии. Более подробно волны различных типов в закрытых и открытых ЛП мы рассмотрим ниже.

1.3. Дисперсионное уравнение. Волновые моды. Критическая частота. Длина волны, фазовая и групповая скорости. Волны в прямоугольном и круглом волноводах

Исследование структуры поля и дисперсионных свойств волн в любой идеальной ЛП сводится, как следует из предыдущего, к решению задачи о колебаниях плоской упругой мембраны, повторяющей форму и размеры данной ЛП. В случае закрытой линии требуется рассмотреть мембраны двух типов: со сво-

бодной (условие (1.17)) и с закрепленной (условие (1.18)) границами. Решение этих задач определяет, как известно, два бесконечных дискретных набора собственных функций $f^{(e,m)}(\mathbf{r}_\perp)$ и отвечающих им (чисто действительных) собственных значений κ . Это означает, что в любой закрытой ЛП существуют два бесконечных дискретных набора волн (ТЕ и ТМ типов). Каждая из волн, называемая *модой* или *волноводной модой*, характеризуется своей поперечной структурой и поперечным волновым числом κ , зависящим только от геометрии поперечного сечения линии и определяющим значение продольного волнового числа при любой частоте согласно вытекающему из (1.5) *дисперсионному уравнению*

$$h = \pm \sqrt{(\omega/c)^2 \varepsilon \mu - \kappa^2}. \quad (1.21)$$

Как следует из этого дисперсионного уравнения, каждая мода при заданной величине произведения $\varepsilon_a \mu_a > 0$ (и в частности, в отсутствие заполняющей среды, при значениях относительных проницаемостей $\varepsilon = \mu = 1$) характеризуется определенным значением *критической частоты*

$$\omega_{cr} = \kappa / \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = (\kappa/c) \sqrt{\varepsilon \mu} \quad (1.22)$$

или отвечающей ей *критической длины волны* (длины плоской однородной волны $\lambda = 2\pi/k$ в среде с данными ε и μ при отсутствии проводников)

$$\lambda_{cr} = 2\pi/\kappa. \quad (1.23)$$

При $\omega > \omega_{cr}$ (или $\lambda < \lambda_{cr}$) данная мода является *распространяющейся* или *бегущей* (имеет действительное продольное волновое число). При $\omega < \omega_{cr}$ ($\lambda > \lambda_{cr}$) мода является *нераспространяющейся* (продольное волновое число чисто мнимое, фаза поля постоянна, а амплитуда экспоненциально убывает в $+z$ или $-z$ направлении: $\mathbf{E}, \mathbf{H} \sim e^{\pm|h|z}$). В последнем случае для каждого из нормальных решений вида $e^{\pm i h z} \sim e^{\pm|h|z}$, как следует из (1.14), (1.15), $\text{Re} \zeta_\perp = 0$, т.е. поперечные компоненты полей $\mathbf{E}_\perp, \mathbf{H}_\perp$ сдвинуты по фазе на $\pi/2$ и мощность волной не переносится. Заметим, однако, что в поле, представляющем собой суперпозицию двух нераспространяющихся нормальных волн с противоположными направлениями экспоненциального убывания, сдвиг фаз между суммарными компонентами $\mathbf{E}_\perp, \mathbf{H}_\perp$ в общем случае не равен $\pi/2$ и перенос энергии имеет место.

Основное практическое значение для каждой ЛП чаще всего имеет так называемая *низшая* (или *основная*) мода, обладающая наименьшим поперечным волновым числом и, следовательно, наименьшей критической частотой (или наибольшей критической длиной волны). В линии, состоящей из двух или более проводников (например в рассматриваемой ниже *коаксиальной линии*) низшей модой является волна ТЕМ, для которой $\kappa = 0$, $\omega_{cr} = 0$, $\lambda_{cr} = \infty$. Для ЛП в виде полой металлической трубы с достаточно простой формой поперечного

сечения критическая длина волны для низшей моды по порядку величины равна характерному размеру поперечного сечения.

Дисперсионное уравнение (1.21) позволяет определить основные параметры, характеризующие зависимость полей волновых мод от времени и продольной координаты (так называемые кинематические характеристики). В случае, если волна распространяющаяся ($\omega > \omega_{cr}$ или $\lambda < \lambda_{cr}$), а ее затуханием, вызванным потерями энергии в линии (см. ниже), в первом приближении можно пренебречь, такими параметрами являются:

длина волны в волноводе – пространственный период поля в направлении распространения, т.е. расстояние по оси z , на котором набег фазы волны равен 2π ,

$$\Lambda = \frac{2\pi}{h} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2}}; \quad (1.24)$$

фазовая скорость – скорость, с которой поверхность постоянной фазы $\varphi = hz - \omega t = \text{const}$ перемещается в направлении распространения волны,

$$V_{ph} = \frac{\omega}{h} = \frac{V_{ph}^{(0)}}{\sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2}}; \quad (1.25)$$

групповая скорость – скорость перемещения квазимонохроматического волнового пакета (радиоимпульса), представляющего собой суперпозицию одинаковых волновых мод с близкими частотами (в ЛП без потерь эта величина совпадает со скоростью распространения энергии волны)

$$V_{gr} = \frac{d\omega}{dh} = V_{ph}^{(0)} \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{cr})^2}. \quad (1.26)$$

Здесь $V_{ph}^{(0)} = 1 / \sqrt{\epsilon_a \mu_a} = c / \sqrt{\epsilon \mu}$ – фазовая скорость плоской однородной волны в среде с параметрами ϵ , μ . Формула (1.26) для V_{gr} записана для случая, когда величина $V_{ph}^{(0)}$ не зависит от частоты, т.е. волновод заполнен средой без дисперсии (при этом, как следует из (1.25), (1.26), $V_{ph} V_{gr} = (V_{ph}^{(0)})^2$)

Ниже приведены некоторые результаты решения сформулированной выше общей задачи расчета полей собственных волн ТЕ и ТМ типов в волноводах простейшей формы. Волны типа ТЕМ в некоторых конкретных линиях мы рассмотрим несколько позже – после того как ознакомимся с их описанием в терминах тока и напряжения на основе телеграфных уравнений.

Прямоугольный волновод (труба прямоугольного сечения с внутренними размерами a и b ; для определенности полагаем $a \geq b$). Направляя оси декартовой системы координат x , y в плоскости поперечного сечения соответственно вдоль сторон с размерами a и b и помещая начало координат в одну из

вершин прямоугольника, находим методом разделения переменных системы собственных функций для волн типа ТЕ:

$$f_{mn}^{(m)} = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (1.27)$$

и типа ТМ:

$$f_{mn}^{(e)} = B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1.28)$$

(A_{mn}, B_{mn} – произвольные константы). Обеим системам функций соответствует один и тот же спектр собственных значений κ_{mn} :

$$\kappa_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (1.29)$$

В приведенных выражениях m, n – произвольные целые числа; для волн типа ТМ их счет начинается с единицы ($m, n = 1, 2, 3, \dots$), для волн типа ТЕ одно из чисел может быть выбрано равным нулю ($m, n = (0), 1, 2, 3, \dots$). Равенство нулю одного из чисел для волн ТМ или обеих для волн ТЕ дает тривиальное решение $\mathbf{E} \equiv \mathbf{H} \equiv 0$. Очевидно, что именно определяемый формулами (1.27), (1.28) выбор тригонометрических функций («косинусы» для ТЕ и «синусы» для ТМ волн) обеспечивает выполнение требуемых граничных условий ((1.17) и (1.18) соответственно). Задание пары чисел m, n определяет волноводную моду ТЕ _{mn} или ТМ _{mn} . Низшей модой (среди волн обоих типов) является ТЕ₁₀, для которой $\kappa = \pi/a$, $\lambda_{cr} = 2a$; отличные от нуля компоненты полей этой волны:

$$E_{0y} = A \sin \frac{\pi x}{a}, \quad H_{0x} = -A \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \frac{h}{k} \sin \frac{\pi x}{a}, \quad H_{0z} = A \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \frac{i\kappa}{k} \cos \frac{\pi x}{a} \quad (A = \text{const}).$$

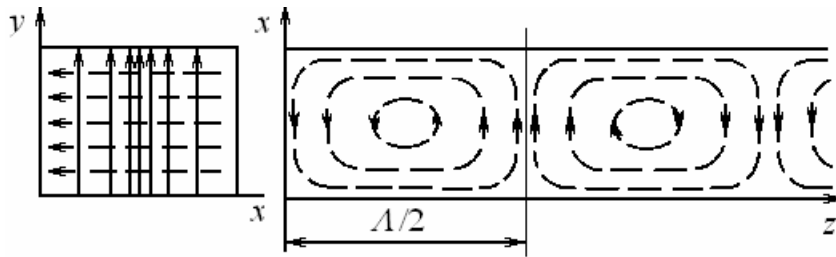


Рис. 1.1. Волна ТЕ₁₀ в прямоугольном волноводе

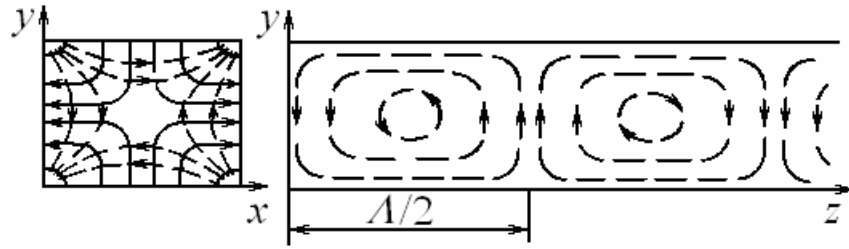


Рис. 1.2. Волна TE_{11} в прямоугольном волноводе

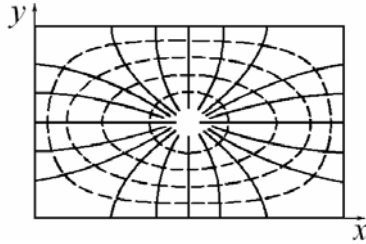


Рис. 1.3. Волна TM_{11} в прямоугольном волноводе

На Рис.1.1-1.3 изображены силовые линии электрического поля (сплошные кривые) и магнитного поля (пунктир) для волн типов TE_{10} , TE_{11} (в двух плоскостях) и TM_{11} (в плоскости $z = \text{const}$).

Круглый волновод (труба кругового сечения с внутренним радиусом a)

В полярных координатах r, ϑ в плоскости поперечного сечения

$$\varphi^{(e,m)} = J_m(\kappa_{mn}r)(A_{mn} \cos m\vartheta + B_{mn} \sin m\vartheta), \quad (1.30)$$

где $J_m(\xi)$ – функция Бесселя порядка m ($m = 0, 1, 2, \dots$). Поперечные волновые числа κ_{mn} определяются значениями корней функции Бесселя или ее производной при $r = a$: $J_m(\kappa_{mn}a) = 0$ для волн ТМ; $J'_m(\kappa_{mn}a) = 0$ для волн ТЕ ($n = 1, 2, 3, \dots$ – номер соответствующего корня). Как и для прямоугольного волновода, различные моды обозначаются TE_{mn} и TM_{mn} (но с другим смыслом индексов m, n). Низшей модой является TE_{11} , для которой $\kappa_{11} \cong 1,84/a$, $\lambda_{cr} \cong 3,41a$, продольная компонента магнитного поля $H_z = J_1(\kappa_{11}r)(A_{11} \cos \vartheta + B_{11} \sin \vartheta)$. За ней (в порядке возрастания κ) следуют мода TM_{01} ($\kappa_{01} \cong 2,4/a$) и моды TE_{01} , TM_{11} . Последние две имеют одно и то же поперечное волновое число, т.е. являются *двукратно вырожденными*: $\kappa_{01}(TE) = \kappa_{11}(TM) \cong 3,83/a$. Электрические (сплошные) и магнитные (пунктир) силовые линии указанных выше типов волн изображены (в плоскости $z = \text{const}$) на рис.1.4-1.5.



Рис. 1.4. Волны TE_{11} (а) и TM_{01} (б) в круглом волноводе

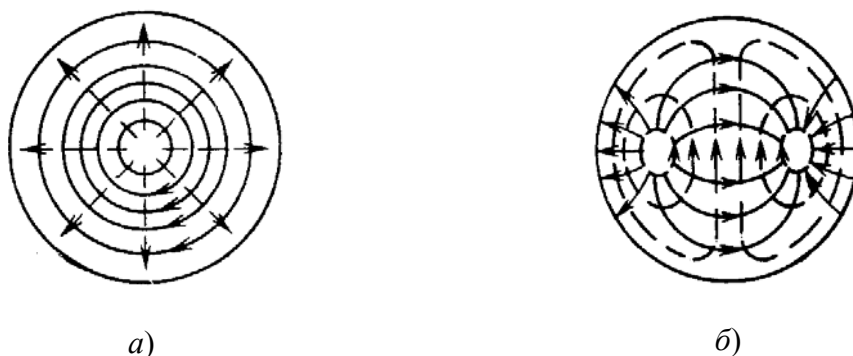


Рис. 1.5. Волны TE_{01} (а) и TM_{11} (б) в круглом волноводе

Заметим, что как для общего понимания картины распространения волн различных типов в волноводах, так и для анализа их конкретных характеристик в ряде случаев является полезной так называемая *концепция Бриллюена*, в соответствии с которой поле любой моды в волноводе может быть представлено в виде суперпозиции плоских однородных волн в безграничной однородной среде. Эти плоские волны имеют в общем случае различные амплитуды, поляризации векторов поля и направления волновых векторов, однако их частоты, длины волновых векторов и углы их наклона α к продольной оси z одинаковы. Последнее условие, являющееся по сути дела ключевым моментом всей концепции, позволяет, как уже отмечалось, дать простое истолкование понятий продольного и поперечного волновых чисел (как продольной и поперечной проекций волнового вектора: $h = k \cos \alpha$, $\kappa = k \sin \alpha$), понять причину существования критической частоты (при $\alpha = \pi/2$ величина k принимает минимально возможное значение κ) и представить процесс распространения любой моды в волноводе как результат последовательного отражения плоской волны, распространяющейся под определенным углом к оси волновода, от его стенок. В частности, в рамках указанной концепции низшая мода TE_{10} прямоугольного волновода есть сумма полей двух плоских однородных волн с векторами электрического поля, перпендикулярными широкой стенке волновода, и волновыми векторами $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$, лежащими в плоскости, параллельной этой стенке ($k_{1z} = k_{2z} = k \cos \alpha$, $k_{1x} = -k_{2x} = k \sin \alpha$, $k_{1y} = k_{2y} = 0$).

1.4. Затухание волн в линиях передачи

В реальных ЛП волны не могут распространяться без затухания, которое обусловлено потерями энергии в среде, заполняющей линию, и в проводниках самой линии вследствие их неидеальности. Поглощение энергии в заполняющей однородной среде легко учитывается на основании дисперсионного уравнения (11.12), позволяющего найти действительную и мнимую части продольного волнового числа $h = h' + ih''$ для среды с комплексными относительными проницаемостями $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ и $\mu = \mu' + i\mu''$. В поглощающих средах мнимые части ε и μ при выбранном нами знаке перед мнимой единицей в показателе экспоненты комплексного множителя $e^{i\omega t}$ всегда отрицательны, что, как легко показать, приводит к затуханию волны в направлении ее распространения. Например, для немагнитной среды с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, определяемой положительной проводимостью σ ($\mu = 1$, $\varepsilon'' = -\sigma/\omega\varepsilon_0 < 0$), согласно дисперсионному уравнению (1.21) имеем

$$(h')^2 - (h'')^2 = k_0^2 \varepsilon' - \kappa^2, \quad (1.31)$$

$$h'' = \frac{k_0^2}{2h'} \varepsilon'', \quad (1.32)$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \omega/c$ – волновое число в вакууме. Зависимость полей волны от продольной координаты и времени теперь представляется в виде произведения двух сомножителей

$$\mathbf{E} \sim e^{i(\omega t - h'z)} = e^{i(\omega t - h'z)} \cdot e^{h''z} \quad (1.33)$$

или (в действительной форме)

$$\text{Re } \mathbf{E} \sim \cos(\omega t - h'z + \varphi_0) e^{h''z}, \quad (1.35)$$

где $\varphi_0 = \text{const}$. Первый из этих сомножителей, представляющий собой тригонометрическую функцию фазы $\omega t - h'z + \varphi_0$, описывает осцилляции поля во времени и пространстве, присущие монохроматической волне с действительным продольным волновым числом h' , а второй – экспоненциальное убывание амплитуды этих осцилляций в положительном или отрицательном направлениях оси z , в зависимости от знака h'' . Как следует из (1.32), в среде с $\varepsilon'' < 0$ ($\sigma > 0$) знаки коэффициентов h'' и h' противоположны, т.е. амплитуда убывает в направлении $+z$, если $h' > 0$, и в обратном направлении, если $h' < 0$. В качестве характеристики скорости затухания волны обычно используются либо непосредственно величина $|h''|$ (называемая постоянной затухания или коэффициентом затухания), либо обратная ей величина $l_a = 1/|h''|$, называемая дли-

ной затухания и представляющая собой расстояние, на котором амплитуда убывает в « e » раз. При заданном значении мнимых частей ε и μ эти величины зависят от того, насколько частота волны далека от критической. В частности, для немагнитной среды ($\mu = 1$) при выполнении неравенства

$$k_0^2 \varepsilon' - \kappa^2 \gg k_0^2 \varepsilon'', \quad (1.36)$$

как следует из (1.31), (1.32),

$$h' \approx \sqrt{k_0^2 \varepsilon' - \kappa^2}, \quad l_a = \frac{1}{|h''|} \approx \frac{2}{k_0^2 \varepsilon''} \sqrt{k_0^2 \varepsilon' - \kappa^2}, \quad (1.37)$$

Скорость затухания резко возрастает (разумеется, в пределах применимости формулы (1.37), устанавливаемых неравенством (1.36)) при стремлении к нулю подкоренного выражения, т.е. при приближении ω к ω_{cr} . При $\omega \gg \omega_{cr}$ отношение мнимой и действительной частей постоянной распространения пропорционально величине $|\varepsilon''|/\varepsilon' = \tan \delta$, называемой тангенсом угла потерь среды: $|h''|/h' = (1/2) \tan \delta$.

Потери энергии в металлических стенках ЛП могут быть учтены на основании граничного условия Леонтовича, связывающего между собой тангенциальные компоненты полей на границе хорошего проводника в условиях сильного скин-эффекта:

$$\mathbf{E}_\tau = \zeta_s [\mathbf{H} \times \mathbf{n}]; \quad \zeta_s = \zeta_0 \sqrt{\mu_s / \varepsilon_s} \quad (1.38)$$

Здесь \mathbf{n} – внутренняя нормаль к границе проводника, $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ – волновое сопротивление вакуума, ζ_s – поверхностный импеданс проводника, определяемый его относительными комплексными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_s , μ_s . В проводниках, используемых обычно в ЛП (в радио- и СВЧ диапазонах) $\mu_s \cong 1$, $\varepsilon_s \cong -i\sigma / \omega \varepsilon_0$; при этом $|\varepsilon_s| \gg 1$, $|\zeta_s| \ll \zeta_0$. Условие (1.38) позволяет записать погонную мощность потерь в проводниках (средний поток энергии в стенки на единицу длины линии) в виде

$$P_s = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \zeta_s \oint |\mathbf{H}|^2 dl, \quad (1.39)$$

где интеграл вычисляется по граничному контуру поперечного сечения линии. Как следует из закона сохранения энергии, мощность потерь P_s и скорость изменения потока энергии волны P_w по оси z в случае, если волна распространяется в $+z$ направлении, связаны соотношением

$$\frac{dP_w}{dz} = -P_s, \quad (1.40)$$

откуда, при учете квадратичной зависимости величины P_w от амплитуд полей $|\mathbf{E}_\perp|, |\mathbf{H}_\perp|$ и экспоненциальной зависимости этих амплитуд от продольной координаты z ($|\mathbf{E}_\perp|, |\mathbf{H}_\perp| \sim e^{-|h''|z}$, $P_w \sim e^{-2|h''|z}$, $dP_w/dz = -2|h''|P_w$), получаем выражение, позволяющее рассчитать коэффициент затухания волны по известным значениям мощностей P_s и P_w :

$$|h''| = \frac{P_s}{2P_w} = \frac{\operatorname{Re} \zeta_s \oint |\mathbf{H}|^2 dl}{2 \operatorname{Re} \zeta_\perp \iint |\mathbf{H}_\perp|^2 ds}. \quad (1.41)$$

(интеграл в знаменателе берется по всей площади поперечного сечения линии). В случае сравнительно слабого затухания ($h'' \ll h'$) в качестве поля \mathbf{H} в эту формулу можно подставлять поле $\mathbf{H}^{(0)}(\mathbf{r}_\perp)$, рассчитанное для идеальной линии (при $\zeta_s = 0$). Для каждого типа волны величина коэффициента затухания зависит от характерных размеров линии, проводимости стенок и частоты. Исследование этих зависимостей на основании общих выражений для полей ТЕ, ТМ и ТЕМ волн в идеальных линиях передачи приводит к следующим результатам.

С приближением частоты волны к критическому значению, т.е. при $h' \rightarrow 0$, скорость затухания резко возрастает: в рамках приближения, основанного на замене $\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H}^{(0)}$, величина $h'' \rightarrow \infty$. Причину этого (так же как и в рассмотренном выше случае затухания, обусловленного потерями в заполняющей среде) можно пояснить на основе описанной в предыдущем разделе концепции Бриллюена. С приближением к критической частоте угол α между осью z и волновыми векторами плоских волн, образующих данную моду, приближается к $\pi/2$, в результате чего число отражений от стенок и полный путь, который должна пройти в заполняющей среде плоская волна, чтобы распространиться в продольном направлении внутри волновода на некоторое определенное расстояние Δz , сильно возрастают, что при неидеальности стенок или заполняющей среды ведет к сильному росту потерь.

С увеличением частоты затухание сначала убывает, но затем, в области $\omega \gg \omega_{cr}$ вследствие роста величины поверхностного сопротивления $\operatorname{Re} \zeta_s \sim \sqrt{\omega/\sigma}$, входящего в числитель формулы (1.41), как правило, растет пропорционально $\sqrt{\omega}$ (исключение составляют лишь симметричные моды TE_{0n} круглого волновода, о которых будет сказано ниже). При некоторой частоте $\omega = \omega_{\min}$ величина $|h''|$ принимает минимально возможное (для данного типа волны и данных размеров волновода) значение.

Для низшей моды TE_{10} прямоугольного волновода, наиболее часто используемой при передаче волн сантиметрового диапазона, коэффициент затухания на основании формул (1.10), (1.27), (1.41) можно представить в виде

$$|h''| = \frac{1}{D} \frac{(a/2b)v^2 + 1}{\sqrt{v(v^2 - 1)}}, \quad (1.42)$$

где $D = a\sqrt{\sigma/2\omega_{cr}\epsilon_0}$, $v = \omega/\omega_{cr}$, $\omega_{cr} = \pi c/(a\sqrt{\epsilon\mu})$. На рис. 1.6 (кривая А) приведен график зависимости величины $h''D$ от величины v для прямоугольного волновода с отношением сторон $a/b = 2$.

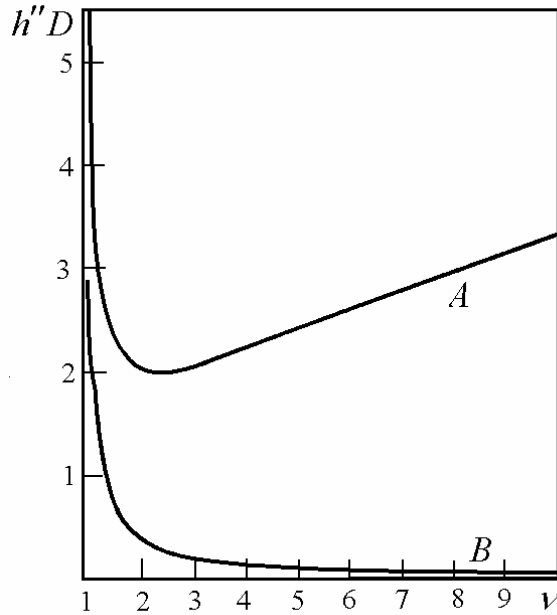


Рис. 1.6. Коэффициенты затухания как функции частоты для волны TE_{11} прямоугольного волновода при $a/b = 2$ (кривая А) и волны TE_{01} круглого волновода (кривая В)

Минимум поглощения в этом случае достигается при $v \approx 2,42$, но в качестве рабочих обычно используются несколько меньшие значения этого параметра ($v < 2$), поскольку при $v > 2$ в данном волноводе становятся распространяющимися волны высших типов TE_{01} и TE_{20} , что, как правило, сильно осложняет его использование в системах связи.

Абсолютные значения коэффициента затухания снижаются при увеличении размеров волновода: если отношение ω/ω_{cr} лежит вблизи минимума поглощения, то $h'' \sim 1/a^{3/2}$; при фиксированных значениях частоты ω , значительно превышающих критическое, $h'' \sim 1/a$. В частности, для медного (или латунного) волновода с проводимостью $\sigma \approx 5.5 \cdot 10^7$ сим/м и размерами $a = 2$ см, $b = 1$ см, примерно соответствующими стандартам, принятым для волн сантиметрового диапазона, при $\lambda = 2.5$ см ($v = 1.7$) находим $h'' \approx 1.4 \cdot 10^{-2}$ 1/м, т.е. длина затухания $l_a \approx 70$ м. Из-за окисления поверхностных слоев стенок волновода, приводящего к снижению эффективной величины проводимости, а также из-за наличия на стенке мелких шероховатостей, приводящих к рассеянию волны, бегущей в заданном направлении, во встречную волну, реальный

коэффициент затухания оказывается несколько выше рассчитанной величины, так что для передачи энергии на расстояния более 10 м прямоугольные волноводы в СВЧ диапазоне обычно не применяются.

Сходным поведением при изменении частоты и примерно такими же по порядку величины коэффициентами затухания обладают и другие типы волн в прямоугольном и других волноводах. Исключение составляют, как было сказано выше, лишь волны типа TE_{0n} в круглом волноводе. В этих волнах тангенциальная компонента магнитного поля на стенке, определяющая величину потока энергии в металл (контурный интеграл в формуле (1.39)), совпадает с продольной компонентой H_z , которая стремится к нулю при $\omega/\omega_{cr} \rightarrow \infty$, поскольку волна при этом приближается к поперечной: $H_z/H_r \sim \kappa/k = \omega_{cr}/\omega$. В результате коэффициент затухания, несмотря на рост поверхностного сопротивления ($R_c \sim \sqrt{\omega}$), с увеличением частоты стремится к нулю как $\omega^{-3/2}$. Частотная зависимость коэффициента затухания первой из этих волн TE_{01} , определяемая выражением

$$|h''| = \frac{1}{D} \frac{1}{\sqrt{v(v^2 - 1)}}, \quad v = \omega/\omega_{cr}, \quad D = 2a \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega_{cr}\epsilon_a}} \quad (1.43)$$

(здесь a – радиус волновода), также представлена на рис. 1.6 (кривая B). К сожалению, волна TE_{01} не является низшей модой круглого волновода, поэтому, несмотря на слабое затухание, в линиях связи она находит ограниченное применение.

1.5. Телеграфные уравнения для ТЕМ волн

Главные волны в двухпроводных ЛП (коаксиальной, полосковой и т.п.) могут быть описаны на основании простой эквивалентной квазистационарной схемы с использованием понятий тока $I(z, t)$, текущего в проводе 1 (при этом в проводе 2 течет ток $-I$) и напряжения между проводами

$$U(z, t) = \int_1^2 (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}), \quad (1.44)$$

определяемого в каждом поперечном сечении линии как интеграл по произвольному линейному контуру, соединяющему провода 1 и 2 в плоскости этого поперечного сечения. Функции $I(z, t)$, $U(z, t)$ удовлетворяют так называемым *телеграфным уравнениям*, которые для идеальной линии, погруженной в непроводящую среду без дисперсии, записываются в виде

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -C \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -L \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (1.46)$$

Здесь C и L – погонные параметры линии (емкость и индуктивность единицы длины). Эти уравнения фактически представляют собой одномерный аналог уравнений Максвелла для поперечных полей и могут быть получены путем применения известных законов Кирхгофа для квазистационарных цепей к любому элементарному отрезку линии длиной Δz (с последующим предельным переходом $\Delta z \rightarrow 0$) с использованием простой эквивалентной схемы (см. рис.1.7), в которой $\Delta L = L \cdot \Delta z$, $\Delta C = C \cdot \Delta z$.

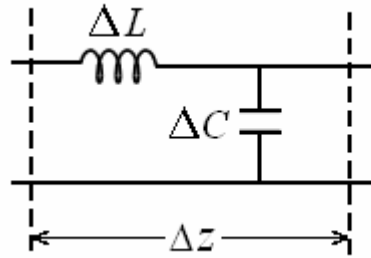


Рис. 1.7. Эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии без потерь

Каждая из величин I , U , представляющая собой соответственно аналог напряженности магнитного или электрического полей, как следует из приведенных уравнений, удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \{I, U\}}{\partial z^2} - LC \frac{\partial^2 \{I, U\}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.47)$$

в котором роль скорости волны играет величина $V = 1/\sqrt{LC}$. Это уравнение имеет два линейно независимых решения, являющихся функциями переменных $z \mp Vt$, т.е. описывающих волны, бегущие в $+z$ или $-z$ направлении. Отношение напряжения к току в бегущей волне $Z_w = \pm U/I$, называемое *волновым сопротивлением* (или *волновым импедансом*) линии, так же как и скорость волны, выражается через параметры L и C :

$$\pm \frac{U}{I} = Z_w = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.48)$$

(знаки $+$ и $-$ относятся соответственно к волнам, бегущим в направлении $+z$ и $-z$). Эти погонные параметры зависят от геометрии поперечного сечения линии, однако их произведение, как следует из выражения, определяющего скорость ТЕМ волны в любой линии ($V = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a}$), зависит только от свойств заполняющей среды:

$$LC = \epsilon_a \mu_a, \quad (1.49)$$

что позволяет выразить волновое сопротивление через погонную емкость или самоиндукцию: $Z_w = (CV)^{-1} = LV$. Заметим, что величина Z_w представляет

собой аналог поперечного волнового импеданса ζ_{\perp} , определяемого формулой (1.14) в разделе (1.1) как отношение поперечных компонент электрического и магнитного полей в бегущей волне. Обе величины имеют в используемой нами системе единиц $СИ$ одну и ту же размерность (Ом) и пропорциональны волновому сопротивлению ζ_a заполняющей среды, однако, в отличие от величины ζ_{\perp} , просто совпадающей (для ТЕМ волны) с ζ_a , величина Z_w , как мы увидим, зависит от формы и размеров поперечного сечения линии.

В случае гармонической зависимости от времени ($U, I \sim e^{i\omega t}$) телеграфные уравнения (1.45), (1.46) и волновое уравнение (1.47) принимают вид

$$\frac{dI}{dz} + i\omega CU = 0, \quad (1.50)$$

$$\frac{dU}{dz} + i\omega LI = 0, \quad (1.51)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \{U, I\} + \omega^2 LC \{U, I\} = 0. \quad (1.52)$$

В отличие от (1.45)-(1.47), эти уравнения справедливы и для сред с временной дисперсией, когда параметры L и C , а следовательно, и определяемые ими скорость волны V и волновое сопротивление Z_w являются функциями частоты. Поток энергии, переносимой бегущей монохроматической волной вдоль линии, как нетрудно показать, используя равенства (1.15), выражается через комплексные амплитуды тока и напряжения тем же соотношением, что и в квазистационарной цепи, нагруженной на сопротивление, равное волновому:

$$P_w = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U I^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{1}{Z_w} \right) |U|^2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} Z_w |I|^2. \quad (1.53)$$

Поглощение волны, всегда имеющее место в реальной линии, в рамках используемого метода обычно учитывается путем введения в уравнения (1.45), (1.46) двух дополнительных параметров, описывающих потери энергии: погонного сопротивления проводов R и погонной проводимости утечки Y , определяемой конечной проводимостью среды, разделяющей провода. При этом эквивалентная схема элементарного отрезка линии, изображенная на рис. 1.7, заменяется схемой рис. 1.8, в которой последовательно с индуктивностью $\Delta L = L \cdot \Delta z$ включается активное сопротивление $\Delta R = R \cdot \Delta z$, а параллельно емкости $\Delta C = C \cdot \Delta z$ между проводами – элемент с обратным сопротивлением $\Delta Y = Y \cdot \Delta z$.

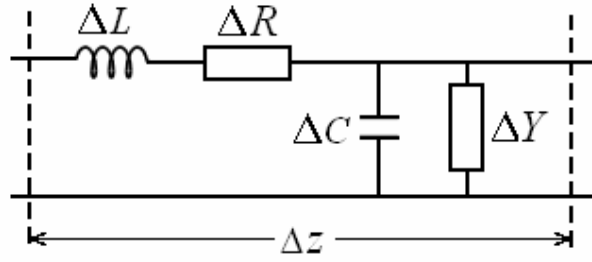


Рис. 1.8. Эквивалентная схема отрезка двухпроводной линии с потерями

Соответственно такому изменению эквивалентной схемы уравнения (1.45)-(1.47) заменяются на

$$\frac{dI}{dz} + (i\omega C + Y)U = 0, \quad (1.54)$$

$$\frac{dU}{dz} + (i\omega L + R)I = 0, \quad (1.55)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \{U, I\} + (\omega C - iY)(\omega L - iR) \{U, I\} = 0. \quad (1.56)$$

Продольное волновое число h и волновое сопротивление линии Z_w (отношение комплексных амплитуд напряжения и тока в бегущей волне) теперь оказываются комплексными. В частности, в отсутствие токов утечки между проводами ($Y = 0$) и при условии $R \ll \omega L / c^2$ для волны, бегущей в направлении $+z$,

$$h' \approx \omega \sqrt{LC}, \quad h'' \approx -\frac{R}{2Z_w'}, \quad (1.57)$$

$$Z_w = Z_w' + iZ_w'', \quad Z_w' \approx \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad Z_w'' \approx -\frac{R}{2\omega \sqrt{LC}}. \quad (1.58)$$

Расчет затухания главной (ТЕМ) волны в линии, близкой к идеальной, можно проводить, конечно, и на основании выражений (1.41), пригодных при большой величине проводимости σ для волн любого типа и указывающих, по существу, рецепт расчета входящего в формулы (1.55)-(1.58) сопротивления R в случае сильного скин-эффекта. Зависимость коэффициента затухания от частоты и характерного размера l контура поперечного сечения проводников линии в этом случае такая же, как в волноводах на высоких частотах: $|h''| \sim R \sim 1/(\sigma \delta l) \sim \sqrt{\omega / \sigma} l^{-1}$, где $\delta = \sqrt{2/(\sigma \mu_a \omega)}$ – так называемая толщина

скин-слоя (глубина проникновения поля в металл), предполагаемая малой по сравнению с характерными поперечными размерами проводников.

Заметим, что метод описания волн в ЛП, подобный рассматриваемому (использующий понятия некоторых эффективных токов и напряжений, удовлетворяющих телеграфным уравнениям), может быть распространен как метод эквивалентных схем за те рамки, в пределах которых он был обоснован выше. В частности, в ряде случаев оказывается удобным описывать на его основе не только ТЕМ волны, но и волны ТЕ и ТМ типов в регулярных (продольно однородных) линиях, а также волновые поля в так называемых периодических структурах – нерегулярных направляющих системах, свойства которых (включая геометрию границ) зависят от продольной координаты. Эквивалентные погонные параметры L и C в этом случае не подчиняются условию (1.39) и в каждом конкретном случае должны рассчитываться по отдельности для каждой волны (или ее пространственной гармоники) на основании решения соответствующей электродинамической задачи.

Рассмотрим поперечную структуру полей ТЕМ волны и рассчитаем характеризующие ее параметры L, C, Z_w, R для некоторых наиболее часто используемых двухпроводных линий.

Коаксиальная линия (коаксиальный кабель) – круглая труба, в которую вставлен имеющий с ней общую ось круглый стержень. Проводящие поверхности трубы и стержня ограничивают двусвязную цилиндрическую область с внутренним и внешним радиусами a и b . Поскольку эта линия является закрытой, в ней могут существовать волны всех рассмотренных типов, однако на практике она используется только для передачи ТЕМ волны с $k = 0$, $\lambda_{cr} = \infty$. Электрическое и магнитное поля этой волны имеют чисто статическую поперечную структуру (см. рис. 1.9) и описываются в полярных координатах r, ϑ (естественным образом вводимых в поперечном сечении линии) выражениями

$$E_r = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} H_\vartheta = \frac{A}{r} \quad (a < r < b; \quad A = \text{const}). \quad (1.59)$$

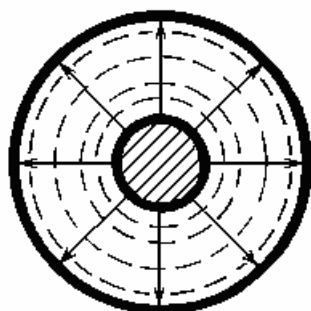


Рис. 1.9. ТЕМ волна в коаксиальной линии

Электрическое поле в любой плоскости $z = \text{const}$ совпадает с полем цилиндрического конденсатора, а магнитное – с полем прямого осевого тока. Определяя напряжение и ток в линии

$$U = \int_a^b E_r dr = A \ln \frac{b}{a}, \quad I = 2\pi r H_\vartheta = 2\pi A \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}, \quad (1.60)$$

а также приходящиеся на единицу ее длины заряд центрального проводника и азимутальный (охватывающий центральный проводник) магнитный поток

$$Q_l = 2\pi\varepsilon_a r E_r = 2\pi\varepsilon_a A, \quad \Phi_l = \mu_a \int_a^b H_\vartheta dr = \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} A \ln \frac{b}{a}, \quad (1.61)$$

находим погонную емкость, самоиндукцию и волновое сопротивление линии

$$C = \frac{Q_l}{U} = 2\pi\varepsilon_a \left(\ln \frac{b}{a} \right)^{-1}, \quad L = \frac{\Phi_l}{I} = \frac{1}{2\pi} \mu_a \ln \frac{b}{a}, \quad Z_w = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \ln \frac{b}{a}. \quad (1.62)$$

В частности, волновое сопротивление коаксиальной линии без заполнения ($\zeta_a = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a} = \zeta_0 = 120\pi$) равно $Z_{w0} = 60 \ln(b/a)$ Ом. Полное погонное сопротивление линии из немагнитных проводников ($\mu = 1$) с проводимостью σ и определяемая им постоянная затухания в случае сильного скин-эффекта

$$R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad |h''| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \varepsilon_0}{2\sigma}} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \ln^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad (1.63)$$

Симметричная двухпроводная линия (два круглых параллельных провода), как и любая идеальная линия открытого типа, может поддерживать только волну ТЕМ. Электрическое поле этой волны в каждом поперечном сечении – это поле двух бесконечно длинных разноименно заряженных параллельных проводников. В случае, если радиусы проводов a много меньше расстояния между ними, электрическое поле волны в поперечном сечении близко к полю двумерного электрического диполя:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi} Q_l \left(\frac{\mathbf{r}_1}{r_1^2} - \frac{\mathbf{r}_2}{r_2^2} \right), \quad (1.64)$$

где Q_l – погонная плотность заряда на одном проводнике, $\mathbf{r}_{1,2}$ – векторы в поперечной плоскости, проведенные из центров проводников в точку наблюдения. Семейство силовых линий магнитного поля, как и в любой волне ТЕМ, ортогонально линиям электрического поля (см. рис. 1.10)

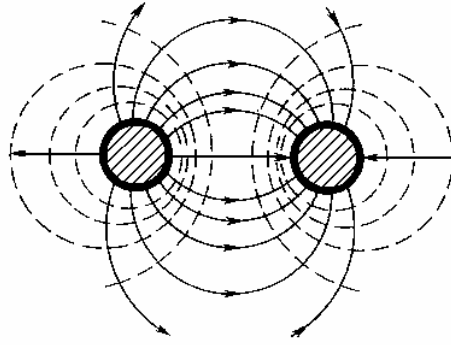


Рис. 1.10. TEM волна в симметричной двухпроводной линии

Расчеты, аналогичные предыдущим, приводят к следующим приближенным (справедливым при условии $d/a \gg 1$) выражениям для погонных параметров и волнового сопротивления линии

$$C = \pi \epsilon_a \left(\ln \frac{d}{a} \right)^{-1}, \quad L = \frac{1}{\pi} \mu_a \ln \frac{d}{a}, \quad Z_w = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \ln \frac{d}{a}, \quad R = \frac{1}{\pi a} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (1.65)$$

Микрополосковая линия (или несимметричная полосковая линия) – линия, образованная тонкой металлической полоской, нанесенной на слой диэлектрика или магнитодиэлектрика (так называемая подложка с отличными от единицы значениями ϵ и μ), лежащий, в свою очередь, на широком плоском металлическом основании (экране). Эта линия, представляет собой одну из разновидностей так называемых *планарных структур*, широко используемых в настоящее время в *интегральных схемах* с целью обеспечения простоты изготовления, компактности и миниатюризации различных элементов СВЧ техники. Строго говоря, микрополосковая линия не принадлежит к числу рассмотренных нами выше линий с однородным заполнением: диэлектрический слой в ней занимает не всю область существования поля, и поэтому волны в такой линии не относятся ни к одному из рассмотренных типов (ТЕ, ТМ или TEM), а являются *гибридными* (в них присутствуют продольные компоненты электрического и магнитного полей). Однако в ряде предельных случаев волна низшего типа в микрополосковой линии (как и в симметричной полосковой линии) является почти поперечной (продольные компоненты полей малы) и может быть приближенно описана как волна типа TEM. Такое описание будет абсолютно строгим в случае, если диэлектрическая подложка вообще отсутствует, т.е. полоска и экран разделены промежутком конечной толщины d , имеющим те же параметры, что и окружающая среда ($\epsilon = \mu = 1$). Поля в такой линии (над экраном) совпадают с полями в симметричной линии, образованной двумя одинаковыми параллельными полосками в свободном пространстве (вторая из них представляет собой электростатическое изображение первой в плоскости экрана). Если при этом ширина полоски $a \gg d$, то электрическое поле близко к полю плоского конденсатора со слабым краевым эффектом, т.е. сосредоточено в основном в промежутке между полосками и почти однородно в этом промежутке. В этой же области сосредоточено и магнитное поле, представляющее собой поле двух токов, текущих по полоскам в противоположных направлениях.

При большой ширине полосы $a \gg d$ данный подход приближенно справедлив и в случае отличия параметров магнитодиэлектрической прослойки от внешних, поскольку и в этом случае краевой эффект в плоском конденсаторе, образуемом проводниками линии, мал и поля в основном сосредоточены в той же области под полосой, где значения ε и μ постоянны (рис. 1.11).

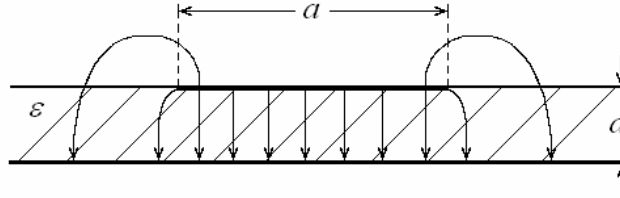


Рис. 1.11. Электрическое поле квазипоперечной волны в поперечном сечении микрополосковой линии

Если при этом длина волны в линии много больше ширины полосы ($d \ll a \ll c/(\omega\sqrt{\varepsilon\mu})$), то других волновых мод в данной линии нет и рассматриваемая квазипоперечная (близкая к ТЕМ) волна является единственно возможной, как в однородной открытой двухпроводной линии. Поле между проводниками линии в этом приближении совпадает с полем плоской однородной волны в однородной среде с проницаемостями ε и μ , дисперсионное уравнение имеет вид $h = k = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon\mu}$, фазовая скорость $V = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, а погонные параметры и волновое сопротивление в случае сильного скин-эффекта определяются выражениями

$$C = \frac{\varepsilon_a a}{d}, \quad L = \frac{\mu_a d}{a}, \quad Z_w = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \frac{d}{a}, \quad R = \frac{1}{ca} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}. \quad (1.66)$$

Более точный расчет параметров волны в несимметричной полосковой линии может быть проведен на основании следующих приближенных выражений, определяющих (в случае $\mu = 1$, $\lambda \gg a, d$) волновое сопротивление и фазовую скорость при произвольном соотношении между размерами a и d [9,10]:

$$Z_w = \begin{cases} \left[\frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \left[\frac{a}{d} + 1,393 + 0,667 \ln \left(\frac{a}{d} + 1,444 \right) \right] \right]^{-1} & \text{при } a \geq d \\ \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}} \ln \left(\frac{8d}{a} + \frac{a}{4d} \right) & \text{при } a < d \end{cases},$$

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}, \quad \varepsilon_{ef} = \frac{1}{2}(\varepsilon + 1) + \frac{1}{2}(\varepsilon - 1) \left(1 + 12 \frac{d}{a} \right)^{-1/2}.$$

1.6. Расчет отражений в линии. Формула преобразования импедансов. Согласование линии с нагрузкой

В условиях, когда длина волны много больше поперечных размеров линии и в ней могут распространяться только главные (ТЕМ) волны, описанный

выше метод, основанный на использовании понятий тока и напряжения и позволяющий отвлечься от рассмотрения поперечной (по сути дела известной и фиксированной) структуры поля, существенно упрощает анализ отражения волн от различных препятствий и нерегулярностей в ЛП. Такие нерегулярности (скачки параметров, нагрузки на конце линии) с неизбежностью присутствуют в схемах передачи электромагнитной энергии от источника (генератора) к потребителю (приемнику). Задача расчета передающих свойств линии сводится при этом к определению эквивалентной квазистационарной схемы нерегулярности и эквивалентных параметров (импедансов) ее отдельных элементов.

При гармонической зависимости полей от времени комплексные амплитуды тока и напряжения в линии представляют собой суммы соответствующих величин в двух волнах, распространяющихся в направлениях $+z$ (падающая волна) и $-z$ (отраженная волна):

$$U(z) = U_i e^{-ikz} + U_r e^{ikz}; \quad I(z) = I_i e^{-ikz} + I_r e^{ikz}, \quad (1.67)$$

причем

$$I_i = \frac{1}{Z_w} U_i, \quad I_r = -\frac{1}{Z_w} U_r. \quad (1.68)$$

Отношение комплексных амплитуд напряжения и тока определяет в общем случае *импеданс* в линии $Z(z) = U(z)/I(z)$ как функцию продольной координаты. Пусть в некоторой точке ($z=0$) линия оборвана, а к ее концу подключена сосредоточенная нагрузка с заданным импедансом Z_l . Тогда граничное условие $Z(0) = Z_l$ и соотношения (1.68) позволяют найти коэффициент отражения волны от нагрузки

$$R = \frac{U_r}{U_i} = \frac{Z_l - Z_w}{Z_l + Z_w} \quad (1.69)$$

и величину *входного импеданса* $Z_{in} = Z(-l)$ на любом заданном расстоянии l от нее

$$Z_{in} = Z_w \frac{Z_l + iZ_w \operatorname{tg} kl}{Z_w + iZ_l \operatorname{tg} kl}. \quad (1.70)$$

Этот входной импеданс, в свою очередь, играет роль импеданса нагрузки для участка линии $z < -l$, который может, в принципе, иметь другое волновое сопротивление Z_{w1} (рис. 1.12).

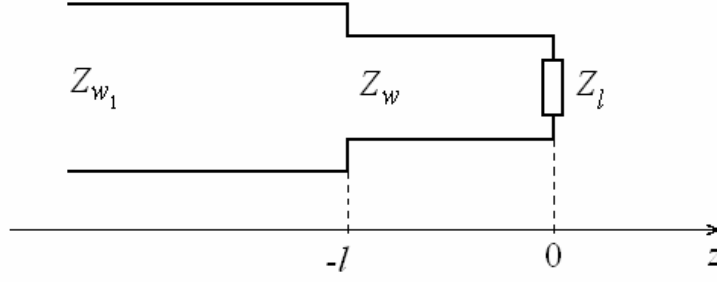


Рис. 1.12. К расчету коэффициента отражения от места сочленения двух линий с различными волновыми сопротивлениями

При этом коэффициент отражения R_l волны, падающей на данную систему из области $z < -l$, определяется формулой, аналогичной (1.69), в которой следует произвести замены: $Z_l \rightarrow Z_{in}$, $Z_w \rightarrow Z_{w1}$. Данный метод, позволяющий, в принципе, производить расчет отражения волн в линии при наличии в ней нескольких сочленений и сосредоточенных нагрузок, находит применение при решении задачи *согласования* генератора с нагрузкой, т.е. достижения нулевой (или минимальной) амплитуды волны, возвращающейся от нагрузки к генератору. Различные методы согласования и используемые для его достижения приборы и устройства рассмотрены в разделе 3.

1.7. Возбуждение линий передачи заданными источниками

Пусть внутри некоторой ограниченной области (на интервале (z_1, z_2)) закрытой ЛП заданы сторонние электрические и магнитные токи с плотностями

$$\mathbf{j}^{(e)}(\mathbf{r})e^{i\omega t}, \quad \mathbf{j}^{(m)}(\mathbf{r})e^{i\omega t}. \quad (1.71)$$

Если для этой линии известна полная система ее собственных волн

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{p0}(\mathbf{r}_\perp)e^{-ih_p z}, \quad \mathbf{H}_p(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{p0}(\mathbf{r}_\perp)e^{-ih_p z}, \quad (1.72)$$

то поля (комплексные амплитуды), создаваемые в линии токами (1.71), вне интервала (z_1, z_2) могут быть представлены в виде разложения по этим волнам:

$$\mathbf{E} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} a_p \mathbf{E}_p, \quad \mathbf{H} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} a_p \mathbf{H}_p. \quad (1.73)$$

Здесь $p = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ – индекс, нумерующий собственную волну (моду). Моды, индексы которых равны по модулю, но противоположны по знаку, имеют одинаковую поперечную структуру и различаются лишь знаком продольного

волнового числа: ($h_{-p} = -h_p$), причем знаки величин h_p' и $-h_p''$ совпадают со знаком p . Как следует из принципа причинности, все волны должны либо убегать от области источников (при $\omega > \omega_{cr}(p)$), либо экспоненциально убывать с удалением от нее (при $\omega < \omega_{cr}(p)$). Поэтому в области $z > z_2$ равны нулю все коэффициенты a_p с $p < 0$; а в области $z < z_1$ равны нулю все a_p с $p > 0$. Остальные, в общем случае не равные нулю, коэффициенты a_p могут быть найдены при помощи леммы Лоренца и вытекающих из нее соотношений ортогональности для полей собственных мод [1]. Соответствующие выражения для a_p и a_{-p} ($p > 0$) имеют вид

$$\text{при } z > z_2: \quad a_p = \frac{1}{N_p} \iiint_{(z_1, z_2)} [(\mathbf{j}^{(e)} \cdot \mathbf{E}_{-p}) - (\mathbf{j}^{(m)} \cdot \mathbf{H}_{-p})] dV, \quad (1.74)$$

$$\text{при } z < z_1: \quad a_{-p} = \frac{1}{N_p} \iiint_{(z_1, z_2)} [(\mathbf{j}^{(e)} \cdot \mathbf{E}_p) - (\mathbf{j}^{(m)} \cdot \mathbf{H}_p)] dV, \quad (1.75)$$

Здесь интегрирование производится по всему объему, заключенному между сечениями z_1, z_2 ; величина

$$N_p = \iint (\mathbf{E}_p \times \mathbf{H}_{-p} - \mathbf{E}_{-p} \times \mathbf{H}_p) \mathbf{e}_z ds \quad (1.76)$$

называется нормой волны p (интегрирование в (1.76) производится по площади поперечного сечения ЛП.)

В области внутри источников ($z_1 < z < z_2$) поле представляется в виде

$$\mathbf{E} = \sum_{p=1}^{\infty} (a_p(z) \mathbf{E}_p + a_{-p}(z) \mathbf{E}_{-p}) + \frac{i}{\omega \epsilon_a} \mathbf{e}_z j_z^{(e)}, \quad (1.77)$$

$$\mathbf{H} = \sum_{p=1}^{\infty} (a_p(z) \mathbf{H}_p + a_{-p}(z) \mathbf{H}_{-p}) + \frac{i}{\omega \mu_a} \mathbf{e}_z j_z^{(m)}, \quad (1.78)$$

$$a_p(z) = \frac{1}{N_p} \iiint_{(z_1, z)} [(\mathbf{j}^{(e)} \cdot \mathbf{E}_{-p}) - (\mathbf{j}^{(m)} \cdot \mathbf{H}_{-p})] dV, \quad (1.79)$$

$$a_{-p}(z) = \frac{1}{N_p} \iiint_{(z, z_2)} [(\mathbf{j}^{(e)} \cdot \mathbf{E}_p) - (\mathbf{j}^{(m)} \cdot \mathbf{H}_p)] dV. \quad (1.80)$$

Интегрирование в выражениях (1.79), (1.80) проводится по областям, ограничиваемым соответственно сечениями (z_1, z) и (z, z_2) .

Необходимо иметь в виду, что расчет поля в волноводе может быть произведен непосредственно на основании приведенных выражений только в том случае, если входящие в них источники $\mathbf{j}_e, \mathbf{j}_m$ заданы и могут рассматриваться как сторонние. Близкая к этому ситуация реализуется, например, в случае возбуждения волновода при помощи короткого металлического штыря, вводимого внутрь волновода через малое отверстие в его стенке. Соответствующая схема, в которой штырь представляет собой продолжение центрального проводника коаксиальной линии, подводящей энергию к волноводу, изображена на рис 1.13(а).

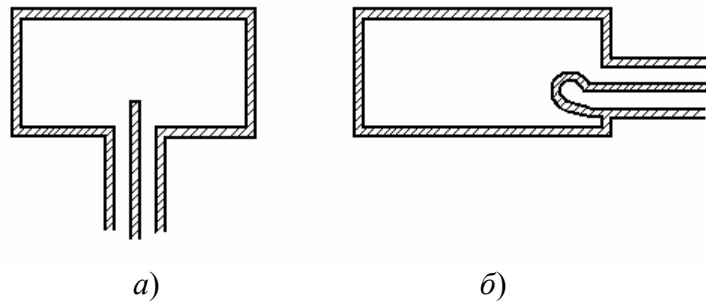


Рис. 1.13. Схемы возбуждения волны типа TE_{10} (низшей моды) прямоугольного волновода при помощи штыря (а) и петли (б). Показаны поперечное сечение волновода и осевое сечение соединенной с ним коаксиальной линии.

Источником в этом случае фактически является электрический диполь, ориентированный перпендикулярно стенке волновода. При этом коэффициент возбуждения $a_{\pm p}$, определяющий амплитуду соответствующей моды, как следует из (1.74)-(1.75), пропорционален нормальной компоненте электрического поля этой моды на стенке волновода в точке ввода штыря Q :

$$a_{\pm p} = \frac{1}{N_p} I l (\mathbf{E}_{\mp p}(Q) \cdot \mathbf{n}). \quad (1.81)$$

Здесь \mathbf{n} – вектор нормали к стенке, l – длина штыря, I – амплитуда тока в нем, зависящая от амплитуды падающей волны в коаксиальной линии и от отношения ее волнового импеданса и импеданса эквивалентной оконечной нагрузки. Другой способ возбуждения – при помощи проволочной петли – показан на рис. 1.13(б). Введенный внутрь волновода центральный провод коаксиальной линии в этой схеме не обрывается, а образует петлю (рамку с площадью s , обтекаемую током I), замыкающуюся на стенку волновода. Такая рамка эквивалентна переменному магнитному диполю с магнитным моментом $m = s I$, направленным по нормали \mathbf{I} к ее площади. Коэффициент возбуждения (определяемый в этом случае эквивалентным магнитным током) равен

$$a_{\pm p} = \frac{i\omega\mu_0}{N_p} I s(\mathbf{H}_{\mp p}(Q) \cdot \mathbf{l}). \quad (1.82)$$

Для эффективного возбуждения какой-либо моды, как следует из приведенных формул, дипольный штырь должен быть ориентирован параллельно электрическому полю данной моды и располагаться в его максимуме, а петля с током должна располагаться в максимуме магнитного поля и ориентироваться перпендикулярно ему своей плоскостью.

Наряду с рассмотренными способами возбуждения волновода при помощи сосредоточенных источников сравнительно малых размеров (штыря или петли), на практике часто используются и другие схемы возбуждения, расчет которых не сводится к описанной выше простой методике. Примером является система, образованная двумя волноводами, связанными между собой через отверстие (или совокупность отверстий) в стенках. Для расчета амплитуд и фаз волн, возбуждаемых в одном из волноводов волной заданной амплитуды, распространяющейся в другом (возбуждающем) волноводе, требуется решить *задачу дифракции*. В некоторых случаях, например, когда отверстие представляет собой узкую щель, эта задача путем замены электрического поля в щели текущим вдоль нее эквивалентным поверхностным магнитным током опять сводится к описанной выше методике (см. [1]). Однако в общем случае ее решение может быть найдено только с использованием численных методов. Один из них, основанный на конечно-разностной численной схеме FDTD, широко применяемой в настоящее время при расчетах полей в разнообразных электродинамических системах, описан в Приложении.

2. Резонаторы

Резонаторы – электродинамические системы, в которых на определенных частотах происходит сильный рост запасенной электромагнитной энергии. В силу этого они обладают высокой частотной избирательностью и являются неотъемлемыми элементами многих важных узлов линий связи: генераторов и усилителей сигналов, частотных фильтров, измерителей и т.д.).

2.1. Собственные электромагнитные колебания в идеальных полых резонаторах

Наибольшее применение в СВЧ диапазоне находят так называемые полые (или объемные) резонаторы – закрытые электродинамические системы, характеризующиеся определенным набором собственных (резонансных) частот.

Идеальный полый резонатор (полость в идеальном проводнике или область пространства, ограниченная замкнутой идеально проводящей оболочкой) представляет собой колебательную электродинамическую систему, в которой возможны незатухающие собственные (свободные) колебания. Каждое колебание (так называемая *мода* резонатора) характеризуется определенной структурой поля, т.е. пространственным распределением комплексных амплитуд электрического и магнитного полей $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$, и собственной частотой ω . Спектр мод пустого резонатора (или резонатора, заполненного однородной средой с относительными проницаемостями ϵ и μ) определяется на основании решения задачи об отыскании собственных функций и собственных значений для векторного уравнения Гельмгольца

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.1)$$

(с вытекающим из уравнений Максвелла дополнительным условием $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$) и условием $\mathbf{E}_\tau = 0$ на граничной поверхности S . Собственные значения волнового числа в этой задаче $k = (\omega/c)\sqrt{\epsilon\mu}$, определяющие собственные частоты ω , чисто действительны и зависят лишь от формы и размеров граничной поверхности.

Собственные колебания в резонаторе, образованном путем «металлизации» двух поперечных сечений идеального волновода, представляют собой стоячие волны (ТЕ, ТМ или ТЕМ типов) этого волновода.. Спектр продольных волновых чисел h таких волн при заданном расстоянии l между поперечными металлическими перегородками (называемыми также закорачивающими пластинами или торцами резонатора), как следует из требования выполнения на них граничного условия $\mathbf{E}_\tau = 0$, дискретен:

$$h = h_p = p\pi/l. \quad (2.2)$$

Здесь p – любое целое число, обозначающее число полуволн стоячей волны, укладывающихся на длине резонатора l . Для волн типа ТМ счет этих чисел начинается с нуля ($p = 0, 1, 2, 3, \dots$), для волн типов ТЕ и ТЕМ – с единицы ($p = 1, 2, 3, \dots$). При $p = 0$ поля не зависят от продольной координаты z , в си-

лу чего поперечная компонента электрического поля \mathbf{E}_\perp во всем объеме резонатора такая же, как на закорачивающих пластинах (где она совпадает с касательной компонентой \mathbf{E}_τ), т.е. тождественно равна нулю. Для волн ТЕ и ТЕМ это соответствует тривиальному решению, т.е. отсутствию собственного колебания с ненулевой амплитудой, а для волн ТМ – решению с чисто продольным (параллельным оси z) электрическим полем. Спектр собственных частот резонатора находится из соотношения, определяющего полное волновое число $k^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon\mu = \kappa^2 + h^2$, т.е. определяется спектром поперечных волновых чисел волновода κ и длиной резонатора (расстоянием между закорачивающими пластинами) L . В частности, для резонатора, представляющего собой отрезок прямоугольного или круглого волноводов,

$$k_{mnp}^2 = \frac{\omega_{mnp}^2}{c^2} \varepsilon\mu = \kappa_{mn}^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2, \quad (2.3)$$

(напомним, что здесь $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость света в вакууме). Моды в таких резонаторах обозначаются таким же способом, как в соответствующем волноводе, но с добавлением третьего индекса: TE_{mnp} , TM_{mnp} . Колебания с поперечным волновым числом $\kappa = 0$, представляющие собой стоячие волны типа ТЕМ, обозначаются TEM_{00p} .

Для прямоугольного резонатора (прямоугольная коробка с внутренними размерами ребер a, b, l) спектр собственных частот определяется выражением

$$\omega_{mnp}^2 = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2 \right]. \quad (2.4)$$

Как ясно из предыдущего, здесь $m, n, p = (0), 1, 2, 3, \dots$; ноль в скобках означает, что одно (и только одно) из трех чисел может быть равно нулю. Каждое из чисел m, n, p представляет собой число вариаций поля (число его пространственных полупериодов или полуволн), укладывающихся на длине соответствующего ребра внутри резонатора. Важное значение для любого резонатора имеет понятие *низшей моды* или *низшего типа колебания* – моды, обладающей наименьшей собственной частотой.

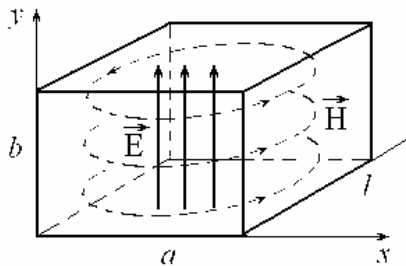


Рис. 2.1

Низшей модой прямоугольного резонатора (в предположении, что $b < a$, $b < l$ и что оси координат x, y, z направлены соответственно вдоль ребер с размерами a, b, l – см. рис. 2.1) является, как следует из (2.4), мода TE_{101} ($m = p = 1, n = 0$). Ее собственная частота

$$\omega_{101} = \frac{c\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{l^2}} \quad (2.5)$$

Эта мода представляет собой стоячую волну, образуемую при сложении двух встречных волн типа TE_{10} прямоугольного волновода, распространяющихся в направлениях $\pm z$. Ее поля не зависят от координаты y – той, которая направлена вдоль наименьшего ребра, и вдоль которой направлено электрическое поле

$$E_y = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{l}, \quad E_x = E_z = 0. \quad (2.6)$$

Здесь E_0 – максимальное значение амплитуды электрического поля ($|E|_{\max} = E_0$), достигающееся в центре резонатора. Компоненты магнитного поля легко выражаются через E_y при помощи уравнений Максвелла:

$$H_x = -\frac{i}{\omega \mu_a} \frac{\partial E_y}{\partial z} = -E_0 \frac{i}{\omega \mu_a} \frac{\pi}{l} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi z}{l}, \quad (2.7)$$

$$H_z = \frac{i}{\omega \mu_a} \frac{\partial E_y}{\partial x} = E_0 \frac{i}{\omega \mu_a} \frac{\pi}{a} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{l}, \quad H_y = 0. \quad (2.8)$$

Картины силовых линий электрического и магнитного полей для этого типа колебания показаны на рис. 2.1 (линии **E** сплошные, линии **H** пунктир).

Для резонатора, имеющего форму прямого кругового цилиндра радиуса a , т.е. представляющего собой закороченный с двух сторон отрезок круглого волновода, поперечное волновое число в уравнении (2.3) определяется корнями функции Бесселя или ее производной (см. гл. 1): для ТМ волн $\kappa_{mn} = \mu_{mn}/a$, $J_n(\mu_{mn}) = 0$; для ТЕ волн $\kappa_{mn} = \nu_{mn}/a$, $J'_n(\nu_{mn}) = 0$.

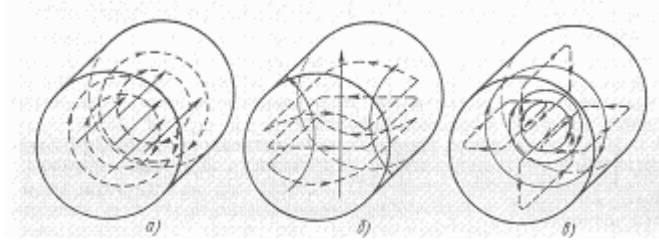


Рис. 2.2

На рис. 2.2 показаны картины силовых линий электрического и магнитного полей (сплошными и пунктирными кривыми соответственно) для колебаний типов TM_{010} (а), TE_{111} (б) и TE_{011} (в).

Если отношение длины резонатора (высоты цилиндра) l к его диаметру $2a$ удовлетворяет условию $l/2a < 1.02$, низшей является мода TM_{010} , в которой электрическое поле направлено по оси цилиндра и зависит только от расстояния до оси, а силовые линии магнитного поля представляют собой окружности с центром на оси (рис.2.2а). Отличные от нуля проекции электрического и магнитного полей (в цилиндрических координатах r, ϑ, z) и собственная частота этой моды определяются выражениями

$$E_z = E_0 J_0(\mu_{01} r/a), \quad H_\vartheta = i \frac{E_0}{\zeta_a} J_1(\mu_{01} r). \quad (2.9)$$

$$\omega_{010} = c \mu_{01} / (a \sqrt{\varepsilon \mu}), \quad (2.10)$$

где $\mu_{01} \approx 2.405$, $\zeta_a = \zeta_0 \sqrt{\mu/\varepsilon}$ – волновой импеданс среды, заполняющей резонатор, $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi \approx 377$ Ом – волновой импеданс вакуума. При выполнении противоположного неравенства $l/2a > 1.02$ низшей является мода TE_{111} (рис. 2.2б), представляющая собой стоячую волну TE_{11} круглого волновода; ее собственная частота

$$\omega_{111} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{v_{11}}{a}\right)^2}, \quad v_{11} \approx 1.84. \quad (2.11)$$

Мода TE_{011} (рис. 2.2в) представляет собой стоячую волну TE_{01} круглого волновода, в которой форму окружностей имеют силовые линии электрического поля.

Полная энергия W электромагнитного поля в резонаторе складывается из электрической (W_e) и магнитной (W_m) энергий. В идеальном резонаторе, заполненном непоглощающей средой (т.е. характеризуемой при частоте рассматриваемого собственного колебания чисто действительными ε и μ), величина W , а также средние по времени значения W_e , W_m , сохраняются (не зависят от времени) и могут быть найдены путем интегрирования по объему резонатора V выражений для соответствующих средних плотностей энергии w_e , w_m :

$$W_e = \iiint_V w_e dV, \quad W_m = \iiint_V w_m dV, \quad (2.12)$$

$$w_e = \frac{\varepsilon_0}{4} \frac{d(\varepsilon \omega)}{d\omega} |\mathbf{E}|^2, \quad w_m = \frac{\mu_0}{4} \frac{d(\mu \omega)}{d\omega} |\mathbf{H}|^2. \quad (2.13)$$

В отсутствие временной дисперсии выражения для плотностей энергии упрощаются:

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{4} |\mathbf{E}|^2, \quad w_m = \frac{\mu_0 \mu}{4} |\mathbf{H}|^2. \quad (2.14)$$

При этом полная электрическая и полная магнитная энергии для каждой моды, как нетрудно показать при помощи уравнений Максвелла для комплексных амплитуд, оказываются равными друг другу:

$$W_e = \frac{\varepsilon_0}{4} \iiint_V \varepsilon |\mathbf{E}|^2 dV = W_m = \frac{\mu_0}{4} \iiint_V \mu |\mathbf{H}|^2 dV, \quad (2.15)$$

так что их суммарная энергия (полная энергия поля в резонаторе)

$$W = 2W_e = 2W_m. \quad (2.16)$$

2.2. Затухание собственных колебаний в полном резонаторе

Затухание собственных колебаний в реальных резонаторах (выражающееся формально в комплексности собственных частот) обусловлено, как и в волноводе, потерями энергии в заполняющей среде и (или) в металлических стенках. Затухание колебаний в резонаторе, заполненном однородной средой с комплексными ϵ и μ (при идеальной проводимости стенок) легко учитывается, если известен спектр волновых чисел k идеального пустого резонатора. Комплексные частоты колебаний находятся из равенства $\omega = \omega' + i\omega'' = ck / \sqrt{\epsilon\mu}$. Ввиду действительности k , мнимые части частот, определяющие скорости затухания колебаний ($|\mathbf{E}| \sim e^{-\omega'' t}$) отличны от нуля (положительны), если отличны от нуля (отрицательны) мнимые части проницаемостей среды.

Потери энергии в металлических стенках резонатора могут быть учтены методом, аналогичным описанному в разделе (1.4) для волноводов. Мощность потерь в стенках (средний по времени поток энергии в проводник)

$$\Pi_S = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \zeta_s \oint_S |\mathbf{H}|^2 ds, \quad (2.17)$$

где $\zeta_s = \zeta_0 \sqrt{\mu_s / \epsilon_s}$ (в соответствии с граничным условием Леонтовича) – поверхностный импеданс металлических стенок резонатора, μ_s, ϵ_s – относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости стенок, интегрирование проводится по граничной поверхности резонатора S . Как следует из уравнения, выражающего связь мощности потерь со скоростью убывания запасенной в резонаторе энергии

$$dW / dt = -2\omega'' W = -\Pi_S, \quad (2.18)$$

мнимая часть комплексной частоты (константа затухания) равна

$$\omega'' = \frac{\Pi_S}{2W} = \frac{\operatorname{Re} \zeta_s \oint_S |\mathbf{H}|^2 ds}{4W}, \quad (2.19)$$

Входящая в эту формулу энергия W может быть рассчитана на основании приведенных выше выражений (2.12), (2.13). Используемые на практике резонаторы обычно изготавливаются из немагнитного материала с высокой проводимостью $\sigma \gg \omega\epsilon_0$. Для них действительная часть поверхностного импеданса

$\operatorname{Re} \zeta_s = \zeta_0 \operatorname{Re} \sqrt{i\omega\epsilon_0 / \sigma} = \zeta_0 \sqrt{\omega\epsilon_0 / 2\sigma}$ и определяемая ею константа затухания ω'' для большинства используемых колебательных мод достаточно малы ($\operatorname{Re} \zeta_s \ll \zeta_0, \omega'' \ll \omega'$). При этом в качестве полей \mathbf{H} и \mathbf{E} , определяющих

величины P_S и W в формуле (2.19), можно использовать поля, найденные для идеального резонатора (при $\zeta_s = 0$).

2.3. Возбуждение резонатора заданными источниками

Поля вынужденных электромагнитных колебаний в полном резонаторе, возбуждаемом изнутри заданными сторонними источниками, могут быть найдены на основании метода, аналогичного используемому в теории возбуждения волноводов – путем разложения полей этих колебаний по собственным модам резонатора. Пусть внутри резонатора заданы сторонние электрические и магнитные токи (1.71), гармонически изменяющиеся во времени с частотой ω . Тогда поля в резонаторе ищутся как действительные части комплексных выражений вида

$$\{\mathbf{E}(\mathbf{r}), \mathbf{H}(\mathbf{r})\} e^{i\omega t}. \quad (2.20)$$

Каждая из комплексных амплитуды $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ представляется в виде суммы вихревого («поперечного», «соленоидального») и потенциального («продольного») полей:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_l, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_t + \mathbf{H}_l, \quad (2.21)$$

определяемых соответственно условиями

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_t = \operatorname{div} \mathbf{H}_t = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_l = \operatorname{rot} \mathbf{H}_l = 0. \quad (2.26)$$

Потенциальные поля ищутся как градиенты некоторых скалярных функций (потенциалов), |

$$\mathbf{E}_l = -\nabla \psi_e, \quad \mathbf{H}_l = -\nabla \psi_m, \quad | \quad (2.22)$$

удовлетворяющих уравнению Пуассона:

$$\Delta \psi_e = -\rho^{(e)} / \varepsilon_a, \quad \Delta \psi_m = -\rho^{(m)} / \mu_a, \quad (2.23)$$

и граничным условиям на стенках резонатора (в предположении их идеальной проводимости)

$$\psi_e = \text{const}, \quad \partial \psi_m / \partial n = 0. \quad (2.24)$$

В уравнениях (2.23) $\rho^{(e,m)} = -\operatorname{div} \mathbf{j}^{(e,m)} / i\omega$ – плотности электрических и магнитных зарядов.

Вихревые составляющие векторов поля ищутся в виде разложений по полям собственных колебаний (мод) резонатора $\mathbf{E}_p(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_p(\mathbf{r})$ ($p = 1, 2, 3, \dots$ – индекс, нумерующий моду):

$$\mathbf{E}_t = \sum_{p=1}^{\infty} e_p \mathbf{E}_p, \quad \mathbf{H}_t = \sum_{p=1}^{\infty} h_p \mathbf{H}_p, \quad (2.25)$$

Поля \mathbf{E}_p , \mathbf{H}_p и отвечающие им собственные частоты ω_p представляют собой решения уравнений Максвелла без источников

$$\text{rot } \mathbf{H}_p = i\omega_p \varepsilon_a \mathbf{E}_p, \quad \text{rot } \mathbf{E}_p = -i\omega_p \mu_a \mathbf{H}_p \quad (2.26)$$

с граничным условием на стенке резонатора $\mathbf{E}_{p\tau} = 0$. Если среда, заполняющая резонатор, обладает временной дисперсией, то значения ε_a , μ_a в уравнениях (2.26) должны браться на частоте заданных сторонних источников ω . Можно показать, что поля \mathbf{E}_p , \mathbf{H}_p образуют полную систему функций, по которой может быть разложено любое вихревое поле

Подстановка разложений (2.25) в уравнения Максвелла, содержащие заданные источники и искомые поля, меняющиеся на частоте ω , с учетом легко доказываемых условий ортогональности

$$\int_V \varepsilon_a \mathbf{E}_p \mathbf{E}_q dV = \int_V \mu_a \mathbf{H}_p \mathbf{H}_q dV = 0 \quad \text{при } p \neq q, \quad (2.27)$$

$$\int_V \varepsilon_a \mathbf{E}_p \mathbf{E}_l dV = \int_V \mu_a \mathbf{H}_p \mathbf{H}_l dV = 0 \quad (2.28)$$

приводит к следующим выражениям для коэффициентов возбуждения e_p , h_p

$$e_p = \frac{F_p}{M_p(\omega^2 - \omega_p^2)}, \quad (2.29)$$

$$h_p = \frac{\tilde{F}_p}{M_p(\omega^2 - \omega_p^2)}, \quad (2.30)$$

где

$$F_p = \iiint_V (i\omega \mathbf{j}^{(e)} \mathbf{E}_p - i\omega_p \mathbf{j}^{(m)} \mathbf{H}_p) dV, \quad (2.31)$$

$$\tilde{F}_p = \iiint_V (i\omega_p \mathbf{j}^{(e)} \mathbf{E}_p - i\omega \mathbf{j}^{(m)} \mathbf{H}_p) dV \quad (2.32)$$

– коэффициенты (иногда называемые факторами возбуждения), зависящие от величины и пространственного распределения сторонних источников $\mathbf{j}^{(e)}$, $\mathbf{j}^{(m)}$ в резонаторе,

$$M_p = \int_V \varepsilon_a \mathbf{E}_p^2 dV = \int_V \mu_a \mathbf{H}_p^2 dV \quad (2.33)$$

– величина, называемая нормой данной моды.

Из формул (2.29), (2.30) следует, что амплитуды вихревых полей резко возрастают при приближении частоты источника ω к частоте какого-либо собственного колебания, т.е. имеет место явление резонанса на собственных частотах. ω_p . В отсутствие потерь энергии собственные частоты чисто действительны и коэффициенты возбуждения e_p, h_p при $\omega \rightarrow \omega_p$ стремятся к бесконечности. В реальном резонаторе с потерями собственные частоты комплексны: $\omega_p = \omega_p' + i\omega_p''$ и эти коэффициенты при любой частоте остаются конечными, достигая на резонансах (при $\omega \approx \omega_p'$) значений, обратно пропорциональных ω_p'' . Определяемая полученными соотношениями зависимость амплитуды поля внутри резонатора или запасенной в нем полной энергии от частоты сторонних источников представляет собой в общем случае кривую, характеризуемую множеством резонансных пиков на собственных частотах ω_p' . Если постоянная затухания ω_p'' мала по сравнению с частотным интервалом между соседними пиками ($\omega_p'' \ll \Delta\omega_p' = \min |\omega_p' - \omega_{p\pm 1}'|$), каждый резонансный пик имеет форму, совпадающую с резонансной кривой любого линейного осциллятора, например, электрического колебательного контура. Как и в случае контура, мерой остроты пика может служить мнимая часть собственной частоты (постоянная затухания) ω_p'' , равная его полуширине на том уровне, где запасенная энергия составляет половину максимального (резонансного) значения (а снижение амплитуды поля составляет $1/\sqrt{2}$), или безразмерная величина $Q = \omega_p' / 2\omega_p''$, называемая добротностью резонанса для данной моды.

Заметим, что при сильном резонансе какой-либо моды (т.е. при условии $Q \gg 1$, $\Delta\omega_p' \gg \omega_p''$) отвечающее ей слагаемое в сумме (2.25) много больше всех остальных слагаемых. Пренебрегая этими последними и учитывая, что коэффициенты e_p и h_p при $\omega \approx \omega_p'$ почти одинаковы, находим, что поле вынужденного колебания на резонансе имеет практически ту же структуру, что и поле возбуждаемой моды:

$$\mathbf{E}_t \approx e_p \mathbf{E}_p, \quad \mathbf{H}_t \approx e_p \mathbf{H}_p. \quad (2.34)$$

Роль возбуждающих источников сводится в этом случае лишь к поддержанию на постоянном уровне амплитуды колебаний, т.е. к компенсации потерь энергии, что позволяет (на основании равенства (2.19)) выразить запасенную на резонансе энергию W через добротность колебания Q и отдаваемую источниками мощность P :

$$W = \frac{PQ}{\omega}. \quad (2.35)$$

Ширина резонансной линии ω_p'' и добротность $Q = \omega_p' / 2\omega_p''$, определяемые поглощением энергии в стенках резонатора, как следует из (2.19), зависят от соотношения между глубиной проникновения поля в металл (толщиной скин-слоя) $\delta_s = \sqrt{2/(\omega\mu_a\sigma)}$ и некоторого характерного параметра l размерности длины, зависящего от структуры поля данной моды:

$$Q = l/\delta_s, \quad l = \frac{\iiint_V |\mathbf{H}|^2 dV}{2 \oint_S |\mathbf{H}_\tau|^2 ds}. \quad (2.36)$$

Для полевых структур простейшего вида может быть принята приближенная оценка $l \sim V/S$, где V – объем резонансной полости, S – площадь ее граничной поверхности; при этом добротность $Q \sim V/V_s$, где $V_s = S\delta_s$ – объем, занимаемый скин-слоем. При $\sigma \approx 5 \cdot 10^7$ Сим/м (проводимость меди и латуни), $\omega \approx 2 \cdot 10^{11}$ 1/с (длина волны $\lambda \approx 1$ см) и характерных размерах $l \sim 1$ -10 см оцениваемая таким образом добротность достигает весьма высоких значений $Q \sim 10^4 - 10^5$. В реальных резонаторах результирующая добротность может снижаться из-за наличия дополнительных потерь, обусловленных излучением через отверстия в стенке резонатора, прорезаемые для осуществления его связи с внешними полями и источниками.

Если говорить о конкретных способах возбуждения резонаторов, то здесь в основном остается справедливым все то, что было сказано в соответствующем разделе о возбуждении волноводов: штырь должен вводиться в максимум электрического поля возбуждаемой моды параллельно его силовым линиям, петля должна охватывать наиболее интенсивные пучки силовых линий магнитного поля, щель должна прорезаться перпендикулярно текущему стенке поверхностному току.

2.4. Другие типы резонаторов. Описание на языке LC контуров

1. Открытые квазиоптические резонаторы.

При уменьшении длины волны (с сохранением обычного для низших мод резонатора соотношения $\lambda \sim l$) добротность полого резонатора, обусловленная потерями энергии в проводящих стенках, уменьшается ($Q \sim l/\delta_s \sim \lambda/\delta_s \propto \sqrt{\lambda} \sim \sqrt{l}$). В то же время переход на высшие типы колебаний при сохранении приемлемых размеров резонатора ведет к уплотнению спектра собственных частот и, как следствие, – к увеличению отношения ширины резонансной линии к интервалу между соседними линиями, т.е. к потере резонансных и селективных свойств. Поскольку к тому же с уменьшением размеров резко возрастают трудности изготовления полых резонаторов, в диапазоне длин волн порядка и менее нескольких мм их изготовление и использование становится нецелесообразным. В этом диапазоне частот предпочтение отдают открытым (многомодовым или квазиоптическим) резонаторам, для которых оказывается возможным выделить некоторый набор высокодобротных мод со

сравнительно редким частотным спектром. Остальные моды подавляются вследствие высоких потерь на излучение (так называемых дифракционных потерь). Такие резонаторы, как правило, представляют осесимметричные системы металлических зеркал, в которых поля существуют в виде квазиоптических волновых пучков, характеризующихся определенными соотношениями между продольной ($k_{\parallel} = h$) и поперечной ($k_{\perp} = k$) по отношению к оси симметрии компонентами волнового вектора.

Для выделения колебаний с $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ используются бочкообразные открытые резонаторы (см. рис.2.3).

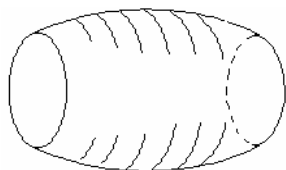


Рис. 2.3

Высокую добротность в таких резонаторах имеют колебания типа TE_{mnp} и TM_{mnp} с высокими поперечными индексами m и n , представляющие собой так называемые моды шепчущей галереи, поля которых прижаты

к поверхности бочкообразного зеркала. Спектр разрежен по продольному индексу p .



Рис.2.4

Для выделения колебаний с $k_{\perp} \ll k_{\parallel}$ обычно используются зеркальные квазиоптические резонаторы, образованные двумя сферическими конфокальными зеркалами (см. рис.2.4).

В этом случае спектр разрежен по поперечным индексам. Собственные частоты определяются выражением:

$$\omega_{mnp} = \frac{\pi c p}{L} \left(1 + \mu_{mn}^2 \frac{\lambda^2}{8\pi^2 a^2 p} \right), \quad (2.37)$$

где L – расстояние между зеркалами, a – радиус поперечных срезов зеркал, μ_{mn} — корни бесселевых функций, $p \gg m, n$;

2. Квазистационарные колебательные контуры; эквивалентные радиотехнические схемы

В длинноволновом пределе, когда размеры колебательной системы малы по сравнению с длиной волны ($l \ll \lambda$), функции резонаторов выполняют колебательные контуры, представляющие собой соединения (последовательные или параллельные) конденсаторов с емкостью C и индуктивных катушек (соленоидов) с коэффициентом самоиндукции L .

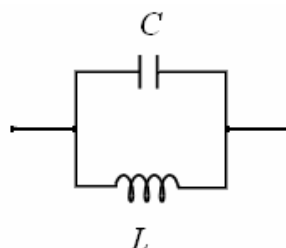
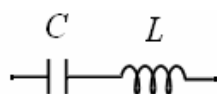
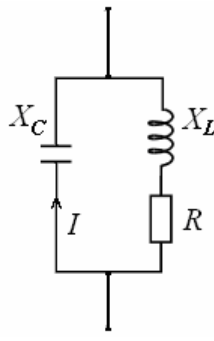


Рис. 2.5

В колебательном контуре запасенные электрическая и магнитная энергии разделены пространственно (соответственно в емкости и индуктивности). Собственная частота контура ω_0 определяется в отсутствие потерь из условия равенства нулю полного импеданса последовательной цепи: $X_C(\omega_0) + X_L(\omega_0) = 1/(i\omega_0 C) + i\omega_0 L = 0$, откуда $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. При наличии малых потерь, учитываемых путем включения в последовательную цепь малого активного сопротивления R , собственная частота изменяется: $\omega = \omega_0 + \delta\omega$. Величина поправки $\delta\omega$ находится из уравнения



$$X_C(\omega_0) + \frac{dX_C}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \delta\omega + X_L(\omega_0) + \frac{dX_L}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \delta\omega + R = 0 \quad (2.38)$$

и является чисто мнимой: $\delta\omega = i\gamma$. Она определяет мнимую часть частоты ω'' (полуширину резонансной линии)

$$\gamma = \omega'' = R / \left(L + \frac{1}{C\omega_0^2} \right) = R/2L \quad (2.39)$$

и добротность контура

Рис. 2.6

$$Q = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{1}{R} \sqrt{L/C}. \quad (2.40)$$

Колебательный контур удобен для включения в двухпроводные линии связи, у которых расстояние между проводами d мало по сравнению с длиной волны λ ($d \ll \lambda$). В настоящее время это полосковые линии всех разновидностей.

Система, полностью подобная квазистационарному контуру, может иметь вид и закрытого полого резонатора. Примером могут служить коаксиальные полые резонаторы, представляющие собой тела вращения с осевыми сечениями П-образной или Н-образной формы (см. рис. 2.7). Они могут рассматриваться как отрезки закороченной с двух сторон коаксиальной линии, центральный проводник которой имеет узкий поперечный разрез.

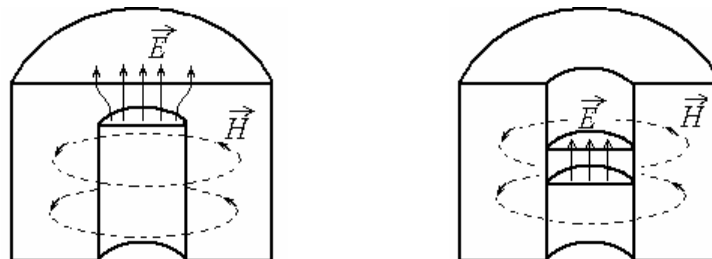


Рис. 2.7. Продольный разрез и структура силовых линий поля в П и Н-образных резонаторах.

Такие резонаторы обычно используются в клистронных генераторах и металлокерамических лампах. Их эквивалентная емкость в основном определяется параметрами узкого зазора между концами разрезанного центрального проводника

$$C = \varepsilon_a \pi a^2 / h + C_{\text{кр}}. \quad (2.41)$$

Здесь a — радиус центрального проводника, h — величина зазора, $C_{\text{кр}} = 4\pi a \varepsilon \ln \frac{l}{h}$ — краевая емкость (для узких зазоров $C_{\text{кр}} \ll \varepsilon_a \pi a^2 / h$), l — длина резонатора. Индуктивность резонатора L определяется через магнитный

поток, охватывающий центральный проводник $\Psi = \int_a^b \int_0^l \mu_a H_0 dS$, где $H_0 = I / 2\pi r$, I — азимутальный электрический ток, текущий по боковой поверхности резонатора, b — радиус внешней стенки коаксиала:

$$L = \Psi / I = \frac{\mu l}{2\pi} \ln b/a. \quad (2.42)$$

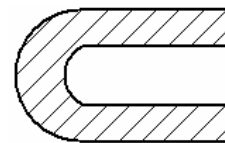
Собственная частота такого резонатора $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = (c/a) \sqrt{2h/(l\varepsilon \ln b/a)}$. При достаточно малой ширине зазора h длина волны λ , отвечающая частоте ω_0 , как и у всякого квазистационарного контура, много больше всех его размеров.

Резонаторы, поперечные размеры которых много меньше длины волны, а продольный размер порядка длины волны, могут быть сконструированы из отрезков двухпроводных линий (например, полосковой или коаксиальной), способных направлять ТЕМ волны. Собственные частоты резонатора, представляющего собой отрезок такой линии с заданными на ее концах нагрузками Z_1 и Z_2 , можно найти, используя формулу пересчета импедансов:

$$-Z_1 = Z_w \frac{Z_2 \cos kl + iZ_w \sin kl}{Z_w \cos kl + iZ_2 \sin kl} \quad (2.43)$$

Здесь Z_w — волновое сопротивление линии, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, l — длина отрезка линии.

Для резонаторов, образованных линиями, закороченными ($Z_1 = Z_2 = 0$), либо разомкнутыми ($Z_1 = Z_2 = \infty$) на концах, излучением из которых при малых поперечных размерах линий можно пренебречь, уравнение (2.43) дает $\sin kl = 0$, $kl = n\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$, т.е. на длине линии должно укладываться целое число полуволн ($l = n\lambda/2$). При этом в первом случае (концы закорочены) электрическое поле на концах равно нулю, а во втором (концы разомкнуты) достигает максимумов. Для уменьшения радиационных потерь из такого полоскового резонатора его часто изгибают в виде подковы.



Примером резонатора, образованного отрезком линии, один конец которой закорочен, а другой подсоединен к емкостной нагрузке, является П-образный коаксиальный резонатор, длина которого не мала по сравнению с длиной волны. В этом случае $Z_1 = 0$, $Z_2 = 1/i\omega C$, $C = \epsilon_a \pi a^2/h$, а резонансная частота ω_0 определяется на основании условия (2.43) из уравнения

$$Z_w \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_0 \sqrt{\epsilon \mu}}{c l} \right) = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (2.44)$$

Как отмечалось, полная добротность любого резонатора должна рассчитываться с учетом как внутренних потерь, так и потерь, определяемых связью с элементами внешней цепи. В радиотехнической практике существуют два способа включения резонатора во внешнюю цепь:

1) по схеме двухполюсника

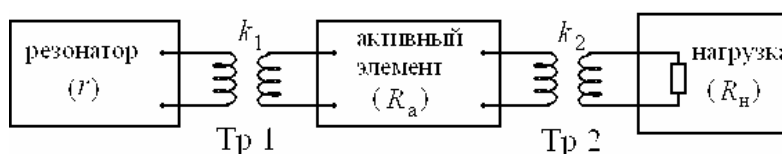


Рис. 2.8

2) по схеме четырехполюсника

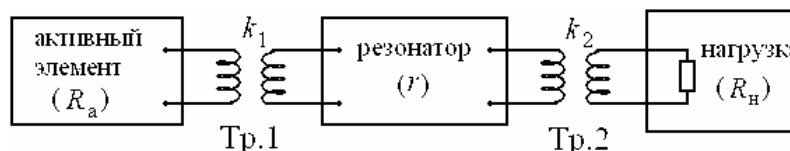


Рис. 2.9

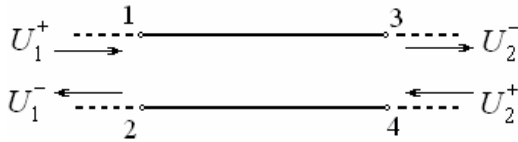
Связь между резонаторами и внешней схемой обычно представляют в виде идеальных трансформаторов сопротивлений с коэффициентами трансформации k_1 и k_2 . Если характеризовать эту систему эквивалентными последовательными сопротивлениями резонатора (r), активного элемента (R_a) и нагрузки (R_n), то удобно ввести параметры связи β элементов цепи следующим образом: $\beta_1 = k_1 R_a/r$, $\beta_2 = k_2 R_n/r$. Параметр β характеризует эффективность передачи энергии в сопротивления R_n и R_a , $k = n^2$, n — коэффициент трансформации по напряжению идеального трансформатора. При этом добротность нагруженного резонатора Q_Σ , учитывающая как собственные потери в резонаторе, так и потери на связь, выражается через добротность ненагруженного резонатора Q_0 следующим образом $Q_\Sigma = \frac{Q_0}{1 + \beta_1 + \beta_2}$.

3. ЭЛЕМЕНТЫ СВЧ ЦЕПЕЙ

3.1. Четырехполосники в СВЧ цепях

Радиотехнические СВЧ цепи (схемы) состоят из целого ряда элементов и узлов — СВЧ устройств, обеспечивающих штатное функционирование данной схемы. Кроме генераторов (СВЧ источников), волноводных линий и резонаторов в этот перечень входят согласующие устройства, аттенюаторы (ослабители), фазовращатели, направленные ответвители, тройники, смесители, мостовые делители мощности, СВЧ фильтры, детекторные и термистерные головки, измерительные линии, ферритовые циркуляторы и вентили, антенные устройства (излучатели) и прочая волноводная аппаратура.

При включении в волноводный тракт СВЧ узла возможно искажение волнового поля и возбуждение волн разных типов. Основным интерес для практики представляет определение поля волны низшего типа в дальней зоне, т.е. на достаточно большом расстоянии от неоднородности, где уже можно пренебречь полем нераспространяющихся волн и волнами высших типов. Это одномодовое приближение позволяет представить включение любых узлов в СВЧ цепь в виде соединения двухпроводных линий с многоплечными элементами (многополосниками). Входные и выходные элементы СВЧ устройств называются входными и выходными плечами. Для анализа волноводных узлов применяются методы эквивалентных схем и волновых матриц (рассеяния или передачи). Элементами волновых матриц являются коэффициенты отражения и передачи, которые устанавливают связь между амплитудами и фазами падающих, отраженных и прошедших через узел волн рабочего типа. Примером простейшего двухплечного узла является обычный отрезок волновода, эквивалентная схема которого изображена на рис.3.1. Это четырехполосник и цифрами 1 и 2 на рис.3.1 обозначены “полюса” одного плеча (входа — выхода), а цифрами 3 и 4 обозначены “полюса” второго плеча.



Если обозначить комплексные амплитуды падающей (входящий в плечо) волны U_m^+ и отраженной (выходящей из плеча) волны U_m^- , тогда связь между ними запишется следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} U_1^- &= S_{11}U_1^+ + S_{12}U_2^+, \\ U_2^- &= S_{21}U_1^+ + S_{22}U_2^+. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Рис. 3.1

Здесь $S_{mn} = U_m^- / U_n^+$, если $U_m^+ = 0$, т.е. S_{mn} — коэффициент передачи из n плеча в m плечо. S_{mm} — коэффициент отражения в m плече ($S_{mm} = U_m^- / U_m^+$ при $U_n^+ = 0$). В этих определениях элементов матрицы рассеяния заложена методика их измерений в лабораторных условиях.

Для пустого отрезка согласованного волновода $S_{11} = S_{22} = 0$, $S_{12} = S_{21} = \exp(i\varphi)$, где φ — набег фазы на длине отрезка волновода. Для взаимных волноводных узлов (без гиротропных элементов) волновые матрицы симметричны относительно главной диагонали ($S_{mn} = S_{nm}$).

При анализе некоторых СВЧ узлов можно пренебречь потерями в них. Для таких (недиссипативных) многополосников можно из закона сохранения энергии записать равенство суммарных мощностей падающих и выходящих волн

$$\sum_m |U_m^+|^2 = \sum_m |U_m^-|^2. \quad (3.2)$$

Систему уравнений (3.1) удобно записывать в матричной форме

$$\begin{pmatrix} U_1^- \\ U_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1^+ \\ U_2^+ \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

В векторной форме равенство (3.2) имеет вид:

$$(\vec{U}^-)^T (\vec{U}^-)^* = (\vec{U}^+)^T (\vec{U}^+)^*. \quad (3.4)$$

Знак $(*)$ означает комплексное сопряжение, а знак (T) обозначает транспонированную матрицу. Если в (3.4) подставить соотношение (3.3), то получим

$$(\vec{U}^+)^T (\vec{U}^+)^* - (\hat{S} \vec{U}^+)^T (\hat{S} \vec{U}^+)^* = 0,$$

или

$$(\vec{U}^+)^T \{ \hat{I} - \hat{S}^T \hat{S}^* \} (\vec{U}^+)^* = 0, \text{ где } \hat{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Поскольку \vec{U}^+ произвольный вектор, фигурная скобка в выражении (3.5) должна обращаться в ноль, т.е.

$$\hat{S}^T \hat{S}^* = \hat{I}. \quad (3.6)$$

Для взаимных волноводных устройств матрица рассеяния симметрична $\hat{S}^T = \hat{S}$, поэтому из (3.6) следует

$$\sum_m S_{mk} S_{mk}^* = \sum_m |S_{mk}|^2 = 1, \quad (3.7)$$

т.е. сумма квадратов модулей всех матричных элементов любого столбца и любой строки равна единице, а для элементов с разными вторыми индексами ($k \neq n$)

$$\sum_m S_{mk} S_{mn}^* = 0, \quad \sum_k S_{mk} S_{nk}^* = 0. \quad (3.8)$$

Примером диссипативного взаимного четырехполюсника может служить аттенюатор — взаимное устройство, ослабляющее электромагнитную волну в нужное число раз. Матрица рассеяния идеального аттенюатора имеет вид

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-L+i\varphi} \\ e^{-L+i\varphi} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Величина L определяет затухание $A = 10 \lg P_1/P_2$, $L = 10^{A/20}$, P_1 и P_2 — мощности волны на входе и выходе аттенюатора, φ — набег фазы волны в аттенюаторе. Равенство нулю диагональных элементов означают согласование аттенюатора со стороны обоих плеч. Аттенюаторы бывают с переменным и фиксированным поглощением. Обычно это отрезок волновода с поглощающей, ориентированной вдоль волновода пластиной, которую можно перемещать поперек волновода от боковой стенки, где электрическое поле мало и малы

джоулевы потери $P_{nom} = \frac{1}{2} \text{Re} \int \vec{j} \vec{E}^* dv$, в центральную часть волновода, где электрическое

поле максимально. В качестве поглощающего материала используют графит, сажу, воду. Для уменьшения отражения пластина выбирается достаточно тонкой и имеет форму клина с обоих концов, либо она вставляется под малым углом к оси волновода.

Иногда используют “запредельные” аттенюаторы, представляющие собой отрезки запредельного волновода регулируемой длины. Это недиссипативные (реактивные) четырехполюсники. Постоянная затухания в запредельном волноводе рассчитывается аналитически, поэтому эти приборы не нуждаются в калибровке. Недостатком таких аттенюаторов является отсутствие согласования со стороны обоих плеч.

Следует отметить, что включение в линию передачи отрезка волновода с другим волновым сопротивлением является очень частым явлением в СВЧ схемах. Типичным примером такого реактивного четырехполюсника является трансформатор сопротивлений (см. рис.3.2).

Для определения матрицы рассеяния этого четырехполюсника подключим к плечу 1 генератор, а к плечу 2 — согласованную нагрузку $Z_n = Z_0$.

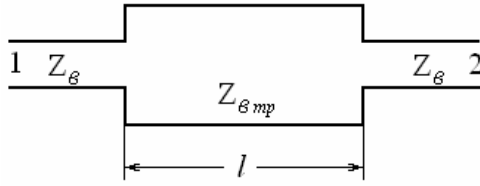


Рис. 3.2. Отрезок линии передачи с волновым сопротивлением Z_{0mp} , включенный в разрыв линии с сопротивлением Z_0 .

Тогда входное сопротивление трансформатора длиной l , с волновым сопротивлением Z_{0mp} и постоянной распространения h определяется выражением

$$Z_{ex} = Z_{0mp} \frac{Z_0 \cos hl + iZ_{0mp} \sin hl}{Z_{0mp} \cos hl + iZ_0 \sin hl}. \quad (3.10)$$

Коэффициент отражения $\Gamma = \frac{Z_{ex} - Z_0}{Z_{ex} + Z_0} = \frac{i(Z_{0mp}^2 - Z_0^2) \operatorname{tg} hl}{2Z_{0mp}Z_0 + i(Z_{0mp}^2 + Z_0^2) \operatorname{tg} hl}$ обращается в

нуль при $hl = \pi$, что соответствует полуволновому трансформатору. Коэффициент прохождения во второе плечо

$$t = \sqrt{1 - |\Gamma|^2} e^{-ihl}. \quad (3.11)$$

Матрица рассеяния трансформатора сопротивлений вследствие симметрии четырехполюсника и его взаимности имеет вид:

$$S = \begin{bmatrix} \Gamma & t \\ t & \Gamma \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Для расчета запредельного аттенюатора можно использовать соотношения (3.10)–(3.12), в которых необходимо учесть мнимость продольного волнового числа $h = -i\sqrt{\alpha^2 - k^2}$ ($\alpha > k$) и волнового сопротивления аттенюатора $z_{amm} = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a} k/h$.

3.2. Фильтры СВЧ

Важный класс реактивных четырехполюсников образуют частотно-селективные устройства — фильтры СВЧ. Идеальные фильтры не содержат диссипативных элементов, чтобы обеспечить полное прохождение сигнала в заданной полосе частот. Затухание сигнала вне полосы прохождения происходит за счет отражения от четырехполюсника. Частотно-селективные свойства фильтра СВЧ определяются его амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) — зависимостью затухания сигнала в фильтре $A = 10 \lg(P_{ex}/P_{вых})$ от частоты. Здесь P_{ex} — мощность на входе четырехполюсника, а $P_{вых}$ — мощность волны на выходе. $A = 20 \lg(U_1^+/U_2^-) = -20 \lg(S_{21})$.

Различают фильтры верхних частот (ФВЧ), нижних частот (ФНЧ), полосно-пропускающие (ППФ) и полосно-запирающие фильтры (ПЗФ).

Простейшим ФНЧ может служить LC -цепь. На рис.3.3 приведен элемент схемы фильтра низких частот.

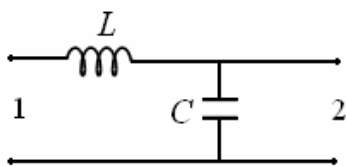


Рис. 3.3

$$U_1 - U_2 = L \frac{dI}{dt} = i\omega LI = -\omega^2 LC U_2,$$

$$I = C \frac{dU_2}{dt} = i\omega C U_2.$$

Коэффициент передачи из 1-го плеча во 2-е плечо $S_{12} = U_2/U_1 = 1/(1 - \omega^2 LC) = t$.

Входное сопротивление четырехполюсника $Z_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I} = \frac{U_2(1 - \omega^2 LC)}{i\omega CU_2} = \frac{1 - \omega^2 LC}{i\omega C}$. Коэффициент отражения от входа $\Gamma = \frac{Z_{\text{вх}} - Z_0}{Z_{\text{вх}} + Z_0} = \frac{(1 - \omega^2 LC) - Z_0 i\omega C}{(1 - \omega^2 LC) + Z_0 i\omega C}$. АЧХ такого фильтра далека от идеальной. Увеличивая число ячеек и подбирая их параметры можно приблизить реальную АЧХ к идеальной.

Эквивалентная схема нормированного на волновое сопротивление Z_0 ФНЧ фильтра имеет вид:

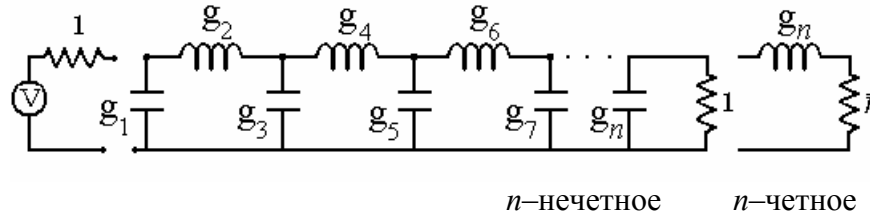


Рис. 3.4

Нормированное входное сопротивление фильтра (Z/Z_0) на частоте ω , отнормированной на частоту среза $(x = \omega/\omega_{\text{среза}})$

$$\bar{Z}_{\text{вх}} = \frac{1}{ixg_1 + \frac{1}{ixg_2 + \frac{1}{ixg_3 + \dots \frac{1}{ixg_n + \frac{1}{\bar{r}}}}}} \quad \text{если } n \text{ нечетное число,}$$

$$\bar{Z}_{\text{вх}} = \frac{1}{ixg_1 + \frac{1}{ixg_2 + \frac{1}{ixg_3 + \dots \frac{1}{ixg_n + \bar{r}}}}} \quad \text{если } n \text{ четное число.}$$

Здесь нечетные элементы $C_k = g_k/Z_0\omega_{\text{ср}}$ (в фарадах), а четные элементы $L_k = g_k Z_0/\omega_{\text{ср}}$ (в генри), сопротивление нагрузки $r = \bar{r}Z_0$ (омы).

Из теории коаксиальной линии известны выражения для параметров линии $C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln b/a}$ и $L = \frac{\mu \ln b/a}{2\pi}$. Изменяя соотношения радиусов внешнего (b) и внутреннего (a) проводников коаксиала можно конструировать последовательное соединение емкостных и индуктивных нагрузок. Поэтому ФНЧ в коаксиальном исполнении обычно имеет внутренний проводник коаксиала в виде последовательности тонких и толстых участков. Сечение коаксиала ФНЧ показано на рис. 3.5.

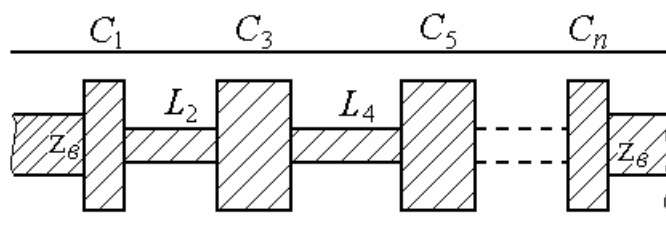
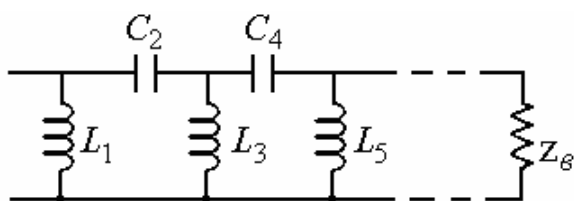


Рис. 3.5. Фильтр низких частот на коаксиальной линии

Топология токонесущего полоска ФНЧ в микрополосковом исполнении имеет такой же вид.

Фильтр верхних частот

Эквивалентная схема фильтра верхних частот



Для заданных значений частоты среза $\omega_{\text{среза}}$ и $Z_{\text{с}}$ величина реактивных элементов фильтра определяется следующим образом:

Рис. 3.6

$L_k = \frac{Z_{\text{с}}}{g_k \omega_{\text{среза}}} \text{ (Гн)}, C_k = \frac{1}{g_k Z_{\text{с}} \omega_{\text{среза}}} \text{ (Ф)}$, а входное сопротивление определяется формулами (3.13), где необходимо поменять выражения для элементов ig_k в соответствии с рис.3.6 и переобозначить $x = \omega_{\text{среза}} / \omega$.

В коаксиальном исполнении ФВЧ имеет следующий вид

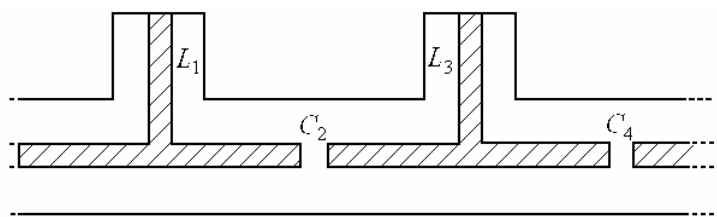


Рис. 3.7

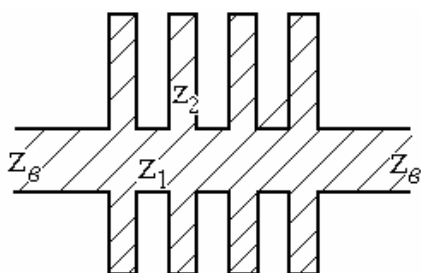


Рис. 3.8.

Пример исполнения ФВЧ на микрополосковых волноводах показан на рис.3.8. Значения соответствующих реактивных сопротивлений элементов цепи подбираются путем расчета необходимых длин и волновых сопротивлений ($Z_{\text{с}}, Z_1, Z_2$) волноводов.

Полосовые фильтры

Полосно-пропускающие (полосовые) фильтры (ППФ) характеризуются полосой пропускания $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, ($x=1$ при $\omega = \omega_2$, $x=-1$ при $\omega = \omega_1$) и резонансной частотой $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$ ($x=0$ при $\omega = \omega_0$). Эти условия выполняются, если задать $x = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega(\omega_2 - \omega_1)}$.

Схема полосового фильтра состоит из цепочки резонансных контуров

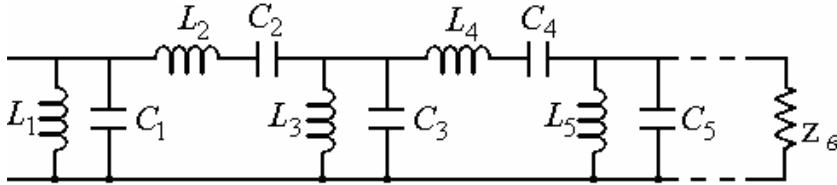


Рис. 3.9. Эквивалентная схема ППФ.

Здесь проводимость параллельного контура L_1C_1 равна $Y_1 = i\left(\omega C_1 - \frac{1}{L_1\omega}\right) = i\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega/C_1}\right)$

для условий $C_1 = \frac{g_1}{Z_0\Delta\omega}$, $L_1 = \frac{1}{\omega_0^2 C_1}$, т.е. относительная проводимость этого контура: $\frac{i(\omega^2 - \omega_0^2)g_1}{\omega\Delta\omega Z_0}$. Сопротивление последовательного контура L_2C_2 равно

$Z_2 = i\left(\omega L_2 - \frac{1}{C_2\omega}\right) = i\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega/L_2}\right)$, если $L_2 = \frac{g_2 Z_0}{\Delta\omega}$, $C_2 = \frac{1}{\omega_0^2 L_2}$. В волноводном исполнении схема реализуется в виде системы резонаторов с четвертьволновой связью рис.3.10,

при этом нагруженная добротность каждого резонатора удовлетворяет условию

$$Q_{нк} = \frac{1}{2} g_k \frac{\omega_0}{\Delta\omega}.$$

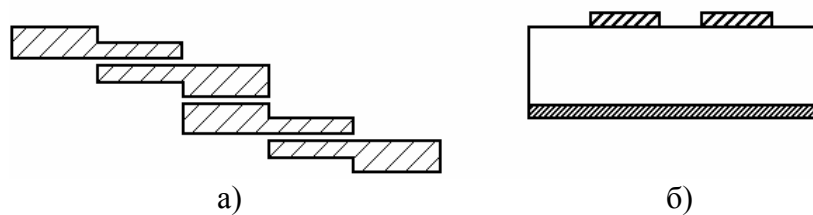


Рис. 3.10.

а) Эскиз полосно-пропускающего фильтра (вид сверху) на связанных микрополосковых линиях, б) вид с торца.

Подробные примеры расчетов таких фильтров приведены в [4,10].

Полосно-заграждающие фильтры

ПЗФ характеризуются полосой непрозрачности $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. Для ПЗФ удобно величину X выразить следующим образом $x=1$ при $\omega = \omega_1$ при $x=-1$ при $\omega = \omega_2$, $x \rightarrow \infty$ при $\omega = \omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$, следовательно $x = \frac{\omega(\omega_1 - \omega_2)}{\omega^2 - \omega_0^2} = \frac{\omega\Delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$.

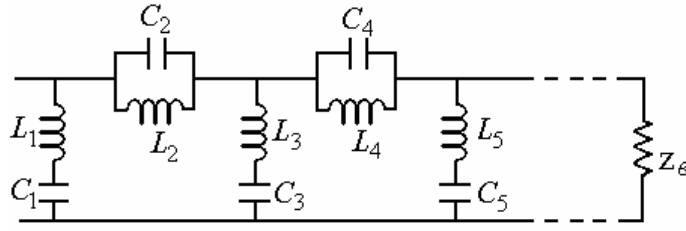
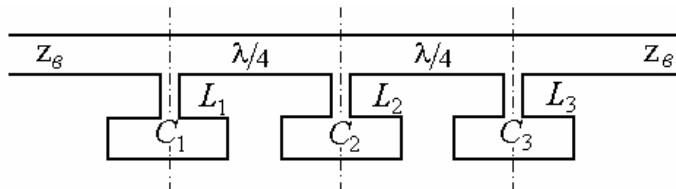


Рис. 3.11. Эквивалентная схема ПЗФ

Проводимость последовательного контура $L_1 C_1$, подключенного параллельно линии, равна $Y_1 = -i \frac{1}{L_1 \omega - 1/\omega C_1} = -i \left(\frac{\omega/L_1}{\omega^2 - \omega_0^2} \right)$, где $L_1 = \frac{Z_6}{g_1 \Delta \omega}$, $C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1}$. Для последовательных элементов (четных) реактивное сопротивление параллельного контура, включенного последовательно в СВЧ цепь, равно $Z_2 = \frac{1}{i(\omega C_2 - 1/\omega L_2)} = -i \frac{\omega/C_2}{\omega^2 - \omega_0^2}$, где $C_2 = \frac{1}{g_2 \Delta \omega Z_6}$, $L_2 = \frac{1}{\omega_0^2 C_2}$. Входное сопротивление заграждающего фильтра

$$Z_{\text{вх}} = \frac{1}{i \frac{\omega \Delta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \frac{g_1}{Z_6} + \frac{1}{i \frac{\omega \Delta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} Z_6 g_2 + \frac{1}{i \frac{\omega \Delta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \frac{g_3}{Z_6} + \dots}} \quad (3.14)$$

ПЗФ на микрополосковой линии имеет следующую топографию токонесущего полоска (см. рис.3.12).



$$L_k = \frac{Z_6}{g_k \Delta \omega}, \quad C_k = \frac{1}{\omega_0^2 L_k} = \frac{g_k \Delta \omega}{\omega_0^2 Z_6}$$

Рис. 3.12

3.3. Многоплечные СВЧ узлы

Сочленение трех линий передачи (шестиполосники) — трехплечные узлы широко используются при необходимости разветвления или соединения СВЧ трактов. Рассмотрим простейший шестиполосник — симметричное соединение трех волноводов в плоскости широких стенок (Y тройник рис. 3.13). Штырь А, расположенный на оси симметрии тройника, служит для компенсации реактивности, обусловленной возбуждением у стыков волноводов высших нераспространяющихся типов волн. Если согласовать плечи 2 и 3, то на грузке плеча 1 будет параллельное соединение двух одинаковых волновых сопротивлений плеч $Z_{n1} = Z_6/2$. Коэффициент отражения в плече 1 (элемент S_{11} матрицы рассеяния)

$$\text{равен } S_{11} = \frac{Z_{n1} - Z_6}{Z_{n1} + Z_6} = -\frac{1}{3}.$$

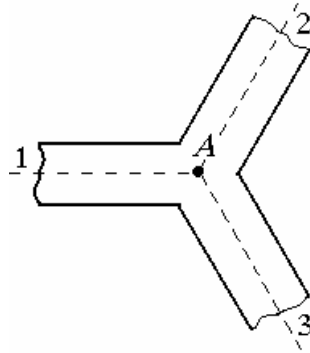


Рис. 3.13

Из симметрии устройства $S_{22} = S_{33} = S_{11} = -1/3$, а коэффициенты передачи из любого плеча в другие плечи равны. Например, $S_{21} = S_{31} = S_{12} = S_{13} = S_{23}$ и т.д. Воспользовавшись свойством унитарности матрицы \hat{S} , получим условие $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 = 1$ или $1/9 + 2|S_{21}|^2 = 1$. Отсюда $S_{21} = \sqrt{4/9} = 2/3 = S_{31}$ и т.д. Поэтому матрица рассеяния для Y-тройника имеет вид:

$$S = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Из полученного результата следует, что при возбуждении со стороны любого плеча и при согласовании остальных плеч, $1/9$ падающей мощности ($|\Gamma|^2 = 1/9$) отражается обратно, а $8/9$ распределяется поровну между согласованными плечами.

Y-тройник в полосковом исполнении имеет такую же матрицу рассеяния (3.15), как и волноводный Y-тройник, и такую же топологию токонесущего полоска (рис. 3.13). Трехплечные устройства (волноводные тройники) широко используются в качестве делителей (сумматоров) мощности в цепях питания антенных решеток, в интерферометрах, в устройствах согласования и т.д.

Направленные ответвители

Важный класс взаимных четырехплечных устройств образуют направленные ответвители. В таких устройствах передача мощности осуществляется из одного плеча в два других, а четвертое плечо остается невозбужденным. На рис.3.14 показана топография микрополоскового шлейфного направленного ответвителя. Это два параллельных волновода, соединенных двумя шлейфами. При возбуждении устройства со стороны плеча 1

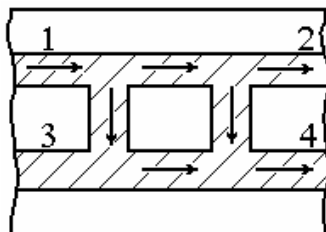


Рис. 3.14

часть мощности проходит в плечо 2, а часть идет в шлейфы — отрезки микрополосковых линий длиной $\lambda/4$, отстоящие друг от друга также на четверть длины волны. Пришедшие из шлейфов волны складываются в фазе в плече 4 и возбуждают волну, выходящую из устройства через плечо 4.

В плечо 3 эти волны приходят в противофазе и не возбуждают в нем волн. Если возбуждать устройство со стороны плеча 2, то часть мощности идет в плечо 1, а другая часть через шлейфы пойдет в плечо 3. В этом случае не возбуждается плечо 4. Подбирая волновые сопротивления шлейфов и отрезков линий между ними (соответствующим изменением ширины токонесущего полоска), можно получить требуемое переходное ослабление. Увеличением числа шлейфов можно расширить рабочую полосу ответвителя.

Для взаимного ответвителя (рис.3.14) все плечи физически идентичны, поэтому справедливы следующие соотношения для элементов матрицы рассеяния

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = S_{33} = S_{44} = a \\ S_{12} &= S_{21} = S_{34} = S_{43} = b \\ S_{13} &= S_{31} = S_{24} = S_{42} = c \\ S_{14} &= S_{41} = S_{32} = S_{23} = d \end{aligned} \quad (3.16)$$

Таким образом, матрица рассеяния симметричного взаимного восьмиполосника содержит четыре независимых элемента

$$S = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Если ответвитель согласовать со стороны одного из плеч (за счет введения в конструкцию дополнительных элементов, не нарушающих симметрию устройства), т.е. добиться равенства нулю коэффициента отражения в этом плече (при подключении к остальным плечам согласованных нагрузок), то он окажется согласованным со стороны остальных плеч (т.е. в (3.17) $a = 0$). Чтобы устройство было направленным ответвителем необходимо равенство нулю коэффициента передачи $c = 0$ (сонаправленный ответвитель рис.3.14), либо $d = 0$ (противонаправленный ответвитель). В первом случае матрица рассеяния имеет вид:

$$S_c = \begin{bmatrix} 0 & b & 0 & d \\ b & 0 & d & 0 \\ 0 & d & 0 & b \\ d & 0 & b & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Если потери в ответвителе отсутствуют, то его матрица рассеяния унитарна, т.е. $|b| = \sqrt{1 - |d|^2}$ (см. (3.7)) и $b^*d + bd^* = 0$ (см. (3.8)). При действительном d элемент b должен быть мнимым ($b = \pm i\sqrt{1 - d^2}$).

$$S_c = \begin{bmatrix} 0 & \pm i\sqrt{1 - d^2} & 0 & d \\ \pm i\sqrt{1 - d^2} & 0 & d & 0 \\ 0 & d & 0 & \pm i\sqrt{1 - d^2} \\ d & 0 & \pm i\sqrt{1 - d^2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Из (3.19) видно, что сигналы в “выходных” плечах ответвителя сдвинуты по фазе на 90° .

Конструкция направленного ответвителя на стандартных плоских волноводах представляет собой два волновода, соединенные между собой двумя отверстиями в общей стенке. Отверстия одинаковы и расположены на расстоянии $\lambda/4$ друг от друга. Функционирует ответвитель аналогично шлейфному ответвителю в полосковом исполнении. Для улучшения параметров ответвителей данного типа увеличивают число отверстий, соединяющих волноводы. Размеры отверстий уменьшаются по определенному закону от сере-

дины прибора к его краям и меняется расстояние между отверстиями. В результате улучшается согласование ответвителя и расширяется его рабочая полоса.

Связь между линиями передачи, образующими направленный ответвитель, может быть распределенной и непрерывной на некоторой длине (l). На рис.3.15 показаны структуры волновых полей в связанных микрополосковых (а) и симметричных (б) полосковых линиях для четного (случай 1) и нечетного (2) типов поперечных Т волн.

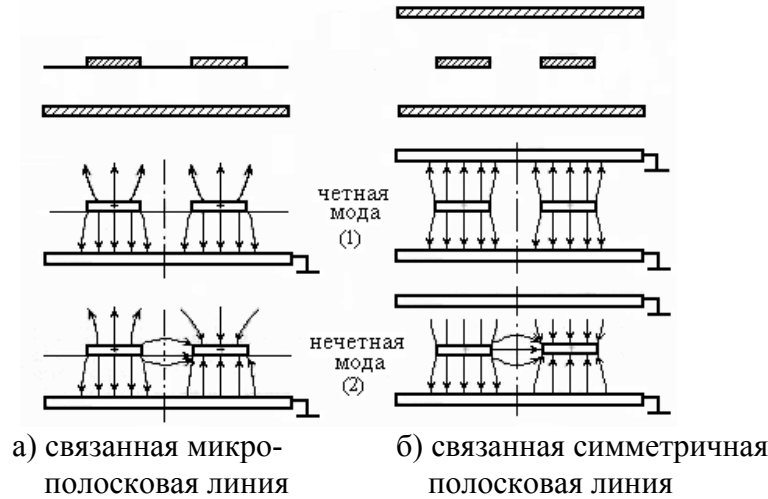


Рис. 3.15.

Эти восьмиполосники согласованы со стороны всех четырех плеч и являются идеальными противонаправленными ответвителями, если длина области связи $l = (m - 1/2)\lambda$ ($m = 1, 2, \dots$). Для доказательства последнего утверждения предположим, что элемент связи длиной dz возбуждает в плечах 3 и 4 элементарные волны с равными амплитудами $dU_4(z) = dU_3 = \alpha U_1 dz$. Постоянную связи α полагаем малой, чтобы считать амплитуду волны U_1 не зависящей от z : $U_1(z) = U_{10} e^{-ikz}$ тогда

$$\begin{aligned} U_3(0) &= \alpha U_{10} \int_0^l e^{-ikz} e^{-ik(l-z)} dz = \alpha U_{10} l e^{-ikl} \\ U_4(l) &= \alpha U_{10} \int_0^l e^{-2ikz} dz = \alpha U_{10} l \frac{\sin kl}{kl} e^{-ikl} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Следовательно, в плече 3 все элементарные волны складываются в фазе, а в плече 4 их фазы различны.

Переходное ослабление $A = 10 \lg \frac{P_1}{P_2} = 20 \lg \left| \frac{U_{10}}{U_3(0)} \right| = -20 \lg(\alpha l)$.

Направленность $C = 10 \lg \frac{P_3}{P_4} = 20 \lg \left| \frac{U_3(0)}{U_4(l)} \right| = 20 \lg \left(\frac{kl}{\sin kl} \right)$.

При $kl = 2\pi(m - 1/2)$, $m = 1, 2, \dots$, т.е. $l = (m - 1/2)\lambda$ плечо 4 не возбуждается и направленность стремится к бесконечности.

Следует отметить, что при антисимметричном возбуждении связанных линий в плоскости симметрии устанавливаются граничные условия типа электрической стенки (рис.3.15 (2)) и восьмиполосник эквивалентен двум параллельно включенным четырехполосникам противофазного возбуждения. При симметричном возбуждении линии в плоскости симметрии ответвителя устанавливаются граничные условия типа магнитной стенки (рис.3.15(1)). Обмена энергией между линиями нет, и восьмиполосник эквивалентен двум параллельно включенным парциальным четырехполосникам синфазного возбуждения.

Обычно вводят матрицы рассеяния парциальных четырехполюсников синфазного (четного) возбуждения S_e и противофазного (нечетного) возбуждения S_o

$$S_e = \begin{bmatrix} \gamma_e & t_e \\ t_e & \gamma_e \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad S_o = \begin{bmatrix} \gamma_o & t_o \\ t_o & \gamma_o \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Суперпозиция синфазного и противофазного возбуждения с равными амплитудами входов 1 и 3 в восьмиполуснике представляет возбуждение только входа 1. Поэтому, можно определить следующие четыре независимых элемента матрицы рассеяния восьмиполусника:

$$S_{11} = \frac{1}{2}(\gamma_e + \gamma_o), \quad S_{31} = \frac{1}{2}(\gamma_e - \gamma_o), \quad S_{21} = \frac{1}{2}(t_e + t_o), \quad S_{41} = \frac{1}{2}(t_e - t_o). \quad (3.22)$$

Если повторить опыт синфазного и противофазного возбуждения для входов 2 и 4, то можно получить:

$$S_{22} = \frac{1}{2}(\gamma_e + \gamma_o), \quad S_{42} = \frac{1}{2}(\gamma_e - \gamma_o). \quad (3.23)$$

Для сонаправленного ответвителя условия согласования входов ответвителя $S_{11} = S_{33} = 0$ и развязки $S_{31} = 0$ эквивалентно

$$\gamma_o = \gamma_e = 0, \quad t_{o,e} = \exp[-i(\vartheta \mp \delta\varphi/2)]. \quad (3.24)$$

Здесь $\delta\varphi = \arg t_o - \arg t_e$ — дифференциальный фазовый сдвиг для волн, проходящих через согласованные парциальные четырехполюсники четного и нечетного возбуждения.

Из (3.19) видно, что фазовый сдвиг между выходными волнами равен $\pi/2$, поэтому такие ответвители еще называют квадратурными.

Двойной волноводный тройник

Рассмотрим четырехплечее волновое разветвление, показанное на рис. 3.16. Соединение образовано тройником в плоскости Е и тройником в плоскости Н, имеющими общую плоскость симметрии. Предполагается, что в рассматриваемом диапазоне частот по волноводам может распространяться только волна низшего типа H_{10} .

Качественный анализ свойств двойного тройника можно провести, зная свойства Е-и Н-тройников. Пусть в плечах 1 и 2 двойного тройника (рис.3.16) включены два равноотстоящих когерентных генератора, работающих синфазно.

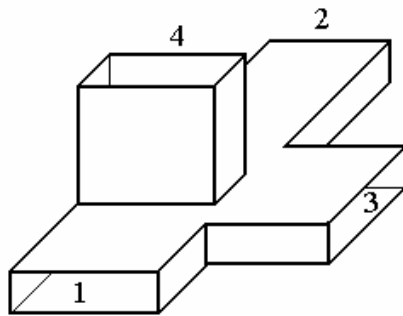


Рис. 3.16. Двойной волноводный тройник

Тогда в плоскости симметрии тройника будет существовать максимум электрического поля; энергия будет ответвляться только в плечо 3 (Н-плечо). В Е-плечо энергия поступать не будет. Следовательно, по принципу взаимности, если включить генератор в плечо 3, то в 1 и 2 плечах будут распространяться синфазные волны. Передачи энергии из плеча 3 в плечо 4 не должно происходить.

Таким образом, плечи 3 и 4 оказываются “развязанными”, т.е. связи между ними нет. Можно доказать, что при возбуждении двойного тройника через плечо 1 энергия будет делиться между плечами 3 и 4; связи с плечом 2 не происходит. Вообще развязанными оказываются любые два противоположные плеча двойного тройника. Практически, разумеется, за счет неизбежно присутствующей асимметрии изоляция противоположных плеч двойного тройника не является идеальной. Реально достижимая развязка составляет обычно от 30 до 50 дБ.

Условием связи между плечами 3 и 4 при возбуждении, например, со стороны плеча 3 является существование узла электрического поля в плоскости симметрии тройника. Этому можно удовлетворить лишь при условии существования отраженных волн в плечах 2 и 1. Фазы отражения в плечах 2 и 1 не должны быть одинаковыми. Наибольшая (полная) связь в плечах 3 и 4 достигается при размещении в плечах 1 и 2 короткозамыкающих поршней, расстояние от которых до плоскости симметрии тройника отличается на четверть длины волны в волноводе. В этом случае обеспечивается разность хода волн, пришедших в плоскость симметрии после отражения от поршней, равная 180° . Поэтому отраженные волны не могут пройти обратно в плечо 3 и ответвляются в плечо 4.

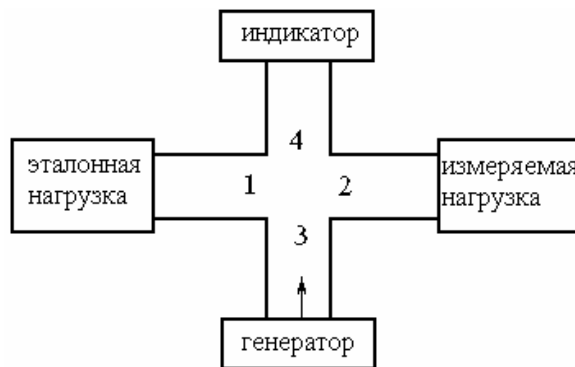


Рис. 3.17. Схема применения двойного волноводного тройника в качестве моста для измерения полных сопротивлений и проводимостей при сверхвысоких частотах

Перечисленные свойства позволяют сделать вывод, что двойной волноводный тройник подобен обычной мостовой схеме. Использование двойного тройника в качестве моста для измерения сопротивлений на сверхвысоких частотах иллюстрируется рис.3.17. Измерительный генератор включен в плечо 3. В плече 4 включен индикатор, указывающий на наличие высокочастотного сигнала в этом плече. Если в плечах 1 и 2 включить нагрузки, обладающие совершенно одинаковыми характеристиками, то отраженные от них волны не могут пройти в плечо 4. Индикатор дает при этом нулевое показание.

Наличие сигнала в плече 4 является указанием на неидентичность (разбаланс) нагрузок в плечах 1 и 2. Если одна из нагрузок является эталонной, то легко производить сравнение ее с неизвестной нагрузкой, пользуясь индикатором в плече 4. Функции этого индикатора оказываются, таким образом, сходными с функциями индикатора в диагонали обычной низкочастотной мостовой схемы.

В заключение перечислим основные свойства, которыми обладает симметричный многополюсник с симметричными плоскостями отсчета, изображенный на рис.3.16.

а. Матрица рассеяния $[S]$ этого многополюсника симметрична, так как все элементы структуры изотропны.

б. Из соображений геометрической симметрии *всегда* соблюдаются условия $s_{13} = s_{23}$, $s_{14} = -s_{24}$, $s_{34} = 0$, $s_{11} = s_{22}$.

в. Чтобы получить устройство типа согласованного двойного тройника, нужно сделать так, чтобы коэффициенты s_{33} и s_{44} независимо друг от друга равнялись нулю. В

принципе для выполнения этого условия можно поместить соответствующие реактивные проводимости в любом сечении плеч 3 и 4. Однако на практике для уменьшения частотной чувствительности согласующие элементы желательно помещать как можно ближе к плоскости разветвления.

г. При соблюдении условия (в) автоматически следует, что $s_{11} = s_{22} = 0$. В том случае, когда потерями в соединении можно пренебречь, матрица рассеяния будет унитарной и $|s_{13}|^2 = |s_{14}|^2 = 1/2$

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 0 & 0 & e^{j\varphi} & e^{j\varphi} \\ 0 & 0 & e^{j\varphi} & -e^{j\varphi} \\ e^{j\varphi} & e^{j\varphi} & 0 & 0 \\ e^{j\varphi} & -e^{j\varphi} & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

3.4. Согласование СВЧ цепей

В теории длинных линий под режимом согласования понимают случай, когда сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии $z_n = z_v$ и в месте включения нагрузки нет нарушений структуры поля рабочей моды, т.е. не возбуждаются другие типы волновых полей. В этом случае мощность, поступающая в нагрузку, максимальна, а отражение отсутствует $\left(\Gamma = \frac{z_n - z_v}{z_n + z_v} = 0 \right)$. Отраженная волна нарушает режим работы всех

элементов СВЧ цепи, поэтому обеспечение согласования является одной из наиболее типичных задач техники сверхвысоких частот. Для контроля за согласованием в цепь ставят специальные приборы: измерительные линии, импедометры, рефлектометры и т.д. В качестве импедометров и рефлектометров используются направленные ответвители и волновые мосты, которые позволяют непосредственно определять амплитуду и фазу коэффициента отражения от нагрузки. Измерительная линия представляет собой отрезок плоского волновода с узкой щелью, прорезанной вдоль волновода по его плоскости симметрии. В щель вставлен электрический зонд (проволочная антенна), соединенный с детекторной камерой. При перемещении зонда вдоль волновода (вдоль щели) можно снять продольное распределение амплитуды электрического поля $E(z)$ и по отношению максимального значения (E_{\max}) к минимальному (E_{\min}) определить коэффициент стоячей волны $KCB = |E_{\max}|/|E_{\min}| = 1/KBB$ (KBB — коэффициент бегущей волны). Так как суммарное электрическое поле складывается из поля падающей волны $E_0 e^{i\omega t - i h z}$ и поля отраженной от нагрузки волны $\Gamma E_0 e^{i\omega t + i h z}$, то $|E_{\max}| = E_0(1 + |\Gamma|)$, $|E_{\min}| = |E_{nad}| - |E_{omp}| = E_0(1 - |\Gamma|)$ то $KCB = 1 + |\Gamma|/1 - |\Gamma|$, а $|\Gamma| = \frac{KCB - 1}{KCB + 1}$. Фазу коэффициента отражения (φ) определяют по ве-

личине (Δz) сдвига минимума поля при присоединении к линии нагрузки относительно положения ближайшего минимума закороченной линии.

Существует два метода согласования: а) поглощение отраженной волны, б) дополнительные отражения в нужной фазе. В первом случае необходимо использовать такие элементы, как аттенюаторы, вентили, циркуляторы, мостовые схемы с невзаимными элементами и т.д. Во втором случае необходимо включение в цепь компенсирующих реактивных сопротивлений, шлейфов либо трансформаторов сопротивлений.

Аттенюаторы (см. выше) представляют собой поглощающий четырехполюсник, который не вносит никаких дополнительных отражений, но ослабляет проходящую волну. При использовании аттенюатора снижается КПД устройства, так как ослабляются и па-

дающая и отраженная от нагрузки волна. Для исключения ослабления падающей волны необходимо разделить каналы поглощения падающей и отраженной волны. Такая идея реализуется с помощью невзаимных устройств (циркуляторов, вентилях и т.д.).

Согласование передающих линий реактивными элементами

Для обеспечения высокого КПД волноводного тракта применяют согласующие устройства из реактивных элементов. Различают режимы узкополосного и широкополосного согласования. Полосой частот согласования Δf_c называют интервал частот, в котором КБВ превышает установленное допустимое значение (0,8, например).

При узкополосном согласовании достаточно компенсировать отражение от нагрузки на заданной частоте путем внесения добавочного отражения. Согласующее устройство располагают как можно ближе к нагрузке и длину согласующего устройства выбирают минимальной. Тогда при отклонении частоты от расчетной изменение электрических длин будет наименьшим и рассогласование будет наименьшее. В качестве согласующего устройства используются трансформаторы сопротивлений (см. рис.3.2 и формулы 3.10–3.12), шлейфы и диафрагмы, включенные в нужном сечении СВЧ цепи.

а) *Четвертьволновый трансформатор.* Для согласования двух линий с разными волновыми сопротивлениями Z_1 и Z_2 можно использовать четвертьволновый трансформатор ($l_{mp} = \lambda_{mp}/4$). Согласно (3.10) входной импеданс в сечении линии AA' определяется выражением:

$$Z_{ex}(A) = Z_{mp} \frac{Z_2 \cosh l_{mp} + iZ_{mp} \sinh l_{mp}}{Z_{mp} \cosh l_{mp} + iZ_2 \sinh l_{mp}} = \frac{Z_{mp}^2}{Z_2}. \quad (3.25)$$

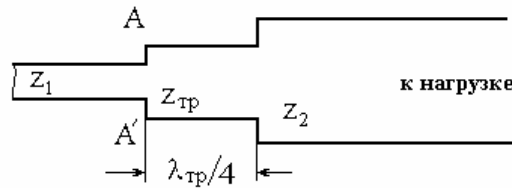


Рис. 3.18. Согласование волноводных линий с разными волновыми сопротивлениями

Для согласования волноводов ($\Gamma = 0$) необходимо выполнение условия

$$Z_1 = Z_{ex}(A) = Z_{mp}^2 / Z_2.$$

Таким образом, при $Z_{mp} = \sqrt{Z_1 Z_2}$ волноводная линия будет согласована как со стороны входного плеча, так и со стороны выходного плеча. Для согласования чисто активной нагрузки (Z_n) с линией Z_1 необходимо выбрать волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора $Z_{mp} = \sqrt{Z_1 Z_n}$ и включить его между нагрузкой и подводящим волноводом. Для компенсации отражения от комплексной нагрузки необходимо включить четвертьволновый трансформатор сопротивлений на некотором расстоянии от нагрузки либо в узле, либо в пучности продольного распределения напряжения (поперечной компоненты электрического поля) стоячей волны. В этом случае реактивность нагрузки компенсируется реактивностью отрезка линии между трансформатором и нагрузкой, а активная часть импеданса нагрузки согласуется с импедансом входного плеча с помощью трансформатора. При этом

$$Z_{mp} = \sqrt{Z_1 R}, \text{ здесь } R = Z_1 \operatorname{Re} \frac{Z_n \cos hl + iZ_1 \sin hl}{Z_1 \cos hl + iZ_n \sin hl}, \operatorname{Im} \frac{Z_n \cos hl + iZ_1 \sin hl}{Z_1 \cos hl + iZ_n \sin hl} = 0. \quad (3.26)$$

б). Шлейфный метод согласования заключается в подключении шлейфа (отрезка линии переменной длины L) в то сечение линии (l), где $\operatorname{Re} Z_{\text{выход}} = Z_1$, $\operatorname{Im} Z_{\text{выход}} = -Z_{\text{шлейфа}} = -iZ_2 \operatorname{tg} hL$.

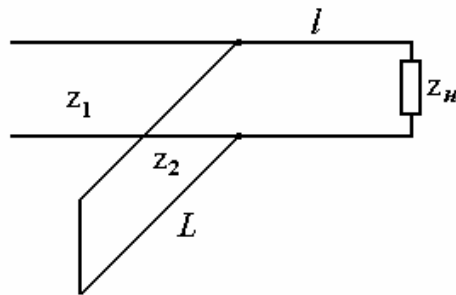


Рис. 3.19

В этом случае реактивность нагрузки $\operatorname{Im} Z_{\text{н}}$ и отрезка линии длиной l компенсируется реактивностью шлейфа, а активное сопротивление нагрузки $\operatorname{Re} Z_{\text{н}}$ трансформируется отрезком в волновое сопротивление линии Z_1 .

Необходимость перемещения шлейфа вдоль линии передачи создает трудности при конструировании одношлейфных трансформаторов. Более удобными оказались двухшлейфные трансформаторы, содержащие два шлейфа (две реактивности), расположенные на расстоянии $l_{\text{ш}} \sim \lambda/8$ (см. рис.3.20).

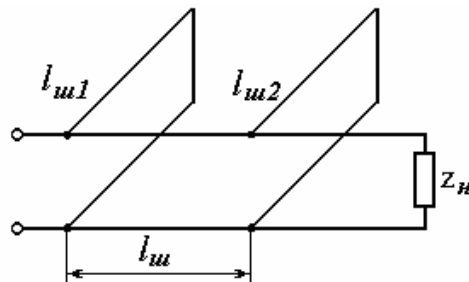


Рис. 3.20

В этом случае есть возможность согласовать заданную $z_{\text{н}}$ при фиксированном значении расстояния l от трансформатора до нагрузки.

В конструкцию аналогичного трансформатора для линии с полым металлическим волноводом входят две тонкие диэлектрические пластинки, которые можно перемещать относительно друг друга и обе вместе относительно нагрузки.

3.5. Широкополосное согласование

Согласование двух волноводов в полосе частот заключается в подключении ряда четвертьволновых секций с постепенно увеличивающимися (или уменьшающимися) волновыми сопротивлениями (см. рис.3.21).

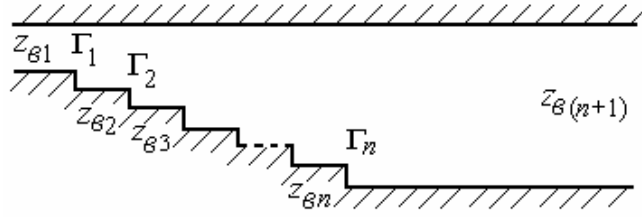


Рис. 3.21.

Можно по формулам пересчета импедансов найти входной импеданс всего устройства и определить обычным образом коэффициент отражения на входе линии Γ_T . Так как импедансы соседних секций мало отличаются друг от друга, поэтому можно представить Γ_T через сумму отражений от каждой ступеньки $\Gamma_T = \Gamma_1 + \Gamma_2 e^{-i2\varphi} + \Gamma_3 e^{-i4\varphi} + \dots + \Gamma_n e^{-i2(n-1)\varphi}$. Здесь φ — полный фазовый сдвиг между соседними ступеньками трансформатора,

$$\Gamma_k = \frac{Z_{e(k+1)} - Z_{ek}}{Z_{e(n+1)} + Z_{ek}}. \quad (3.27)$$

Обычно коэффициенты Γ_k распределены либо в соответствии с коэффициентами полинома Чебышева либо в соответствии с биномиальным распределением: $\Gamma_k / \Gamma_n = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, где $C_n^n = C_n^0 = 1$, $C_n^1 = n$, $C_n^k = C_n^{n-k}$. Длина ступенек $d = \lambda_0/4$ на центральной частоте f_0 , т.е. $\varphi_0 = \pi/2$. Если φ_1 — полный фазовый сдвиг между соседними ступеньками на нижней границе полосы частот согласующего устройства f_1 ; а φ_2 — фазовый сдвиг на частоте f_2 , являющейся верхней границей полосы частот. Обычно $\varphi_2 = \pi - \varphi_1$, $\varphi_1 = 2\pi d/\lambda_1$, $\varphi_2 = 2\pi d/\lambda_2$, тогда $\lambda_1/\lambda_2 = \varphi_2/\varphi_1$. Отсюда $d = \varphi_1 \lambda_1 / 2\pi = \varphi_2 \lambda_2 / 2\pi = \lambda_0/4$ и $\lambda_0 = 4d = 2\lambda_1 \lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$.

При отношениях $Z_{0(k+1)}/Z_{0k} = x$ близких к единице можно воспользоваться разложением $\ln x$ в окрестности $x \approx 1$.

$$\ln x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right], \text{ т.е. } \ln x = 2 \left(\frac{x-1}{x+1} \right). \quad (3.28)$$

(даже при $x=2$, $\ln x = 0,694$, $2(x-1)/(x+1) = 0,667$, т.е. разница между точным и приближенным представлением меньше 4%).

Для малых $\Gamma_k < 0,35$ принято представлять коэффициенты Γ_k следующим образом:

$$\Gamma_k = \frac{Z_{e(k+1)}/Z_{ek} - 1}{Z_{e(k+1)}/Z_{ek} + 1} = \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{e(k+1)}}{Z_{ek}} = \frac{1}{2} (\ln Z_{e(k+1)}/Z_{e1} - \ln Z_{ek}/Z_{e1}). \quad (3.29)$$

В этом случае суммарный коэффициент отражения на входе в согласующее устройство можно записать следующим образом:

$$\Gamma_T = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \dots + \Gamma_n = \frac{1}{2} (\ln Z_{e(n+1)} - \ln Z_{e1}) = \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{e(n+1)}}{Z_{e1}}. \quad (3.30)$$

Отметим, что подобным образом можно рассчитать многоступенчатый направленный ответитель.

Предельным случаем согласующих ступенчатых переходов при увеличении числа ступенек с одновременным уменьшением их длин и величины скачков волновых сопротивлений являются плавные переходы. Примером такого перехода является экспоненциальный трансформатор.

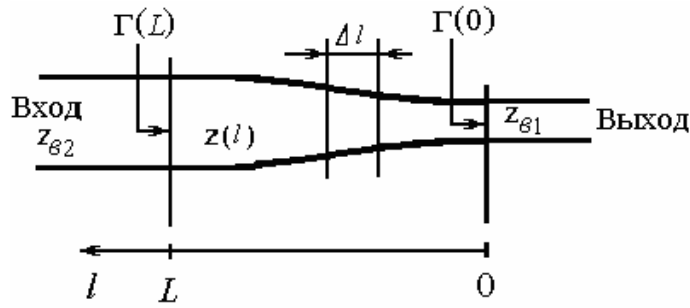


Рис. 3.22. Плавный согласующий переход

Он представляет собой отрезок нерегулярной линии передачи, волновое сопротивление которой изменяется по экспоненциальному закону $Z_e(l) = \sqrt{Z_{e1}Z_{e2}} \exp\left[\frac{2l-L}{2L} \ln Z_{e1}/Z_{e2}\right]$, L — продольный масштаб неоднородности, l — расстояние от конца перехода. На основании выражения (3.30) можно ввести функцию местных отражений, учитывающую изменение волнового сопротивления $Z_e(l)$ по длине перехода

$$N(l) = \frac{d\Gamma(l)}{dl} = \frac{1}{2} \frac{d[\ln z_{e(l)}^{omn}]}{dl} = \frac{Z'_e(l)}{2Z_e(l)}. \quad (3.31)$$

При учете изменения фазы дифференциальное уравнение для коэффициента отражения имеет вид [9]:

$$\frac{d\Gamma}{dl} + i2h\Gamma + N = 0. \quad (3.32)$$

Его решение можно найти с помощью интегрирующего множителя

$$\Gamma(l) = e^{-i2hl} \left[\Gamma_{(0)} - \int_0^l N|x| e^{i2hx} dx \right]. \quad (3.33)$$

Для экспоненциального трансформатора $N|x| = \frac{1}{2} L^{-1} \ln Z_{e1}/Z_{e2}$, тогда при $\Gamma_{(0)} = 0$ имеем

$$\Gamma(L) = \frac{1}{2} \left| \ln \frac{Z_{e1}}{Z_{e2}} \right| \left| \frac{\sinh hL}{hL} \right|. \quad (3.34)$$

Таким образом, по виду частотной характеристики плавный переход оказывается эквивалентным фильтру верхних частот. Ступенчатый переход эквивалентен полосно-пропускающему фильтру, поэтому заданные требования к качеству согласования могут быть обеспечены более экономным способом (длина ступенчатого перехода всегда меньше плавного). Для перехода длиной $L > 0,5\lambda_{e1}$ модуль коэффициента отражения от устройства менее $0,1 \ln Z_{e1}/Z_{e2}$.

3.6. Вентиль

Вентилем называется линейный невзаимный четырехполюсник, пропускающий СВЧ энергию без поглощения в одном направлении и не пропускающий в обратном. Матрица рассеяния идеального (без потерь) вентилля

$$S = e^{-i\varphi} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Здесь показано, что вся энергия из 1-го плеча идет во 2-ое плечо, набег фазы равен φ .

Идея резонансного волноводного вентиля основана на том факте, что в волноводе есть поверхности, где поляризация магнитного поля рабочей моды является циркулярной.

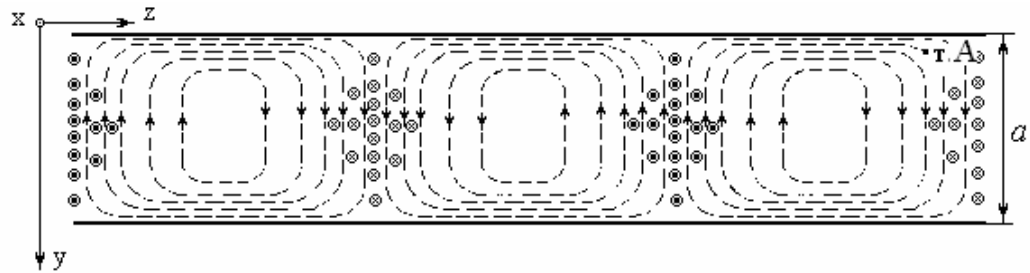


Рис. 3.23. Эпюры силовых линий магнитного поля волны TE_{01}

На рис.3.23 приведены эпюры силовых линий магнитного поля волны TE_{01} прямоугольного волновода (вид сверху). Если наблюдать за изменениями поляризации вектора \vec{H} в т. А, то при распространении волны в правую сторону по набегающим силовым линиям можно увидеть вращение вектора \vec{H} против часовой стрелки. Частота вращения вектора \vec{H} совпадает с частотой волны. При смене направления распространения волны меняется направление вращения вектора \vec{H} на обратное. Отметим, что у боковых стенок волновода поляризация \vec{H} линейная (вдоль оси волновода), а в плоскости симметрии волновода $y = a/2$ поляризация \vec{H} тоже линейная, но уже поперек оси волновода. Намагниченная вдоль оси x ферритовая пластина, помещенная в волновод в сечении $y = \text{const} \sim a/4$, будет поглощать и замедлять ту волну, в которой направление вращения вектора \vec{H} совпадает с направлением прецессии вектора намагниченности доменов в пластинке, и не будет влиять на поглощение волны, бегущей в обратную сторону. Поглощение резко возрастает при гирорезонансе, когда совпадает частота прецессии намагниченности доменов с частотой волны. При достаточно большой длине ферритовой пластины возможна почти полная развязка волн, бегущих навстречу друг другу, т.е. возможно “согласование” СВЧ узлов с разными волновыми сопротивлениями.

В технике СВЧ используют также “вентили со смещением поля”. Их действие основано на зависимости структуры поля волны, распространяющейся в частично заполненном ферритом волноводе от направления распространения. Эффективная магнитная проницаемость феррита и замедление волны в волноводе зависит от направления распространения волны, величины и направления поля подмагничивания и положения ферритовой пластины. Пластина может работать как “диэлектрический волновод”, в котором распространяется поверхностная волна ($\mu_{эф} > \mu_0$, электрическое поле волны максимально у пластины и велико поглощение в специальной поглощающей пленке, нанесенной на пластину), для волны противоположного направления $\mu_{эф} < \mu_0$ и структура поля такая, что у пластины электрическое поле мало и поглощение в пластине мало.

3.7. Циркуляторы

Циркулятором называют невзаимный многополюсник, плечи которого задействованы таким образом, что волна из плеча с номером n проходит только в плечо с $(n+1)$, а из последнего плеча — только в первое плечо. Матрица рассеяния идеального (без потерь) трехплечевого циркулятора $S = e^{-i\varphi} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$, а матрица передачи $\Pi = e^{i\varphi} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

Конструкция волноводного трехплечного циркулятора мостового типа изображена на рис.3.24 а.

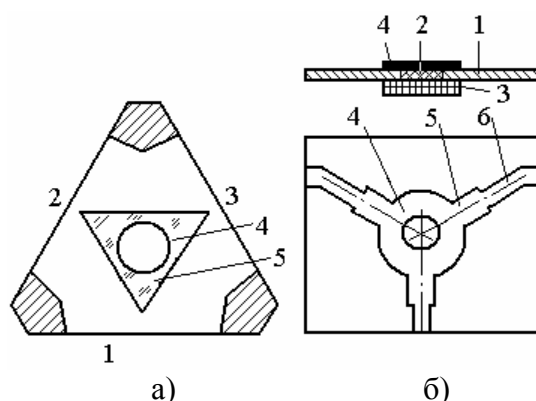


Рис. 3.24. Мостовой трехплечий циркулятор в волноводном (а) и микрополосковом (б) исполнениях

Это симметричный волноводный тройник, на оси симметрии которого помещен ферритовый вкладыш 4 с диэлектрической втулкой 5, которая служит для улучшения согласования и расширения рабочей полосы частот устройства. Поле подмагничивания, перпендикулярное плоскости рисунка, создается постоянными магнитами, расположенными снаружи тройника. Подведенная к 1 плечу волна разделяется на две волны, огибающие ферритовый вкладыш с разных сторон. Вращение вектора \vec{H} у вкладыша в этих волнах происходит в противоположных направлениях: против часовой стрелки у волны, огибающей вкладыш справа, и по часовой стрелки у волны, огибающей вкладыш слева. Фазовые скорости у этих волн различны. Можно подобрать величину и направление поля подмагничивания таким образом, чтобы набег фаз у “левой” и “правой” волн было бы в фазе у второго плеча и в противофазе у третьего плеча. Тогда вся мощность из первого плеча идет во второе, а волна, отраженная от несогласованной нагрузки во втором плече, пойдет в третье плечо, где можно поставить согласованную нагрузку, измеритель мощности и т.д. В первое плечо перераспределяется только волна, излученная из третьего плеча.

Аналогично функционируют трехплечные Y-циркуляторы в микрополосковом исполнении. На рис.3.24б показана конструкция такого циркулятора. В керамическую подложку 1 врезан ферритовый вкладыш 2, подмагниченный постоянным магнитом 3. Нанесенный на подложку металлический пленочный диск 4 обеспечивает необходимую структуру волнового поля. Четвертьволновые трансформаторы сопротивлений 5 служат для согласования циркулятора с внешними линиями передач.

Среди различных видов циркуляторов наибольшее распространение получили именно Y-циркуляторы из-за простоты, малых габаритов и массы. Рабочая полоса частот волноводных Y-циркуляторов достигает 30%, полосковых — октавы ($f_{\text{верх}} = 2f_{\text{нижн}}$). В технике СВЧ используются также циркуляторы на эффекте Фарадея и фазовые циркуляторы.

На рис. 3.25 изображены две упрощенные схемы фазовых циркуляторов, использующих невзаимный фазовый сдвиг в прямоугольном волноводе, содержащем намагниченный феррит. В состав каждого из циркуляторов входят два моста, между которыми в простейшем случае расположена одна ферритовая пластина, находящаяся в области круговой поляризации высокочастотного магнитного поля.

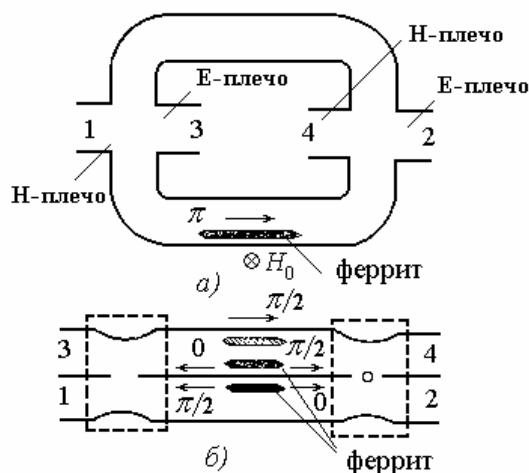


Рис. 3.25. Схемы фазовых циркуляторов, использующих гиратор и два двойных тройника (а) и два щелевых моста (б)

В отличие от резонансного вентиля, рассматривавшегося выше, напряженность постоянного магнитного поля выбирается значительно ниже величины $H_{0\text{рез}}$, соответствующей условию ферромагнитного резонанса. При этом потери в феррите для обоих направлений вращения высокочастотного магнитного поля могут быть сделаны достаточно малыми. Однако ввиду различия величин μ'_+ и μ'_- фазовые скорости волн, распространяющихся по волноводу в противоположных направлениях, также оказываются различными.

Выберем такую длину ферритовой пластины, при которой разность фазовых сигналов в “прямом” и “обратном” направлениях составляет ровно π . Такой четырехполюсник иногда называют гиратором. Тогда при подаче сигнала на вход 1 схемы, изображенной на рис.3.25а (т.е. в Н-плечо двойного тройника), две волны, приходящие во второй тройник и являвшиеся первоначально синфазными, оказываются в противофазе ввиду сдвига на π в гираторе. С учетом свойств тройниковых разветвлений передача энергии в этом случае возможна только в Е-плечо, обозначенное цифрой 2. Таким образом, вся мощность, поданная на вход 1, поступает без потерь и отражения в плечо 2.

Если теперь подать сигнал со стороны Е-плеча второго моста (вход 2 на рис.3.25а), то две волны, поступающие справа налево в первый мост, не претерпевают относительно друг друга сдвига фаз в ферритовой секции. По свойствам Е-тройников эти волны на выходе из второго моста являлись противофазными. Поступая в первый мост, две противофазные волны обеспечивают передачу энергии только в Е-плечо, обозначенное цифрой 3.

Рассматривая движение волн из плеча 3, а затем из плеча 4, можно убедиться в полном соответствии схемы, изображенный на рис. а, идеального циркулятору.

Схема циркулятора, изображенная на рис.3.25б, чаще применяется на практике и отличается от рассмотренной выше схемы заменой двойных тройников на щелевые мосты. Вместо одной ферритовой пластины большей частью используются две более короткие одинаковые пластины, расположенные в обоих каналах циркулятора и создающие разностный сдвиг фаз, равный $\pi/2$. В этом случае в одном из каналов включается также обычный ножевой диэлектрический фазосдвигатель, обеспечивающий взаимный фазовый сдвиг на $\pi/2$.

Циркулятор на эффекте Фарадея

Эффектом Фарадея называют явление поворота плоскости линейно поляризованной волны при ее распространении в гиротропной среде вдоль (или против) направления

поля подмагничивания. Линейно поляризованная волна может быть представлена суммой двух волн круговой поляризации с противоположным направлением вращения векторов \vec{E}_\perp и \vec{H}_\perp . В продольно подмагниченном феррите волны с круговой поляризацией имеют разные фазовые скорости $v_+ = \omega/h_+$ и $v_- = \omega/h_-$ (h_+ — продольное волновое число волны, у которой направление вращения \vec{H}_\perp совпадает с направлением прецессии векторов намагниченности \vec{P}_m доменов феррита, h_- — продольное волновое число волны, у которой направления вращения вектора поляризации \vec{H}_\perp и доменов феррита \vec{P}_m противоположны). Набег фазы у волн с разной поляризацией при прохождении участка феррита длиной l отличаются на величину $(h_- - h_+)l$. В результате этого линейно поляризованные вектора \vec{E}_\perp и \vec{H}_\perp в суммарной волне оказываются повернутыми на угол $\vartheta = (h_- - h_+)l/2$ относительно поляризации на входе участка. Угол ϑ повернут по часовой стрелке, если смотреть по направлению силовых линий поля подмагничивания феррита ($h_- > h_+$). Важно, что угол поворота ϑ не зависит от направления распространения волны (по полю подмагничивания или против поля). В этом заключается невзаимность эффекта Фарадея.

Циркулятор на эффекте Фарадея состоит из отрезка круглого волновода с ферритовым стержнем на оси волновода и внешнего соленоида, создающего продольное поле подмагничивания. К каждому из концов циркулятора подходят два взаимно-перпендикулярных плоских волновода, ориентированных своими широкими стенками вдоль оси круглого волновода и свернутых на 45° попарно на противоположных концах (рис.3.26).

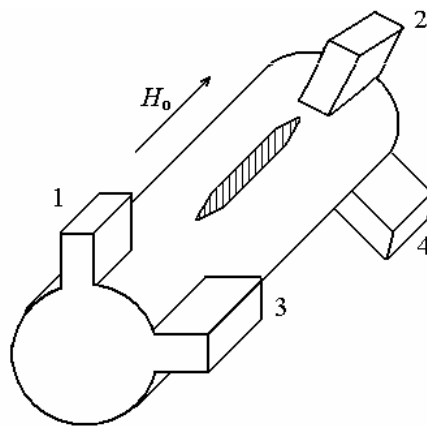


Рис. 26. Циркулятор на эффекте Фарадея

При поступлении в плечо 1 волны TE_{10} волна в круглом волноводе возбуждается TE_{11} волна (см. рис.3.27а) соответствующей линейной поляризации. Плечо 3 в этом случае не возбуждается, т.к. плоские волноводы рассчитаны на волну TE_{10} .

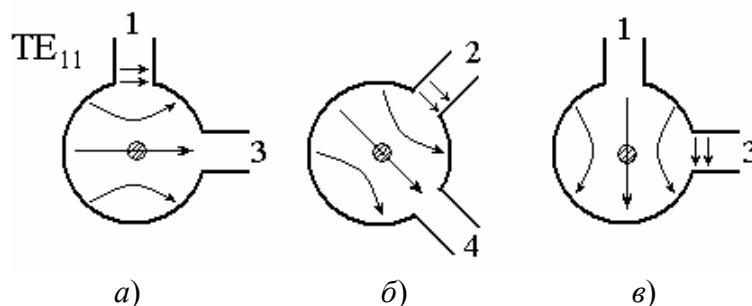


Рис. 3.27.

При распространении в круглом волноводе волны TE_{11} ее поляризации поворачивается из-за эффекта Фарадея. Подбором величины продольного поля подмагничивания можно в выходном конце циркулятора получить такую поляризацию электрического поля TE волны, при которой эффективно возбуждается второе плечо и не возбуждается четвертое плечо (рис.3.27б). В этом случае СВЧ мощность из первого плеча поступает во второе плечо, а отраженная из-за несогласованной нагрузки во втором плече волна распространяется обратно к входному концу циркулятора, и ее поляризация при этом поворачивается в ту же сторону (по часовой стрелке) еще на такой же угол ($\pi/4$) и возбуждает третье плечо (рис.3.27в), но не возбуждает первое плечо. Таким образом можно развязать СВЧ источник от несогласованной нагрузки и отраженную от нагрузки мощность выделить в специальном поглотителе в третьем плече.

Отметим, что при тех же величинах поля подмагничивания волна из третьего плеча пойдет в четвертое плечо, а при запитывании четвертого плеча волна пойдет в первое плечо, т.е. циркулятор работает по схеме $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

3.8. Управляющие СВЧ устройства

Управляющие устройства позволяют регулировать амплитуды и фазы сигналов СВЧ или изменять пути их прохождения в трактах. В механических управляющих устройствах изменение параметров передачи сигналов происходит вследствие перемещения отдельных частей устройства. В электрических управляющих устройствах параметры тракта изменяются без каких-либо перемещений его частей под прямым воздействием электрических сигналов управления. Электрически управляемые устройства могут быть выполнены на коммутационных диодах СВЧ, подмагниченных ферритах, газовых разрядниках и сегнетоэлектрических элементах.

В зависимости от выполняемых функций можно выделить следующие управляющие устройства СВЧ.

Выключатели — четырехполюсники, обеспечивающие либо согласованную передачу сигнала со входа на выход (открытое состояние), либо отсутствие передачи сигнала (закрытое состояние или режим запираания). Режим запираания может быть реализован путем либо полного отражения сигнала, либо его поглощения.

Коммутаторы — многополюсники, имеющие один или несколько входов и ряд выходов. Сигналы, поданные на входы, поступают по одному или несколько изменяемым при переключении каналам на выходы с минимальными потерями и при выполнении условий согласования.

Отражательные фазовращатели — двухполюсники с регулируемой фазой коэффициента отражения (плавно или ступеньками) при модуле коэффициента отражения, близком единице. В идеале отражательный фазовращатель представляет собой переменное реактивное сопротивление и может быть реализован в виде короткозамкнутого или разомкнутого шлейфа переменной длины.

Проходные фазовращатели — согласованные четырехполюсники, в идеале реактивные, обладающие переменной фазой коэффициента передачи. Проходные фазовращатели бывают плавными (с непрерывным изменением фазы) и ступенчатыми (дискретными), в которых фаза принимает ряд фиксированных значений, различающихся на постоянную величину $\Delta\varphi$ — дискрет фазы.

Аттенюаторы — четырехполюсники, обеспечивающие плавное или дискретное изменение вносимого ослабления от минимального значения L_{\min} до максимального значения L_{\max} .

Ограничители мощности — саморегулирующиеся согласованные четырехполюсники, пропускающие слабые сигналы почти без ослабления и резко ограничивающие интенсивность сигналов, мощность которых превышает заданный пороговый уровень.

Модуляторы мощности и т.д.

Диэлектрические фазовращатели

Простейший фазовращатель можно получить, если в прямоугольный волновод ввести диэлектрическую пластину толщиной t , высотой h , имеющую диэлектрическую проницаемость ε и расположенную параллельно электрическим силовым линиям (волна типа TE_{10}).

Пусть пластина находится на расстоянии $x = x_1$ от стенки. Постоянная распространения всей системы является функцией величин ε , t , h и x_1 и не поддается строгому расчету; только для случая $h = b$ точное ее значение находится достаточно просто.

Для инженерных расчетов как качественные, так и достаточно точные количественные оценки могут быть получены из формулы возмущения:

$$\beta - \beta_0 = \varepsilon_0 (\varepsilon' - 1) \frac{\omega \int \vec{E}_0^* \vec{E} dS}{4P}, \quad (3.35)$$

где β — действительная часть постоянной распространения h системы в целом; β_0 — действительная часть постоянной распространения h_0 полого волновода; ε_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства; ε' — относительная диэлектрическая проницаемость материала пластины; \vec{E}_0 — напряженность электрического поля в пустом волноводе (множитель $e^{i(\omega t - h_0 z)}$ на учитывается); \vec{E} — напряженность электрического поля системы в целом (множитель $e^{i(\omega t - h z)}$ не учитывается).

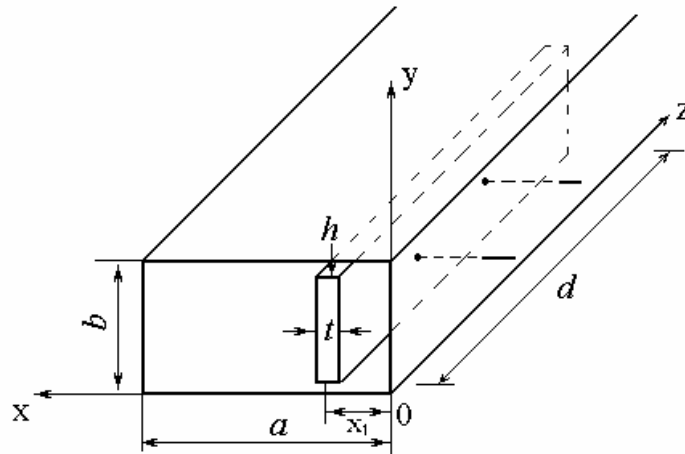


Рис. 3.28. Фазовращатель с диэлектрической пластиной

Пользуясь обозначениями, приведенными на рис.3.28 (волна типа TE_{10}), и уравнением, запишем

$$\vec{E} = \vec{E}' = \vec{a}_y E_m \sin \frac{\pi x}{a}. \quad (3.36)$$

Через E_m обозначено значение \vec{E}' при $x = a/2$, так как тангенциальные составляющие на границе раздела двух сред равны и возмущение считается пренебрежимо малым вне диэлектрической пластины ($E'_0 \approx E'$).

Запишем выражение для P через E'_0 на основании уравнения (3.36)

$$P = \frac{1}{2z_0} \int_S |E_t|^2 dS = \frac{E_m^2}{2z_0} \int_0^b \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx dy = \frac{E_m^2}{4z_0} ab = \frac{E_m^2}{4z_0} S, \quad (3.37)$$

где

$$z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} \lambda_{e0} / \lambda.$$

Ширина пластины t предполагается малой, поэтому

$$\int_{\Delta S} \vec{E}_0^* \vec{E}' da = th E_m^2 \sin \frac{\pi x_1}{a} = E_m^2 \sin \frac{\pi x_1}{a} \Delta S. \quad (3.38)$$

Из уравнения (3.35) разность фазовых постоянных

$$\beta - \beta_0 = (\varepsilon' - 1) \left(\omega \varepsilon_0 \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} \right) \left(\lambda_{e0} / \lambda \right) \sin^2 \frac{\pi x_1}{a} (\Delta S / S) = 2\pi (\varepsilon' - 1) \left(\Delta S / S \right) \frac{\lambda_{e0}}{\lambda^2} \sin^2 \frac{\pi x_1}{a} \quad (3.39)$$

или

$$\frac{1}{\lambda_e} - \frac{1}{\lambda_{e0}} = (\varepsilon' - 1) \left(\frac{\Delta S}{S} \right) \frac{\lambda_{e0}}{\lambda^2} \sin^2 \frac{\pi x_1}{a}. \quad (3.40)$$

Таким образом, соотношение (3.40) характеризует зависимость длины волны рассматриваемой системы λ_e от диэлектрической проницаемости материала пластины ε' , относительной площади поперечного сечения пластины $\Delta S / S$ и расположения пластины x_1 . Как и следовало ожидать, максимальное влияние пластина оказывает при $x_1 = a/2$, а минимальное при $x_1 = 0$.

Следует помнить, что уравнение (3.40) приближенное и справедливо только при выполнении допущений теории возмущений. В частности, им нельзя пользоваться, если значения ε' и t велики или если $\lambda_{e0} \gg \lambda$ (область, близкая к отсечке). Кроме того, уравнение несправедливо, если размер h мало отличается от размера t .

В практических конструкциях фазовращателей пластины заостряются с двух сторон для уменьшения отражений, а перемещение из в поперечном направлении осуществляется с помощью двух поддерживающих штырьков, разнесенных на расстояние около $\lambda_e / 4$. При работе в узкой полосе частот вместо клинообразных концов можно применить согласующие одноступенчатые трансформаторы.

Как видно из уравнения (3.40), основным недостатком рассматриваемого фазовращателя является зависимость фазового сдвига $[(1/\lambda_e) - (1/\lambda_{e0})] 2\pi d$ от отношения λ_{e0} / λ^2 , иными словами, от частоты.

Ферритовые фазовращатели

1. *Прямоугольный волновод.* Необратимый фазовращатель можно получить, если поместить в прямоугольный волновод ферритовую пластину в плоскости, где магнитное поле поляризовано по кругу. Пластина располагается в поперечном постоянном магнитном поле, поэтому для различных направлений круговой поляризации система имеет различную величину эффективной магнитной проницаемости, т.е. $\mu^+ \neq \mu^-$. Направление поляризации высокочастотного магнитного поля в свою очередь зависит от направления распространения волны.

Анализ устройства аналогичен анализу диэлектрического фазовращателя, за исключением того, что теперь рассматриваются не электрическое поле и диэлектрическая проницаемость, а магнитное поле и магнитная проницаемость.

Так как величина магнитной проницаемости зависит от направления распространения волны, то фазовый сдвиг для волны, распространяющейся в прямом направлении, будет от-

личаться от фазового сдвига для волны, распространяющейся в противоположном направлении.

2. *Круглый волновод*. Фарадеевский вращатель плоскости поляризации. Гиратор (т.е. фазовращатель, который в одном направлении дает сдвиг фазы волны на 180° больше, чем в другом) можно получить на основе 90° –вращателя плоскости поляризации.

Гиратор состоит из прямоугольного волновода (плечо 1, рис.3.29а), соединенного с помощью скрученной секции и перехода, не показанного на рис., с 90° –ным фарадеевским вращателем поляризации. Последний в свою очередь соединен со вторым переходом (на рис. не показан) и прямоугольным волноводом (плечо 2).

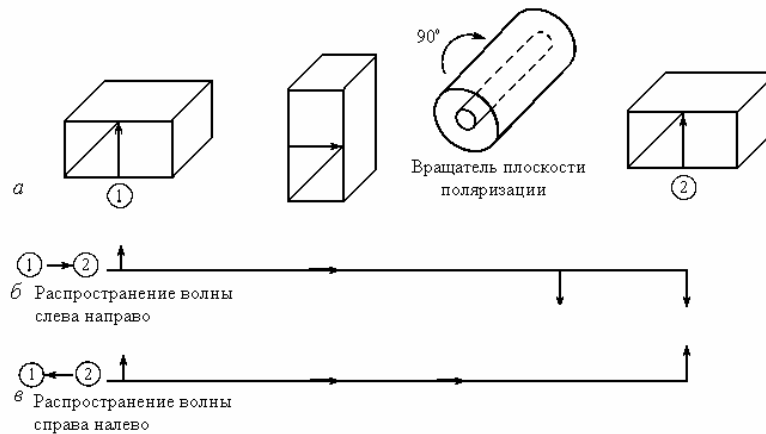


Рис. 3.29. Дифференциальный 180° –фазовращатель

Прохождение волны из плеча 1 в плечо 2 показано на рис.3.29б. Волна на выходе оказывается в противофазе с входной волной, если не считать постоянного фазового сдвига, зависящего от положения плоскостей отсчета.

Распространение волны в обратном направлении от плеча 2 к плечу 1 представлено на рис.3.29в. В этом случае волна на выходе оказывается в фазе с волной на входе (вновь учитывается постоянный фазовый сдвиг, вызванный определенным расположением плоскостей отсчета). Таким образом, дифференциальный фазовый сдвиг составляет 180° .

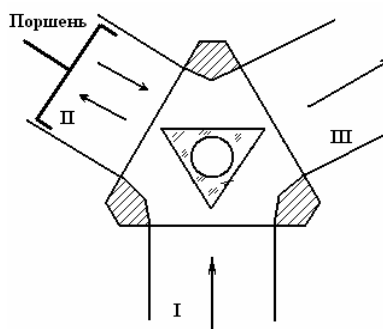


Рис. 3.30.

Для СВЧ устройств и цепей разного назначения разработаны разные типы фазовращателей. Мы остановимся еще на одном регулирующем фазу сигнала устройств, использующим Y–циркулятор (см. рис.3.30).

Подводящий волновод подсоединяется к плечу I циркулятора. Циркулятор настроен так, что СВЧ волна из I плеча идет в плечо II, к которому подключен отрезок волновода с короткозамыкающим поршнем на конце. Отраженная от поршня волна идет в плечо III и далее в нагрузку. Стрелки на рис. показывают направление распространения СВЧ волны. Изменение фазы волны, идущей в нагрузку, достигается простым перемещением замы-

кающего поршня. При этом $\Delta\varphi = 2h\Delta l$. Устройство не требует калибровки, ширина полосы определяется полосой циркулятора.

Отметим, что все фазовращатели позволяют реализовать фазовую модуляцию передаваемого сигнала.

3.9. Управляемые фильтры

Явление ферромагнитного резонанса может быть использовано для создания резонаторов, размеры которых не связаны с длиной волны колебаний, а собственная частота изменяется в широких пределах изменением величины поля подмагничивания. Такие резонаторы широко применяются в свч-генераторах, в управляемых СВЧ фильтрах и т.д. Обычно ферритовый резонатор представляет собой либо шар, либо шайбу диаметром $0,5 \div 1,5$ мм. Высота шайбы существенно меньше диаметра. Собственная добротность резонатора определяется шириной ферромагнитного резонанса и напряженностью внутреннего магнитного поля $Q = H_0 / 2\Delta H$.

На рис. 3.31 показаны три однорезонаторных ферритовых фильтра. Фильтр на индуктивных петлях (рис.3.31а) представляет собой ферритовую сферу, помещенную в центре двух перекрещивающихся рамок, расположенных во взаимно перпендикулярных плоскостях.

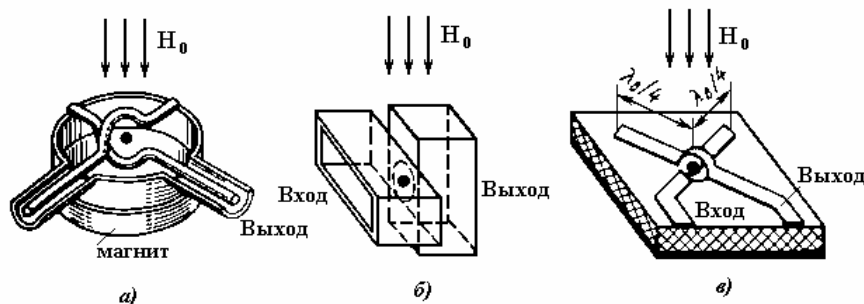


Рис. 3.31. Перестраиваемые фильтры на ферритовых резонаторах

Магнитные поля этих рамок взаимно ортогональны и передача сигналов между рамками отсутствует. При гиромагнитном резонансе намагниченной ферритовой сферы под воздействием на нее магнитного поля первой рамки $H_{вч\ x}$ появляется составляющая магнитной индукции $B_{вч\ y}$, возбуждающая вторую рамку, и сигнал проходит на выход фильтра.

В фильтре на прямоугольных волноводах (рис.3.31б) два соосных волновода развернуты один относительно другого на 90° и имеют отверстие в общей торцевой стенке. В центре отверстия располагается подмагничиваемая ферритовая сфера. На частотах в стороне от резонанса волноводы развязаны из-за ортогональности поляризаций их основных волн. При гиромагнитном резонансе между волноводами возникает связь вследствие появления недиагональных компонентов тензора магнитной проницаемости феррита и сигнал СВЧ проходит от одного волновода в другой.

В фильтре на симметричных полосковых линиях передачи (рис.3.31в) две перекрещивающиеся линии при отсутствии гиромагнитного резонанса практически развязаны между собой, поскольку связи через магнитное поле нет, а электрическое поле в месте пересечения линий минимально, так как точка пересечения расположена на расстоянии $\lambda_g/4$ от разомкнутых концов полосковых линий. В точке пересечения между проводниками полосковых линий помещена ферритовая сфера, намагничиваемая управляющим полем, перпендикулярным плоскости основания полосковой платы. При гиромагнитном резонансе появляется составляющая поля магнитной индукции, продольная возбуждающей

линии передачи, что приводит к возникновению сильной связи между полосковыми линиями.

Частотные характеристики коэффициентов передачи рассмотренных фильтров носят ярко выраженный резонансный характер, причем резонансные частоты могут быть изменены в значительных пределах при регулировании поля подмагничивания. Для улучшения формы частотной характеристики в фильтрах может быть использовано несколько близко расположенных ферритовых резонаторов со специально подобранной степенью взаимной связи между ними.

3.10. Коммутационные диоды СВЧ

Коммутационные диоды позволяют управлять прохождением колебаний в трактах СВЧ при импульсной мощности до 100 кВт и при средней мощности до 1 кВт. В наиболее распространенных $p-i-n$ -диодах (рис.3.32) сильнолегированные торцевые p - и n -слои полупроводниковой пластинки разделены высокоомной областью с электропроводностью собственного типа (эту область обычно называют базой диода). Торцевые поверхности диода диаметром около 1 мм, прилегающие к p - и n -слоям, металлизированы и используют в качестве выводов. При нулевом или обратном напряжении смещения на диоде контактные разности потенциалов $p-i$ и $i-n$ -переходов препятствуют проникновению свободных носителей заряда из p - и n -областей в базу диода и диод обладает большим сопротивлением (единицы или десятки килоом). Вследствие значительной толщины базы (несколько сотен микрометров) диод оказывается инерционным элементом. При подаче колебаний СВЧ на закрытый $p-i-n$ -диод не наблюдается эффекта выпрямления, так как за положительный полупериод колебаний в базе диода не успевают накопиться свободные носители заряда. Закрытый $p-i-n$ -диод при обратном напряжении смещения и даже без него может выдерживать без проявления свойств нелинейности напряжения СВЧ до 10^3 В.

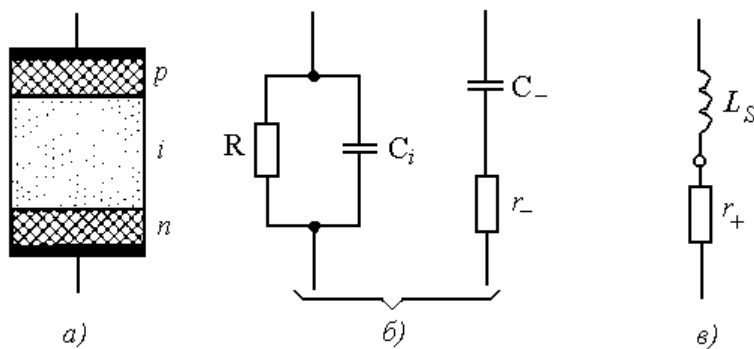


Рис. 3.32. Диод типа $p-i-n$ и его схемы замещения:

a — устройство диода; b — диод в закрытом состоянии;
 c — диод в открытом состоянии

Поэтому схему замещения закрытого $p-i-n$ -диода представляют в виде или параллельного соединения большого (несколько килоом) активного сопротивления R и общей емкости диода $C_i = 0,3 \div 1$ пФ, или последовательного соединения небольшого (несколько ом) активного сопротивления r_- , учитывающего потери, и емкости базы C_- . При подаче на диод положительного управляющего смещения $1 \div 2$ В полупроводниковые переходы отпираются, база диода заполняется свободными носителями заряда — дырками из p -слоя и электронами из n -слоя — и сопротивление базы резко уменьшается. Для поддержания малого сопротивления базы необходим постоянный ток $1 \div 200$ мА, возмещающий потери носителей заряда из-за рекомбинации электронов и дырок. Открытый диод способен пропускать токи СВЧ до 100 а при сохранении низкого сопротивления, так как отрицательная

полуволна колебания СВЧ не успевает вытянуть из базы диода часть пространственного заряда. Схема замещения открытого $p-i-n$ -диода состоит из единственного активного сопротивления r_+ (несколько ом), однако при наличии корпуса в эту схему иногда добавляют небольшую индуктивность вывода L_s .

Инерционность $p-i-n$ -диодов ограничивает их быстродействие по управлению. Время включения диода, определяемое скоростью заполнения i -слоя носителями заряда, составляет $0,1 \div 1$ мкс. Время перехода диода в закрытое состояние, обусловленное вытягиванием запасенного заряда из i -слоя, значительно больше. Изготавливают такие диоды из монокристаллического кремния методом диффузии примесей или их внесением методом ионной бомбардировки.

3.11. Балансный модулятор

На рис.3.33 приведена обычная схема балансного модулятора на двойном волновом тройнике. СВЧ сигнал поступает в плечо 3. Коэффициенты отражения Γ_1 и Γ_2 от нагрузок плеч 1 и 2 меняются во времени. Модулированный сигнал поступает в выходное плечо 4.

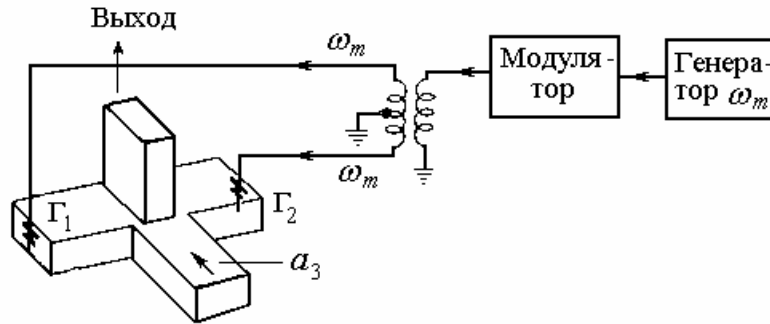


Рис. 3.33. Балансный модулятор

Коэффициенты отражения Γ_1 и Γ_2 являются по определению комплексными величинами и не зависят от $i\omega t$. Однако, при определенных условиях, когда, например, на полупроводниковый диод подается переменное напряжение смещения с частотой ω_m , отношение $E_{отр}$ и $E_{нао}$ (обе величины являются комплексными) периодически изменяется с частотой ω_m .

Из геометрии двойного тройника следует, что выходные сигналы в плечах 3 и 4 можно определить следующим образом:

$$b_3 = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} a_3, \quad b_4 = \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{2} a_3. \quad (3.41)$$

При использовании кристаллических СВЧ-детекторов желательно, чтобы коэффициент отражения Γ_1 изменялся следующим образом:

$$\Gamma_1 = \Gamma_0 \cos \omega_m t + \Gamma_-,$$

где Γ_0 и Γ_- комплексные числа. Главное в этой формуле — это наличие в выражении для Γ_1 переменной составляющей, изменяющейся по гармоническому закону при постоянной начальной фазе. Вектор на комплексной плоскости является прямой линией. Если $\Gamma_- = 0$, то прямая расположена симметрично относительно начала координат.

Коэффициент отражения Γ_2 в плече 2 равен

$$\Gamma_2 = \Gamma_0 \cos(\omega_m t + \pi) + \Gamma_-,$$

поскольку на кристалл 2 (предполагается, что последний идентичен кристаллу 1) напряжение смещения подается в противофазе (или оба модулирующих напряжения находятся в фазе, но полярность включения одного из детекторов изменена на противоположную).

Из уравнений (3.41) следует, что

$$b_3 = a_3 \Gamma_-, \quad (3.42)$$

$$b_4 = a_3 \Gamma_0 \cos \omega_m t = |a_3| \Gamma_0 \frac{e^{i\omega_m t} + e^{-i\omega_m t}}{2} e^{i(\omega t + \varphi_0)}, \quad (3.43)$$

где $\omega t + \varphi_0$ — фаза сигнала a_3 . Уравнение (3.43) можно записать в другой форме:

$$b_4 = \frac{|a_3| \Gamma_0}{2} [e^{i[(\omega + \omega_m)t + \varphi_0]} + e^{i[(\omega - \omega_m)t + \varphi_0]}] = \frac{|a_3| \Gamma_0}{2} [e^{i[(\omega + \omega_m)t + \psi_0]} + e^{i[(\omega - \omega_m)t + \psi_0]}], \quad (3.44)$$

где $\psi_0 = \varphi_0 + \vartheta_0$, а ϑ_0 — аргумент Γ_0 .

Закончив на этом операции с комплексными величинами, запишем выражение для вещественной части сигнала b_4 :

Выходной сигнал в плече 4 ($\text{Re} b_4$)

$$\text{Re } b_4 = \frac{|\Gamma_0| |a_3|}{2} \{ \cos[(\omega + \omega_m)t + \psi_0] + \cos[(\omega - \omega_m)t + \psi_0] \} = |\Gamma_0| |a_3| \cos \omega_m t \cos(\omega t + \psi_0). \quad (3.45)$$

Из плеча 4 поступает сигнал, содержащий две боковые частоты, равные соответственно сумме и разности величин ω и ω_m . Что касается несущей частоты ω , то она либо полностью подавляется, когда $\Gamma_- = 0$, либо частично подавляется, а частично направляется в плечо 3, когда $\Gamma_- \neq 0$.

Балансную модуляцию можно также осуществить, меняя по синусоидальному закону фазу коэффициента Γ при постоянной его амплитуде, вместо того чтобы менять амплитуду при постоянной фазе. Подобный метод применяется при использовании варакторных диодов (варикапов), которые можно рассматривать как конденсаторы, реактивное сопротивление которых линейно зависит от приложенного напряжения. В идеальном случае потери отсутствуют и $\Gamma_1 = 1$.

При подаче синусоидального смещения величина Γ_1 изменяется по закону

$$\Gamma_1 = e^{i(\alpha_0 \cos \omega_m t + \theta_0)}, \quad (3.46)$$

где α_0 — максимальная девиация фазы коэффициента Γ_1 ($\alpha_0 \leq \pi/2$, значение $\alpha_0 \leq \pi/2$ соответствует изменению емкости от 0 до ∞), а θ_0 — фаза Γ_1 при $\omega_m t = (\pi/2) + n\pi$.

Если варакторы одинаковы, то

$$\Gamma_2 = e^{i(-\alpha_0 \cos \omega_m t + \theta_0)}. \quad (3.47)$$

Сигнал на выходе плеча 3 равен

$$b_3 = \frac{|a_3|}{2} [e^{i(\omega t + \psi_0 + \alpha_0 \cos \omega_m t)} + e^{i(\omega t + \psi_0 - \alpha_0 \cos \omega_m t)}], \quad (3.48)$$

а на выходе плеча 4 составит

$$b_4 = \frac{|a_4|}{2} [e^{i(\omega t + \psi_0 + \alpha_0 \cos \omega_m t)} - e^{i(\omega t + \psi_0 - \alpha_0 \cos \omega_m t)}]. \quad (3.49)$$

Вещественные части b_3 и b_4 равны соответственно

Выходной сигнал в плече 3

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} b_3 = \frac{|a_3|}{2} [& J_0(\alpha_0) \cos(\omega_m t + \psi_0) - 2J_1(\alpha_0) \cos \omega_m t \sin(\omega_m t + \psi_0) - \\ & - 2J_2(\alpha_0) \cos 2\omega_m t \cos(\omega_m t + \psi_0) + 2J_3(\alpha_0) \cos 3\omega_m t \sin(\omega_m t + \psi_0) + \dots \\ & + J_0(\alpha_0) \cos(\omega t + \psi_0) + 2J_1(\alpha_0) \cos \omega_m t \sin(\omega_m t + \psi_0) - \\ & - 2J_2(\alpha_0) \cos 2\omega_m t \cos(\omega_m t + \psi_0) - 2J_3(\alpha_0) \cos 3\omega_m t \sin(\omega_m t + \psi_0) + \dots] = \\ & |a_3| [J_0(\alpha_0) \cos(\omega t + \psi_0) - 2J_2(\alpha_0) \cos 2\omega_m t \cos(\omega t + \psi_0) + \dots] \end{aligned} \quad (3.50)$$

Выходной сигнал в плече 4

$$\operatorname{Re} b_4 = |a_3| [2J_1(\alpha_0) \cos \omega_m t \sin(\omega t + \psi_0) + 2J_3(\alpha_0) \cos 3\omega_m t \sin(\omega t + \psi_0) + \dots]. \quad (3.51)$$

Таким образом, сигнал на выходе плеча 3 содержит слагаемые, пропорциональные функциям Бесселя с четными индексами (включая несущую), тогда как выходной сигнал плеча 4 содержит только те слагаемые, которые пропорциональны функциям Бесселя нечетного порядка. По мере увеличения α_0 функция $J_0(\alpha_0)$ убывает, а интересующий нас коэффициент $J_1(\alpha_0)$ возрастает. Кроме того, для обычно встречающихся значений α_0 справедливо неравенство $J_3(\alpha_0) < J_1(\alpha_0)$. Поэтому выходной сигнал плеча 4 можно приближенно записать так:

$$\operatorname{Re} b_4 \approx |a_3| 2J_1(\alpha_0) \cos \omega_m t \sin(\omega t + \psi_0) = |a_3| J_1(\alpha_0) \{ \sin[(\omega + \omega_m)t + \psi_0] + \sin[(\omega - \omega_m)t + \psi_0] \}. \quad (3.52)$$

Расчетный коэффициент преобразования такой системы оказывается выше, чем в случае согласованных детекторов ($\Gamma_- = 0$, $|\Gamma| \rightarrow 1$).

Как видно из изложенного выше, для рассматриваемой цели после принятия определенных мер можно использовать разные гибридные соединения. Нужные амплитудные и фазовые изменения коэффициентов Γ_1 и Γ_2 можно обеспечить и с помощью ферритовых устройств, подмагничиваемых синусоидально меняющимися полями.

3.12. Балансные смесители

В устройствах связной и измерительной СВЧ техники часто используются гибридные кольца. Обычно это полосковая (коаксиальная, двухпроводная) линия, замкнутая в кольцо. Длина кольца $l = 3/2 \lambda$. У кольца имеются четыре входа-выхода, расположенные на расстоянии $\lambda/4$ друг от друга. На рис.3.34 приведена для примера схема балансного смесителя на гибридном кольце.

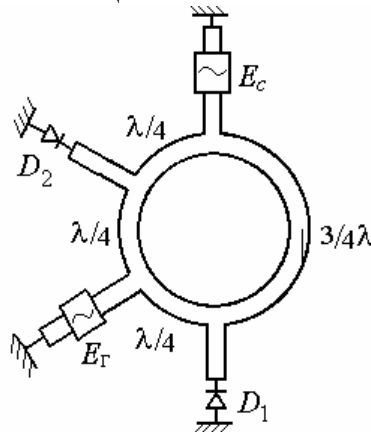


Рис. 3.34. Схема балансного смесителя на гибридном кольце

Здесь E_c — принимаемый (полезный) сигнал, E_r — сигнал с гетеродина. Существенно, что принимаемый сигнал приходит на детекторы (D_1) и (D_2) в противофазе, а гетеродинный сигнал приходит в фазе. В результате сигналы E_c и E_r складываются в фазе в детекторе D_2 и в противофазе в детекторе D_1 .

Кольцевые и шлейфные направленные ответвители можно использовать для суммирования мощностей СВЧ генераторов в общей нагрузке.

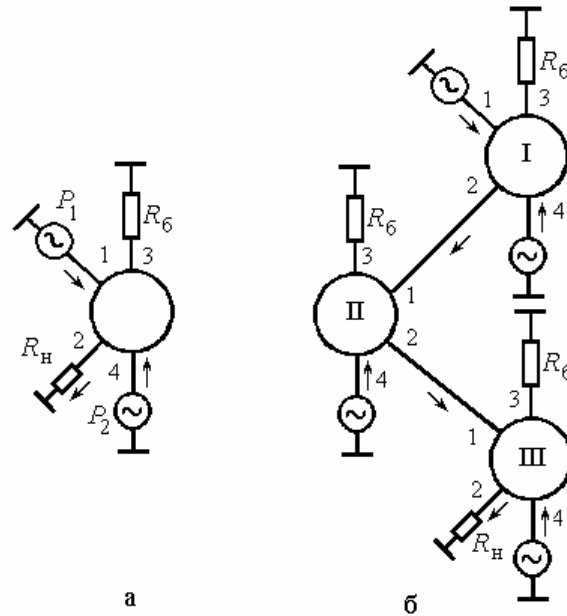


Рис. 3.35. Схемы сложения мощностей:
а — двух генераторов с помощью кольцевого НО;
б — четырех генераторов с помощью разветвленной
схемы кольцевых НО

Сложение мощностей двух генераторов (с мощностями P_1 и P_2) осуществляется в кольце (рис.3.35), к которому помимо источников энергии подсоединяются нагрузка (R_n) и балластное сопротивление (R_6). Из анализа матрицы рассеяния следует, что токи от двух синфазных генераторов Γ_1 и Γ_2 в нагрузочном сопротивлении синфазны, а в балластном — противофазны. Отсутствие потерь в балластном сопротивлении имеет место в том случае, когда в плече 3 кольца мощности от каждого генератора равны, т.е. $P_1|S_{13}|^2 = P_2|S_{43}|^2$, откуда можно получить

$$\frac{P_1}{P_2} = m_1.$$

Распределение мощности каждого из генераторов между плечами кольца равно:

$$\frac{|S_{12}|^2}{|S_{13}|^2} = m_1, \quad \frac{|S_{42}|^2}{|S_{43}|^2} = \frac{1}{m_1}.$$

Сложение мощностей нескольких генераторов осуществляется разветвленной схемой соединения колец, в которой каждое последующее кольцо является нагрузкой предыдущего (рис.3.35б). При этом волновые сопротивления отрезков линий кольца выбираются в соответствии со значениями соответствующих коэффициентов матрицы передачи кольца, а балластные и нагрузочные проводимости равны между собой ($y_6 = y_n = y_0$).

Синхронность и синфазность работы генераторов в схеме сложения обеспечивается за счет их взаимной или внешней синхронизации. Мощность синхронизирующего сигнала может быть намного меньше мощности собственных колебаний генератора, а потому для взаимной синхронизации вполне достаточной оказывается неидеальная развязка кольцевой схемы из-за различных факторов (несогласованность нагрузок, неточность при реализации схемы и пр.).

3.13. Заключение

В конце главы попробуем перечислить основные тенденции и перспективы дальнейшего развития исследований в области СВЧ техники.

Настоящее время характеризуется бурным расширением сфер деятельности человека, охваченных научно-технической революцией. Каждые 5–7 лет происходит существенное перепрофилирование целого ряда производств, появляются новые отрасли хозяйственной деятельности

Ярким примером является становление и развитие мировой информационной отрасли — глобальных информационных и навигационных сетей, систем точного времени и контроля за окружающей средой, спутникового телевидения, СВЧ телефонии и т.д.

Главным направлением развития СВЧ техники для целей связи является разработка технологий, позволяющих в едином производственном процессе создавать большие интегральные схемы. Большое внимание уделяется как уже традиционным сочетаниям полупроводниковых структур с полосковыми волноводными устройствами, так и разработке новых приборов, например, с использованием технологии производства так называемых “левых сред”, структур из углеродных нанотрубок, киральных сред, сверхпроводящих элементов и т.д.

Развитие нанотехнологий открывает новые возможности для использования механических систем в СВЧ цепях. В настоящее время разработаны модуляторы, переключатели и колебательные устройства на основе металлических (пленочных) гребенок и балок с резонансами собственных колебаний в гигагерцовом диапазоне и с добротностями порядка 10^3 . Появилось понятие МЭМС технологии (микроэлектромеханические системы).

Параллельно идет разработка систем автоматизированного проектирования СВЧ цепей и отдельных устройств на основе все более совершенных методов численного моделирования электродинамических процессов в СВЧ приборах и линиях связи. Разрабатываются новые методы передачи информации на основе использования сверхширокополосных сигналов и устройств с многоканальной, параллельной передачей и обработкой информационных сигналов.

Приложение 2

Метод конечных разностей во временной области – FDTD

Данное Приложение к курсу содержит фрагменты текстов из трех Web-сайтов, представляющих (в несколько различных аспектах и с различной степенью подробности) численный метод FDTD, широко используемый в настоящее время для расчета электромагнитных полей в различных системах. В первом из них (наиболее подробном и обстоятельном) описаны также построенные на основе этого метода вычислительные программы и приведены примеры конкретных расчетов.

1. Решение уравнений Максвелла методом FDTD

(автор: А Зеленин; полный текст см. <http://zfdtd.narod.ru>)

Здесь размещены материалы, касающиеся сути метода FDTD, области его применения, способов реализации, а также демонстрационные примеры возможностей метода.

К демонстрационным примерам прилагается программа FDTDpro, скачав которую вы сможете запускать демонстрационные примеры на счет, наблюдать в процессе счета картины распространения электромагнитных волн, вычислять токи, напряжения, волновые сопротивления, резонансные частоты, поглощенную энергию, удельную поглощенную мощность (SAR), мощность излучения антенн.

Программа FDTDpro представляет собой один exe-файл, в который встроены:

- вычислительный модуль;
- трехмерный редактор объекта;
- импорт объектов из формата dxf;
- модуль визуализации с записью на диск последовательной серии картинок распространения электромагнитных волн;
- ряд других сервисных функций.

Программу FDTDpro можно использовать:

- в учебном процессе при изучении теории электромагнитных волн;
- в инженерной практике для расчетов различных устройств (волноводов, СВЧ-резонаторов, некоторых типов антенн);
- для проведения расчетов по электромагнитной совместимости;

для изучения влияния синусоидальных и импульсных электромагнитных полей на живые организмы, в т.ч. на человека (например, СВЧ-излучения, излучения мобильных телефонов).

Ограничения

Демонстрационная версия программы имеет ограниченный счетный объем.

Введение в метод FDTD.

Аббревиатура FDTD расшифровывается как "finite-difference time-domain", а в русскоязычной литературе иногда выглядит как КРВО - "конечные разности во временной области", что является переводом с английского. В принципе этот метод - понятие чисто математическое и обозначает один из многочисленных методов решения дифференциальных уравнений, но среди тех, кто занимается решением задач электротехники, аббревиатура FDTD в настоящее время является синонимом решения вихревых дифференциальных уравнений Максвелла.

В 1966 г. Йе (Yee) разработал технику, реализующую явную конечно - разностную схему второго порядка для решения вихревых уравнений Максвелла в пространстве и времени.

Исходными являются уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

$$\text{rot}(\mathbf{H}) = \partial \mathbf{D} / \partial t + \mathbf{J}; \quad \text{rot}(\mathbf{E}) = - \partial \mathbf{B} / \partial t; \quad (1)$$

а также

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}; \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}; \quad (2)$$

Здесь \mathbf{E} - вектор напряженности электрического поля (В/м), \mathbf{H} - вектор напряженности магнитного поля (А/м), ε , μ - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости (без размерности), ε_0 - диэлектрическая постоянная (Ф/м), μ_0 - магнитная постоянная (Гн/м), \mathbf{B} - вектор магнитной индукции (Тл), \mathbf{D} - вектор электрического смещения (Кл/м²), \mathbf{J} - вектор плотности тока (А/м²), σ - электрическая проводимость (См/м), и t - время в секундах.

$\varepsilon_0 = 10^7 / (4\pi c^2)$, где c - скорость света в вакууме ($2,997925010 \cdot 10^8$ м/с).

$\mu_0 = 4\pi / 10^7$.

Оба уравнения (1) содержат пространственные и временные производные.

Для решения уравнения (1) следует выразить в декартовых координатах векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_x(t,x,y,z)\mathbf{X} + E_y(t,x,y,z)\mathbf{Y} + E_z(t,x,y,z)\mathbf{Z}; \\ \mathbf{H} &= H_x(t,x,y,z)\mathbf{X} + H_y(t,x,y,z)\mathbf{Y} + H_z(t,x,y,z)\mathbf{Z}; \end{aligned} \quad (3)$$

где E_x , E_y , E_z , H_x , H_y , H_z - проекции векторов на координатные оси, а \mathbf{X} , \mathbf{Y} , \mathbf{Z} - единичные векторы.

Остальные величины в (1) - \mathbf{D} , \mathbf{B} , \mathbf{J} - выразим через \mathbf{E} и \mathbf{H} . Величины \mathbf{E} и \mathbf{H} для нас будут основными.

Примечание: существуют и другие подходы, когда в уравнениях (1) вначале оставляют \mathbf{D} и/или \mathbf{B} , но в конце концов всё равно выражаются вектора \mathbf{E} и \mathbf{H} . Также следует указать, что уравнения (1) записаны не полностью. Например, в них не учитываются сторонние токи.

Уее (1966) предложил пространственную сетку для конечно-разностной аппроксимации, в которую поместил вектора $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$. Фрагмент сетки Уее показан на (рис.1).

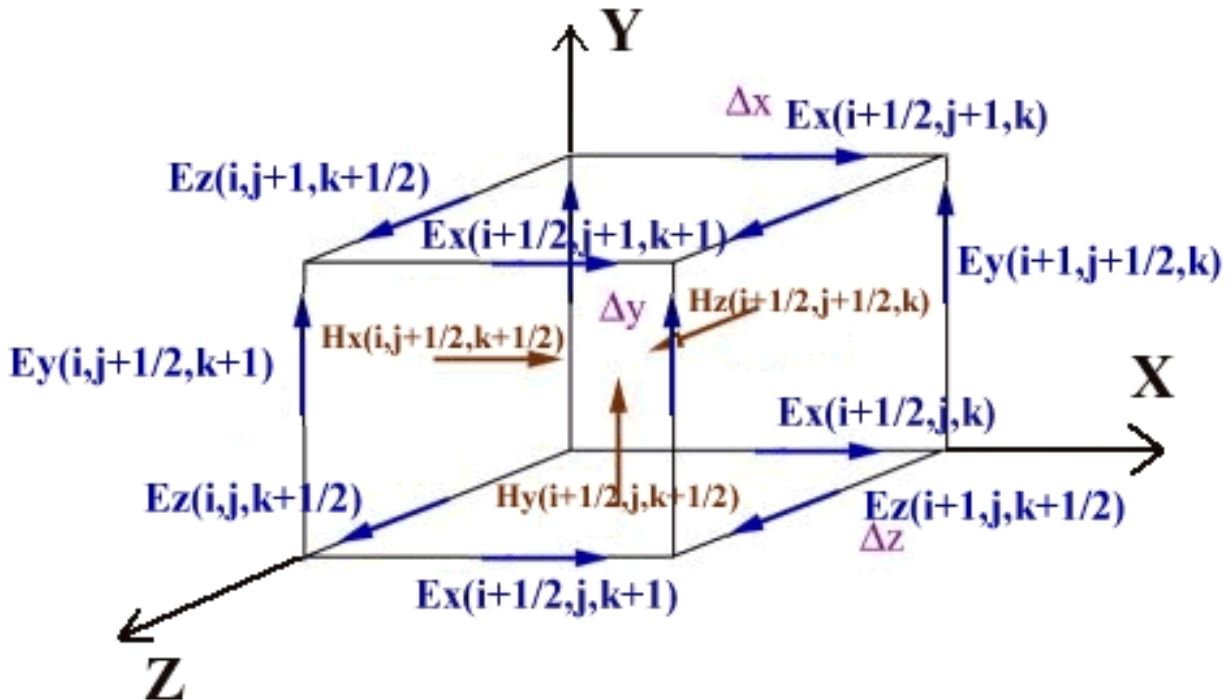


Рис. 1.

Все компоненты ($E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$) находятся в разных местах, т.е. разнесены в пространстве. E - компоненты находятся посередине ребер, H - компоненты - по центру граней. Все компоненты независимы друг от друга, т.е. каждой из них можно присвоить свои уникальные электрические (для E) и магнитные (для H) параметры.

Пространственные координаты каждого вектора x, y и z выражаются в номерах ячеек i, j и k соответственно, время t выражается в шагах n по времени:

$$x = i\Delta x; \quad y = j\Delta y; \quad z = k\Delta z; \quad t = n\Delta t; \quad (4)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ - размеры пространственной ячейки, Δt - шаг по времени.

Поля E и H вычисляются со сдвигом на полшага по времени. Обозначения, введенные Уее, следующие: E^n - значение поля E на только что вычисленном шаге; E^{n+1} - значение поля E на вычисляемом сейчас шаге по времени. $H^{n-1/2}$ - значение поля H на только что вычисленном шаге; $H^{n+1/2}$ - значение поля на вычисляемом сейчас полушаге по времени. Из этих обозначений следует, что процедура вычислений начинается с поля $H^{n+1/2}$, потому что в момент $t=0$ ($n=0$) установлены начальные условия по всему счетному объему: все значения полей E и H равны нулю. Хотя в принципе это лишь наиболее распространенная условность. Можно считать, что пространственная сетка проходит через вектора H , что процедура счета начинается с поля E .

Теперь, когда введены основные обозначения, покажем вывод выражений, пригодных для расчетов с помощью компьютера и которым уже 40 лет.

Поставим (3) и (2) в (1). Получим:

$$\text{rot}(\mathbf{H}) \mathbf{X} = \varepsilon \varepsilon_0 \partial E_x / \partial t + \sigma E_x; \quad \text{rot}(\mathbf{E}) \mathbf{Y} = - \mu \mu_0 \partial H_y / \partial t; \quad (5)$$

Применяя конечно-разностную аппроксимацию, преобразуем (5) в выражения для шагов n и $n+1$, учитывая (4). Получим:

$$\sigma E_{n+1/2} \approx \sigma(i+1/2, j, k) (E_{xn}(i+1/2, j, k) + E_{xn+1}(i+1/2, j, k)) / 2;$$

$$\varepsilon \varepsilon_0 \partial E_{n+1/2} / \partial t \approx \varepsilon(i+1/2, j, k) \varepsilon_0 (E_{xn+1}(i+1/2, j, k) - E_{xn}(i+1/2, j, k)) / \Delta t;$$

$$\mu \mu_0 \partial H_{yn} / \partial t \approx \mu(i+1/2, j, k+1/2) \mu_0 (H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_{yn-1/2}(i+1/2, j, k+1/2)) / \Delta t;$$

$$\begin{aligned} \text{rot}(\mathbf{H}^{n+1/2}) \mathbf{X} &\approx (H_{zn+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_{zn+1/2}(i+1/2, j-1/2, k)) / \Delta y - \\ &(H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k-1/2)) / \Delta z; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{rot}(\mathbf{E}_n) \mathbf{Y} &\approx (E_{xn}(i+1/2, j, k+1) - E_{xn}(i+1/2, j, k)) / \Delta z - (E_{zn}(i+1, j, k+1/2) - E_{zn}(i, j, k+1/2)) / \Delta x; \\ (6) \end{aligned}$$

Подставляя (6) в (5) и решая получившиеся выражения относительно $H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k+1/2)$ и $E_{xn+1}(i+1/2, j, k)$ получим:

$$\begin{aligned} H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) &= H_{yn-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) + CH_y(i+1/2, j, k+1/2) * \\ &((E_{zn}(i+1, j, k+1/2) - E_{zn}(i, j, k+1/2)) / \Delta x - (E_{xn}(i+1/2, j, k+1) - E_{xn}(i+1/2, j, k)) / \Delta z); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CH_y(i+1/2, j, k+1/2) &= \Delta t / (\mu(i+1/2, j, k+1/2) \mu_0); \\ (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{xn+1}(i+1/2, j, k) &= C1 E_x(i+1/2, j, k) E_{xn}(i+1/2, j, k) + C2 E_x(i+1/2, j, k) * \\ &(H_{zn+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_{zn+1/2}(i+1/2, j-1/2, k)) / \Delta y - (H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - \\ &H_{yn+1/2}(i+1/2, j, k-1/2)) / \Delta z); \end{aligned}$$

$$C1 E_x(i+1/2, j, k) = (\varepsilon(i+1/2, j, k) \varepsilon_0 - 0,5 \sigma(i+1/2, j, k) \Delta t) / (\varepsilon(i+1/2, j, k) \varepsilon_0 + 0,5 \sigma(i+1/2, j, k) \Delta t);$$

$$C2 E_x(i+1/2, j, k) = \Delta t / (\varepsilon(i+1/2, j, k) \varepsilon_0 + 0,5 \sigma(i+1/2, j, k) \Delta t);$$

(8)

Аналогичные выражения можно получить для остальных четырех компонент ячейки Yee.

Из выражений (7) и (8) видно, что значения μ , ϵ и σ задаются для каждого из векторов ячейки и могут быть различными в разных направлениях. Т.е. при необходимости можно задать анизотропию материалов для E и/или H полей.

Выражения (7) и (8) являются достаточными для многих решаемых задач, но для расчетов сосредоточенных элементов (источников напряжения, индуктивностей, транзисторов и т.п.), а также для расчетов материалов с нелинейными свойствами требуется их модификация.

В заключение следует упомянуть, что явные конечно-разностные схемы требуют специальных условий для устойчивой работы. Для метода FDTD это условие имеет вид:

$$\Delta t \leq 1/(v \sqrt{(1/\Delta x^2) + (1/\Delta y^2) + (1/\Delta z^2)}),$$

где v - максимальная скорость электромагнитных волн в счетном объеме, а выражение $(1/\Delta x^2) + (1/\Delta y^2) + (1/\Delta z^2)$ находится под знаком квадратного корня.

Обычно $v = c$ (скорости света в вакууме).

Описание программы FDTDpro

Основной алгоритм

Общие положения

Программа FDTDpro работает в среде Windows '98 и выше.

Программа может максимально адресовать 2 Гб оперативной памяти, поэтому размер счетного объема при наличии 2Гб ОЗУ может максимально достигать 75 млн. ячеек с граничными условиями Мура (Mur) и 60 млн. ячеек с восьмью слоями PML. На практике использование максимального счетного объема приводит к тому, что перед началом вычислений операционная система долго выгружает из ОЗУ на диск неиспользуемые в данный момент приложения.

Виртуальную память программа не использует, поэтому при нехватке оперативной памяти запуск вычислений не происходит и выдается сообщение о нехватке памяти.

В программе использован классический алгоритм Йе (Yee, 1966 г.), т.е. явная конечно-разностная схема. Шаг по времени вычисляется автоматически. Шаг по пространству допустим различным в разных направлениях (например, по X - 10 см, по Y - 2 см, по Z - 3 см), кроме случая использования граничных условий RT-ABC (см. ниже).

Важно понимать принцип задания электрофизических свойств, применяемый в программе. **Электрофизические свойства, присвоенные некоторой ячейке, относятся ко всем граням и ребрам куба ячейки Yee**, а не только к векторам у начала ячейки. То есть, электрофизические свойства, заданные в ячейке (I,J,K) задаются не только для векторов $E_x(I,J,K)$, $E_y(I,J,K)$, $E_z(I,J,K)$, но и для $E_x(I,J+1,K)$, $E_x(I,J,K+1)$, $E_x(I,J+1,K+1)$, $E_y(I+1,J,K)$, $E_y(I,J,K+1)$, $E_y(I+1,J,K+1)$, $E_z(I+1,J,K)$, $E_z(I,J+1,K)$, $E_z(I+1,J+1,K)$ - т.е. для ВСЕХ векторов объемной ячейки. В то же время все эти вектора соседствуют с другими

ячейками - каждый вектор E принадлежит четырем ячейкам. **Электрофизические свойства конкретных векторов усредняются по свойствам всех окружающих его ячеек.** Это относится к проводимости, диэлектрической проницаемости, плотности, времени релаксации и т.д.

Таким образом, можно сказать, что при задании объекта применяется "кубический" принцип присваивания электрофизических свойств, а при работе с таким объектом необходимо помнить об этом. Графический редактор отображает объект именно таким образом - кубиками (параллелепипедами).

В программе можно задавать от 1-го до 254-х различных материалов, применять линейные магнитные материалы без потерь, линейные электрические материалы с потерями и без, а также частотно-зависимые электрические материалы Дебая (Debye).

Сосредоточенные элементы

Сосредоточенные элементы (Lumped circuit elements) в программе FDTDpro в основном выполнены по статье *M. J. Piket-May, A. Taflove, and J. Baron, "FDTD modeling of digital signal propagation in 3-D circuits with passive and active loads," IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 42, pp. 1514-1523, Aug. 1994.*

В программе задаются:

- резистивные источники напряжения;
- резисторы;
- конденсаторы;
- индуктивности.

Кроме того, в программе задаются разрядники - промежутки, которые имеют бесконечное сопротивление в начале счета, но при достижении заданного напряжения замыкаются накоротко до конца счета (это мое "изобретение").

Каждый сосредоточенный элемент размещается в одном из векторов E_x , E_y или E_z ячейки Y_{ee} . Совмещение в одном векторе $E_x/y/z$ двух и более сосредоточенных элементов недопустимо. Интерфейс программы сделан так, что не позволяет в одну ячейку заносить более одного сосредоточенного элемента. Обычно этого достаточно. Но в ячейке Y_{ee} , как известно, три вектора E : E_x , E_y и E_z , а, значит, можно поместить в ячейку до трех сосредоточенных элементов - по одному в каждом направлении. При необходимости это все-таки можно сделать "вручную", откорректировав таблицу сосредоточенных элементов.

Электрофизические свойства материальной среды, в которую помещаются сосредоточенные элементы, не учитываются: считается, что вектор $E_x/y/z$, в который помещен сосредоточенный элемент, находится в пустом пространстве (проводимость равна нулю, относительные проницаемости равны 1).

Ввод и вывод

Источником электромагнитных волн может быть либо плоская волна, угол падения вектора E которой можно изменять в пределах от -90 до $+90$ градусов, либо неограниченное количество внутренних резистивных источников напряжения. Форма электромагнитного поля/ напряжения может быть задана как

- синусоида;
- синусоида с плавным нарастанием фронта;
- гауссов импульс;
- гауссов радиоимпульс;
- производная гауссова импульса;
- двухэкспоненциальный импульс;
- двухэкспоненциальный радиоимпульс;
- импульс вида $\sin(X)/X$;
- произвольный сигнал из файла. Файл текстовый - пары разделенных пробелом чисел "время значение". В программе десятичным разделителем считается точка, а не запятая.

Программа выводит графики токов, напряжений, полей E и H , плотностей токов, поглощенной мощности. Вычисляет поглощенную энергию, SAR.

Выводит цветные картинки распределения вычисляемых величин в выбранных сечениях объекта.

Граничные условия

Счетный объем конечен, а электромагнитные волны об этом не знают. Поэтому необходимо как-то искусственно симитировать бесконечность. В статье *A. Taflov and K. R. Umashankar, "Review of FDTD numerical modeling of electromagnetic wave scattering and radar cross-section," invited paper, Proceedings of the IEEE, vol. 77 (Special Issue on Radar Cross-Sections of Complex Objects), pp. 682-699, May 1989* авторы дают погрешность вычислений методом Yee-FDTD: менее 7% при шаге по пространству не более $1/10$ длины волны и менее 2 % при шаге не более $1/20$ длины волны. Как правило, 2 % - это достаточная точность. Но границы счетного объема могут все испортить, отразив всю электромагнитную энергию или ее часть обратно в счетный объем.

Постановка граничных условий при программировании - задача весьма трудоемкая. При этом граничные условия часто себя не оправдывают и вносят огромные ошибки в расчеты вплоть до потери стабильности конечно-разностного алгоритма.

В ZFDTDpro граничные условия устанавливаются для каждой грани счетного объема индивидуально.

Условия поглощения и рассеяния

В принципе, поглощение и рассеяние - это одно и то же. Но в условиях рассеяния задается некая точка внутри счетного объема - центр рассеяния, а в условиях поглощения такого центра нет.

В программе FDTDpro применяются условия поглощения Мура и RT-ABC (условия запаздывания), а также условия рассеяния по закону $1/R$.

Условия $1/R$. Считается, что волны приходят к границе счетного объема из некоторого центра. И затухают в пространстве по закону $1/R$, где R - расстояние от центра рассеяния. Если расстояние от объекта до границы не менее половины длины объекта (это связано с частотой резонанса объекта), то результат получается хороший. Если расстояние меньше, то некоторые волны затухают уже не по закону $1/R$, а, например, $1/R^2$, $1/R^3$. Тут возникает погрешность. Для узкополосных синусоидальных сигналов расстояние от объекта до границ должно быть не менее $1/4$ длины волны. Другая погрешность возникает из-за невозможности выбрать точечный центр рассеяния для большого объекта. В итоге размер счетного объема приходится задавать очень большим. Данные граничные условия были разработаны Бахолдиным, Козловым (ИПМ) и Кондратьевой (ЦФТИ МО РФ) в 1991 г. Отличаются высокой устойчивостью, просты в реализации.

Условия Мура 1-го порядка (Mur, 1981). В принципе, условия Мура почти то же самое, что и условия $1/R$, но центр рассеяния для каждой грани свой и удален в бесконечность. Отсюда все их недостатки и почти такие же требования к расстоянию до границ. В литературе часто встречается, что расстояние до границ должно быть "не менее $1/6$ длины волны", а также противоречащее этому требование "не менее 15 ячеек". И то, и другое в общем случае неверно, приемлемый результат получается при расстоянии не менее $1/3$ длины волны, а для длинного тонкого объекта не менее $1/2$ длины волны (или не менее длины объекта при резонансе). Условия устойчивы, просты в реализации, требуют большой счетный объем. Отличаются тем, что некую линию передачи, например коаксиальную или полосковую, можно "упереть" в границу под прямым углом - и обеспечена бесконечная линия передачи. Только линия должна быть без диэлектрического заполнения. Реализация условий 1-го порядка проста. Условия Мура 2-го порядка себя не оправдывают и убраны из программы.

Условия RT-ABC (Berntsen, Hornsleth, 1994). Эти условия используют оригинальную идею запаздывания времени на границах, работают лучше всех предыдущих условий, но до определенного момента. При большом количестве шагов счета появляется постоянная составляющая, которая может быстро (экспоненциально) расти. Т.е. условия RT-ABC неустойчивы. Этим условиям обычно достаточно $1/12$ - $1/6$ длины волны до границ. Но неизвестно, как предсказать момент потери устойчивости. Иной раз 100 тыс. шагов проходят устойчиво, а иногда через 500 шагов появляется постоянная составляющая. Условия капризны: шаг по пространству нельзя задавать разным по разным осям, а шаг по времени строго фиксирован как половина шага по пространству. Реализация примерно в четыре раза сложнее, чем для условий Мура 1-го порядка.

Таким образом, описанные выше граничные условия малопригодны, если требуется хорошая точность вычислений, но вполне годятся для оценочных расчетов из-за малости требуемых ресурсов (памяти и времени).

В программе FDTDpro все эти граничные условия можно произвольно смешивать между собой и с другими, кроме PML.

Условия PML

Условия PML (perfectly matched layer - идеально сочетающиеся слои) стали революционным прорывом в граничных условиях (Berenger, 1994-1996). До этого были известны условия ML (сочетающиеся слои), которые в общем случае работали не лучше, чем простые условия поглощения. Беренгер предложил новую схему, разбив каждый вектор ячейки Y_{ee} на два параллельных вектора (например, $E_x = E_{xy} + E_{xz}$).

Условия PML отражают в сотни, а то и тысячи раз меньше, чем лучшие условия поглощения. Расстояние от объекта до границ PML, по литературным источникам, должно быть не менее 8 ячеек, но даже при расстоянии в 1 ячейку можно проводить расчеты, и они могут быть точнее, чем с условиями Мура при $1/6$ длине волны до границ.

Между тем, условия PML имеют нижнюю граничную частоту, которая снижается с ростом количества слоев PML и с их толщиной (т.е. шагом по пространству). Это можно сравнить с явлением скин - эффекта, когда на низкой частоте электромагнитные волны глубже проникают в проводник (меньше затухают с глубиной). Дело в том, что при расчетах задается определенное количество PML-слоев, которые сами не имеют граничных условий на внешней границе, и волна, пройдя все слои PML, отражается обратно. Если по пути туда и обратно волна недостаточно поглотится слоями PML, то часть ее вернется в счетный объем. А поглощается электромагнитная энергия в проводнике тем лучше, чем выше частота.

Каждый слой PML имеет как магнитные, так и электрические потери, подобранные таким образом, что отражение на границе раздела отсутствует.

От слоя к слою потери растут параболически. На самом первом слое потери выбираются минимальными для минимизации отражения на границе раздела (воздух) - (PML-слой).

В программе FDTDpro реализован классический алгоритм Беренгера с небольшими корректировками, взятыми у Тафлава (Taflave). Между объектом и границей обязательно должно быть пустое пространство. Перед расчетом задается количество слоев PML и коэффициент отражения. Сразу же вычисляется нижняя граничная частота. При исследовании переходных и резонансных процессов, как показывает практика, нижняя граничная частота должна быть в 5-10 раз ниже, чем резонансная частота объекта. Обычно 8 слоев PML достаточно, но может потребоваться и гораздо больше. Для простейших случаев можно брать 4 слоя. 3-4 слоя часто дают такой же результат, что и простые граничные условия, а то и лучше.

Высокая точность вычислений с PML- границами омрачается тем, что PML - границы требуют довольно много ресурсов. Но они стоят того!

Трудоемкость программирования границ PML колоссальная. В программе FDTDpro из 27 тыс. строк кода 7 тыс. строк - границы PML

Условия PML нельзя смешивать с условиями поглощения и рассеяния, но можно использовать совместно с условиями симметрии и отражения (PEC).

Условия симметрии и отражения

Если расчетная задача (именно вся задача, а не только один объект) имеет плоскости симметрии, то можно применять условия симметрии.

Например, решается задача излучения диполя в свободном пространстве с источником напряжения в центре. Считаем, что диполь расположен вертикально. В этом случае горизонтальная плоскость, проходящая через центр диполя делит пространство на две части, в каждой из которых картина магнитного поля одинакова, но зеркальная относительно плоскости сечения. Зеркалом в данном случае служит симметрия по полю H в плоскости сечения.

В этом примере можно добавить еще две взаимно перпендикулярные плоскости, продольно рассекающие диполь. При этом на введенных плоскостях зеркально будут отображаться картины поля E , и, следовательно, можно применить условия симметрии по полю E . Каждая плоскость симметрии уменьшает счетный объем вдвое, поэтому диполь можно рассчитать в объеме, который в восемь раз меньше полного.

Картина поля бывает симметричной по трем плоскостям лишь в крайне редких случаях. Да и по двум нечасто. А симметричные по одной плоскости задачи встречаются довольно часто. Например, объекты на поверхности земли, если землю считают идеальным проводником, геометрически симметричные объекты, когда вектор E или H параллелен или перпендикулярен геометрической плоскости симметрии, симметричные линии передачи и т.п.

В программе можно применять условия симметрии по E и по H . Условия симметрии в программе FDTDpro НЕЧЕТНЫЕ, т.е. плоскость симметрии находится за пол-ячейки от границы. Ячейка, расположенная у самой границы, отображается сама на себя.

Интересно еще одно возможное применение условий симметрии. Пусть в программе FDTDpro плоская волна распространяется вдоль оси X , вектор E направлен параллельно оси Y (ось Y вертикальная), вектор H параллелен оси Z (ось Z направлена к нам). Тогда, поставив на верхней и нижней границах симметрию по H , а на ближней и дальней границах симметрию по E , получим почти одномерную задачу, которая решается очень быстро, потому что размер по Y и Z можно задать всего по 3 ячейки. Одномерная задача - это, например, проникновение нормально падающего поля в грунт и другие материальные среды, отражение от этих материальных сред. Аналогично можно сделать "почти двумерную" задачу, применив симметрию только на двух границах. Условия симметрии взяты у Тафлава (1975).

Условия отражения (PEC) - это на самом деле отсутствие каких-либо специальных граничных условий. На границах тангенциальные составляющие поля E равны нулю, т.е. это идеально проводящие поверхности (PEC - perfect electric conductor). Их можно использовать как стенки волноводов, резонаторов, как подстилающую поверхность.

SAR - вычисления

Вычисление SAR (specific absorption rate) или по-русски УПМ - удельной поглощенной мощности - в последние годы стало популярной задачей во всем мире. Для этого есть ряд причин, главная из которых - широкое распространения мобильной связи и необходимость разработки гигиенических нормативов по безопасности.

Почти все знают, что в микроволновой печи можно быстро нагреть и даже спалить кусок мяса. А теперь миллионы людей прикладывают к голове маленькую микроволновую печь. Вопрос о том, как поджариваются наши мозги, остается открытым до сих пор.

Дорогостоящие исследования влияния СВЧ-излучения на животных дают свои результаты: определяются опасные уровни излучения. Но как сравнить крысу и человека? Один из способов - определить, сколько энергии поглотила крыса, и рассчитать, при каких условиях человек получит столько же. Конечно, этим проблема еще не решается полностью, но это отправная точка исследований.

Можно утверждать, что метод FDTD является основным и самым точным методом, применяемым для вычисления SAR.

За один расчет можно определить:

- мощность излучения антенны телефона;
- поглощенную в мозгу (и других органах) мощность;
- коэффициент полезного действия антенны;
- температуру нагрева разных участков головы.

Кроме того, можно определить плотности токов, поглощенную энергию.

Вычисления SAR в FDTDpro

Понятие мощности в электрической цепи.

В электрических цепях мощность вычисляется как произведение тока на напряжение:

$$P(t) = I(t) \cdot U(t),$$

где $P(t)$ - мгновенное значение мощности. Среднее значение мощности получается интегрированием функции $P(t)$ по времени с последующим делением на интервал времени, за который происходит интегрирование, или, в дискретной форме, суммированием дискретных значений $P_n(t)$ и делением на их количество (т.е. находят среднее арифметическое).

Если цепь активная, то $P(t) \geq 0$ в любой момент времени. Точное значение средней мощности в активной цепи с синусоидальным сигналом можно получить за время кратное периоду колебаний, иначе возникает погрешность.

Если цепь реактивная, то $P(t)$ принимает как положительные, так и отрицательные значения. Среднее же значение мощности равно нулю. Если в цепи с синусоидальным сигналом интеграл от $P(t)$ по времени берется за время не кратное периоду колебаний, то полученное среднее значение мощности будет отлично нулю. Ошибка уменьшается с увеличением числа анализируемых периодов колебаний. То же самое справедливо для импульсных сигналов и переходных процессов в чисто реактивных цепях: чем больше время анализа, тем ближе к нулю среднее значение мощности. Поскольку время анализа методом FDTD ограничено, то среднее значение мощности в реактивной цепи в общем случае получается ненулевым. Можно лишь увеличивать время анализа для снижения погрешности вычисления поглощенной мощности до приемлемых значений.

Конечно, для синусоидальных сигналов есть простая формула $P = I'U$, где берутся действующие значения тока I и напряжения U , или $P = I'U'\cos(a)$, где a - сдвиг фаз между током и напряжением. Но данные формулы не годятся для анализа нестационарных процессов, в то время как формула $P(t) = I(t) \cdot U(t)$ является универсальной.

Вычисление мощности в FDTD.

По аналогии с электрической цепью, мощность для одного вектора E ячейки Y_{ee} вычисляется по той же формуле $P(t) = I(t) \cdot U(t)$. Ток вычисляется как круговой интеграл от магнитного поля вокруг вектора E по длине l , а напряжение - как произведение напряженности E на шаг по пространству в направлении вектора E :

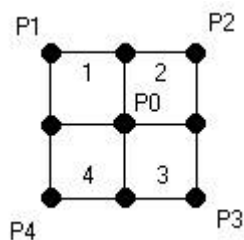
$$I(t) = \oint H(t) dl,$$

Другая, удобная во многих случаях формула $P(t) = sE^2(t)dx'dy'dz$, где s - удельная проводимость, а dx, dy, dz - шаги по пространству, может быть применена не всегда. Например, в полярных диэлектриках потери мощности есть, а проводимости s в явном виде нет. Через такие диэлектрики протекает реактивная мощность, часть которой расходуется на поляризационные потери, и чем выше частота, тем больше потери.

В алгоритме Y_{ee} электрическое и магнитное поля разнесены во времени на $\Delta T/2$. При вычислении мощности необходимо привести их к одному времени. Проще всего найти значение поля H^n или $E^{n+1/2}$ (поле H в нотации Y_{ee} вычисляется на "дробных" шагах по времени, поле E - на "целых") как среднее арифметическое: $H^n = 0,5(H^{n+1/2} + H^{n-1/2})$ или $E^{n+1/2} = 0,5(E^n + E^{n+1})$.

После вычисления поглощенной мощности для отдельных векторов E необходимо определить, к какой ячейке пространства относится эта поглощенная мощность. Типично решаемая задача - вычисление эффектов взаимодействия электромагнитных волн с тканями живого организма - требует определения распределения поглощенной мощности по всему объему организма или отдельного органа, состоящего из множества различных тканей. Вектор E находится между четырьмя ячейками. Если в этих ячейках мы разместили разные ткани, то, как поделить этот вектор E (и поглощенную мощность) между ними? Ведь еще при вычислении вектора E происходит усреднение электрических параметров (ϵ, m, s) по четырем смежным ячейкам, так что этот вектор законно принадлежит всем четырем ячейкам.

На рисунке изображен фрагмент сетки Y_{ee} . Жирные точки - это места расположения векторов E , перпендикулярных рисунку. И они же - локализация мест вычисления мощности P . Мощность в центральной точке P_0 вычисляется на стыке ячеек с номерами от 1 до 4 и ее необходимо распределить по ячейкам. Как это сделать?



Очевидно, что делить мощность поровну нельзя. Допустим, одни ячейки принадлежат свободному пространству, а другие проводнику. Ясно, что мощность должна быть только

в ячейках проводника. Но даже если все ячейки принадлежат проводникам, но с разной проводимостью, то тоже делить поровну нельзя. И даже если все ячейки принадлежат одному толстому проводнику, то на высокой частоте внутренние слои проводника получают намного меньше мощности, чем наружные (из-за скин-эффекта) и от выделившейся мощности P_0 большую часть мощности необходимо отнести к ячейке, которая ближе к поверхности. Требуется какое-то разумное распределение мощности между ячейками.

Реализация

Автор придумал и применил такое правило: чем больше ячейка, граничащая с точкой P_0 , получает на других границах, чем большая часть мощности P_0 ей достается. Для анализа берутся четыре точки по диагонали сетки. На рисунке это точки P_1, P_2, P_3, P_4 . Мощность, "передаваемая" ячейке №1 вычисляется как:

$$P_{\text{№1}} = P_0 * |P_1| / (|P_1| + |P_2| + |P_3| + |P_4|).$$

Для ячейки №2

$$P_{\text{№2}} = P_0 * |P_2| / (|P_1| + |P_2| + |P_3| + |P_4|).$$

Для двух других ячеек аналогично. Значения по модулю взяты по причине, что мощность может быть и отрицательной. В случае, если $(|P_1| + |P_2| + |P_3| + |P_4|) = 0$ возникает проблема деления на ноль. В этом случае скорее всего мощность P_0 тоже равна нулю, а если нет, то в этой точке находится не кубический материал, а либо сосредоточенный элемент, либо тонкий проводник. Их мощность не требует "размазывания" по соседним ячейкам и обрабатывается по-другому.

При нечетной симметрии в ячейках пограничного слоя полученную мощность необходимо умножить на два. После этого общая **полученная мощность будет равна половине искомой** как для всего симметричного объекта, так и для отдельно взятого пограничного слоя.

Полосковая линия

Симметричная полосковая линия запитывается 12-ю источниками напряжения (6+6 навстречу друг другу), обкладками линии служат РЕС-границы, на других границах условия PML. Ток выводится вокруг центрального электрода, напряжение - по линии от нижней границы РЕС до центрального электрода.

Волновое сопротивление рассчитывается до прихода отраженной волны. Методика расчета сопротивления приведена на сайте.

В диапазоне до примерно 2,2 ГГц расчетное сопротивление около 45,7 Ом. Следует добавить, что если счетный объем удвоить, уменьшив шаг по пространству вдвое, а все размеры полосковой линии оставить неизменными, то результат изменится и составит около 47,4 Ом, что будет точнее.

Примечание. Выше 2,2 ГГц при приближении к частоте 3 ГГц в вычисленном сопротивлении появляется хорошо заметная ошибка, хотя шаг по пространству (1 см) все еще меньше 1/10 длины волны (1/10 будет на частоте 3 ГГц). Выше 3 ГГц (шаг более 1/10 волны) результат получается зависим от разных факторов (например, от ширины

гауссова импульса) и в целом результат неверен и даже неоднозначен. Поэтому рекомендаций насчет $1/10$ длины волны, встречающиеся в литературе, лучше не придерживаться и по возможности брать шаг по пространству не более $1/15$ длины волны. При $1/10$ длины волны уже хорошо заметны паразитные явления конечно-разностного алгоритма (частотная дисперсия скорости, дифракция на сетке Yee, цифровая анизотропия). Да и ошибка конечно-разностной аппроксимации достигает уже 7 %.

RLC-контур

Пример демонстрирует сосредоточенные элементы (кроме разрядников).

Данный пример содержит RLC цепь и резистивный источник напряжения. Источник сигнала - ступенька, т.е. это задача включения ЭДС в контур. Выводится ток в цепи, который можно сравнить с током, полученным точным решением (дифф. уравнения для цепи RLC) для напряжения ЭДС=1 В, $R=20.00$, $L=1.0$ мкГн, $C=100$ пФ. Файл точного решения прилагается.

Примечание: активное сопротивление цепи распределено между резистором (10 Ом) и резистивным источником напряжения (10 Ом).

Примечание: в данном примере два сосредоточенных элемента засунуты в одну ячейку (это источник и индуктивность). Редактор объекта этого не позволяет. Фокус в том, что индуктивность была установлена ячейкой ниже (по оси Y), а потом в таблице сосредоточенных элементов координата для индуктивности Y была увеличена на 1. Это можно делать, потому что индуктивность и источник имеют разное направление и занимают разные векторы E в ячейке. Совмещать в одном векторе E два и более сосредоточенных элемента нельзя!

2. FIDELITY программа электромагнитного анализа во временной области FDTD

<http://www.ioso.ru/ipso/distance/Fidelity.htm>

В 1993 компания Zeland представила программу IE3D для электромагнитного моделирования и оптимизации. Реализуя метод момента (MOM), имитатор IE3D имеет много хороших особенностей для моделирования планарных и объемных схем и антенн в слоистой диэлектрической среде. IE3D простой в использовании, точен и эффективен для моделирования различных структур типа микрополосковых цепей и антенн, цепей полосковой линий, компланарных волноводов и антенн, коаксиальных конструкций с однородным заполнением диэлектрика, перевернутыми - F антеннами, вибраторами и другими проводными антеннами, высокоскоростных линий передачи, высокоскоростных цифровых схем.

Однако, метод момента имеет некоторый свойственный ему недостаток в моделировании трехмерных диэлектрических структур, волноводных структур и структур с сильно неравномерным распределением напряженности электрического поля. По этой причине, компания Zeland в ноябре 1997 представила электромагнитный имитатор FIDELITY.

FIDELITY использует конечно-разностный метод решения уравнений Максвелла во временной области (FDTD – Finite Difference Time Domain), используемый в

полноволновом электромагнитном моделировании. В последние 10 лет много исследований было сфокусировано на разработке FDTD алгоритмов. По сравнению с алгоритмами моделирования в частотной области типа MOM и метода конечных элементов (FEM), FDTD имеет следующие характерные особенности:

1. FDTD простой в программной реализации. Его основной принцип состоит в использовании метода конечных разностей, чтобы записать производные в уравнениях Максвелла. Используя Yee-алгоритм, решаются системы уравнений Максвелла в форме алгебраических уравнений, объединяя электрическое поле и магнитное поле вместе.
2. Окончательные алгебраические уравнения для FDTD записываются во временной форме. FDTD не создает большие матричные уравнения, которые присущи методам MOM и FEM. Требования RAM к FDTD пропорциональны N , по сравнению с $N \dots N^2$ для FEM и N^2 для MOM. Затраты по времени FDTD также пропорциональны N , по сравнению с N^2 для FEM и $N^2 \dots N^3$ для MOM. Хотя основные вычислительные требования для FDTD - обычно намного выше, чем для MOM при моделировании маленьких и средних структур, FDTD может требовать намного меньшие вычислительные ресурсы, чем MOM, для больших структур. С другой стороны, FDTD обычно требует меньше вычислительных ресурсов, по сравнению с FEM для сильно изогнутых структур.
3. Моделирование FDTD дает обычно широкополосный результат. Одно единственное моделирование может выдавать широкополосную частотную характеристику. MOM и FEM обычно требуют широкой частотной полосы для полного анализа .
4. FDTD имитаторы могут обрабатывать сложный диэлектрик, структурируя его намного проще, чем MOM и FEM.

3. МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ – FDTD

(http://kepstr.eltech.ru/fdtd_2.htm)

Метод конечных разностей во временной области (FDTD - Finite-Difference Time-Domain) в настоящее время является одним из популярнейших методов численного решения электродинамических задач. Метод FDTD был предложен около 30 лет тому назад, но настоящее признание получил в последнее десятилетие, когда количество публикаций по его применению и развитию стало экспоненциально нарастать. На сегодняшний день существуют тысячи работ, относящихся к различным аспектам метода FDTD, им посвящены подробные обзоры и созданы специализированные библиографические базы данных, вышли монографии. К сожалению, практически отсутствуют публикации отечественных авторов по этой тематике, что, вероятно, можно объяснить малой доступностью высокопроизводительных ЭВМ, необходимых для полномасштабной реализации метода FDTD. Эта же причина долгое время сдерживала развитие метода и в мире - с появления первой работы в 1966 году по начало восьмидесятых годов публикации исчислялись единицами, но по мере снижения стоимости вычислительных ресурсов интерес к методу возрос.

Метод FDTD универсален - он может быть с успехом применен практически во всех задачах электродинамики, требующих численного решения. Это и внутренние задачи, включая анализ волноведущих и резонансных структур сложной формы с неоднородностями, волноводных и микрополосковых, и моделирование излучающих структур, антенн, и анализ активных приборов СВЧ, и многое другое. Особенно эффективно применение метода FDTD в тех задачах, в которых пасуют традиционные подходы, в частности - где важна возможность анализа нестационарных процессов.

Частотные характеристики исследуемого объекта могут быть получены с помощью дискретного преобразования Фурье или - условно, при не очень высокой добротности - путем задания квази-гармонического источника и выполнения расчетов до выхода на установившийся режим. Кроме простоты постановки, метод FDTD обладает несомненными преимуществами в плане моделирования электродинамических объектов с неоднородными, анизотропными и нелинейными средами с произвольными формами границ.

В своей классической постановке метод FDTD основан на простой и элегантной дискретизации уравнений Максвелла, записанных в дифференциальной пространственно-временной формулировке. Сетки для электрического и магнитного полей смещены по отношению друг к другу во времени и пространстве на половину шага дискретизации по каждой из переменных. Конечно-разностные уравнения позволяют определить электрическое и магнитное поля в данный момент времени на основании известных значений полей в предыдущий момент времени, и при заданных начальных условиях вычислительная процедура разворачивает решение во времени от начала отсчета с заданным шагом.

Определенную сложность представляет учет искусственных граничных условий (ABC - absorbing boundary condition) при переходе от анализируемой области к свободному пространству. Обычно ABC вводятся приближенно - либо на основе конечно-разностных формул, связывающих поля на границе анализируемой области, либо путем введения в модель слоев поглощающих материалов, в том числе и с границами специальной формы. Во всех таких случаях за счет принципиального отличия локально поставленных граничных условий от строгих, которые должны быть необходимо нелокальными, появляется погрешность, которую принято характеризовать коэффициентом отражения от

границы между анализируемой областью и свободным пространством. Множество работ посвящено улучшению формулировок АВС и анализу возникающих погрешностей.

Простейшая постановка метода FDTD предполагает использование эквидистантной ортогональной сетки, но существует возможность повышения эффективности метода за счет применения неэквидистантных и/или неортогональных сеток.

Оборотной стороной эффективности и универсальности метода FDTD является потребность в весьма значительных вычислительных ресурсах. Представляющие практический интерес задачи могут быть эффективно решены лишь на больших ЭВМ с объемом ОЗУ в десятки-сотни мегабайт и высокопроизводительными центральными процессорами. Желательно использование многопроцессорных параллельных вычислительных систем. Однако в упрощенной постановке - например, при выборе не слишком большого количества дискретов или снижении размерности задач - возможна реализация алгоритма и решение практических задач за приемлемое время и на производительных ПЭВМ.

Ряд интереснейших научных проблем может быть поставлен и решен на пути усовершенствования метода. Особо важна гибридизация метода FDTD и других, например, метода моментов. В результате выполнения проекта предполагается создание методологической и научно-технической основы для разработки математических моделей и методов проектирования радиотехнических систем электрофизических комплексов, разработка и практическое применение программных комплексов электродинамического моделирования микроволновых систем и антенн методом конечных разностей во временной области.

Особо выигрышным является использование метода FDTD при исследовании нестационарных процессов - например, электромагнитного поля антенн при возбуждении их короткими импульсами.

В работе представлены описание примененного алгоритма, постановка задачи и результаты моделирования нестационарного электромагнитного поля вибратора, возбуждаемого гауссовым видеоимпульсом, методом FDTD. Произведена оценка необходимых ресурсов ЭВМ. Разработаны программные средства постпроцессорной обработки результатов - визуализация полей, расчет частотных характеристик.