

Владимир Бугров

Целочисленные цифровые фильтры



Imprint

Any brand names and product names mentioned in this book are subject to trademark, brand or patent protection and are trademarks or registered trademarks of their respective holders. The use of brand names, product names, common names, trade names, product descriptions etc. even without a particular marking in this work is in no way to be construed to mean that such names may be regarded as unrestricted in respect of trademark and brand protection legislation and could thus be used by anyone.

Cover image: www.ingimage.com

Publisher:

LAP LAMBERT Academic Publishing

is a trademark of

International Book Market Service Ltd., member of OmniScriptum Publishing Group

17 Meldrum Street, Beau Bassin 71504, Mauritius

Printed at: see last page

ISBN: 978-3-659-52173-7

Copyright © Владимир Бугров

Copyright © 2017 International Book Market Service Ltd., member of OmniScriptum Publishing Group

All rights reserved. Beau Bassin 2017

В.Н. БУГРОВ

**ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЕ
ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ**

Монография



Р е ц е н з е н т:

В.И. Пройдаков, к.ф-м.н, старший научный сотрудник ОАО «РУСПРОМ»

Бугров В.Н. Целочисленные цифровые фильтры:

Монография. – Lambert Academic Publishing, 2017. – 152 с.

ISBN 978-3-659-52173-7

Рассматриваются основные вопросы моделирования линейного цифрового фильтра в приближении дискретной целочисленной математики, соответствующей базовой физике работы фильтра в реальном времени на цифровых платформах с целочисленной арифметикой вычислений. Приводится целочисленная модель рекурсивных фильтров в форме каскадного соединения звеньев второго порядка. Дается оценка быстродействия и шумовых свойств рекурсивных целочисленных фильтров. Рассмотрена постановка задачи многофункционального синтеза фильтров методами целочисленного нелинейного математического программирования с учётом заданного радиуса полюсов передаточной функции. Иллюстрируется эффективность применения данного подхода на нескольких характерных примерах решения задач синтеза каскадных рекурсивных и нерекурсивных фильтров со сложными селективными требованиями и минимальной разрядностью целочисленных коэффициентов. Проводится анализ теоретических и экспериментальных характеристик синтезированных цифровых фильтров.

Содержание

Введение.....	7 стр.
I. Моделирование целочисленного цифрового фильтра.....	16
1.1. Структурно-функциональное описание цифрового фильтра.....	16
1.2. Целочисленное моделирование рекурсивного фильтра.....	20
1.3. Оценка быстродействия.....	26
1.4. Шумовые свойства рекурсивного ЦЦФ.....	29
1.5. Моделирование целочисленного КИХ-фильтра	32
II. Синтез ЦЦФ методами дискретного программирования	37.
2.1. Формирование относительных показателей	37
2.2. Постановка задачи целочисленного нелинейного программирования	41
2.3. Формирование целевой функции	44
2.4. Алгоритмический комплекс целочисленной минимизации	52
2.5. Структура программного комплекса	61
III. Прикладные задачи синтеза целочисленных цифровых фильтров.....	65
3.1. Синтез рекурсивных фильтров с фазовой линейностью	65
3.2. Синтез рекурсивных ЦЦФ специальной формы частотных характеристик	72
3.3. Синтез корректирующего фильтра гидроакустического тракта	90
3.4. Синтез восстанавливающего цифрового фильтра тракта геофизических измерений	105
3.5. Целочисленные цифровые БИХ-фильтры минимальной разрядности для высокоскоростных приложений	112
3.6. Целочисленные КИХ-фильтры минимальной разрядности	134
Заключение	143
Список литературы.....	147

Список основных сокращений

АЦП – аналого-цифровой преобразователь
АЧХ – амплитудно-частотная характеристика
БИХ – бесконечная импульсная характеристика (тип фильтра)
ВЦФ – цифровой фильтр с вещественной арифметикой вычислений
ГВЗ – групповое время запаздывания
КИХ – конечная импульсная характеристика (тип фильтра)
КЦФ – корректирующий цифровой фильтр
МК – микропроцессорный контроллер
ММ – математическая модель
МП – математическое программирование
ППФ – полосно-пропускающий фильтр
ПЗФ – полосно-заграждающий фильтр
ПЛИС – программируемая логическая интегральная схема
ПХ – переходная характеристика
СКО - среднеквадратичная ошибка
УПЧИ - усилитель промежуточной частоты изображения
ФВЧ – фильтр верхних частот
ФНЧ – фильтр нижних частот
ФР – функциональный редактор
ФЧХ – фазочастотная характеристика
ФЗ – фазовая задержка
ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь
ЦСП – цифровой сигнальный процессор
ЦНП – целочисленное нелинейное программирование
ЦОС – цифровая обработка сигналов
ЦПУ - центральное процессорное устройство
ЦЦФ – цифровой фильтр с целочисленной арифметикой вычислений
ЦФ – целевая функция
ЭВМ – электронно-вычислительная машина

Введение

Цифровая фильтрация является одним из наиболее востребованных алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС). В современных цифровых системах доля цифровой фильтрации может составлять до половины общего объёма цифровых вычислений. При этом основными задачами цифровой фильтрации являются, прежде всего, частотное разделение сигналов, извлечение из сигналов полезной информации и подавление помех. Являясь устройствами частотной селекции входного сигнала, цифровые фильтры обычно разрабатываются на основе требований к их частотным характеристикам. В общем виде комплексный частотный коэффициент передачи цифрового фильтра стандартно можно записать как:

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\phi(\omega)}$$

Таким образом, основными характеристиками фильтра в частотной области являются:

1. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) как модуль коэффициента передачи $|H(e^{j\omega})|$;
2. Фазочастотная характеристика (ФЧХ) как аргумент комплексного коэффициента передачи $\phi(\omega)$;
3. Групповое время запаздывания : $\tau_{gr} = -\partial\phi / \partial\omega$;
4. Фазовая задержка, как прямая задержка фильтром гармонического сигнала: $\tau_z = -\phi(\omega) / \omega$.

В частотной области, определяющей селективные свойства, современный цифровой фильтр должен обладать совокупностью характеристик, таких как требуемые АЧХ, ФЧХ, требуемые характеристики групповой (ГВЗ) или фазовой задержки. Поэтому актуальной является задача разработки методов синтеза цифровых фильтров с учётом совокупности требуемых характеристик. Такой синтез принято называть многофункциональным в отличие от

многокритериального синтеза, синтеза только по одной требуемой характеристике.

По критерию селективные свойства – эффективность работы в реальном времени (быстродействие) наиболее высокое качество имеют рекурсивные цифровые фильтры (БИХ-фильтры). Они наилучшим образом способны реализовать сложные селективные требования при высоком быстродействии. Поэтому в дальнейшем будут рассматриваться в основном рекурсивные цифровые фильтры, хотя и отдельные примеры решения задач синтеза КИХ-фильтров со сложными селективными требованиями будут приводиться. Важным фактором, определяющим быстродействие при работе цифрового фильтра в реальном времени, является арифметика вычислений, используемая в алгоритме цифровой фильтрации. Обзор публикаций по методам расчёта и синтеза рекурсивных фильтров показывает, что в настоящее время преобладает косвенное проектирование рекурсивных фильтров по аналоговому прототипу с применением метода билинейного преобразования [1 - 3] либо различных подходов, на нём базирующихся [4 - 6], при использовании в алгоритмах цифровой фильтрации вещественной арифметики вычислений в формате с фиксированной или плавающей точкой. Очевидно, что это обстоятельство диктуется особенностями расчётного метода билинейного преобразования, когда проектное решение может быть получено только в приближении непрерывной математики, то есть в вещественном многомерном пространстве параметров E^n , считая все переменные состояниями вещественными величинами, точность представления которых может быть сколь угодно большой. Очевидными недостатками косвенного проектирования рекурсивных фильтров в вещественных числах билинейным преобразованием аналогового прототипа являются:

- 1) Принципиальная невозможность многофункционального синтеза цифрового БИХ-фильтра, так как никакие требования, кроме требований к АЧХ фильтра выполнены быть не могут. Так в литературе, например, прямо указывается невозможность контроля либо удовлетворения требований по

фазовым искажениям при расчёте рекурсивного фильтра по аналоговому прототипу, не говоря уже о требованиях по другим характеристикам. Поэтому и неудивительно, что рекурсивные фильтры высокого порядка, спроектированные через аналоговый прототип методом билинейного преобразования или его модификациями в MATLAB, имеют нелинейность ФЧХ порядка сотни градусов, то есть практически непригодны для большинства приложений ЦОС;

2) Практическая невозможность синтеза рекурсивного фильтра с произвольной формой частотной характеристики, т.к. проблема аппроксимации произвольной АЧХ является самостоятельной и весьма непростой задачей. Поэтому по аналоговому прототипу синтезируются лишь фильтры с типовой формой АЧХ (ФНЧ, ФВЧ, полосовой, заградительный), используя их аппроксимацию по Баттерворту, Чебышеву либо Кауэру. Необходимо помнить также, что этап аппроксимации АЧХ является, как известно, нелинейно-фазовой процедурой, что может приводить к резкому увеличению фазовых искажений;

3) Нелинейные деформации частотной шкалы фильтра, прямое несовпадение фазовых и импульсных характеристик цифрового фильтра с его аналоговым прототипом;

4) Вещественный формат представления данных требует квантования их значения, то есть перевода описание цифрового фильтра из непрерывного пространства параметров E^n в дискретное вещественное (квантованное) пространство Q^n (рис. 1), используя известный алгоритм квантования данных. Однако, процедура квантования данных в цифровых фильтрах с вещественной арифметикой вычислений (ВЦФ), приводит, как известно, к искажению частотных характеристик фильтра, появлению шумов квантования, к необходимости масштабирования вещественных коэффициентов фильтра и появлению малых предельных циклов при квантовании результатов внутренних вычислений.

5) Проектное решение в вещественном пространстве состояний никак не соответствует арифметике цифрового вычислителя, реализующего тот или иной алгоритм ЦОС, цифровой фильтрации в частности. Ведь базовая арифметика любого цифрового вычислителя – это целочисленная арифметика, оперирующая только с целыми числами в двоичном их представлении (битами, байтами, словами) и позволяющая осуществлять вычисления за минимальное время при минимальных ресурсах оперативной памяти. И только отсутствие целочисленных алгоритмов ЦОС вынуждает переходить к вещественной или комплексной арифметике цифровых вычислений, требующих значительных ресурсов, как по памяти, так и по тактовой частоте вычислителя с существенным усложнением его структуры (за счёт введения FPU-арифметических сопроцессоров и т.п.) и значительным увеличением энергопотребления. То есть ВЦФ, как система с вещественной арифметикой вычислений, может быть реализован только на специализированных сигнальных процессорах, тогда как наиболее перспективная на сегодняшний день программируемая логика, а также и микропроцессорные контроллеры, требует принципиально целочисленных решений, целочисленной арифметики вычислений;

б) Никакие дополнительные внешние условия, функциональные ограничения (например, условия масштабируемости усиления в каскадных цифровых фильтрах) при косвенном синтезе рекурсивного фильтра по аналоговому прототипу непосредственно не могут быть учтены.

Аналогичные замечания можно отнести и к методологиям проектирования нерекурсивных цифровых фильтров. На сегодняшний день классическими методами расчета КИХ-фильтров являются методы взвешивания с помощью окна, частотной выборки, методы расчета оптимальных (по Чебышеву) фильтров. Классическое проектное решение – это решение также в многомерном вещественном пространстве состояний.

Перечисленных недостатков слишком много, чтобы считать методологию проектирования цифровых фильтров в вещественном пространстве состояний

современными и эффективными. Необходимо искать новые подходы к моделированию фильтров и к их расчёту, подходы, удовлетворяющие современным требованиям. Одним из таких перспективных направлений является разработка методологии проектирования линейных цифровых фильтров в целых числах. Действительно, перечисленные выше отрицательные последствия представления данных в вещественном формате, могут быть во многом устранены при переходе к математическому описанию цифровых фильтров в приближении дискретной целочисленной математики, то есть при переходе к математическому описанию, соответствующему базовой физике и математике цифрового фильтра как реального физического устройства. Цифровой фильтр изначально является дискретной целочисленной системой, которую и необходимо описывать, моделировать в приближении дискретной целочисленной математики, считая любую переменную точкой многомерного дискретного целочисленного пространства состояний. Под пространством состояний в данном случае понимается, прежде всего, многомерное пространство целочисленных коэффициентов фильтра I^n (рис. 1.1), входных и выходных сигналов - целочисленных временных последовательностей, а также базовые целочисленные операции над данными в алгоритмах цифровой фильтрации. Естественным, что целочисленные операции на любой цифровой платформе выполняются значительно быстрее, чем операции вещественных вычислений. Число тактов центрального процессорного устройства, необходимых для реализации базовых целочисленных операций, существенно меньше.

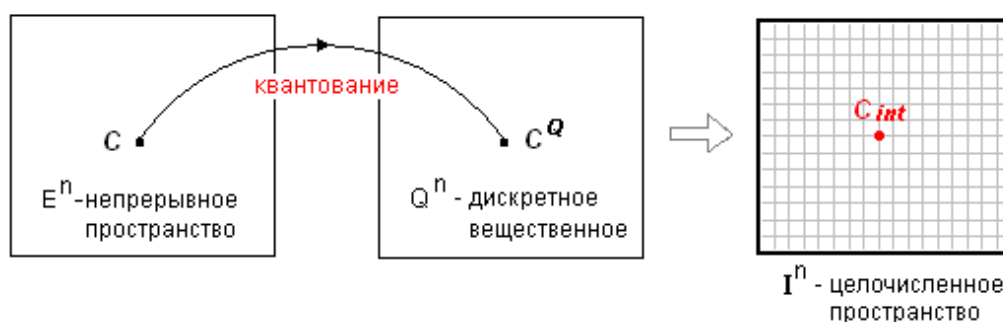


Рис. 1.1. Целочисленное описание цифрового фильтра

Таким образом, в целочисленных цифровых фильтрах (ЦЦФ) все переменные состояния (коэффициенты фильтра и результаты промежуточных вычислений, итоговый отклик фильтра) являются целочисленными, как целочисленными являются и все внутренние операции в алгоритме цифровой фильтрации

Важным достоинством ЦЦФ является отсутствие процедуры квантования данных (как коэффициентов фильтра, так и результатов промежуточных вычислений) в ходе расчёта отклика фильтра в реальном времени, а, следовательно, и отсутствие негативных последствий квантования данных, перечисленных выше. То есть квантование, как необходимая процедура округления вещественных коэффициентов после их нахождения билинейным преобразованием, в ЦЦФ заменена целочисленной дискретизацией многомерного пространства коэффициентов перед синтезом фильтра с получением целочисленного решения с нулевой ошибкой его реализации на целочисленной цифровой платформе или кристалле с заданной длиной слова коэффициентов.

Что касается задачи проектирования, синтеза рекурсивных ЦЦФ, то существующие в настоящее время подходы к реализации цифровых фильтров на платформах с целочисленной арифметикой вычислений состоят в трансформации, переводе вещественного ВЦФ в ЦЦФ, используя различные дополнительные процедуры. Так в методологии ezIIR целочисленного округления билинейного преобразования, разработанного фирмой Texas Instruments [8], после получения вещественного решения билинейным преобразованием аналогового прототипа переход к ЦЦФ осуществляется с помощью двух специфических процедур: сложной процедуры нормировки вещественных коэффициентов каскадного БИХ-фильтра по его усечённой импульсной характеристике на первом этапе и нелинейной процедуры приведения нормированных вещественных коэффициентов к целочисленному виду на этапе втором. Корректность данных этапов возможна в рамках определённых жёстких требований, физических ограничений, выход за пределы которых приводит к резкому возрастанию погрешности представленных выше

процедур, что приводит в итоге к значительным искажениям характеристик «оцелочисленного» рекурсивного фильтра и даже к возможной потере его устойчивости

Другой известный подход состоит в использовании в качестве целочисленного решения целочисленного кванта (кода), получаемого стандартной процедурой квантования и кодирования [9] вещественных данных (коэффициентов фильтра в данном случае), когда каждому вещественному коэффициенту присваивается одно из 2^{W_k} значений дискретных целочисленных кодов, где W_k длина битового слова целочисленных коэффициентов фильтра.

Несостоятельность подобных подходов перевода вещественного проектного решения в целочисленное очевидна и состоит в следующем:

1. Все вышеперечисленные недостатки косвенного проектирования рекурсивных фильтров билинейным преобразованием аналогового прототипа полностью сохраняются и в полученных целочисленных версиях;

2. Реализация (программная или аппаратная в ПЛИС) полученных ЦЦФ на платформах с целочисленной арифметикой вычислений исключает процедуру динамического квантования вещественных значений в реальном времени, а следовательно и шумовые свойства производных целочисленных фильтров никак не будут соответствовать шумовой модели исходных ВЦФ, построенной в приближении динамического квантования вещественных данных. То же самое, очевидно, можно сказать и относительно малых предельных циклов в этих дискретных динамических системах с различной арифметикой цифровых вычислений и различной структурой построения звеньев фильтров, хотя этот вопрос и требует дополнительного изучения;

3. Все методы проектирования, базирующиеся на билинейном преобразовании аналогового прототипа, существенно зависят от хорошего начального приближения, хорошего прототипа. При наличии такового в простых задачах может быть получен вполне приемлемый результат, но в сложных задачах многофункционального синтеза цифровых фильтров, когда

хорошего начального приближения нет и быть не может, применение подобных методов к успеху не приводит.

Эффективный многофункциональный синтез, т.е. синтез целочисленных цифровых фильтров по совокупности требуемых противоречивых характеристик в многомерном целочисленном пространстве состояний в настоящее время возможен только поисковыми методами целочисленного нелинейного математического программирования. Математическое программирование - это инвариантная и эффективная методология решения формализованных задач (задач проектирования в частности), методология, максимально ориентированная на современные вычислительные системы. Общая идея математического программирования [10, 11], как известно, состоит в привязке решения любой задачи к четкому инвариантному математическому признаку – экстремуму функции качества (цели) $F(X)$, где вектор X определяет искомый параметры устройства. Для любой проектной задачи такую функцию всегда можно сформировать исходя из заданных требований к проектируемому устройству (в компьютерных пакетах синтеза целевую функцию обычно формирует функциональный редактор). Имея такую функцию, решение задачи синтеза сводится к процедуре минимизации $F(X)$, то есть отысканию координат глобального экстремума (оптимальных параметров устройства X^0), что обычно делается поисковыми методами [12 - 15]. При этом важным фактором, определяющим работу цифрового фильтра, является разрядность целочисленных данных, с которыми он оперирует. Так в настоящее время в общей номенклатуре коммерческих цифровых платформ существенную долю занимают 8-разрядные цифровые платформы с целочисленной арифметикой вычислений. При реализации высокоскоростных ЦЦФ на специализированных платформах разрядность представления данных может быть ещё ниже (до 4 или даже до 3 бит). Идеология целочисленного нелинейного программирования (ЦНП) позволяет эффективно проектировать цифровые фильтры с заданной разрядностью представления данных (целочисленных коэффициентов) при максимальном выполнении требований к частотным характеристикам фильтра.

Такое целочисленное проектное решение даёт принципиальную возможность реализации ЦНП-фильтров не только на специализированных сигнальных процессорах (DSP), но и на простых и дешёвых микропроцессорных контроллерах, в которых нет возможности вещественных вычислений. Целочисленное проектное решение является безусловно предпочтительным при аппаратной реализации ЦНП-фильтра на ПЛИС, а также на кристаллах заказных или полужаказных СБИС. В настоящей монографии рассмотрены основные вопросы моделирования как рекурсивных, так и нерекурсивных ЦЦФ, а также вопросы их многофункционального синтеза методами целочисленного нелинейного программирования.

I. Моделирование целочисленного цифрового фильтра

Структурно-функциональный подход, лежащий в основе моделирования и синтеза цифрового фильтра, является реализацией системного подхода, излагаемого в теории познания [16, 17]. В нём выделяются функции системы, нужные для удовлетворения определенных потребностей, и структура системы, реализующая эти функции.

1.1. Структурно-функциональное описание цифрового фильтра

Согласно структурно-функциональному подходу цифровой фильтр может быть охарактеризован с двух принципиальных сторон (рис. 1.2).

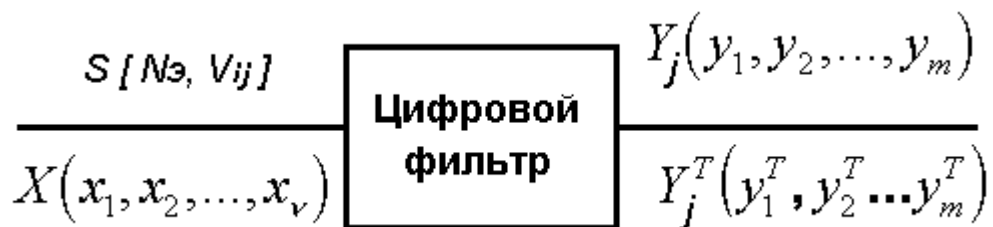


Рис. 1.2 Структурно-функциональное описание фильтра

Внутреннее его состояние принято описывать на двух иерархических уровнях – структурном и параметрическом. Что касается структуры построения фильтра S , определяемой числом $Nэ$ функциональных элементов фильтра и их взаимосвязью Vij , то в работе [18] приведено сравнение каскадных, параллельных, прямых и волновых структур построения цифровых БИХ-фильтров, и показано, что каскадная структура является наилучшей, поскольку:

- позволяет реализовывать ряд передаточных функций цифрового фильтра небольшим набором основных функциональных элементов (звеньев) низкого порядка;
- чувствительность характеристик фильтра к изменению параметров (коэффициентов) наименьшая при последовательной структуре построения фильтра;
- каскадная структура удобна в случае подстройки после синтеза, поскольку каждое звено фильтра изолировано друг от друга.

Поэтому в настоящее время построение как БИХ, так и КИХ-фильтров в форме каскадного соединения звеньев второго порядка на практике используется наиболее часто. Таким образом, если структура фильтра задаётся числом его звеньев N в каскадной реализации, то вектор $X(x_1, x_2, \dots, x_N)$ определяет варьируемые параметры (коэффициенты) звеньев цифрового фильтра.

Внешнюю, функциональную сторону проектируемого цифрового фильтра принято характеризовать вектором частных абсолютных показателей качества его функционирования $Y_j(y_1, y_2, \dots, y_m)$, описывающим ту или иную частотную характеристику фильтра, заданную на m дискретных точках требуемого частотного диапазона. При этом абсолютные показатели $y_i(X)$, формирующие этот вектор, считаются однородными, если имеют одинаковый физический смысл, размерность, вычисляются по однотипным соотношениям (моделям). Математически однородные функциональные показатели и критерии имеют примерно одинаковую чувствительность к изменению параметров (коэффициентов фильтра). Вектор $Y_j^T(y_1, y_2, \dots, y_m)$ в описании проектируемого фильтра (рис. 1.2) определяет требования по каждой j -ой характеристике, определяющей его функционирование. Здесь часто говорят, что данный вектор определяет техническое задание на проектирование цифрового фильтра по совокупности его частотных характеристик.

Текущее функционирование фильтра $Y=MM(S,X)$ связано с его внутренним состоянием оператором MM , являющимся математической сигнальной моделью цифрового фильтра.

Приведённое структурно-функциональное описание позволяет сформулировать следующие основные задачи, возникающие при проектировании цифрового фильтра:

1. Прямая задача (задача анализа) - определение функционирования фильтра для заданного внутреннего его состояния, что условно можно отобразить так:

$$S, X \rightarrow Y$$

Решение прямой задачи, как видно, сводится к математическому моделированию цифрового целочисленного фильтра и подробно рассматривается ниже.

2. Обратная задача (задача синтеза) - определение описания цифрового фильтра по заданному его функционированию:

$$Y^T \rightarrow S^o, X^o$$

Оптимальное состояние S^o, X^o цифрового фильтра, при котором текущее его функционирование совпадает (в той или иной транскрипции) с требуемым функционированием принято называть техническим решением. Таким образом, именно обратная задача определяет сущность проектирования, как процесса создания, синтеза цифрового фильтра с заданной совокупностью требуемых характеристик. При этом в соответствии с двумя уровнями описания внутреннего состояния проектируемого фильтра возможны следующие виды задач его синтеза:

1. **Структурный синтез**, как определение оптимальной для заданного функционирования структуры цифрового фильтра, что условно можно записать так:

$$Y^T \rightarrow S^o$$

Синтез только структуры любого устройства может быть осуществлён, естественно, только на качественном уровне, так как структура даёт только качественное описание внутреннего состояния проектируемого устройства. При этом для синтеза структуры наиболее часто используют подходы структурной декомпозиции, эвристические методы. Однако наиболее эффективно решать задачу оптимизации структуры хорошо разработанным и эффективным морфологическим методом [14, 17]. При каскадной же реализации цифрового фильтра его структура будет определять число используемых звеньев второго порядка, то есть общий порядок проектируемого фильтра. При проектировании цифрового фильтра методом ЦНП этот порядок

будет определяться в процессе поискового синтеза целочисленного цифрового фильтра.

2. Параметрический синтез, т.е. отыскание по заданному функционированию оптимальных значений параметров фильтра при фиксированной его структуре:

$$Y^T \rightarrow X^o \Big|_{S=const}$$

Задача решается на строгом количественном уровне с использованием разработанной математической модели цифрового фильтра той или иной структуры. В настоящее время параметрический синтез является наиболее распространённой в проектировании задачей. Большинство коммерческих синтезирующих пакетов решают именно такую задачу.

3. Структурно-параметрический синтез. Здесь для заданного функционирования Y^T определяется как оптимальная структура, так и оптимальные параметры цифрового фильтра. Является наиболее эффективным в плане качества видом синтеза, однако, и наиболее трудоёмким на сегодняшний день. Полный замкнутый цикл структурно-параметрического синтеза цифровых фильтров может быть реализован на базе задачи смешанного математического программирования, когда поиск технического решения ведётся одновременно в структурном и параметрическом пространстве состояний проектируемого фильтра [19].

В дальнейшем будет рассмотрена эффективная и наиболее разработанная методология решения задачи параметрического синтеза целочисленных фильтров со сложными селективными требованиями с учётом требуемого радиуса полюсов передаточной функции для БИХ-фильтра. Эти задачи выполняются компьютерным пакетом ЦНП (версии 3.1). Приведённые примеры иллюстрируют принципиальные возможности данного подхода к многофункциональному проектированию цифровых систем. Однако для постановки и решения проектных задач необходимо иметь математическую модель, которая позволит на строгом количественном уровне рассчитывать

необходимые функциональные характеристики проектируемого цифрового фильтра.

1.2. Целочисленное моделирование рекурсивного фильтра

Рекурсивные ЦЦФ, являясь дискретными линейными системами с обратной связью (рекурсией), обладают значительно большими селективными возможностями по сравнению с нерекурсивными, поэтому они позволяют реализовать требуемые формы частотных характеристик цифрового фильтра значительно меньшим порядком фильтра. Рекурсивный целочисленный фильтр является дискретной линейной системой, для которой соотношение между входной x_n и выходной y_n временными последовательностями определяется уравнением в конечных разностях

$$y_n = -\sum_{k=1}^N \frac{a_k}{a_0} \cdot y_{n-k} + \sum_{k=0}^N \frac{b_k}{a_0} \cdot x_{n-k}, \quad (1.1)$$

а передаточная функция – его z -преобразованием. Принципиальной особенностью ЦЦФ является принадлежность его коэффициентов b_k и a_k знакопеременному ряду целых чисел, который может быть как натуральным, так и биномиальным (для нормирующего коэффициента a_0). Интервал суммирования по k получил название "окна" фильтра. Входное окно фильтра составляет $N+1$ отсчётов, выходное – N отсчётов, при этом значение N определяет порядок рекурсивного фильтра. Наличие обратной связи (рекурсии) в (1.1) определяет бесконечный характер импульсной характеристики фильтра, причём его частотный коэффициент передачи

$$H(e^{j\omega}) = A \frac{\prod_{i=1}^N (1 - z_i e^{-j\omega})}{\prod_{i=1}^N (1 - p_i e^{-j\omega})}$$

полностью описывается распределением полюсов и нулей в z -плоскости. Если система устойчива, то все полюсы p_i должны лежать внутри единичного круга и область сходимости будет содержать единичную окружность [2, 3].

Линейно-разностное уравнение (1.1) соответствует прямой форме аппаратной реализации фильтра, хотя, как показано выше, наилучшей является последовательная структура построения фильтра (рис. 1.3) в виде каскадного включения звеньев второго порядка.

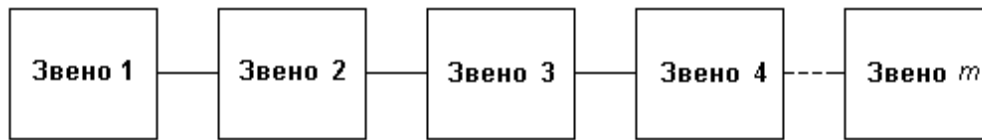


Рис. 1.3. Каскадная (последовательная) форма построения фильтра

Передаточная функция для рекурсивного ЦЦФ, состоящего из каскадного соединения m -звеньев второго порядка ($m=N/2$, где N - общий порядок фильтра), имеет следующий вид [20, 21]:

$$H(z) = \prod_{i=1}^m \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}, \quad (1.2)$$

где комплексная переменная z при переходе к описанию частотной характеристики

$K(e^{j\omega}) = |K(e^{j\omega})| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$ принимает значение $z = e^{j\omega}$, а $\omega = 2\pi f / f_s$ - цифровая частота.

Все коэффициенты системной функции (1.2) являются целочисленными, а их интервал изменения определяется заданной длиной битового слова (разрядностью) коэффициентов фильтра. Из соотношения (1.2) легко получается разностное уравнение для одного звена целочисленного фильтра:

$$y_n = (b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + b_2 x_{n-2} - a_1 y_{n-1} - a_2 y_{n-2}) / a_0, \quad (1.3)$$

где x_n, y_n - входная и выходная целочисленные временные последовательности, a_0 - нормирующий множитель.

Как видно из (1.3), при вычислении отклика фильтра должна выполняться операция деления на целочисленный коэффициент a_0 , которая может быть реализована операцией побитового сдвига при условии принадлежности

каждого i -го коэффициента биномиальному целочисленному ряду (ряду степеней числа 2):

$$a_{0i} \in \{2^q\}, \quad q = \overline{0, W_k - 1} \quad i = \overline{1, m}, \quad (1.4)$$

где W_k – длина битового слова целочисленных коэффициентов, включая знак.

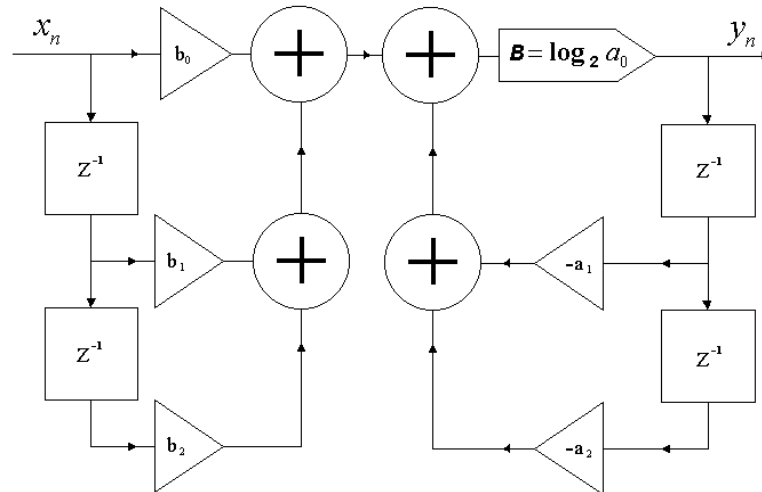


Рис. 1.4. Структура рекурсивного
целочисленного звена

На рис. 1.4 приведена типичная структура звеньев рекурсивного целочисленного фильтра, соответствующая разностному уравнению (1.3). Как видно, при вычислении отклика фильтра кроме традиционных операций сложения, умножения и задержки на такт присутствует операция сдвига на $B = \log_2 a_0$ бит, с помощью которой реализуется целочисленное деление на биномиальный нормирующий коэффициент a_0 .

Таким образом, при расчёте отклика рекурсивного ЦЦФ используется минимальное количество базовых операций, причём все эти операции целочисленные, что определяет высокое быстродействие рекурсивного ЦЦФ при работе в реальном времени.

Можно отметить, что именно наличие итоговой операции сдвига в алгоритме расчёта отклика рекурсивного целочисленного звена нарушает коммутативность расчётной процедуры реализации нулей и полюсов его передаточной функции (1.2), что не позволяет, в свою очередь, реализовать целочисленное рекурсивное звено в канонической форме.

Как известно, рекурсивный фильтр будет устойчив, если все полюсы p_i передаточной функции лежат внутри единичного круга в z -плоскости:

$$|Zp_i| < 1. \quad (1.5)$$

Заметим, однако, что это стандартное условие является необходимым, но далеко не достаточным, так как устойчивость работы БИХ-фильтра, как системы с обратной связью, может быть нарушена появлением предельных циклов (limit cycle), когда вроде бы устойчивый по соотношению (1.5) фильтр начинает демонстрировать неустойчивое поведение, приводящее к возникновению на выходе периодических колебаний. При этом малые предельные циклы возникают, когда при отсутствии сигнала на входе амплитуда выходного сигнала затухает, но из-за вычислительных погрешностей не доходит до нуля, принимая зачастую колебательный характер.

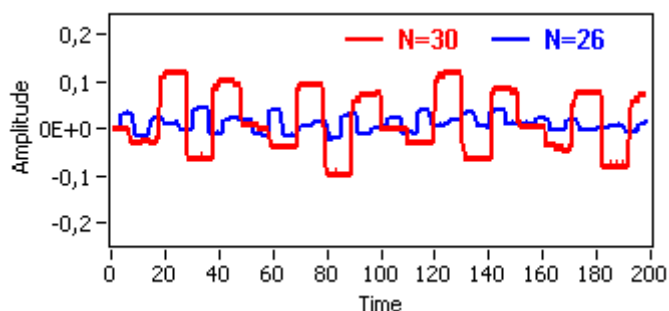


Рис. 1.5. Амплитуда предельных циклов рекурсивных фильтров при нулевом входе

На рис. 1.5, в качестве примера проявления таких циклов, представлены осциллограммы сигналов на выходе рекурсивных ФНЧ различного порядка при нулевом входе. Большие предельные циклы имеют место, когда амплитуда выходного сигнала не затухает, а возрастает, вызывая в итоге переполнение (overflow). В качестве примера проявления таких циклов на рис. 1.6 показана потеря устойчивости различных рекурсивных фильтров при автоматизированном измерении их АЧХ, хотя максимальный радиус полюсов $H(z)$ этих фильтров не выходит за пределы единичной окружности в z -плоскости.

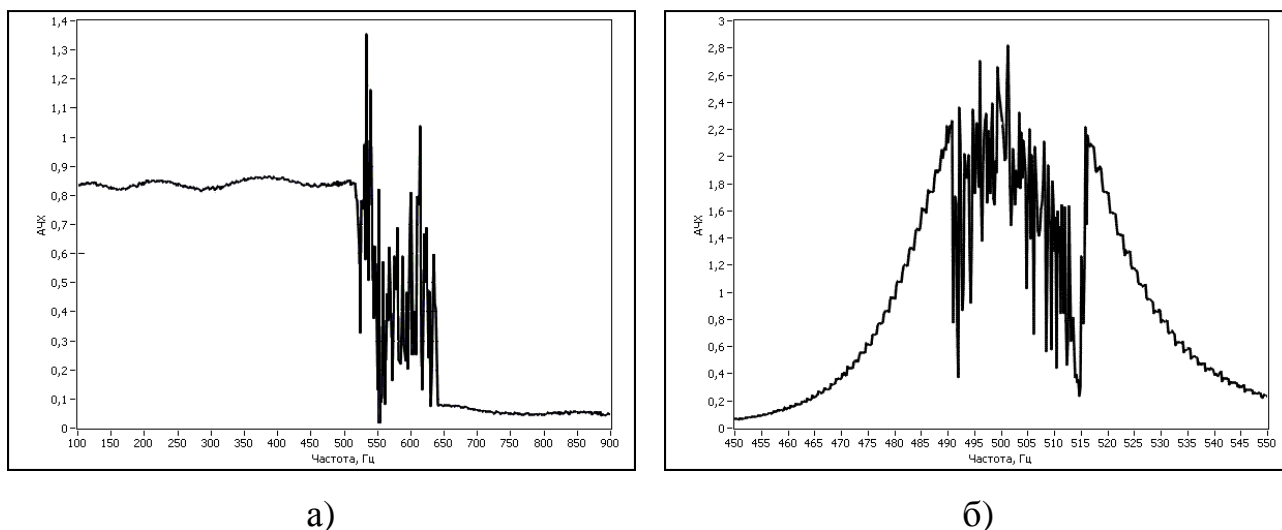


Рис. 1.6. Потеря устойчивости а) рекурсивного ФНЧ в переходной зоне, б) гауссова фильтра в полосе пропускания

Как известно, возможность возникновения предельных циклов возрастает с увеличением порядка рекурсивного фильтра и во многом определяется добротностью полюсов его передаточной функции, т.е. коэффициентами знаменателя системной функции (1.2). В настоящее время провести теоретический анализ, расчёт предельных циклов весьма непросто даже для БИХ-фильтров малого порядка. Поэтому действенной, а порой и единственной альтернативой является практическая реализация синтезированного ЦЦФ на конкретной цифровой платформе (MCU, DSP или FPGA) и экспериментальный анализ амплитуды выходного сигнала фильтра при нулевом входе. Именно поэтому проектирование цифровых БИХ-фильтров высокого порядка ($N > 20$) не должно ограничиваться только теоретическим нахождением коэффициентов (как это обычно принято), но обязательно этапом реализации фильтра и практического исследования решения на возможное наличие предельных циклов. В том же случае, когда предельный цикл наблюдается, действенной мерой его устранения является проведение повторного синтеза фильтра под меньшую допустимую добротность его полюсов. А так как добротность полюсов пропорциональна их радиусу в z -плоскости, то достаточно задать меньшее значение допустимого радиуса полюсов передаточной функции и вновь синтезировать фильтр. Попытки задания различных радиусов полюсов [6] на стадии аналитического проектирования БИХ-фильтров малоэффективны

из-за низкой адекватности и вычислительных затрат, тогда как поисковый синтез численными методами ЦНП позволяет это сделать без затруднений. Таким образом, совместное условие устойчивости проектируемого БИХ-фильтра с учётом отсутствия предельных циклов можно представить так:

$$|Zp_i| < r_{\max},$$

где r_{\max} - допустимый максимальный радиус полюсов передаточной функции фильтра в z-плоскости, при котором предельные циклы в системе не возникают. Так в пакете ЦНП 3.1 возможно задание следующей линейки значений максимальных радиусов полюсов при решении конкретной проектной задачи: $r_{\max} = \{ 1,0 \ 0,98 \ 0,9 \ 0,82 \text{ и } 0,75 \}$. Как показала практика, при синтезе с меньшим значением максимального радиуса, практически всегда удаётся получить проектное решение без предельных циклов того или иного рода, хотя селективная способность фильтра при этом, естественно, снижается.

Что касается результатов необходимых для расчёта отклика ЦЦФ промежуточных вычислений, то все они также являются целочисленными. А результат умножения целых чисел (например, текущего цифрового отсчёта и коэффициента фильтра) полностью детерминирован и не требует квантования для реализации на цифровой платформе с заданной разрядностью W_k представления данных. При заданной битовой разрядности квантования входного сигнала W_x достаточно выделить внутренний аккумуляторный регистр с разрядностью

$$W_{ak} = W_x + W_k + 2 \text{ [бит]}$$

для хранения результата целочисленного умножения с накоплением (МАС), осуществляемого по алгоритму (1.3). Колебаний переполнения, то есть возникновения больших предельных циклов, вызванных переполнением разрядной сетки регистра-аккумулятора, при таком расчёте его разрядности практически никогда не возникает, особенно если учесть, что накопление результата целочисленного умножения в (1.3) осуществляется алгебраически, с учётом знака слагаемых, что существенно понижает разрядность результата.

Как известно, в каскадных формах построения цифровых фильтров необходима процедура масштабирования сигнала, то есть равномерной раскладки усиления по каскадам. Это позволяет фильтру работать в широком динамическом диапазоне входных сигналов. Однако, в каскадных ЦЦФ расчёт такого масштабирования целочисленного звена гораздо легче осуществлять не стандартным применением L_p -нормы, а прямым введением требования обеспечения малого разброса коэффициентов передачи отдельных звеньев при синтезе фильтра [9, 10]. Как показывает практика, существенного сужения динамического диапазона не происходит, если максимальные коэффициенты передачи его каскадов различаются не более, чем в 5 – 7 раз. При более грубом покаскадном масштабировании сужение динамического диапазона фильтра становится заметным. Формально требование масштабирования сигнала записываются двусторонними функциональными ограничениями экстремальной задачи ЦНП-синтеза.

1.3. Оценка быстродействия

При расчёте отклика рекурсивного ЦЦФ используется минимальное количество базовых операций, причём все эти операции целочисленные. Расчёт отклика фильтра на реальном сигнале идёт очень быстро, прямо по определению (модели) фильтра (1.3), используя для этого вычисленные заранее целочисленные коэффициенты. Естественно, целочисленные операции на любой цифровой платформе выполняются значительно быстрее, чем операции вещественных цифровых вычислений. Число тактов центрального процессорного устройства (ЦПУ), необходимых для реализации базовых операций, существенно меньше для целочисленных вычислений. Это, например, убедительно показано в работе [22], где приводятся данные сравнительного расчёта и измерения количества тактов ЦПУ базовых операций (сложения и умножения) для микроконтроллерного процессора C8051F120, имеющего возможность работать как с целочисленным, так и с вещественным форматом представления данных. Ядро CIP-51 данного процессора

поддерживается аппаратными и программными средствами разработки от фирмы Silicon Labs. При этом для определения количества тактов базовых операций использовался один из таймеров микроконтроллера, тактируемый внутренним генератором. Результат счета таймера показывает, что для данной цифровой платформы операции сложения реализуются в семь раз быстрее, а операции умножения более чем в четыре раза быстрее для целочисленной арифметики в сравнении с вычислениями вещественными.

Аналогичная методика оценки быстродействия может быть применена и для всего целочисленного фильтра. Так по коду ассемблера приведённой ниже программы расчёта отклика каскадного рекурсивного ЦЦФ было определено количество тактов ЦПУ, необходимых для расчёта его общего отклика при реализации фильтра уже на многофункциональном микроконтроллере MSP430F1611 фирмы Texas Instruments, являющимся по сути дела однокристалльной ЭВМ малой производительности с шестнадцатиразрядным RISC-ядром [23]. Отличительными особенностями данного контроллера является его низкое энергопотребление, невысокая стоимость, а также возможность только целочисленных вычислений. Программирование микроконтроллера осуществлялось с помощью программатора *MSP-TS430PM64* через интерфейс JTAG.

```
// программа расчёта отклика каскадного рекурсивного ЦЦФ
#define IIR16_NBIQ 2 // число звеньев фильтра

//коэффициенты B0i, B2i, B1i, A2i, A1i, log2(A0i)
const short IIR16_COEFF[6*IIR16_NBIQ+1]={
    1618,-4234,-2798,-4632,2007,13,
    -1069,-1677,-1940,-1736,6517,13
};

int DBuffer[2*IIR16_NBIQ+1]; // линии задержки
int EBuffer[2*IIR16_NBIQ+1];
```

```

int IIR_Filtr(int Data) {
    int32 temp;
    short *COEFF=(short*)IIR16_COEFF;
    short *D = (short*)DBuffer;
    short *E = (short*)EBuffer;
    short Xc, pvalue;
    int i;

    pvalue = (short)Data;
    for(i=0;i<IIR16_NBIQ;i++)
    {
        Xc = pvalue;
temp=(long)(*COEFF++)*Xc + (long)(*COEFF++)*(*D++) +
        (long)(*COEFF++)*(*D--) + (long)(*COEFF++)*(*E++)+
        (long)(*COEFF++)*(*E--);
        *D++ = *D;
        *E++ = *E;
        pvalue = (short)(temp>>*COEFF++);
        *D++ = Xc;
        *E++ = pvalue;
    }
    return (int) pvalue;
}

```

Как показывают расчёты, общее число тактов ЦПУ, необходимых для вычисления в реальном времени отклика всего каскадного рекурсивного ЦЦФ, для данной цифровой платформы MSP430F1611 составило $43 + 92 \cdot m$ тактов, где m – число каскадов (звеньев) фильтра. По данному соотношению можно вычислить время расчёта отклика (для тактовой частоты ЦПУ $f_T = 8$ МГц) и возможную частоту дискретизации входного сигнала многокаскадного фильтра при его реализации на данном микроконтроллере (табл. 1.1).

Расчёт времени выполнения цифровой фильтрации
на микроконтроллере MSP430F1611. Таблица 1.1.

Количество звеньев m	Количество тактов ЦПУ	Время выполн., мс	Максимальная Fд, Гц
1	135	0,016875	59259,2
2	227	0,028375	35242,4
3	319	0,039875	25078,7
4	411	0,051375	19464,2
5	503	0,062875	15904,5
6	595	0,074375	13445,4
7	687	0,085875	11644,8
8	779	0,097375	10268,3
9	871	0,108875	9184,7
10	963	0,120375	8307,4

Как уже было упомянуто выше, важным фактором, определяющим быстродействие цифрового фильтра, является разрядность цифровой платформы, а, следовательно, и целочисленных данных, с которыми он оперирует. Как справедливо показано в [4, 5], снижение разрядности данных даже на 1 бит может сэкономить до 50% оперативной памяти при существенном уменьшении времени расчёта отклика фильтра, поэтому для высокоскоростных ЦЦФ на кристалле разрядность представления данных во многом является определяющим фактором.

1.4. Шумовые свойства рекурсивного ЦЦФ

В современной литературе по проектированию линейных цифровых фильтров, оперирующих с фиксированной точкой, шумы квантования исследованы достаточно подробно [1, 2, 9]. Так в [1] приведена полная шумовая модель рекурсивного ВЦФ в каскадной реализации с пятью источниками шума округления, подключёнными к общему узлу суммирования, и получено соотношение для дисперсии выходного шума с учётом Lp-масштабирования

каскадного фильтра. В работе [24] для общепринятой вероятностной модели округления чисел с фиксированной точкой, диапазон изменения которых по модулю не превосходит единицу, для БИХ-фильтра на звеньях второго порядка прямой или нормальной структуры построения приведено следующее отношение шума квантования к сигналу на выходе каскадного фильтра:

$$\frac{N}{S} = 10 \lg \frac{G}{1,5H^2} - 6R,$$

где G – усиление шума, H – максимальный коэффициент передачи фильтра, R – число бит, сохраняемое после округления.

При этом многие авторы полагают, что шумы динамического квантования на сумматоре промежуточных результатов умножения вещественных чисел в ВЦФ будут полностью соответствовать шумам производных целочисленных фильтров, хотя очевидно, что в реальном фильтре, оперирующем с целочисленными данными на целочисленных цифровых платформах, процедура динамического квантования данных отсутствует в принципе. В алгоритме (1.2) расчёта отклика целочисленного рекурсивного звена единственным случайным процессом (т.е. источником шума) является операция нормировки, деления на нормирующий биномиальный множитель a_0 , которая, как показано выше, реализуется регистровым сдвигом вправо на $B = \log_2 a_0$ бит с потерей данных в младших разрядах.

Попытка оценки шумовых свойств каскадного рекурсивного ЦЦФ сделана в работе [25]. Обозначая в соотношении (7) расчёта отклика выражение в скобках как

$$y'_n = b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + b_2 x_{n-2} - a_1 y_{n-1} - a_2 y_{n-2}$$

авторы определяют шум целочисленного звена как разность между результатом вещественного и целочисленного деления y'_n на нормирующий коэффициент:

$$e_n = (\text{float}) \frac{y'_n}{a_0} - (\text{int}) \frac{y'_n}{a_0} \quad (1.6)$$

считая при этом, что e_n имеет равномерное распределение.

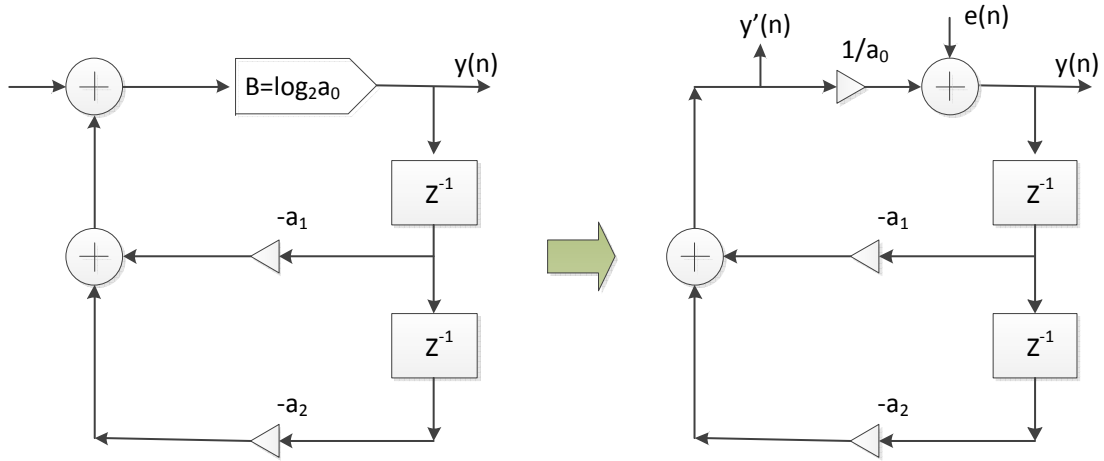


Рис. 1.7. Шумовая модель рекурсивного целочисленного звена

Далее, делая стандартные предположения о том, что::

- любые два отсчета шума от одного и того же источника некоррелированы.
- шум от источников некоррелирован с входной последовательностью x_n ,

авторы предлагают следующую шумовую модель рекурсивной части целочисленного звена фильтра (рис. 1.7):

Важно отметить, что в целочисленном фильтре на каждое звено приходится по одному источнику шума, своим происхождением обязанному операции сдвига.

Дисперсия шума тогда определяется так:

$$\sigma_y^2 = \sigma_e^2 \sum_{n=0}^{\infty} h^2[n] = \sigma_e^2 \|H\|_2^2,$$

а отношение сигнал/шум для одного звена равно:

$$SNR = -10 \lg \frac{\frac{1}{12} \left\| \frac{1}{\alpha'} \right\|_2^2}{G^2} \quad (1.7)$$

где G – максимальный коэффициент передачи фильтра.

В случае же многокаскадного целочисленного фильтра отношение сигнала на выходе к шуму равно

$$SNR = -10 \lg \frac{\frac{1}{12} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \left\| \frac{1}{\alpha_i} \prod_{j=i+1}^m \frac{\beta_j}{\alpha_j} \right\|_2^2 + \left\| \frac{1}{\alpha_m} \right\|_2^2 \right)}{G^2}, \quad (1.8)$$

где коэффициенты α и β определяются так

$$\frac{1}{\alpha_i(e^{j\omega})} = \frac{\alpha_{0i}}{\alpha_{0i} + \alpha_{1i}e^{-j\omega} + \alpha_{2i}e^{-j\omega}}$$

$$\frac{1}{\alpha_i(e^{j\omega})} = \frac{1}{\alpha_{0i} + \alpha_{1i}e^{-j\omega} + \alpha_{2i}e^{-j\omega}}$$

$$\beta_i(e^{j\omega}) = b_{0i} + b_{1i}e^{-j\omega} + b_{2i}e^{-j\omega}$$

Очевидно, что изложенный в [25] подход, носит оценочный характер и необходимы дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования шумовых свойств целочисленных рекурсивных фильтров, равно как и исследование возможности возникновения малых предельных циклов в таких системах.

1.5. Моделирование целочисленного КИХ-фильтра

Нерекурсивный цифровой фильтр является, как известно, дискретной системой, для которой соотношение между входной x_n и выходной y_n временными последовательностями определяется уравнением линейной дискретной свёртки

$$y_n = \sum_{k=0}^N b_k \cdot x_{n-k}, \quad (1.9)$$

где постоянные коэффициенты b_k являются отсчётами импульсной характеристики фильтра. Интервал суммирования по k получил название "окна" фильтра. Входное окно фильтра составляет $N+1$ отсчётов, при этом значение N определяет порядок КИХ-фильтра. Такой фильтр является односторонним каузальным и может быть реализован физически в реальном масштабе времени. Его передаточная функция имеет вид

$$H(z) = \sum_{k=0}^N h_k \cdot z^{-k},$$

а частотная характеристика представляет собой тригонометрический полином

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^N h_k e^{j\omega k} = |H(e^{j\omega})| e^{j\varphi(\omega)}.$$

С фазочастотной характеристикой (ФЧХ) фильтра $\varphi(\omega)$ связаны фазовая τ_p и групповая (ГВЗ) τ_g задержки, определяемые соотношениями:

$$\tau_p(\omega) = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega} \quad \text{и} \quad \tau_g(\omega) = -\frac{\partial \varphi(\omega)}{\partial \omega}.$$

Как известно, основной недостаток цифровых КИХ-фильтров состоит в их относительно низкой селективной способности, когда для реализации частотной характеристики сложной формы требуется импульсная характеристика с большим числом отсчетов, что определяет и большой объем цифровых вычислений для расчёта отклика фильтра. Достоинством же является то, что КИХ-фильтры, реализуемые нерекурсивно, то есть с помощью прямой свертки (1.9), всегда устойчивы и не имеют малых предельных циклов. А если импульсная характеристика удовлетворяет условию симметрии, то фильтр может иметь и теоретически линейную ФЧХ, что важно в случаях, когда приходится учитывать дисперсионные искажения, связанные с фазовой нелинейностью (например, при обработке речи и передаче данных). Как и БИХ-фильтры, КИХ-фильтры имеют множество форм (структур) построения (прямая, каскадная, структура на основе быстрой свертки, частотной выборки и др.) и соответствующих методологий проектирования [1-4, 9]. На сегодняшний день классическими методами расчета КИХ-фильтров являются методы взвешивания с помощью окна, методы частотной выборки, методы расчета оптимальных (по Чебышеву) фильтров. Интересные возможности предоставляет методы синтеза цифровых КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов и некоторые другие подходы [26 - 29]. В каждом конкретном случае выбор структуры построения и метода расчета КИХ-фильтра определяется большим числом факторов, поэтому проектировщик должен сам решать, какой метод лучше всего использовать, чтобы удовлетворить заданным требованиям.

Реализация цифровых КИХ-фильтров на платформах с целочисленной арифметикой вычислений состоит в настоящее время в переводе, если это возможно, вещественного проектного решения в целочисленное, используя в

качестве последнего целочисленный квант (код), полученный стандартной процедурой квантования и кодирования [2, 9] вещественных данных (коэффициентов фильтра, промежуточных вычислений) для заданной длины их битового представления. Однако возможность прямого многофункционального синтеза цифровых КИХ-фильтров непосредственно в целочисленном пространстве состояний также может быть предоставлена методологией целочисленного нелинейного программирования. Идеология ЦНП позволяет проектировать целочисленные КИХ-фильтры с заданной разрядностью представления данных при максимальном выполнении требований к совокупности частотных характеристик фильтра при произвольной форме их задания.

Целочисленный КИХ-фильтр в прямой форме построения определяется следующим образом [20, 21, 39]:

$$y_n = \sum_{k=0}^N \frac{b_k}{a_0} \cdot x_{n-k} \quad (1.10)$$

Принципиальной особенностью является принадлежность его коэффициентов b_k и a_0 знакопеременному ряду целых чисел, который может быть как натуральным, так и биномиальным (для нормирующего коэффициента a_0). Интервал изменения коэффициентов при этом определяется разрядностью представления данных в используемой цифровой платформе. На практике, как и для БИХ-фильтров, часто используется каскадная структура построения КИХ-фильтра. Таким образом, структура целочисленного КИХ-фильтра задаётся числом его звеньев в каскадной реализации, а вектор \mathbf{IX} определяет варьируемые параметры (коэффициенты) звеньев фильтра в многомерном целочисленном пространстве состояний Γ^n .

Передаточная функция для целочисленного КИХ-фильтра, состоящего из каскадного соединения m -звеньев второго порядка ($m=N/2$), имеет следующий вид:

$$H(z) = \prod_{i=1}^m \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{a_{0i}}, \quad (1.11)$$

Тогда разностное уравнение для одного звена фильтра:

$$y_n = (b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + b_2 x_{n-2}) / a_0 \quad (1.12)$$

Как видно, при вычислении отклика фильтра должна выполняться операция деления на целочисленный коэффициент a_0 , которая также может быть реализована операцией сдвига при условии принадлежности каждого i -го нормирующего коэффициента биномиальному целочисленному ряду:

$$a_{0i} \in \{2^q\}, \quad q = \overline{0, W_k - 1} \quad i = \overline{1, m},$$

где W_k – длина битового слова коэффициентов КИХ-фильтра, включая знак.

На рис. 1.8 приведена структура нерекурсивного целочисленного звена, соответствующая уравнению (1.12). Как видно, при вычислении отклика фильтра y_n кроме традиционных операций сложения, умножения и задержки на такт присутствует операция сдвига на $B = \log_2 a_0$ бит, с помощью которой, как уже сказано, реализуется целочисленное деление на биномиальный коэффициент a_0 .

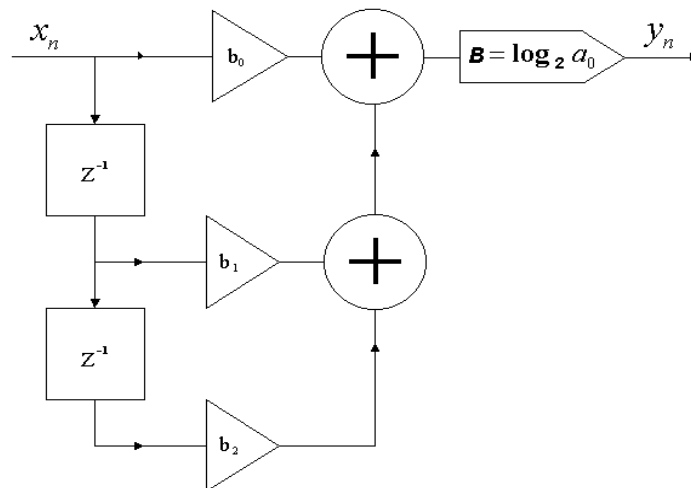


Рис. 1.8. Структура целочисленного звена КИХ-фильтра

Таким образом, при расчёте отклика КИХ-фильтра используется минимальное количество базовых операций, причём все эти операции целочисленные, что определяет высокое быстродействие фильтра при работе в реальном времени.

Так же как и в БИХ-фильтрах, масштабирование сигнала в целочисленных каскадных КИХ-фильтрах может быть выполнено прямым введением требования малого разброса коэффициентов передачи отдельных звеньев фильтра непосредственно в ходе его синтеза. Это позволит каскадному фильтру работать в широком динамическом диапазоне входных сигналов. Формально требование масштабирования усиления записывается двусторонними функциональными ограничениями экстремальной задачи ЦНП-синтеза целочисленного КИХ-фильтра.

II. Синтез ЦЦФ методами дискретного программирования

В данном разделе рассматриваются основные этапы постановки задачи синтеза каскадных рекурсивных фильтров поисковыми методами целочисленного нелинейного программирования. Приводится постановка такой задачи, даётся оценка различных способов формирования целевых функций, приводится краткое описание алгоритмического комплекса поисковой минимизации многомерных полимодальных целевых функций в целочисленном пространстве параметров.

2.1. Формирование относительных показателей

При синтезе цифровых фильтров методами нелинейного программирования задачу проектирования необходимо перевести в класс экстремальных математических задач [14, 30], что практически реализуется путём формирования относительных функциональных показателей проектируемого фильтра, как принципиально экстремальных функций.

Вектор текущего функционирования цифрового фильтра Y_j (рис.1.2), определяющий ту или иную частотную характеристику проектируемого фильтра, имеет своими компонентами индивидуальные абсолютные показатели качества функционирования y_i $i=\overline{1,m}$, которые в общем случае могут быть противоречивыми и неоднородными, т.е. иметь различную физическую природу, различную размерность и диапазон изменения. Такие показатели нельзя непосредственно использовать для постановки и решения экстремальной задачи многокритериального (векторного) синтеза. Для этих целей необходимо иметь безразмерные, нормированные и непротиворечивые выходные характеристики, какими в квалиметрии являются относительные показатели качества функционирования $k_i(X)$, которые принято также называть частными критериями качества. Частные критерии связаны с абсолютными показателями некоторой функциональной зависимостью $k_i = \varphi_i(y_i)$, причем совокупность частных критериев образует вектор частных критериев $K(k_1, k_2 \dots k_m)$, соответствующий той или иной характеристике фильтра. Правильный выбор

функциональной зависимости φ_i является ответственным моментом при постановке задачи синтеза и во многом определяет успех её решения.

Формирование частных критериев $k_i(X)$ в задачах многокритериального синтеза ЦЦФ осуществляется исходя из следующих требований:

- 1) Обеспечение нормирования частных критериев, приведение их к безразмерному виду;
- 2) Зависимость $\varphi_i(y_i)$ должна отражать правило предпочтения одного варианта синтезируемого фильтра другому, т.е. экстремум k_i (обычно минимум) должен доставлять объекту требуемое качество (требуемые значения частных абсолютных показателей y_i^T). Таким образом, именно на этом этапе задача синтеза цифрового фильтра переводится в класс экстремальных математических задач.

В настоящее время для формирования частных критериев наиболее широко используется нелинейная зависимость $\varphi_i(y_i)$ - зависимость в виде ξ - парабол [12, 14]:

$$k_i(X) = \left| \frac{y_i(X) - y_i^T}{y_i^T} \right|^\xi \quad (2.1)$$

где: y_i^T - требуемое значение абсолютного частного показателя фильтра;

ξ - показатель степени, положительное целое число.

Как видно, зависимость (2.1) характеризует степень близости абсолютного показателя y_i к его требуемому значению y_i^T . При $y_i^T = y_i$ частный критерий k_i имеет минимальное значение, равное нулю. На рис. 2.1 приведен вид функциональной зависимости $k_i = \varphi(y_i)$, построенной при различных значениях параметра ξ . Как видно, показатель степени определяет характер изменения частного критерия синтеза вблизи точки минимума. При $\xi = 1$ крутизна склонов частного критерия постоянна, а условие непрерывной дифференцируемости функции в точке минимума не выполняется. При $\xi > 1$ крутизна склонов нарастает и в окрестности точки минимума образуется “плоская площадка” тем большая, чем больше ξ . Этим облегчается решение многокритериальной

задачи, однако при возрастании ξ возрастает и погрешность достижения требуемых значений Δy_i (т.е. возрастает погрешность синтеза требуемых характеристик). Наиболее целесообразно в реальных задачах выбирать значения ξ в пределах 2 - 5 .

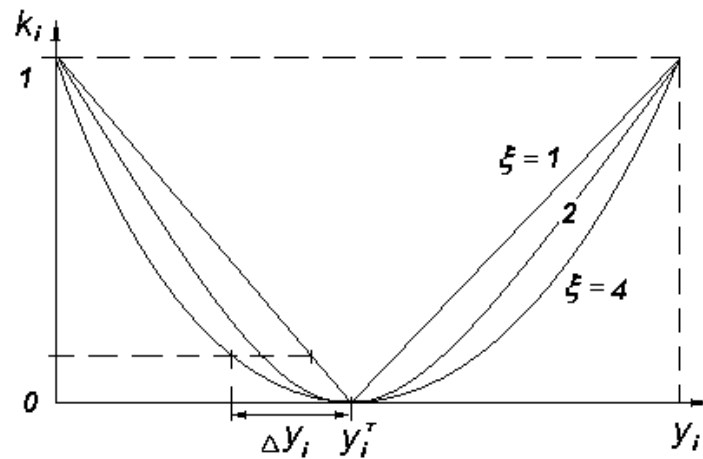


Рис. 2.1. Зависимость $k_i(y_i)$ в виде ξ -парабол

Рассмотрим некоторые частные случаи формирования частных критериев, имеющие большое практическое значение.

1) В задачах с однородными критериями, формирующими одну из характеристик фильтра (АЧХ, ФЧХ, ГВЗ), часто используют ненормированную форму критерия, так называемый квадратичный критерий:

$$k_i(\mathbf{X}) = [y_i(\mathbf{X}) - y_i^T]^2 \quad (2.2)$$

2) В тех случаях, когда в процессе синтеза необходимо достигнуть не требуемого значения абсолютного показателя y_i^T , а его наибольшего значения y_i^{max} , частные критерии формируются следующим образом:

$$k_i(\mathbf{X}) = \left(\frac{y_i^{max} - y_i(\mathbf{X})}{y_i^{max}} \right)^\xi.$$

3) Если максимальное значение y_i^{max} заранее не может быть определено, то используется следующая форма записи частного критерия:

$$k_i(\mathbf{X}) = n_i \frac{1}{y_i(\mathbf{X})}$$

где n_i - нормирующий множитель.

4) Критерий типа "не выше" y_i^T формируется для участков частотных характеристик фильтра, в которых текущая характеристика не должна превосходить требуемую характеристику:

$$k_i(\mathbf{X}) = \begin{cases} \left| \frac{y_i(\mathbf{X}) - y_i^T}{y_i^T} \right|^\xi, & y_i \geq y_i^T \\ 0, & y_i < y_i^T \end{cases} \quad (2.3)$$

5) Критерий типа "не ниже" y_i^T формируется для участков характеристик, в которых текущая частотная характеристика должна быть выше требуемой:

$$k_i(\mathbf{X}) = \begin{cases} \left| \frac{y_i(\mathbf{X}) - y_i^T}{y_i^T} \right|^\xi, & y_i \leq y_i^T \\ 0, & y_i > y_i^T \end{cases} \quad (2.4)$$

Таким образом, рассмотренные выше варианты формирования относительных показателей определяются заданной сходимостью текущих показателей к их требуемым значениям, то есть сходимостью текущей характеристики к требуемой в разных участках заданного частотного диапазона. Практическое задание требуемой сходимости (2.2) – (2.4) осуществляется в функциональном редакторе пакета синтеза цифрового фильтра (см. рис. 2.11).

Относительно вектора частных критериев задача параметрического синтеза цифрового фильтра записывается как задача векторной оптимизации [12, 13]:

$$\min_{\mathbf{X} \in D} \mathbf{K}(\mathbf{X}) \quad , \quad (2.5)$$

где $\mathbf{K}(k_1, k_2, \dots, k_m)$ - вектор частных функциональных критериев,

$\mathbf{X}(x_1, x_2, \dots, x_N)$ - вектор варьируемых параметров (коэффициентов) фильтра,

D - допустимая область изменения параметров.

Как известно, формальным решением задачи (2.5) является так называемое парето-оптимальное или эффективное решение \mathbf{X}^0 , которое может быть далеко

не единственным. Совокупность таких решений образует множество парето-оптимальных или эффективных решений. Понятие эффективного решения является фундаментальным в теории решения векторных экстремальных задач [12, 13]. Эффективное решение формально является, безусловно, нехудшим решением среди других решений в области D , но между собой эффективные решения уже формально несравнимы, т.к. не существует формальных признаков, по которым их можно было бы сравнивать. Отыскание эффективных решений векторной задачи (5) осуществляется, как известно, путём её скаляризации с помощью введения скалярной функции качества (цели) $F(X)$ проектируемого фильтра, сформированной тем или иным способом из частных критериев $k_i(X)$. Процедуру формирования скалярной целевой функции часто называют свертыванием векторного критерия $K(k_1, k_2, \dots, k_m)$. Относительно целевой функции $F(X)$ исходная векторная задача (5) записывается уже как задача математического программирования [10 – 14].

2.2. Постановка задачи целочисленного нелинейного программирования

В общей трактовке постановку задачи нелинейного математического программирования (часто применяют термин «смешанное программирование») можно записать так [10 – 13, 15]:

$$\overset{o}{F}(\overset{o}{X}) = \min F(X) \quad X \in PX \quad (2.6)$$

$$PX = PE \cup PD \cup PB \cup PI, \quad (2.7)$$

$$x_i^B \leq x_i \leq x_i^H \quad i = \overline{1, \nu}, \quad (2.8)$$

$$g_j(X) > 0 \quad j = \overline{1, \mu}. \quad (2.9)$$

Характерными особенностями задачи (2.6) являются прежде всего высокая её размерность, нелинейность, полимодальность и обычно недифференцируемость целевой функции, неоднородность суммарного пространства параметров PX , а также наличие системы нелинейных функциональных ограничений (2.9), определяющих конкретные функциональные особенности решаемой задачи.

Соотношение (2.8) определяет прямые ограничения на значения независимых параметров (компонентов вектора X). Вектор X^0 , минимизирующий скалярную целевую функцию $F(X)$ на множестве допустимых решений, является эффективным (парето-оптимальным) решением задачи.

Как видно, суммарное пространство параметров PX не является однородным, а состоит из непересекающихся подмножеств (2.7) переменных различного типа. Общее число таких подмножеств может быть любым, однако все они могут принадлежать только четырем теоретически возможным типам. Это может быть:

- 1) Непрерывное вещественное подмножество переменных $PE = E^r$ размерностью r , когда каждая переменная этого подмножества $x_i \in PE$, $i = \overline{1, r}$ может принимать любое значение на интервале своего определения (2.8);
- 2) Дискретное вещественное подмножество переменных $PD = Q^p$ размерностью p , когда каждая переменная подмножества $qx_i \in PD$, $i = \overline{1, p}$ может иметь только счетное число вещественных значений на интервале своего определения;
- 3) Счетное целочисленное подмножество переменных $PI = I^g$ размерностью g , когда каждая переменная этого подмножества $ix_i \in PI$, $i = \overline{1, g}$ на интервале своего определения принимает значения натурального ряда чисел;
- 4) Счетное подмножество булевых переменных $PB = B^h$ размерностью h , в котором каждая переменная $bx_i \in PB$, $i = \overline{1, h}$ на интервале своего определения может принимать только два значения: 0 или 1 (*false* или *true*).

При этом размерность суммарного пространства параметров $\nu = r + p + g + h$. Именно к задаче (2.6) в общей своей трактовке сводятся большинство современных прикладных задач синтеза, принятия решений.

Покажем это на примере задачи целочисленного нелинейного программирования (ЦНП) при машинном синтезе целочисленного рекурсивного фильтра в форме каскадного соединения m звеньев второго порядка. В общем виде задачу целочисленного нелинейного программирования при машинном синтезе рекурсивного ЦЦФ с заданной разрядностью представления данных можно записать так:

$$F^o(IX^o) = \min F(IX) \quad IX \in I^{6m} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} -2^{W_k-1} < a_{di} < 2^{W_k-1} & \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,m} \\ -2^{W_k-1} < b_{di} < 2^{W_k-1} & \quad d=\overline{0,2} \quad i=\overline{1,m} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$a_{0i} \in \{2^q\}, \quad q = \overline{0, W_k - 1} \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.12)$$

$$|Z_{pi}| < r_{\max} \quad i=\overline{1, m}, \quad (2.13)$$

$$K_i^{\min} \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq K_i^{\max} \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.14)$$

где m - число звеньев второго порядка, d - индекс коэффициента передаточной функции звена (1.1), IX – вектор многомерного целочисленного пространства параметров, $F(IX)$ – целевая функция, K_i^{\min} , K_i^{\max} - допустимые границы изменения коэффициента усиления i -го звена.

Как видно, экстремальная задача синтеза (2.10) записана относительно целочисленного пространства I^{6m} параметров (коэффициентов фильтра), размерностью $6m$. Ограничения (2.11) задают границы изменения этих целочисленных коэффициентов, а соотношение (2.12) определяет принадлежность коэффициентов a_{0i} биномиальному целочисленному ряду. Функциональные ограничения (2.13) контролируют в процессе синтеза условие устойчивости рекурсивного фильтра по всем полюсам коэффициента передачи с радиусами, не выше r_{\max} , а ограничения (2.14) масштабируют коэффициенты передачи звеньев в заданный интервал. В поисковом алгоритме минимизации для реализации данных функциональных ограничений используется метод штрафных функций [13, 14].

Задачу целочисленного нелинейного программирования при машинном синтезе нерекурсивного ЦЦФ с заданной разрядностью представления данных записывается так [21, 39]:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{4m} \quad (2.15)$$

$$-2^{W_k-1} < b_{di} < 2^{W_k-1} \quad d = \overline{0, 2} \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.16)$$

$$a_{0i} \in \{2^q\}, \quad q = \overline{0, W_k-1} \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.17)$$

$$K_i^{\min} \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq K_i^{\max} \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.18)$$

Экстремальная задача синтеза (2.15) записана относительно целочисленного пространства I^{4m} параметров (коэффициентов фильтра), размерностью $4m$. Ограничения (2.16) задают границы изменения этих целочисленных коэффициентов, а соотношение (2.17) определяет принадлежность нормирующих коэффициентов a_{0i} биномиальному ряду. Ограничения (2.18) масштабируют коэффициенты передачи звеньев в заданный интервал и в алгоритме минимизации реализуются методом штрафных функций.

Поисковое итеративное решение экстремальных задач ЦНП (2.10) и (2.15) в заданном пространстве параметров осуществляет программный алгоритмический комплекс, обращаясь к модельному блоку программы для расчёта текущих функциональных характеристик фильтра. Вектор \mathbf{IX}^o , минимизирующий скалярную целевую функцию $F(\mathbf{IX})$ на множестве допустимых целочисленных решений, является эффективным решением задачи параметрического синтеза целочисленного фильтра.

2.3. Формирование целевой функции

В теории векторной оптимизации разработан целый ряд методов формирования целевых функций в многокритериальных задачах нелинейного математического программирования. Это, прежде всего, методы главного критерия, обобщённого критерия, минимаксного критерия, метод последовательных уступок [12 – 14, 31], а также комбинированные подходы. При этом в зависимости от особенностей конкретной задачи синтеза (числа

функциональных показателей фильтра, их значимости, их однородности) для отыскания эффективных решений может быть использован тот или иной способ формирования целевой функции. Оценим возможность применения указанных подходов к формированию целевых функций $F(IX)$ в задачах многокритериального синтеза ЦЦФ.

1. Метод главного критерия. Заключается в том, что исходная многокритериальная задача сводится к задаче оптимизации по одному основному критерию k_μ при условии, что значения всех остальных критериев не должны превышать некоторых установленных уровней (пороговых значений A_i):

$$F(IX) = k_\mu(IX), \quad k_i \leq A_i, \quad i \neq \mu$$

Экстремальная задача математического программирования в этом случае записывается так:

$$\overset{\circ}{F}(IX^0) = \min_{\substack{x \in D \\ K_i \leq A_i}} k_\mu(IX) \quad (2.15)$$

Эффективным считается всякое решение IX^0 этой задачи.

Метод главного критерия может быть использован как при однородных, так и при неоднородных критериях, причем их число может быть любым. Говоря о характеристике этого метода, можно отметить, что в ряде случаев он дает результаты, которые с физической точки зрения нельзя назвать оптимальными. Так, например, здесь может получиться большой запас по пороговому значению для одного частного критерия, в то время, как другие частные критерии вообще не имеют запаса и т.п. Практическая реализация метода осуществляется с помощью штрафных функций. Вариант многофункционального синтеза в идеологии главного критерия (2.15) практически невозможно реализовать, поэтому, с учётом указанных негативных особенностей, применение метода главного критерия к синтезу ЦЦФ по совокупности функциональных характеристик совершенно нецелесообразно.

2. Метод обобщенного критерия. Сущность этого метода состоит во введении обобщенного критерия, который в данном случае характеризует качество синтезируемого ЦЦФ в целом. В зависимости от того, каким образом частные критерии объединяются в скалярной функции качества различают :

а) аддитивные обобщенные критерии

$$F(\mathbf{IX}) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot k_i(\mathbf{IX}), \quad (2.16)$$

где α_i - весовые коэффициенты;

б) мультипликативные обобщенные критерии

$$F(\mathbf{IX}) = \prod_{i=1}^m k_i^{\alpha_i}(\mathbf{IX}) \quad (2.17)$$

Минимизация целевых функций вида (2.16) и (2.17) приводит к эффективному решению экстремальной задачи синтеза. Метод обобщенного критерия находит в настоящее время широкое практическое применение. Как и метод главного критерия, он эффективен при большом числе как однородных, так и неоднородных частных критериев; преимущество обобщенного критерия состоит в том, что здесь решение задачи ведется с учетом всех критериев, что и определяет его большую эффективность. Аддитивный критерий (2.16) при этом целесообразно использовать при малом разбросе значений частных критериев в допустимой области поиска D , а мультипликативный (2.17) - при достаточно сильном их разбросе. Второй особенностью является то, что метод обобщенного критерия определяет сходимость y_i к y_i^T в среднем, т.к. минимизируется сумма $k_i(\mathbf{IX})$. Текущие значения $y_i(\mathbf{IX})$ будут флуктуировать вокруг y_i^T , причем максимальное отклонение (ошибка) $\delta_i = \max |y_i(\mathbf{IX}) - y_i^T|$ никак не контролируется.

Основная трудность при работе обобщенным критерием состоит в правильном выборе значений весовых коэффициентов, т.к. обобщенный критерий количественно правильно отражает качество проектируемого фильтра только при корректно выбранных значениях весовых коэффициентов α_i . Это особенно трудно сделать, когда частные показатели фильтра неоднородны по

своей физической природе. Из известных подходов к определению значений коэффициентов веса для задач синтеза можно выделить следующие:

- выбор относительной важности частных критериев качества с точки зрения выполнения технического задания на синтезируемый фильтр. Ориентация на техническое задание при формировании обобщенного критерия качества является одним из основных принципов оптимизации в задачах проектирования;
- экспертная оценка, основанная на определении степени важности каждого частного критерия либо функциональной характеристики при решении конкретной задачи синтеза;

Необходимо отметить, что наиболее целесообразно при определении весовых коэффициентов сочетать экспертную оценку с подходами, основанными на использовании объективных исходных данных и данных технического задания и уточнять ранее определенные значения в ходе решения экстремальной задачи, а также по мере разработки, производства и эксплуатации созданного устройства.

В задачах многофункционального синтеза, т.е. синтеза ЦЦФ по совокупности функциональных характеристик, для каждой такой j -ой характеристики из соответствующих критериев $k_i(\mathbf{IX})$ формируется частная целевая функция $f_j(\mathbf{IX})$, характеризующая выполнение требований по данной частотной характеристике ЦЦФ. При использовании метода обобщённого критерия очень часто такая аддитивная функция соответствует стандартному среднеквадратичному отклонению (СКО) текущей характеристики цифрового фильтра от требуемой характеристики (ненормированная (2.18) или нормированная (2.19) форма):

$$f_j(\mathbf{IX}) = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p k_n(\mathbf{IX})} = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T]^2}, \quad (2.18)$$

$$f_j(\mathbf{IX}) = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p k'_n(\mathbf{IX})} = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p \left[\frac{Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T}{Y_n^T} \right]^2}, \quad (2.19)$$

где $Y_n(\mathbf{IX})$ – текущее значение характеристики фильтра на n -ой дискретной частоте диапазона определения, а Y_n^T – требуемое значение частотной характеристики.

В компьютерном пакете синтеза частные целевые функции $f_j(\mathbf{IX})$ формирует графический многооконный функциональный редактор.

Таким образом, идеология обобщённого критерия наиболее естественна и эффективна при машинном синтезе ЦЦФ. Во многом эта идеология соответствует критерию p -ошибки [4], хорошо известному из теории аппроксимации характеристик электрических цепей. При этом для синтеза по совокупности функциональных характеристик частные целевые функции целесообразно объединять в обобщённый критерий качества применением метода комбинированного критерия.

3. Метод минимаксного критерия. Сущность данного метода состоит в том, что на каждом шаге решения задачи, поиска в качестве целевой функции выбирается максимальный (наихудший) из всех частных критериев:

$$F(\mathbf{IX}) = \max \{k_1, k_2, \dots, k_m\} = \max_i \{k_i(\mathbf{IX})\}. \quad (2.20)$$

Тогда задача экстремальная задача записывается так :

$$F^0(\mathbf{IX}^0) = \min_{x \in D} F(\mathbf{IX}) = \min_{x \in D} \max \{k_i(\mathbf{IX})\}. \quad (2.21)$$

Минимизация целевой функции (2.20) приводит к эффективному решению.

Метод минимаксного критерия находит все более широкое применение при решении задач многокритериальных задач синтеза цифровых фильтров. В минимаксном критерии на целевую функцию оказывает влияние только тот частный критерий, который в данной точке является наихудшим, поэтому в данном случае проблемы выбора весовости частных критериев не возникает.

Можно отметить следующие особенности минимаксной постановки задачи :

- целевая функция $F(\mathbf{IX})$ в случае минимаксного критерия не является гладкой и условие её непрерывной дифференцируемости обычно не выполняются.

Поэтому для решения задачи (2.21) необходимо использовать алгоритмы поиска, для которых указанная особенность не является существенной;

- Метод минимаксного критерия гарантирует минимизацию максимальной ошибки $\delta_i = \max |y_i(\mathbf{IX}) - y_i^T|$, пусть даже ценой роста меньших ошибок.

Частные целевые функции, определяющие ту или иную частотную характеристику цифрового фильтра в задачах многофункционального синтеза, в случае минимаксной стратегии решения обычно формируются по соотношению (2.20), используя ненормированную форму частного критерия:

$$f_j(\mathbf{IX}) = \max_n k_n(\mathbf{IX}) = \max_n (Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T)^2 \quad (2.22)$$

4. Метод последовательных уступок. Этот подход применяется в том случае, когда частные критериальные функции можно ранжировать по их важности, например: $k_1(\mathbf{IX}), k_2(\mathbf{IX}) \dots k_m(\mathbf{IX})$, т.е. считается, что наиболее важным является критерий $k_1(\mathbf{IX})$, затем $k_2(\mathbf{IX})$ и т.д. В этом случае задача векторного синтеза сводится к m последовательным скалярным (однокритериальным) задачам [31], когда на каждом этапе целевой функцией является последовательно каждый из частных критериев ранжированного ряда, начиная с $k_1(\mathbf{IX})$. При этом на каждом i -ом этапе решения $\{F_i(\mathbf{IX}) = k_i(\mathbf{IX})\}$ вводится уступка или пороговое значение A_i , характеризующее допустимое ухудшение предыдущего, $k_{i-1}(\mathbf{IX})$ -го критерия от его минимального значения. Тем самым на i -ом этапе, для $k_i(\mathbf{IX})$ -го критерия формируется своя область поиска D_i , определяемая как прямыми ограничениями на значения переменных $X \in D$, так и функциональными ограничениями типа неравенства на значение предыдущих критериев :

$$D_i : \begin{cases} X \in D \\ k_1(\mathbf{IX}) \leq A_1 \\ k_2(\mathbf{IX}) \leq A_2 \\ \vdots \\ k_{i-1}(\mathbf{IX}) \leq A_{i-1} \end{cases} \quad i = \overline{2, m}$$

При $i=1$ $D_1 = D$.

Таким образом, при последовательном решении задачи число ограничений постоянно возрастает, т.е. область поиска неуклонно сужается.

Поэтапное решение многокритериальной задачи синтеза ЦЦФ методом последовательных уступок математически записывается следующим образом :

$$\begin{array}{ll}
 F_1(\mathbf{IX})=k_1(\mathbf{IX}) & F_1^0(\mathbf{IX}_1^0)=\min_{X \in D_1} k_1(\mathbf{IX}) \\
 F_2(\mathbf{IX})=k_2(\mathbf{IX}) & F_2^0(\mathbf{IX}_2^0)=\min_{X \in D_2} k_2(\mathbf{IX}) \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \\
 F_m(\mathbf{IX})=k_m(\mathbf{IX}) & F_m^0(\mathbf{IX}_m^0)=\min_{X \in D_m} k_m(\mathbf{IX})
 \end{array} \quad (2.23)$$

В качестве эффективного решения задачи принимается точка $\mathbf{IX}_m^0 \in D_m$, являющаяся решением на последнем, m -ом этапе.

Метод последовательных уступок целесообразно использовать для поиска эффективных решений в задачах с четкой иерархией частных критериев качества по их значимости. Для большинства практических задач синтеза ряд приоритетов частных критериев всегда может быть записан либо на основании технического задания, либо исходя из физических особенностей конкретной задачи. При этом использование метода последовательных уступок позволяет в ходе последовательного решения задачи синтеза достичь наперед заданные значения показателей качества объекта (путем соответствующего выбора допустимых пороговых значений A_i). Метод может быть применен как в случае однородных, так и в случае неоднородных критериев или характеристик, однако общее число частных критериев не должно быть велико, т.к. в противном случае область поиска по последним критериям приоритетного ряда значительно сужается, что не позволяет осуществить эффективный поиск по данным критериям. При большом числе частных критериев целесообразно объединять критерии в группы по иерархическому признаку и применять для решения задачи метод комбинированного критерия.

Очевидно, что идеология последовательных уступок вполне эффективно может быть использована в отношении частных целевых функций $f_j(\mathbf{IX})$, характеризующих выполнение функциональных требований по совокупности частотных характеристик фильтра.

5. Метод комбинированного критерия. Применяется в практических задачах параметрического синтеза ЦЦФ с большим числом критериев и является по своей сути обобщением вышерассмотренных методов на задачи многофункционального синтеза – синтеза ЦЦФ по совокупности требуемых характеристик. Сущность комбинированного метода состоит в том, что из всей совокупности частных критериев $k_i(IX)$ формируется несколько иерархических по важности групп желательных однородных критериев (рис. 2.2).. Каждая группа (вектор) при этом отображает ту или иную частотную характеристику проектируемого фильтра. В функциональном редакторе пакета синтеза каждой выделенной группе соответствует отдельное частотное окно (рис. 2.12). Далее задача многокритериального синтеза решается по отношению к этим ранжированным группам частных критериев – частотным характеристикам ЦЦФ. При этом для каждой иерархической группы формируется, как об этом уже сказано выше, частная (оконная) целевая функция $f_j(IX)$ одним из ранее рассмотренных способов. Затем относительно этих частных целевых функций формируется общая целевая функция обычно в аддитивной форме:

$$F(IX) = \sum_j \beta_j f_j(IX), \quad (2.24)$$

где β_j – вес (значимость) характеристики (окна).

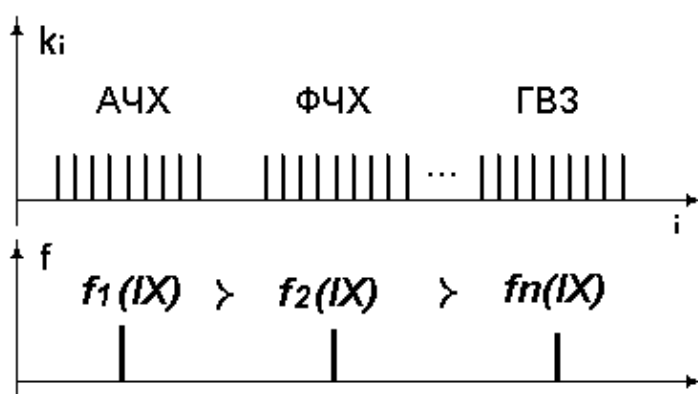


Рис. 2.2. Формирование частных целевых функций

При сильной групповой иерархии характеристик иногда выгодно применять идеологию метода последовательных уступок. Это позволяет получить как бы "гарантированное" решение в отношении наиболее важных

групп (характеристик) и, по возможности, улучшить значения второстепенных характеристик цифрового фильтра.

Таким образом, идеология комбинированного критерия является естественной идеологией работы любого функционального редактора в пакетах многофункционального синтеза ЦЦФ.

2.4. Алгоритмический комплекс целочисленной минимизации

Очевидно, что аналитические методы практически неприемлемы для решения экстремальной задачи математического программирования в любой форме её записи (2.15, 2.16, 2.21). В данной ситуации необходимо использовать поисковые подходы, основанные на приближенных численных методах решения экстремальных задач [12 – 14, 33]. Характерным отличием поисковой оптимизации от аналитического решения является то, что определение эффективного решения задачи ЦНП осуществляется не путем последовательного его расчета по некоторым аналитическим правилам и формулам, а путем его выбора (поиска) на некотором конечном целочисленном множестве вариантов синтезируемого цифрового фильтра, определяемом областью проектирования или областью поиска $D \in \Gamma^n$. Критерий выбора (цели) формализован целевой функцией $F(\mathbf{IX})$, значение которой при поиске необходимо минимизировать.

При численном решении экстремальной задачи ЦНП поисковый алгоритм в дискретном целочисленном пространстве строит минимизирующую последовательность, то есть такую последовательность векторов $\{\mathbf{IX}^k\}$, что соответствующая последовательность $\{F(\mathbf{IX}^k)\}$ сходится, убывая к минимуму целевой функции $F(\mathbf{IX})$. Поисковый алгоритм строит минимизирующую последовательность итерационно, то есть так, что каждый элемент последовательности $\{\mathbf{IX}^k\}$ вычисляется по предыдущим элементам на основе единого для данного алгоритма правила. В общем виде этот итерационный процесс можно записать как

$$\mathbf{IX}^{k+1} = \mathbf{IX}^k + \eta_k \mathbf{P}^k, \quad (2.25)$$

где \mathbf{P}^k - вектор, определяющий направление движения от точки \mathbf{IX}^k к точке \mathbf{IX}^{k+1} в многомерном целочисленном пространстве, а коэффициент η_k задает длину шага в направлении \mathbf{P}^k .

Условное отображение линии, соединяющей точки минимизирующей последовательности в пространстве поиска D (т.е. траектории поиска экстремума), приведено на рис. 2.3.



Рис. 2.3. Траектория поиска экстремума

Для нахождения η_k и \mathbf{P}^k различные алгоритмы используют различные сведения о целевой функции. Алгоритмы нулевого порядка поиска используют для этого только значения самой функции, а алгоритмы n -го порядка требуют вычисления производных целевой функции вплоть до n -го порядка включительно. В современных комплексах целочисленной минимизации применяются поисковые алгоритмы исключительно нулевого порядка, т.к. условия дифференцируемости целевой функции в реальных задачах ЦНП-синтеза обычно не выполняются.

К основным характеристиками численных итерационных алгоритмов минимизации многомерных целевых функций можно отнести:

1. Надежность алгоритма. По этому признаку все алгоритмы подразделяются на локальные, т.е. способные минимизировать только унимодальные (одноэкстремальные) функции, и глобальные алгоритмы, способные минимизировать полимодальные (многоэкстремальные) целевые функции;

2. Эффективность алгоритма (время решения задачи минимизации). Во многом определяется скоростью сходимости итерационной

последовательности (2.25). Обычно большей эффективностью обладают алгоритмы более высокого порядка;

3. Точность решения задачи. Разные классы алгоритмов имеют разные возможности уточнения положения минимума целевой функции. Так сеточные алгоритмы [14] дискретизируют исходную непрерывную область поиска D и могут уточнять положение экстремума только с точностью, не превышающей шаг дискретной сетки, в то время как алгоритмы, строящие минимизирующую последовательность непосредственно в исходной непрерывной области $D \in E^n$, имеют возможность уточнять координаты экстремума значительно лучше.

4. Минимум или полное отсутствие настраиваемых параметров.

Для численного решения экстремальной задачи ЦНП (2.10) при проектировании ЦЦФ используется эффективный метод синтеза с поиском глобального экстремума на дискретной сетке кода Грея, подробное описание и применение которого приведено в работе [14]. Данный метод адаптирован к поиску решений в целочисленном пространстве параметров (коэффициентов фильтра), когда эксклюзивный поисковый алгоритмический комплекс минимизации работает в режиме дискретного целочисленного представления многомерной области поиска $D \in I^n$.

При разработке данного поискового комплекса необходимо было выполнить следующие условия:

1. Разрешение системы нелинейных функциональных ограничений устойчивости (2.13) и масштабирования усиления каскадов фильтра (2.14) методом штрафных функций [13, 14];

2. Разработка базового итеративного алгоритма целочисленной минимизации на детерминированной сетке кода Грея;

3. Разработка общей модельной стратегии поискового решения задачи ЦНП на основе базового алгоритма и дополнительных формализованных или эвристических методов;

Базовый поисковый алгоритм данного комплекса относится к классу глобальных алгоритмов направленного сканирования на детерминированной сетке. Для преобразования массива дискретных целочисленных значений каждой i -ой переменной в кодовое пространство используется код Грея, который позволяет осуществить неразрывное кодирование массива, т.е. так, что каждая соседняя кодовая комбинация отличается не более, чем на один символ. Это позволяет организовать поиск на дискретной сетке при помощи так называемых сфер поиска. Каждая сфера представляет множество точек пространства поиска в виде узлов сетки, расположенных вокруг некоторой центральной точки (рис. 2.4). Данные сферы используются для поиска глобального экстремума по определенной стратегии.

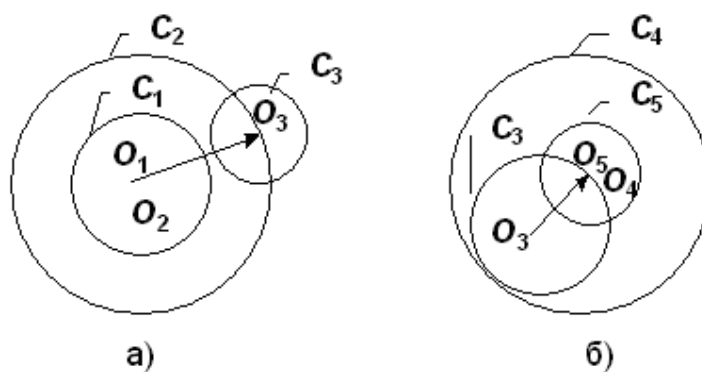


Рис. 2.4. Упрощенное отображение стратегии поиска:

а – нулевой режим; б – первый режим.

Процесс поиска начинается со сферы C_1 минимального радиуса $r=1$ с центром O_1 ; а затем происходит автоматическое увеличение радиуса r сферы поиска (сфера C_2) с последующим автоматическим сужением радиуса до минимального ($r=1$) с переносом центра в лучшую точку на сфере, на которой такая точка найдена (например, точка O_3 на сфере C_2). Для нулевого режима работы алгоритма минимизации характерны концентрические сферы поиска. Далее может продолжаться нулевой режим работы или осуществляться переход в первый режим. Как видно, для первого режима характерно неконцентрическое расширение сфер поиска при наличии на сферах точек лучше центра. Пусть сформирована сфера C_3 радиуса $r=1$ с центром O_3 (см.

рис. 2.46). Если на сфере C_3 нашлась точка $O_4 \in C_3$ с лучшим (меньшим) значением целевой функции, чем в O_3 , то центр поиска переносится из O_3 в O_4 и вокруг него формируется сфера C_4 удвоенного радиуса $2r$. При отсутствии на сфере C_4 точки лучше, чем O_4 , осуществляется переход от сферы C_4 к сфере C_5 наименьшего радиуса с тем же центром $O_5 \equiv O_4$. Переход к нулевому режиму осуществляется в случае, если на сфере C_5 наименьшего радиуса не нашлось лучшей точки. Таким образом, при последовательном автоматическом расширении и сужении сфер поиска происходит направленное сканирование всей области поиска, без полного её перебора.

Данный алгоритм направленного сканирования на сетке кода Грея обладает указанной ранее совокупностью требуемых свойств, а именно:

- является алгоритмом нулевого порядка;
- не имеет настраиваемых параметров;
- обладает работоспособностью в целочисленном пространстве большой размерности (до 500 переменных)
- имеет малые потери на поиск, обеспечивая существенное сокращение полного перебора (например, вместо 10^{19} вариантов – всего 10^4 вариантов при 16 переменных);
- имеет высокую надежность поиска экстремума, которая составляет не менее 75%. и малую чувствительность к характеру целевой функции.

Подробное описание базового алгоритма поиска на сетке кода Грея приведено в работах [14, 34, 35].

Алгоритмический комплекс целочисленной минимизации, в состав которого входит рассмотренный выше базовый алгоритм, осуществляет прямой поиск глобального минимума многомерной функции цели в соответствии с выбранной моделью, стратегией поиска. Алгоритм из заданной пользователем начальной точки (начальное приближение) осуществляет последовательные шаги к точке глобального минимума $F^0(IX^0)$, обеспечивающей совпадение текущей характеристик ЦЦФ с требуемыми характеристиками. Графики характеристик на каждом шаге синтеза отображаются на экране.

Для эффективного и надежного решения экстремальной задачи пользователю необходимо задать модель синтеза, в соответствии с которой будет работать поисковый комплекс. Модель поиска (синтеза), как уже сказано выше, определяет стратегию целочисленной минимизации при движении от начальной точки к точке глобального минимума. Переход к модели с более высокой (сложной) стратегией понижает вероятность пропуска глобального экстремума, хотя время решения при этом, естественно, возрастает. Структура каждой модели поиска определяется разработчиком поискового комплекса применительно к классу прикладной задачи, решаемой с его помощью.

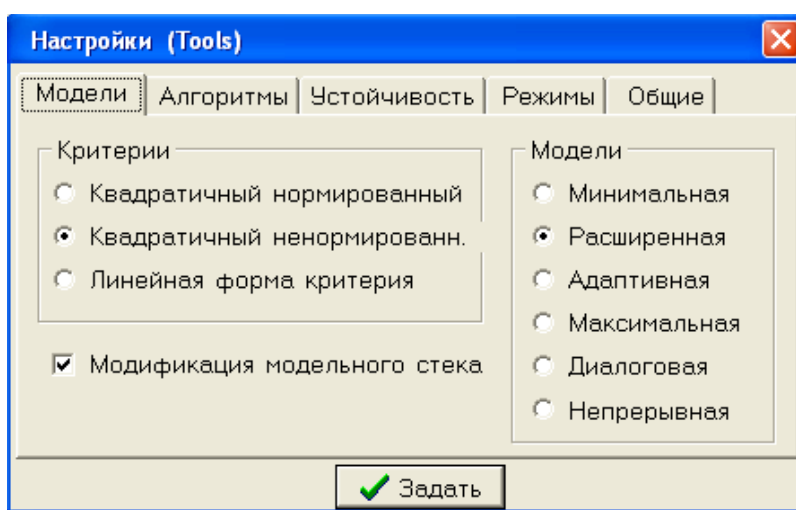


Рис. 2.5. Панель настроек пакета синтеза

В программном комплексе параметрического синтеза ЦЦФ объявлены 6 моделей. Из них первые пять являются формализованными (пакетными), не допускающими вмешательства в процесс синтеза. Последняя модель является интерактивной и обеспечивает такую возможность. Выбор модели целочисленной минимизации осуществляется на панели настроек пакета синтеза (рис. 2.5). Ниже приведено краткое описание данных моделей:

- **МИНИМАЛЬНАЯ** модель, определяет решение задачи синтеза ЦЦФ по условно минимальной стратегии поиска, соответствующей базовой стратегии глобальной минимизации на сетке кода Грея, приведённой выше. Данная модель является самой быстрой моделью по критерию эффективности поиска, однако, в некоторых случаях надежность отделения глобального экстремума может быть недостаточной;

- РАСШИРЕННАЯ модель, определяет решение задачи синтеза по расширенной стратегии поиска. Расширенная модель повышает надежность решения задачи ЦНП-синтеза за счёт использования процедуры повторного поиска из новой сгенерированной точки (после поиска из начальной точки, заданной пользователем). Время синтеза при этом возрастает примерно в 1,5 - 2 раза (здесь и далее по сравнению с минимальной моделью);

- АДАПТИВНАЯ модель, определяет решение задачи синтеза по адаптивной стратегии поиска, когда надежность решения повышается как за счёт повторного поиска из трёх сгенерированных начальных точек, так и за счёт использования дополнительной эвристической процедуры (метода), ускоряющей движение по вычислительному «дребезгу», свойственному целевым функциям, рассчитанным по численным, приближённым алгоритмическим математическим моделям объекта синтеза. Время синтеза возрастает в 3 - 4 раза;

- МАКСИМАЛЬНАЯ модель, определяет решение задачи синтеза по условно максимальной стратегии поиска. Максимальная модель существенное повышение надежности поиска за счёт:

а) использования процедуры повторного поиска из 9 новых сгенерированных начальных точек, квазиравномерно распределённых в области поиска;

б) использования дополнительного метода, ускоряющей движение по вычислительному «дребезгу» целевой функции;

в) использования дополнительного метода минимизации овражных целевых функций, часто встречающихся при решении практических задач синтеза ЦЦФ;

Однако это наиболее трудоемкая модель. Время синтеза может возрасти в 7 - 10 раз;

- НЕПРЕРЫВНАЯ модель. Определяет пакетное решение задачи синтеза в непрерывном режиме non stop, когда осуществляется непрерывный цикл поиска из новой, случайно сгенерированной начальной точке по идеологии

минимальной модели. Процесс синтеза может быть остановлен только пользователем. При достаточной экспозиции непрерывная модель позволяет реализовать режим, близкий к полному перебору, что обеспечивает наивысшую надежность поиска оптимального решения, ценой, естественно, существенных временных затрат на процесс минимизации;

- ДИАЛОГОВАЯ модель, реализующая интерактивный режим синтеза ЦЦФ. В этой модели работает "открытая" минимальная модель, когда формальная стратегия минимизации сочетается с персональной стратегией пользователя. При работе в диалоговой модели на каждом шаге синтеза пользователь имеет возможность приостановить процесс, скорректировать текущие данные (положение точки останова, границы поиска и т.п.), а также исследовать целевую функцию в точке останова путем построения ее координатных разрезов. Успех решения задачи синтеза (а также и время ее решения) определяется опытом пользователя. При наличии определенного навыка работы в диалоге эффективность решения задачи синтеза ЦЦФ может быть повышена в десятки раз. Однако, если пользователь не имеет достаточного опыта диалогового проектирования, ему лучше начать с пакетных моделей синтеза.

Исследование целевой функции

При поисковом проектировании по совокупности характеристик ЦЦФ целевые функции экстремальных задач ЦНП могут иметь весьма сложный, полимодальный характер. В алгоритмическом комплексе предусмотрена возможность исследования профиля целевой функции в любой точке поиска (начальной, промежуточной, конечной). Это исследование осуществляется путём построения координатных разрезов целевой функции - зависимости общей функции цели от выбранной переменной $F(ix_n)$ при фиксированных значениях остальных параметров задачи. Переменная разреза ix_n при этом изменяется в пределах заданных границ области поиска (проектирования). Примером могут служить координатные разрезы целевой функции (рис. 2.6 – 2.9) задачи многофункционального синтеза 8-битового рекурсивного ЦЦФ

шестнадцатого порядка, осуществляющего коррекцию амплитудных искажений гидроакустического тракта [21]. На данных рисунках приведена зависимость целевого функционала данной задачи от указанных целочисленных коэффициентов звеньев (номер звена указан в скобках) без наложения функции штрафа.

Как видно, графики координатных разрезов говорят о полимодальном характере целевых функций экстремальных задач ЦНП, о наличии локальных решений (экстремумов), что необходимо учитывать при выборе общей стратегии решения сложных многофункциональных задач поискового синтеза ЦЦФ. По графикам разрезов может быть проведена оценка чувствительности общей целевой функции к вариации, изменению соответствующего параметра (коэффициента) проектируемого ЦЦФ.

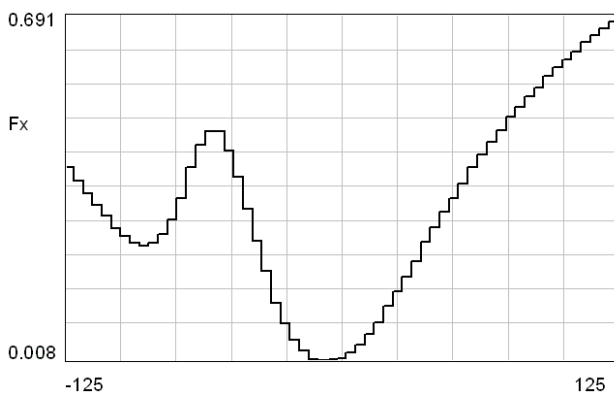


Рис. 2.6. Разрез ЦФ по параметру a_1 [3]

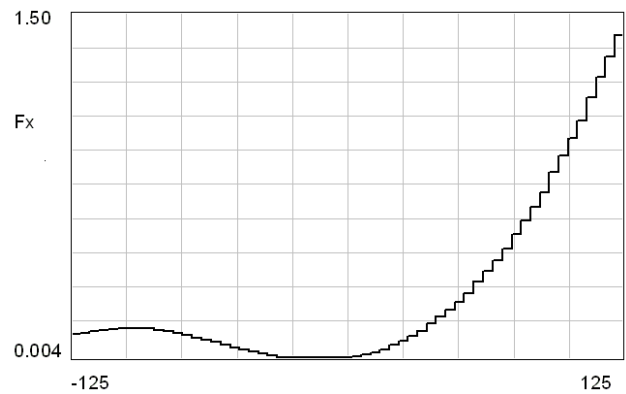


Рис. 2.7. Разрез ЦФ по параметру b_0 [7]

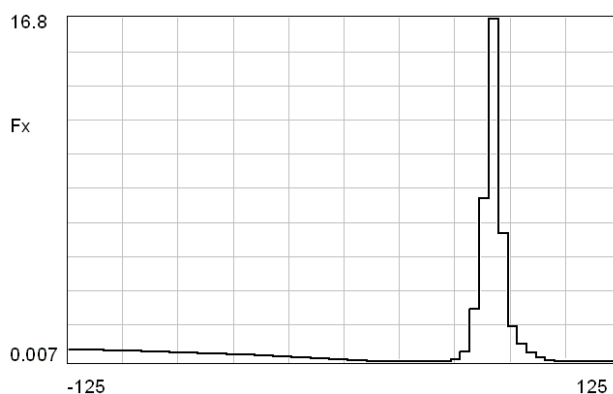


Рис. 2.8. Разрез ЦФ по параметру a_2 [2]

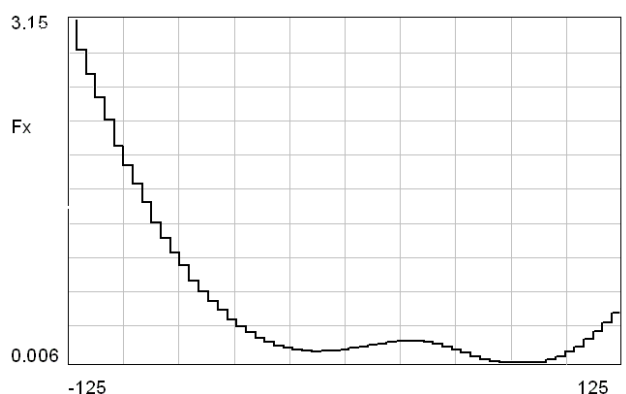


Рис. 2.9. Разрез ЦФ по параметру b_2 [3]

Таким образом, рассмотренный выше комплекс целочисленной поисковой минимизации позволяет обеспечить высокую надёжность отделения

глобального экстремума в весьма широкой области проектирования ЦЦФ практически из любой начальной точки. Хорошего начального приближения здесь не требуется, что характерно для алгоритмов глобальной минимизации в широкой области поиска.

2.5. Структура программного комплекса

Компьютерная программа ЦНП 3.1 позволяет осуществлять параметрический синтез как рекурсивных (IIR), так и нерекурсивных (FIR) целочисленных цифровых фильтров различного порядка в широкой области допустимых изменений параметров (целочисленных коэффициентов) фильтра, проводить подробный анализ полученного оптимального решения в частотной области, исследовать чувствительность оптимального решения к изменению параметров (коэффициентов) синтезированного ЦЦФ, выводить на печать графики частотных характеристик синтезированного фильтра и формировать файл протокола решения текущей задачи синтеза. Блок-схема компьютерной программы приведена на рис. 2.10.

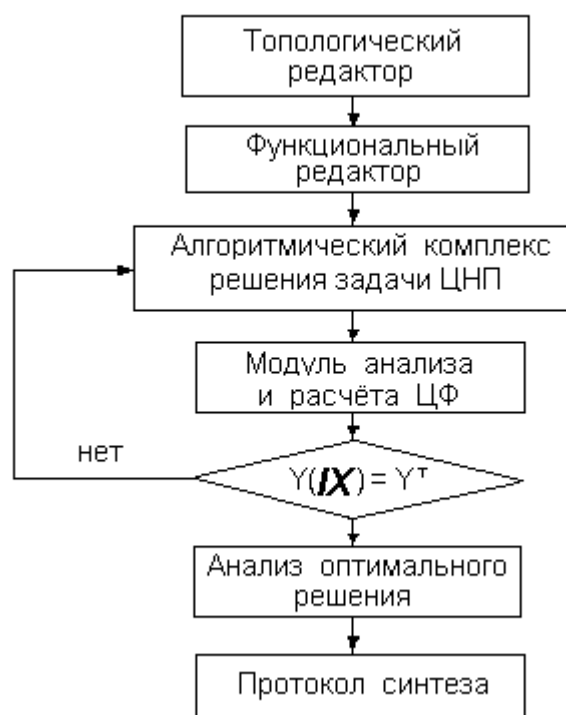


Рис. 2.10. Блок-схема программы синтеза

Здесь топологический редактор предназначен для ввода структуры и параметров синтезируемого цифрового фильтра в программу. Редактор позволяет сформировать текстовый файл, определяющий все необходимые данные для проведения синтеза ЦЦФ: порядок синтезируемого фильтра, частоту дискретизации, начальную точку по всем целочисленным коэффициентам передаточной функции, допустимые границы изменения этих коэффициентов, а также условия их дублирования в случае необходимости.

Функциональный редактор осуществляет ввод в графическом режиме требуемых функциональных характеристик и формирует общий целевой функционал задачи синтеза в аддитивной форме (2.24). На панели функционального редактора (рис. 2.11) представлены:

- графическое поле ввода графика требуемой характеристики фильтра;
- элементы управления, задающий тип характеристики и номер частотного окна;
- поля ввода веса характеристики и допустимой её неравномерности;
- элемент управления для задания типа сходимости частных критериев в каждой точке оцифровки;
- элементы графического редактирования текущего окна редактора.

Пример ввода требуемой АЧХ полосового ЦЦФ в модуле функционального редактора программы представлен на рис. 2.11.

Программный алгоритмический комплекс осуществляет поисковое итеративное решение экстремальной задачи ЦНП в заданном пространстве целочисленных параметров, обращаясь к модельному блоку программы для расчёта текущих функциональных характеристик синтезируемого фильтра по заданной его модели. Все заказанные характеристики синтезируемого фильтра отображаются на панели синтеза компьютерной программы на каждом итеративном шаге решения задачи. На рис. 2.12 в качестве примера приведено состояние панели на текущем итеративном шаге поиска при синтезе полосового ЦЦФ фильтра по четырём его характеристикам.

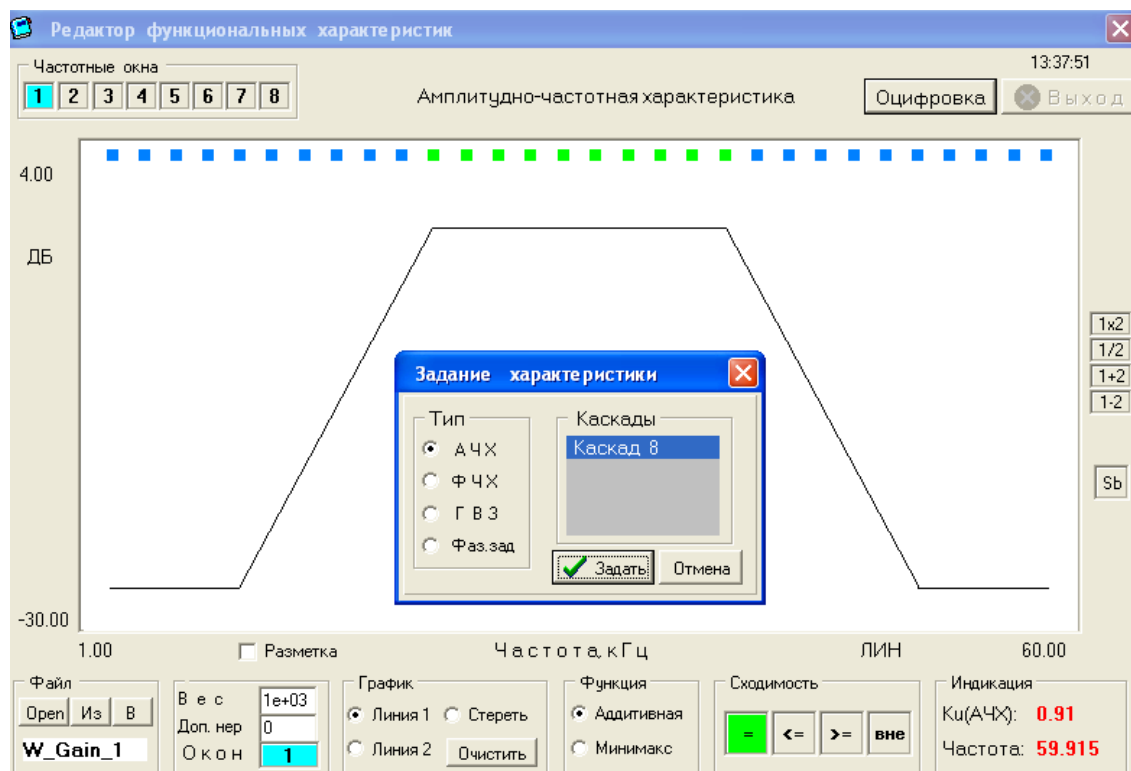


Рис. 2.11. Функциональный редактор с открытой панелью задания типа характеристик

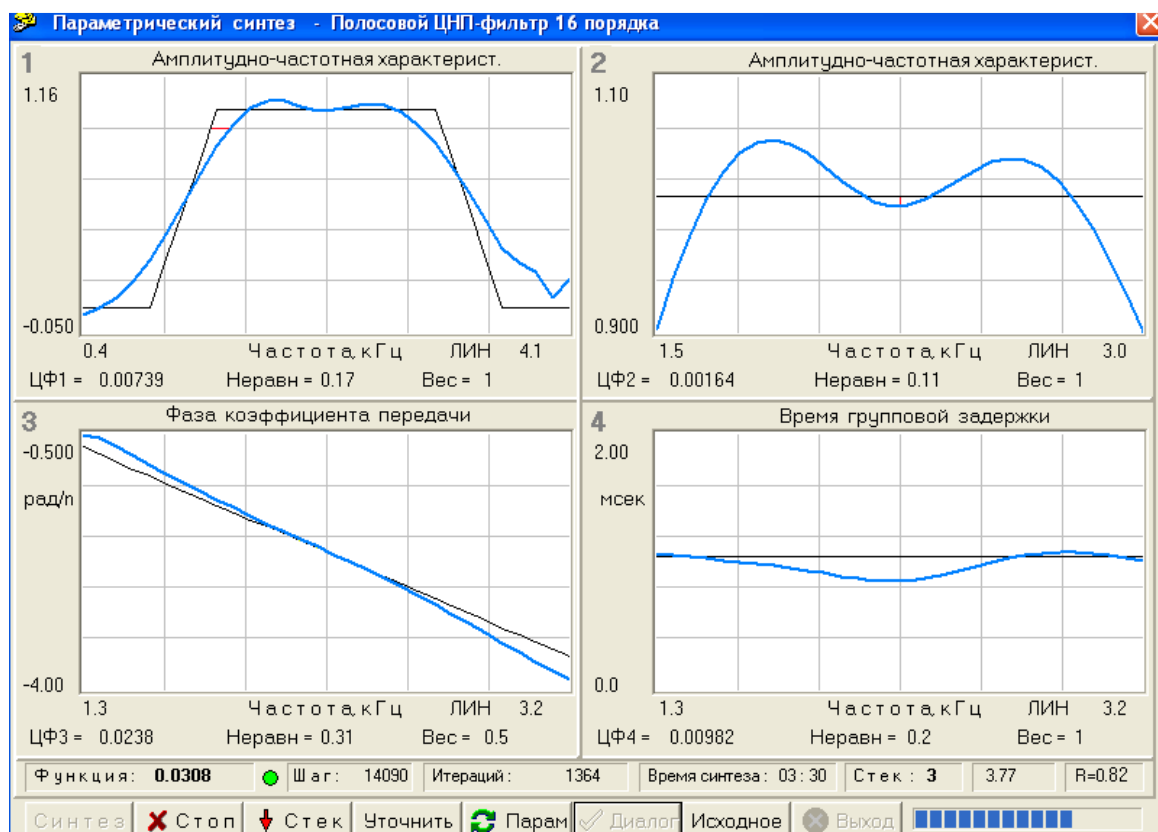


Рис. 2.12. Панель синтеза программного комплекса

После нахождения эффективного решения задачи ЦНП, осуществляется подробное его исследование в модуле анализа с построением графиков всех характеристик фильтра, их распечаткой и формированием стандартного протокола решения задачи синтеза. Пример исследования АЧХ двухполосного 8-битового гауссова ЦЦФ в модуле анализа программы представлен на рис. 2.13.

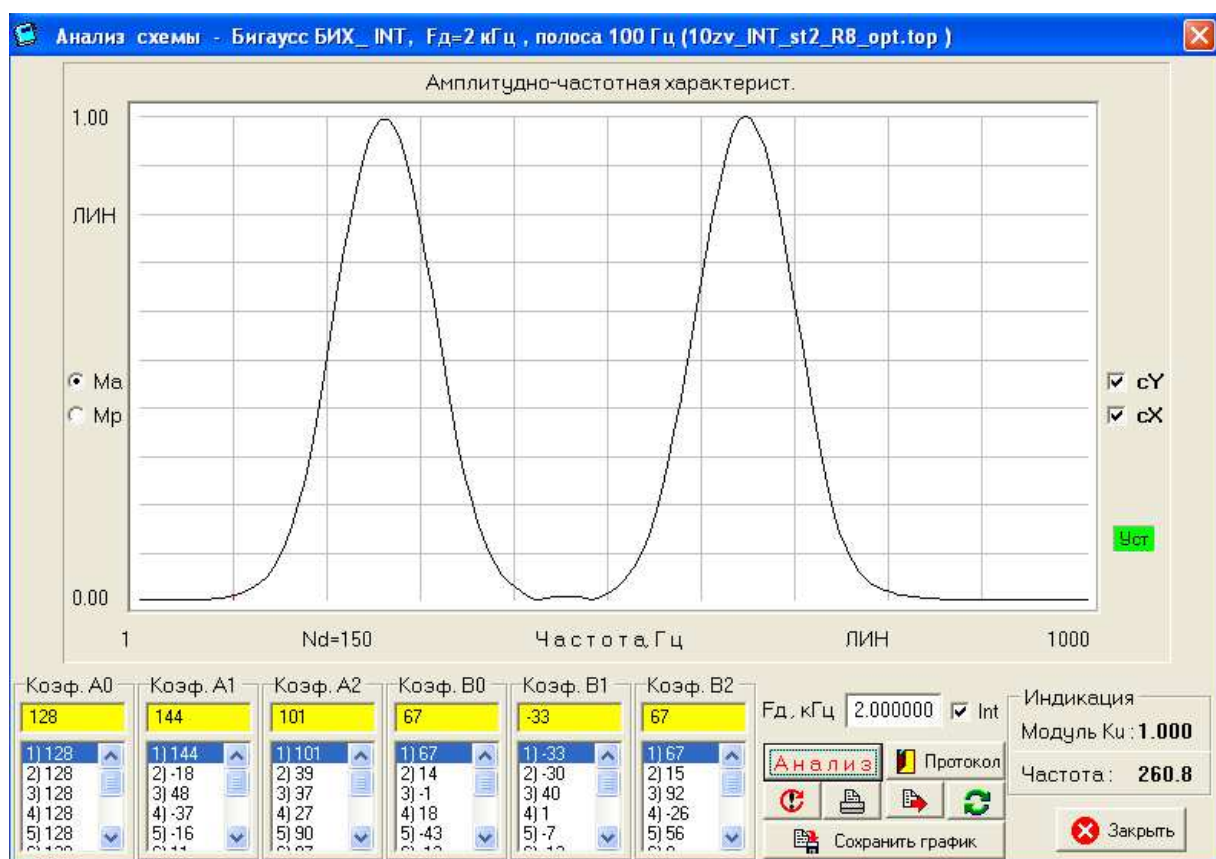


Рис. 2.13. Исследование АЧХ двухполосного гауссова ЦЦФ

III. Прикладные задачи синтеза целочисленных цифровых фильтров

В данном разделе рассматриваются характерные примеры решения прикладных задач синтеза целочисленных фильтров со сложными функциональными требованиями с учетом возможностей программной или аппаратной реализации синтезированных фильтров на цифровых платформах с целочисленной арифметикой вычислений. Синтез как рекурсивных, так и нерекурсивных целочисленных фильтров выполняется компьютерным пакетом ЦНП версии 3.1. Приведённые примеры иллюстрируют принципиальные возможности методологии целочисленного нелинейного программирования к многофункциональному поисковому проектированию цифровых систем.

3.1. Синтез рекурсивных фильтров с фазовой линейностью

В целочисленном пространстве параметров методом ЦНП относительно просто синтезируются рекурсивные фильтры нижних частот (ФНЧ) с линейной ФЧХ. Можно отметить, что в данном случае речь идёт, прежде всего, об обеспечении технической линейности фазочастотной характеристики, когда допустимая нелинейность фазы в полосе пропускания фильтра не превышает двух-трёх градусов, что является совершенно приемлемым для абсолютного большинства технических приложений, хотя повышением порядка фильтра обычно может быть получена и значительно меньшая фазовая нелинейность в заданной полосе частот.

В работах [15, 32] приведёно решение задач синтеза рекурсивных ФНЧ относительно низкого порядка. В данном же разделе рассматривается пример синтеза малоразрядного ФНЧ высокого порядка с достаточно сложными требованиями по амплитудной селективности и фазовой линейности: в полосе пропускания 0 – 490 Гц с коэффициентом передачи $K=1$ (0 дБ) и допуском $\pm 0,5$ дБ нелинейность ФЧХ не должна превышать 2 градусов при высоком внеполосном подавлении сигнала (-40 дБ) и заданной ширине переходной зоны при частоте дискретизации 2 кГц.

Целевая функция при синтезе рекурсивного ФНЧ с линейной фазой наиболее часто формируется в виде взвешенной суммы частных целевых функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX})$, обеспечивающих соответственно выполнение требований как к амплитудной селекции фильтра и к линейности его фазы

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX}), \quad (3.1)$$

$$f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX}) = \Delta\phi_{\text{MAX}} = \max |\phi(\mathbf{IX}) - \phi^L|, \quad (3.2)$$

где ϕ^L - требуемая линейная ФЧХ фильтра нижних частот, а функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ определяется соотношением (2.18):

$$f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX}) = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T]^2}.$$

Относительно целевой функции (3.1) задача дискретного целочисленного программирования для синтеза целочисленного ФНЧ в форме каскадного соединения восьми звеньев второго порядка прямой формы с разрядностью представления данных $W_k = 8$ бит записывается так [37]:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{40} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} -127 \leq a_{di} \leq 127 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,8} \\ -127 \leq b_{di} \leq 127 \quad d=\overline{0,2} \quad i=\overline{1,8}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$a_{0i} = 128 \quad i = \overline{1,8}, \quad (3.5)$$

$$|Z_{pj}| < 0.98 \quad (3.6)$$

Таким образом, минимизация целевого функционала осуществлялась на 40-мерном целочисленном пространстве параметров в допустимой области (3.4) при фиксированных нормирующих коэффициентах (3.5) и выполнении функциональных ограничений (3.6) устойчивости рекурсивного ЦЦФ по всем полюсам коэффициента передачи с радиусами, не превышающими 0,98 в z-плоскости. Для ввода структуры ФНЧ в программу используем встроенный топологический редактор ЦНП-пакета (рис. 3.1), позволяющий сформировать файл исходных данных к решению конкретной задачи синтеза с указанием числа варьируемых коэффициентов, их начальных значений и границ изменения, а также возможного их дублирования в случае необходимости.

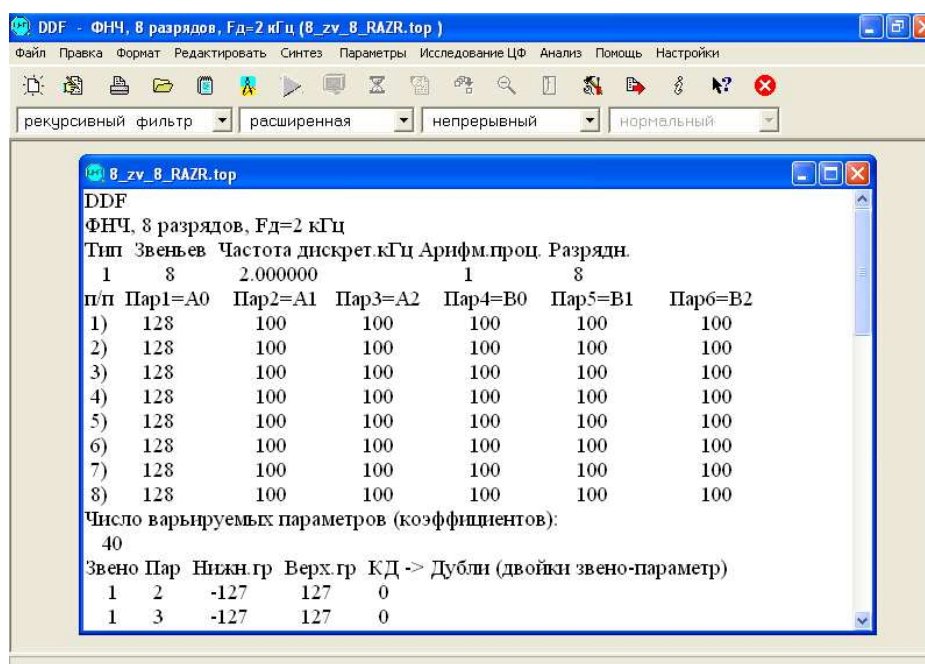


Рис. 3.1. Формирование файла исходных данных в топологическом редакторе пакета

Как видно, исходная стартовая точка синтеза ФВЧ в данном случае выбрана произвольно, то есть никак не является неким прототипом искомого технического решения, что и характерно для модельных поисковых алгоритмов целочисленной минимизации.

Оптимальные коэффициенты целочисленного ФНЧ Таблица 3.1.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					
	a₀	a₁	a₂	b₀	b₁	b₂
1	128	-64	37	124	89	14
2	128	-124	53	-7	12	-20
3	128	-95	9	16	-44	-127
4	128	-2	0	-113	-94	-120
5	128	-48	68	-25	56	97
6	128	-53	0	27	-1	-127
7	128	-40	2	-12	45	61
8	128	-2	109	14	1	-127

В табл.3 1 приведены оптимальные значения целочисленных 8-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу с одинаковой значимостью

($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ проектируемого фильтра, а графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.2. Максимальный радиус полюсов передаточной функции при этом был равен 0,92.

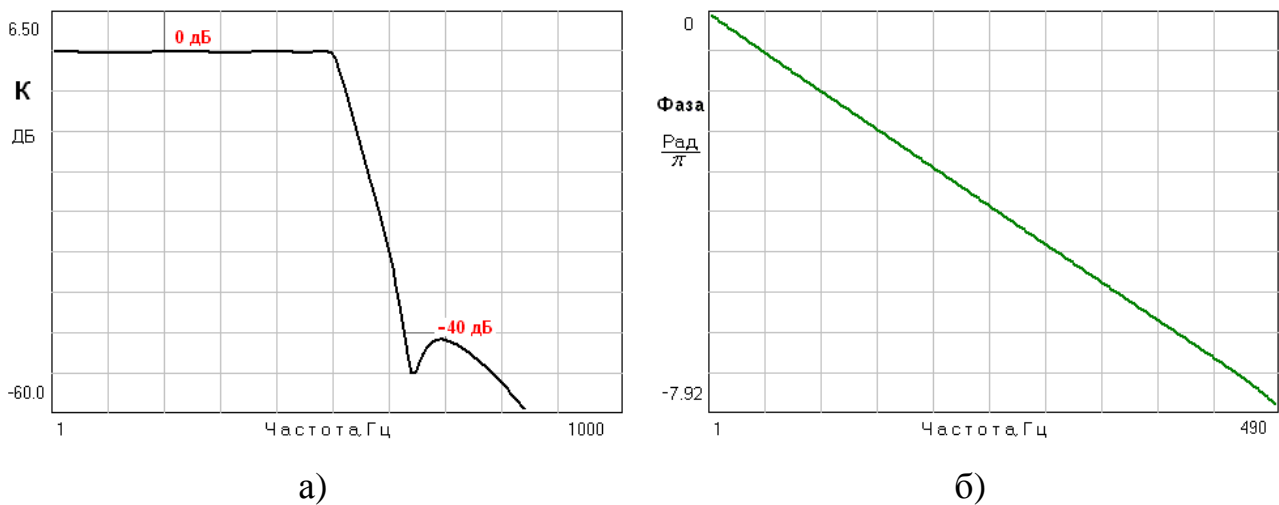


Рис. 3.2 Характеристики ФНЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ в полосе пропускания

Практическая реализация ФНЧ осуществлялась на многофункциональном микроконтроллере MSP430F1611 фирмы Texas Instruments [23]. Результаты измерения частотных характеристик фильтра на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации 2 кГц. приведены на рис. 3.3.

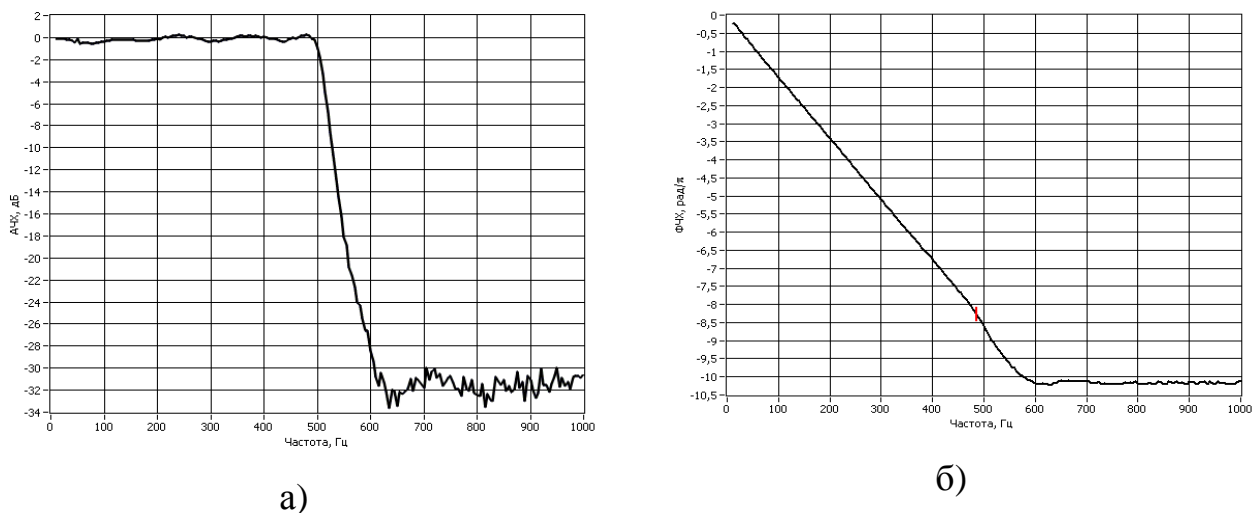


Рис. 3.3. Экспериментальные измерения АЧХ (а) и ФЧХ (б) восьмибитового ФНЧ

Все требования по функциональным характеристикам рекурсивного целочисленного ФНЧ были выполнены с хорошей точностью. При этом

фазовые искажения $\Delta\varphi(\omega)$ в полосе пропускания фильтра не превышали двух градусов.

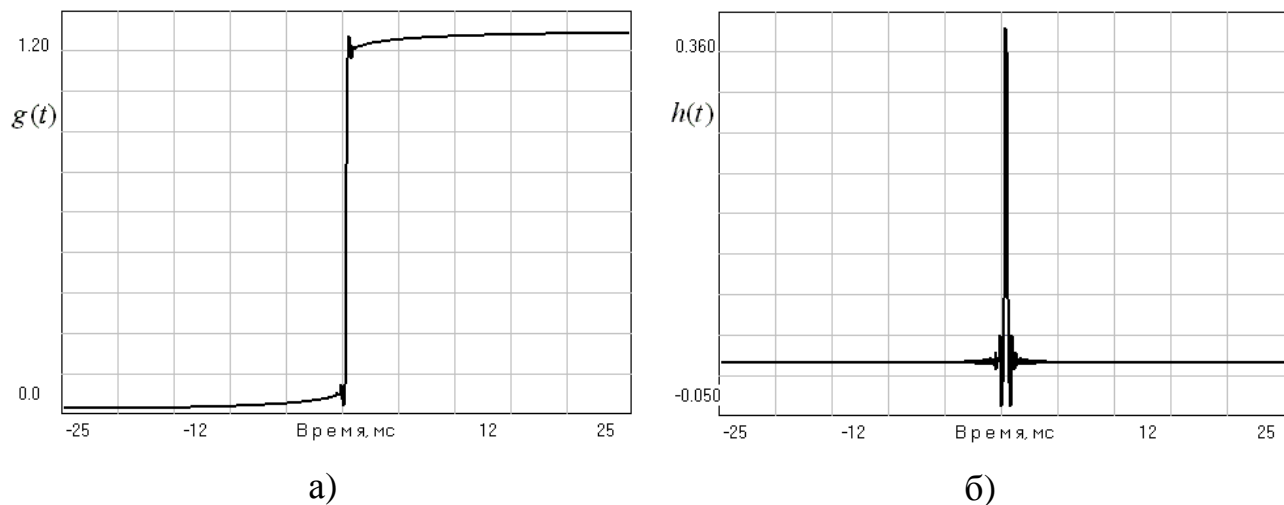


Рис. 3.4. Переходная (а) и импульсная (б) характеристики фильтра

Переходная $g(t)$ и импульсная $h(t)$ характеристики данного фильтра в ЦНП-пакете рассчитывались применением обратного дискретного преобразования Фурье (рис. 3.4).

Фильтр верхних частот с линейной фазой

При синтезе рекурсивного ФВЧ с линейной в полосе пропускания фазой целевая функция также формировалась по соотношениям (3.1, 3.2) в виде взвешенной суммы частных целевых функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX})$, обеспечивающих соответственно выполнение требований как к амплитудной селекции фильтра, так и к линейности его фазы. Графики требуемых АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 3.5 (выделены пунктиром).

Относительно целевой функции задача дискретного целочисленного программирования для синтеза рекурсивного ФВЧ в форме каскадного соединения пяти звеньев второго порядка прямой формы с разрядностью представления данных $W_k = 10$ бит записывается так [37]:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{25} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} -511 \leq a_{di} \leq 511 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,5} \\ -511 \leq b_{di} \leq 511 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,5} \end{aligned} \quad , \quad (3.8)$$

$$a_{0i} = 512 \quad i = \overline{1,5} \quad , \quad (3.9)$$

$$|Z_{pj}| < 0,98 \quad , \quad (3.10)$$

$$1.0 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 3.0 \quad i = \overline{1,5} \quad (3.11)$$

Таким образом, минимизация целевого функционала осуществлялась на 25-мерном целочисленном пространстве параметров в допустимой области (3.8) при фиксированных нормирующих коэффициентах (3.9) и выполнении функциональных ограничений устойчивости (3.10) рекурсивного ЦЦФ по всем полюсам коэффициента передачи с радиусами, не превышающими 0,98. Ограничения (3.11) масштабировали коэффициенты передачи пяти каскадов фильтра в заданный интервал.

В табл. 3.2 приведены оптимальные значения целочисленных 10-битовых коэффициентов передаточной функции ФВЧ, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев. АЧХ и ФЧХ фильтра по синтезу представлены на рис. 3.5. Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 10 минут.

Оптимальные коэффициенты целочисленного ФВЧ

Таблица 3.2.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена Kmax
	a₁	a₂	b₀	b₁	b₂	
1	225	56	18	8	89	1,14
2	130	60	-130	183	-105	2,25
3	-207	144	35	254	-142	2,61
4	-30	71	-36	-187	-387	2,44
5	-202	66	122	392	-249	2,93

В качестве цифровой платформы для аппаратной реализации синтезированного ФВЧ была выбрана программируемая логическая схема Spartan 3AN FPGA фирмы XILINX. Программирование осуществлялось на языке VHDL под заданную структуру фильтра и найденные целочисленные коэффициенты её звеньев

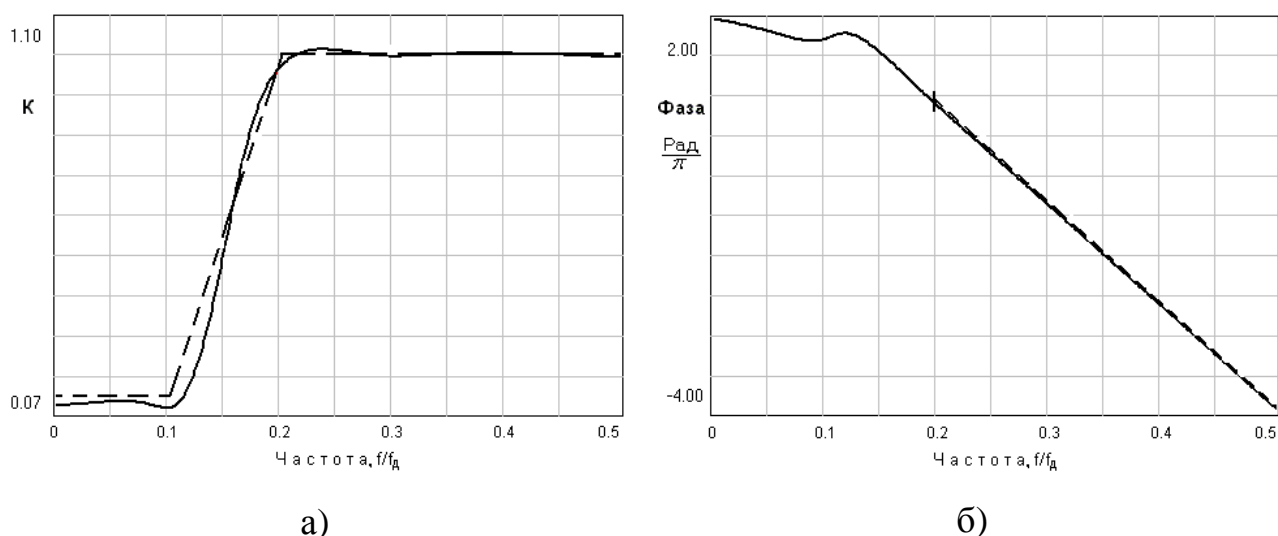


Рис. 3.5. Характеристики ФВЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ

Измерение частотных характеристик фильтра осуществляется на реальном сигнале с помощью автоматизированной панорамной измерительной системы, разработанной в среде виртуальных приборов LabVIEW. Экспериментальные графики ФЧХ фильтра для частоты дискретизации 100 кГц. приведено на рис. 3.6.

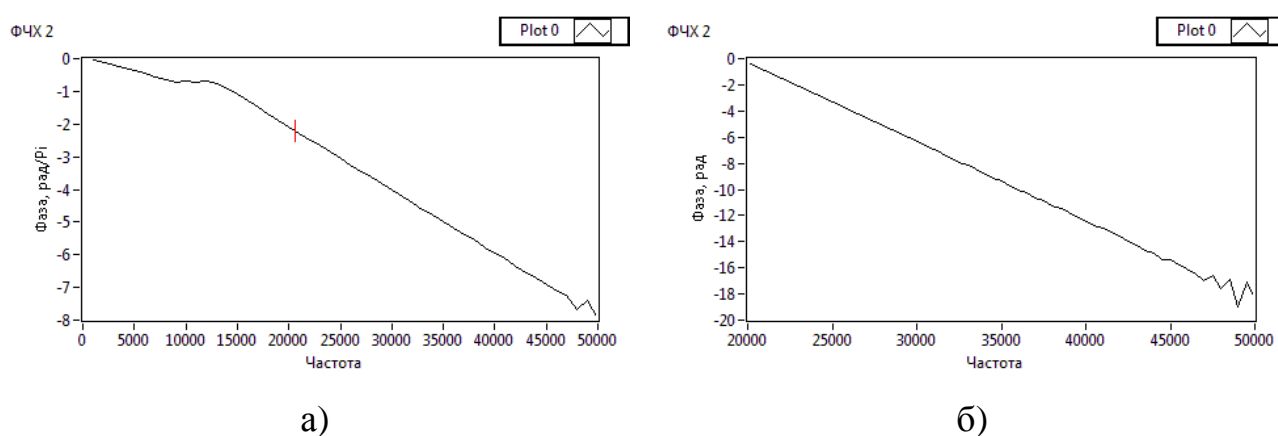


Рис. 3.6. Экспериментальные измерения ФЧХ на всём интервале Найквиста (а), и только в полосе пропускания фильтра (б)

Так как выходной сигнал снимался непосредственно с цифро-аналогового преобразователя, то наблюдается возрастание шумов измерения вблизи частоты Найквиста, где эффекты квантования наиболее выражены. Как видно из приведённых графиков, требования по функциональным характеристикам рекурсивного целочисленного ФВЧ были выполнены. Фазовые искажения $\Delta\varphi(\omega)$ в полосе пропускания фильтра не превышали 3 градусов.

Исследование целевой функции в точке целочисленного оптимума (рис. 3.7) показывает её сложный, полимодальный характер. Однако дискретная минимизация данной функции с помощью глобального алгоритма направленного сканирования на сетке кода Грея [14, 35] позволила применением модельной стратегии поиска эффективно и надёжно решать подобную задачу, также не имея практически никакого начального приближения (прототипа).

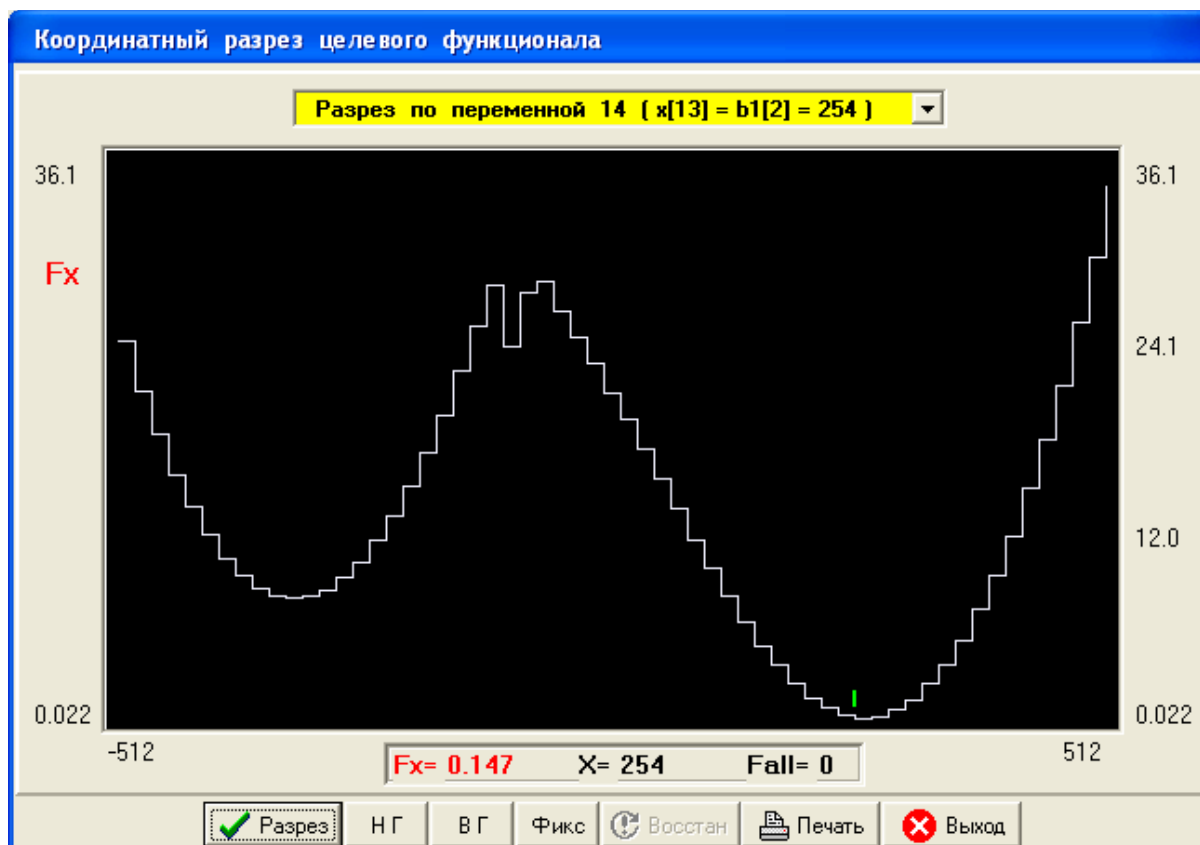


Рис. 3.7. Разрез целевой функции по параметру b_1 третьего звена

3.2. Синтез рекурсивных ЦЦФ специальной формы частотных характеристик

Цифровые фильтры специальной формы частотных характеристик широко используются в современной радиоэлектронной аппаратуре. Возможность их проектирования классическими аналитическими подходами крайне ограничена. Однако численные методы дискретного программирования

позволяют реализовывать весьма сложные формы частотных характеристик как БИХ, так и КИХ-фильтров в рамках заданных функциональных ограничений. Ниже приводятся характерные примеры решения таких проектных задач.

Узкополосный гауссов фильтр

К фильтрам специальной формы частотных характеристик в первую очередь можно отнести гауссовы фильтры, амплитудно-частотная характеристика которых близка к гауссовой кривой [38, 41].

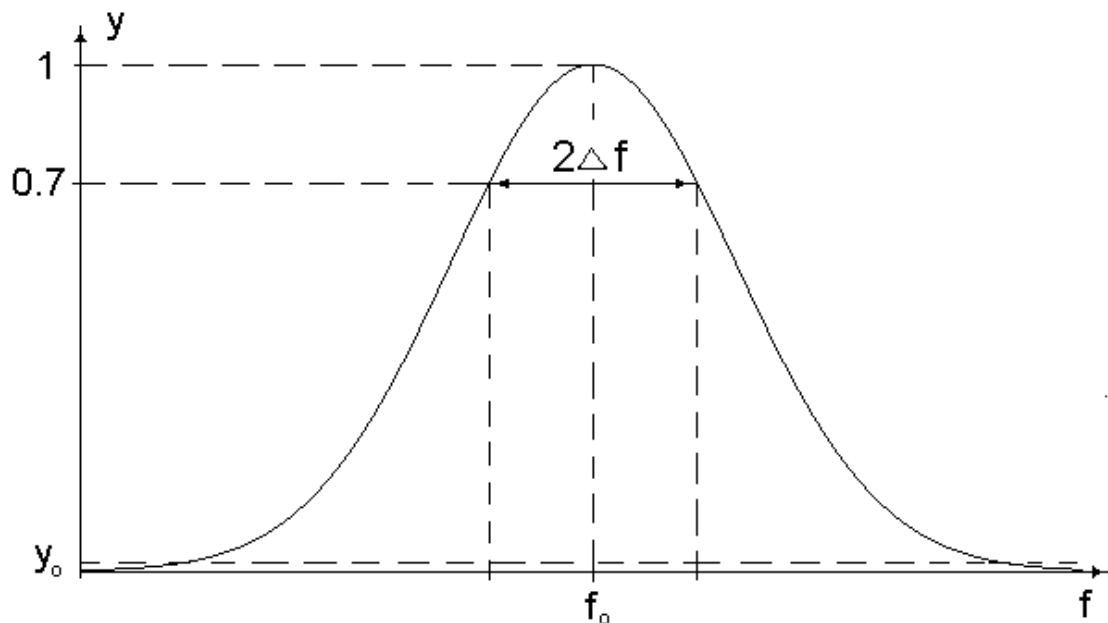


Рис. 3.8. Гауссова характеристика фильтра

Нормированная резонансная характеристика для гауссовой кривой (рис. 3.8) определяется следующим образом:

$$y(\xi) = e^{-\frac{\xi^2}{\alpha}}, \quad (3.12)$$

где $\xi = f - f_0$ - абсолютная расстройка от резонансной частоты, а параметр α определяет нормированную полосу пропускания гауссовой кривой:

$$\alpha = \frac{(2\Delta f)^2}{4 \ln \sqrt{2}},$$

здесь $2\Delta f$ – абсолютная полоса пропускания по уровню 0,7.

Как известно, фильтры с гауссовой характеристикой имеют самое короткое из возможных время установления колебаний при отсутствии выбросов за фронтом. Это главное достоинство гауссовых фильтров широко используется в современной радиоэлектронике, как аналоговой, так и цифровой. Что касается принципов построения гауссовых фильтров, то из общей теории электрических фильтров известно, что при каскадном (последовательном) соединении m звеньев второго порядка амплитудно-частотная характеристика системы стремиться к гауссовой кривой. Это иллюстрирует рис. 3.9, где представлены нормированные резонансные кривые при различных m (для удобства по оси абсцисс отложено отношение абсолютной расстройки к полосе пропускания).

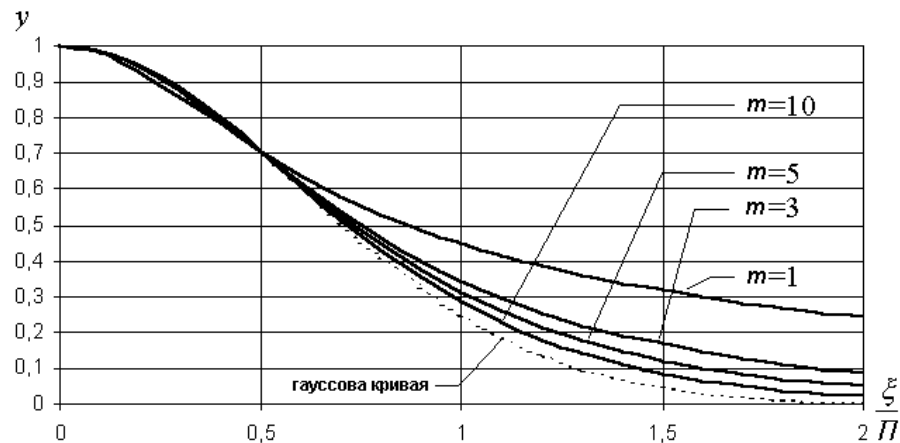


Рис. 3.9. Нормированные характеристики при различных m

Формально для оценки степени близости текущей АЧХ фильтра к гауссовой кривой удобно использовать среднеквадратичная погрешность σ в полосе пропускания фильтра по заданному уровню (уровень y_0 на рис.3.8):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^p [y(\xi_i) - y^r(\xi_i)]^2}, \quad (3.13)$$

где $y(\xi_i)$ – текущее значение характеристики в i -ой дискретной точке определения, а $y^r(\xi_i)$ – значение идеальной гауссовой характеристики в этой точке.

Задача дискретного целочисленного программирования для синтеза узкополосного рекурсивного гауссова фильтра с центральной частотой 700 Гц и

относительной полосой пропускания 1,4% (частота дискретизации $f_s=2$ кГц) в форме каскадного соединения восьми звеньев второго порядка с разрядностью представления данных $W_k=10$ бит выглядит так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{40} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} -511 \leq a_{di} \leq 511 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,8} \\ -511 \leq b_{di} \leq 511 \quad d=\overline{0,2} \quad i=\overline{1,8} \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$a_{0i} = 512 \quad i = \overline{1,8},$$

$$|Z_{pj}| < 0,98 \quad ,$$

$$0.8 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 4.0 \quad i = \overline{1,8} \quad (3.16)$$

Вектор \mathbf{IX}^o , минимизирующий скалярную целевую функцию $F(\mathbf{IX})$ на множестве допустимых целочисленных решений (3.15), является эффективным решением задачи параметрического синтеза узкополосного гауссова фильтра. Особенностью задачи в данном случае являлась необходимость контроля всего главного интервала цифровых частот, т.к. при поисковом решении экстремальной задачи возможно появление боковых лепестков АЧХ фильтра, уровень которых должен быть минимален. Поэтому целевой функционал данной задачи формировался в виде аддитивной форме (3.17) из трёх частных целевых функций $f_i(\mathbf{IX})$, которые определяли ту или иную область АЧХ гауссова фильтра:

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_1(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_2(\mathbf{IX}) + \beta_3 f_3(\mathbf{IX}) \quad (3.17)$$

Здесь

- частная целевая функция $f_1(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_1=1$ формировала зону основного гауссова лепестка фильтра, рассчитанного по соотношению (3.12) для заданной полосы пропускания фильтра, и определялась среднеквадратичной ошибкой (3.13) отклонения текущей АЧХ фильтра от идеальной гауссовой АЧХ. Таким образом, данное частотное окно контролировало основной гауссов лепесток в интервале уровня $y_0 = 0,01$ (-40 дБ) подавления побочных лепестков (рис. 3.8);

- частная целевая функция $f_2(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_I=0,2$ определяла внеполосное (вне гауссова лепестка) подавление побочных лепестков на интервале цифровых частот ниже гауссова лепестка;
- частная целевая функция $f_3(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_I=0,2$ определяла внеполосное подавление побочных лепестков по уровень y_0 на интервале цифровых частот выше основного гауссова лепестка вплоть до частоты Найквиста;

Указанные характеристики графически вводились в соответствующее окно функционального редактора пакета ЦНП-синтеза и затем оцифровывались.

Время решения задачи многофункционального целочисленного синтеза (3.14) гауссова рекурсивного фильтра 16-го порядка с добротностью $Q=40$ при уровне подавления побочных лепестков $y_0 = 0,01$ (-40 дБ) и частоты дискретизации $f_s=2$ кГц. на стандартном персональном компьютере не превышало 12 минут при полном выполнении условий устойчивости работы гауссова фильтра.

Оптимальные коэффициенты гауссова фильтра

Таблица 3.3

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	\mathbf{a}_1	\mathbf{a}_2	\mathbf{b}_0	\mathbf{b}_1	\mathbf{b}_2	
1	285	119	298	420	270	1,64
2	48	26	-102	-241	0	1,13
3	267	202	191	253	192	1,04
4	301	238	39	12	-5	2,5
5	310	241	-49	-9	-26	3,42
6	276	244	-30	-12	-26	1.92
7	294	240	-29	-24	-30	0.86
8	386	242	-27	-22	-29	0.9

В табл. 3.3 приведены оптимальные значения целочисленных 10-битовых коэффициентов передаточной функции узкополосного гауссова фильтра, а также максимальные значения коэффициентов усиления его звеньев. На

рис. 3.10 представлен график его АЧХ по синтезу, а на рис. 3.11- 3.13 – экспериментальной измерение характеристик гауссова фильтра.

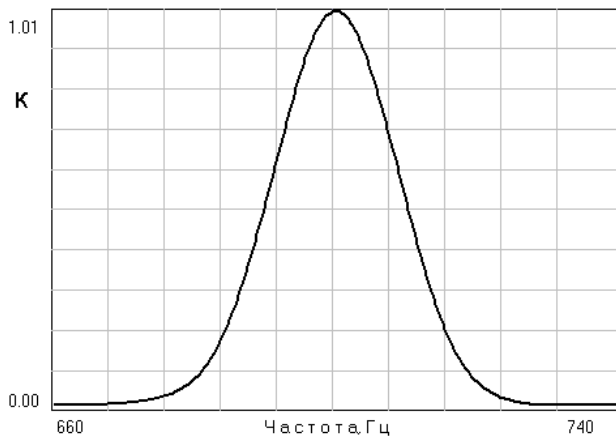


Рис. 3.10. АЧХ гауссова фильтра по синтезу

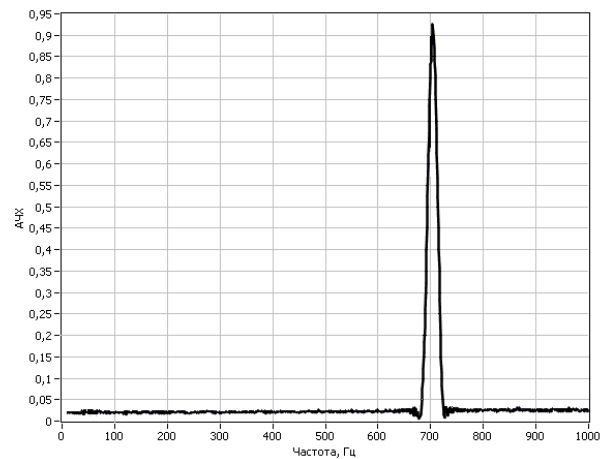


Рис 3.11. Измерение АЧХ фильтра на всем интервале Найквиста

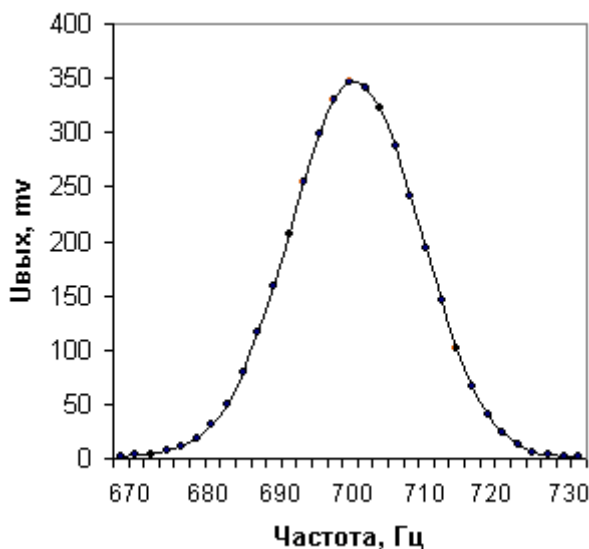


Рис. 3.12. Измерение АЧХ фильтра в полосе центральной частоты (700 Гц)

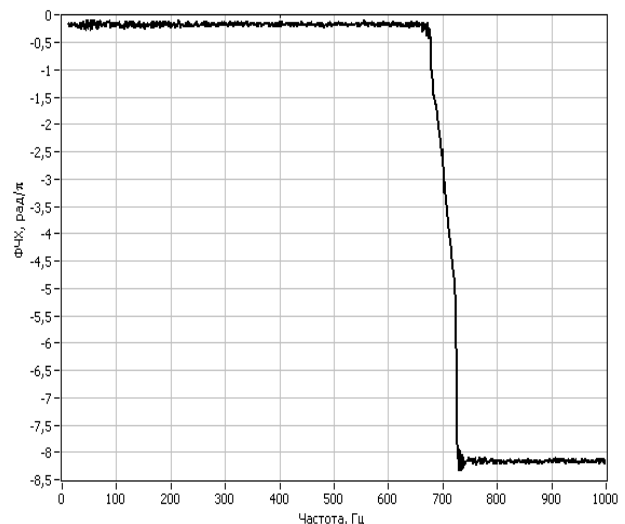


Рис. 3.13. Измерение ФЧХ фильтра на интервале Найквиста

Измерение частотных характеристик фильтра осуществляется на реальном сигнале. В полосе центральной частоты 700 Гц измерения производились ручным способом, методом вольтметра-генератора, где в качестве интегрирующего вольтметра использовался аналоговый вольтметр В7-27/А с цифровой индикацией. На всём интервале Найквиста измерение

осуществлялось с помощью автоматизированной панорамной измерительной системы, разработанной в среде виртуальных приборов LabVIEW.

Как видно из рисунков все требования по функциональным показателям и характеристикам узкополосного гауссова фильтра были реализованы с высокой точностью, а среднеквадратичная ошибка (СКО) реализации гауссовой формы АЧХ была минимальной ($СКО=0,018$). Максимальные коэффициенты усиления отдельных звеньев не выходят за границы интервала масштабирования (3.18). Состояние панели синтеза программы в точке целочисленного оптимума (таблица 3) показано на рис. 3.14.

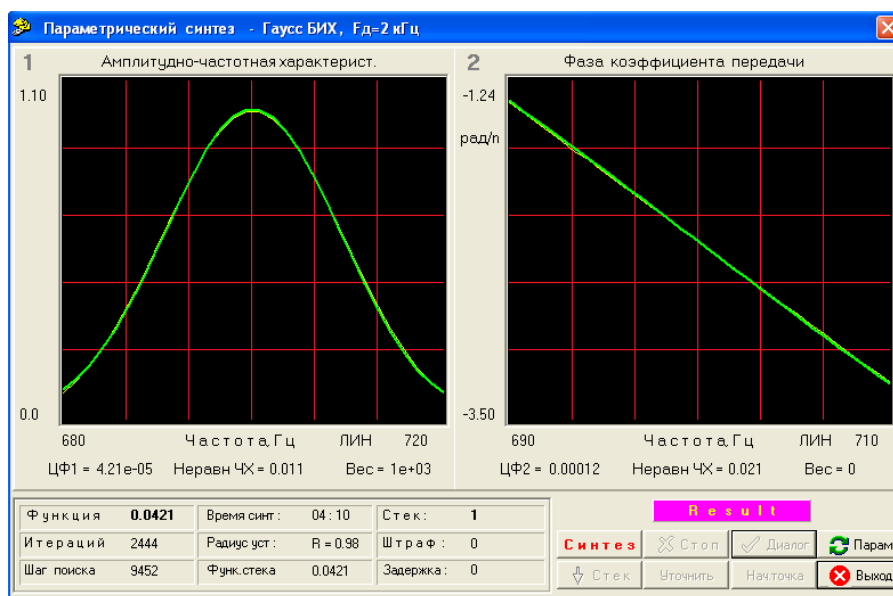


Рис. 3.14. Панель синтеза гауссова фильтра в точке целочисленного оптимума

В итоге, как показало практическое решение задачи синтеза [37, 38], целочисленные проектные решения фильтров с низкой добротностью реализуются относительно легко и при малом порядке N гауссова ЦНП-фильтра. Дальнейшее увеличение добротности было возможно только при пропорциональном увеличении порядка гауссова фильтра (рис. 3.15), что обеспечивало минимально требуемый уровень СКО реализации гауссовой кривой.

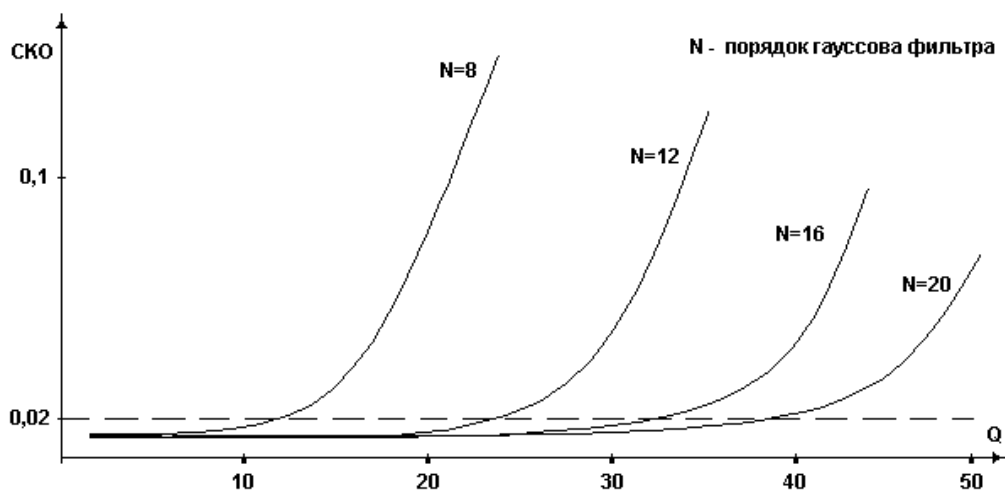


Рис. 3.15. Зависимость СКО от добротности гауссова фильтра

Из приведённых на рис. 3.15 графиков видно, что максимальные добротности рекурсивных гауссовых фильтров ограничивались значением $Q_{\max} = 40 - 45$. На рис. 3.16 приведены АЧХ однополосных гауссовых фильтров с различной добротностью Q и порядком N , синтезированных методом ЦНП.

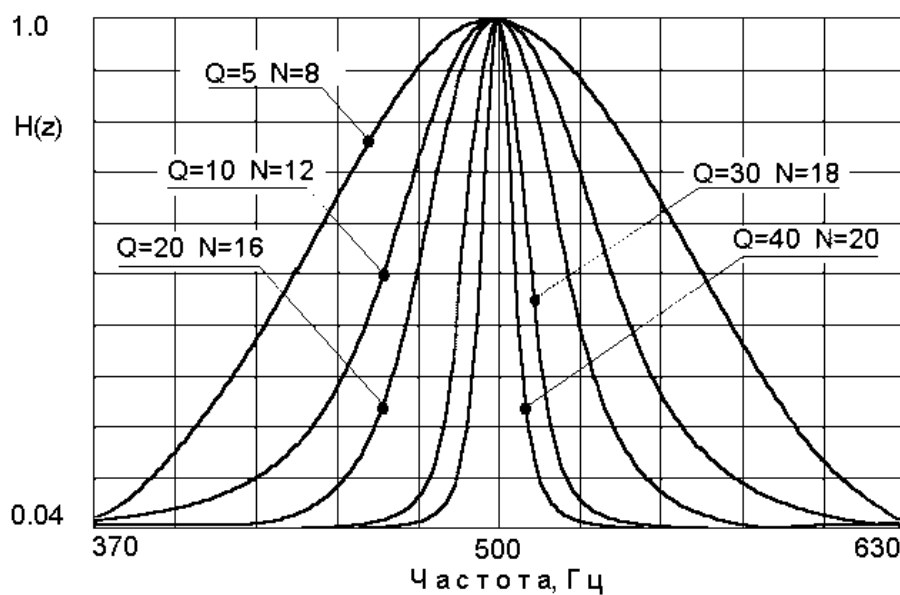


Рис. 3.16. АЧХ гауссовых фильтров с различной добротностью

Двухполосный гауссов фильтр с кратными центральными частотами

Методология ЦНП позволяет эффективно решать и задачи синтеза многополосных гауссовых ЦЦФ с заданным соотношением резонансных

частот. Ниже, в качестве примера, рассмотрена задача синтеза двухполосного гауссова ЦЦФ с кратным соотношением центральных резонансных частот при фиксированной ширине полосы пропускания гауссовой АЧХ [37].

Общая постановка задачи ЦНП-синтеза такого фильтра практически ничем не отличалась от приведённой выше задачи синтеза однополосного гауссова ЦЦФ за исключением более высокого порядка синтезируемого фильтра и более сложного целевого функционала, который в данном случае формировался функциональным редактором в виде взвешенной суммы уже пяти частных целевых функций;

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_1(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_2(\mathbf{IX}) + \beta_3 f_3(\mathbf{IX}) + \beta_4 f_4(\mathbf{IX}) + \beta_5 f_5(\mathbf{IX}). \quad (3.18)$$

где

- частная целевая функция $f_1(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_1 = 0,2$ определяла внеполосное (вне гауссова лепестка) подавление побочных лепестков АЧХ по уровню 0.01 (-40дБ) на интервале цифровых частот ниже первого гауссова лепестка;
- частная целевая функция $f_2(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_2 = 1$ формировала зону первого гауссова лепестка фильтра с центральной частотой 400 Гц, рассчитанного по соотношению (3.12) для заданной полосы пропускания $2\Delta f = 30$ Гц, и определялась среднеквадратичной ошибкой (3.13) отклонения текущей АЧХ фильтра от идеальной гауссовой АЧХ в данном частотном диапазоне;
- частная целевая функция $f_3(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_3 = 0,2$ определяла внеполосное подавление побочных лепестков АЧХ по уровню 0.01 (-40дБ) на интервале между центральными частотами гауссовых АЧХ;
- частная целевая функция $f_4(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_4 = 1$ формировала зону второго гауссова лепестка фильтра с центральной частотой 800 Гц и такой же полосой пропускания $2\Delta f = 30$ Гц (рис. 3.8);

- частная целевая функция $f_5(\mathbf{IX})$ с весом $\beta_5=0,2$ определяла внеполосное подавление побочных лепестков по уровень y_0 на интервале цифровых частот выше второго гауссова лепестка вплоть до частоты Найквиста;

Указанные характеристики графически вводились в соответствующее окно функционального редактора пакета ЦНП и затем оцифровывались (пример на рис. 3.17). Время решения задачи синтеза по сценарию динамического программирования и целевому функционалу (3.18) не превышало 30 мин. при полном выполнении условий устойчивости работы двухполосного гауссова фильтра.

Оптимальные коэффициенты двухполосного фильтра Таблица 3.4.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена Kmax
	a₁	a₂	b₀	b₁	b₂	
1	1397	790	-550	-6	426	4,21
2	-705	916	1171	-1126	1167	2,97
3	138	30	-843	-43	606	1,46
4	-499	874	0	-443	-247	3.88
5	-577	842	147	-128	-624	4,52
6	1607	897	378	239	223	4.03
7	-483	871	698	-98	703	1.92
8	-155	26	-465	-648	-463	1.7
9	-575	731	-549	33	751	4.45
10	1452	836	-515	-562	-708	3.65
11	-178	367	-853	111	-853	1.3
12	1586	869	-597	-336	176	4.99
13	1443	847	-598	-452	50	3.67
14	1422	813	-593	-445	-8	2.78

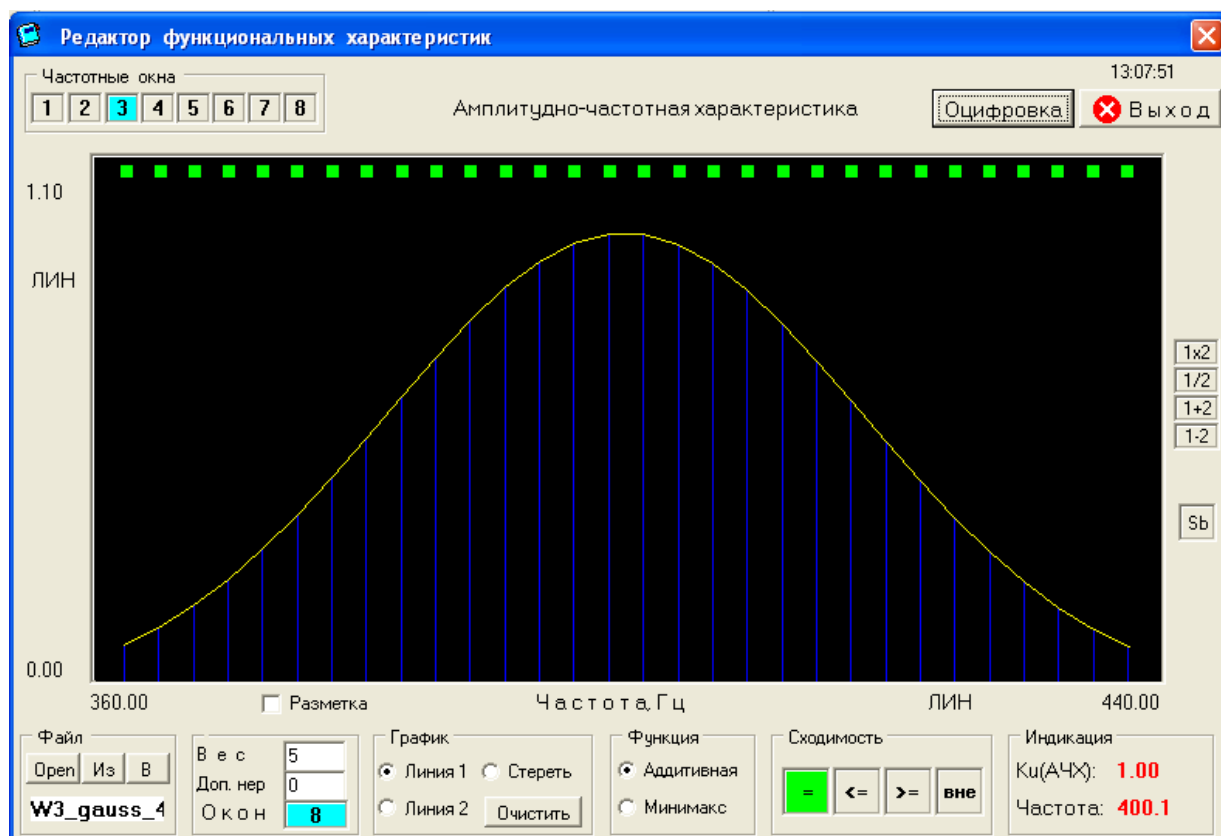


Рис. 3.17. Ввод требуемой гауссовой характеристики в полосе первого резонанса (400 Гц)

В табл. 3.4 приведены оптимальные значения целочисленных 12-битовых коэффициентов передаточной функции фильтра, а также максимальные значения коэффициентов усиления его отдельных звеньев (нормирующие коэффициенты всех звеньев были одинаковы $a_{0i} = 1024$). На рис. 3.18а – 3.18б приведены графики АЧХ фильтра по синтезу, а на рис. 3.18в- 3.18г – экспериментальной измерение его резонансных кривых на реальном сигнале.

В табл. 3.5 приведены функциональные показатели синтезированного двухполосного гауссова ЦЦФ по результатам компьютерного синтеза и экспериментальных измерений.

Как видно из рисунков и табл. 3.5, все требования по функциональным показателям и характеристикам двухполосного гауссова фильтра с кратными частотами резонанса были выполнены с высокой точностью и ошибка реализации гауссовой формы АЧХ была минимальной ($СКО=0,008$).

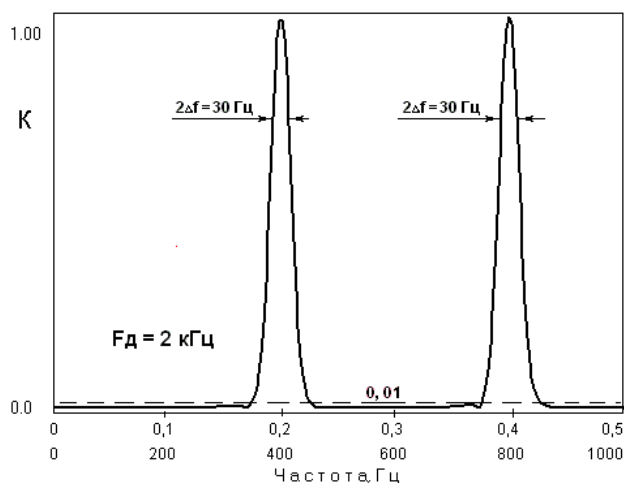


Рис. 3.18а. АЧХ фильтра на интервале Найквиста

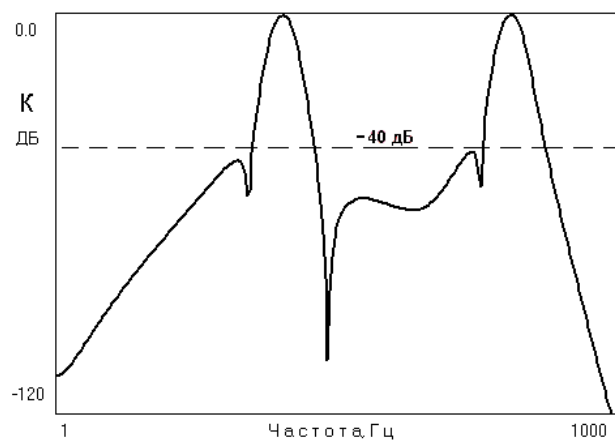


Рис. 3.18б. АЧХ фильтра (дБ)

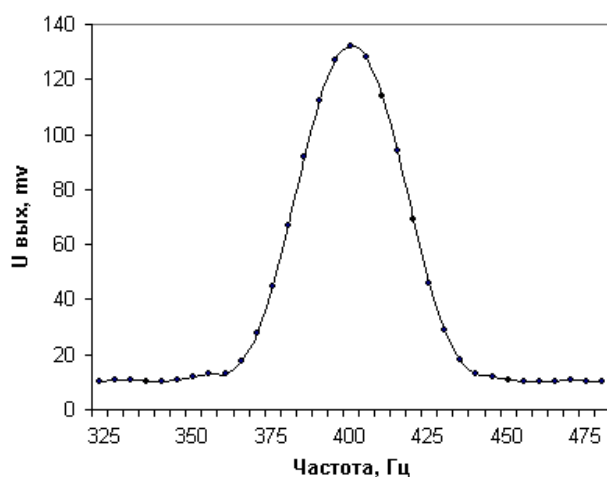


Рис. 3.18в. Измерение АЧХ фильтра в полосе первого резонанса (400 Гц)

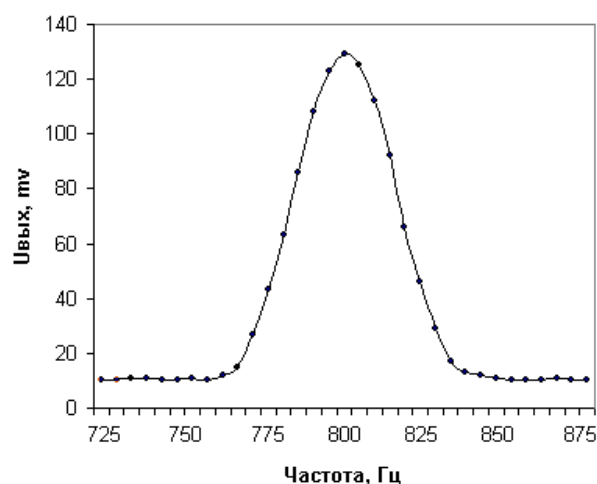


Рис. 3.18г. Измерение АЧХ фильтра в полосе второго резонанса (800 Гц)

Функциональные показатели фильтра

Таблица 3.5.

Функциональные показатели фильтра	Синтез на ЭВМ	Измерение
1. Частота первого резонанса, Гц	400	400
2. Частота второго резонанса, Гц	800	800
3. Полоса пропускания, Гц	30	32
4. СКО выполнения гауссовой кривой	≤ 0.01	0.008
5. Уровень подавления боковых лепестков АЧХ не менее, дБ	-40	-42
6. Коэффициент передачи	1.0	0.99

7. Разрядность предст. данных, бит	12	12
8. Фазовые искажения в полосе, град	≤ 2	≤ 2
9. Порядок ЦНП-фильтра	28	28

На рис. 3.19 приведена диаграмма распределения усиления по звеньям двухполосного фильтра. Как видно, масштабирование сигнала в синтезированном фильтре выполнено с высокой точностью.

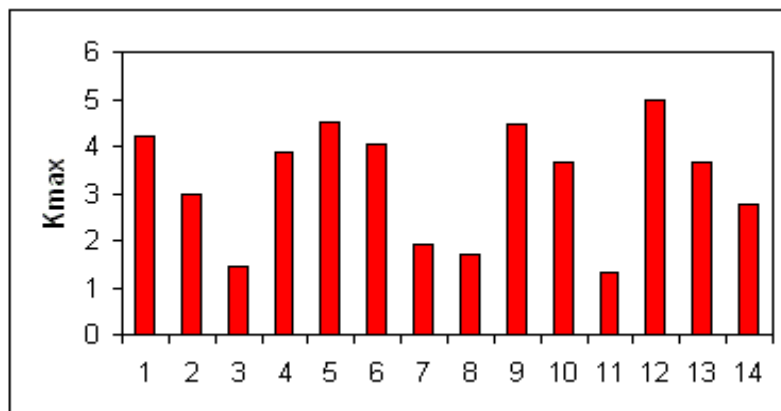


Рис. 3.19. Распределение усиления по звеньям фильтра

Следует также заметить, что в интервале Найквиста ЦНП-синтезом можно поставить и большее число гауссовых кривых (резонансов). На рис. 3.20, в качестве примера, показано исследование в модуле анализа программы АЧХ гребенчатого трёхполосного гауссова БИХ-фильтра 22-го порядка с разрядностью представления данных 14 бит и подавлением боковых лепестков на уровне не хуже 40 дБ (рис. 3.21).

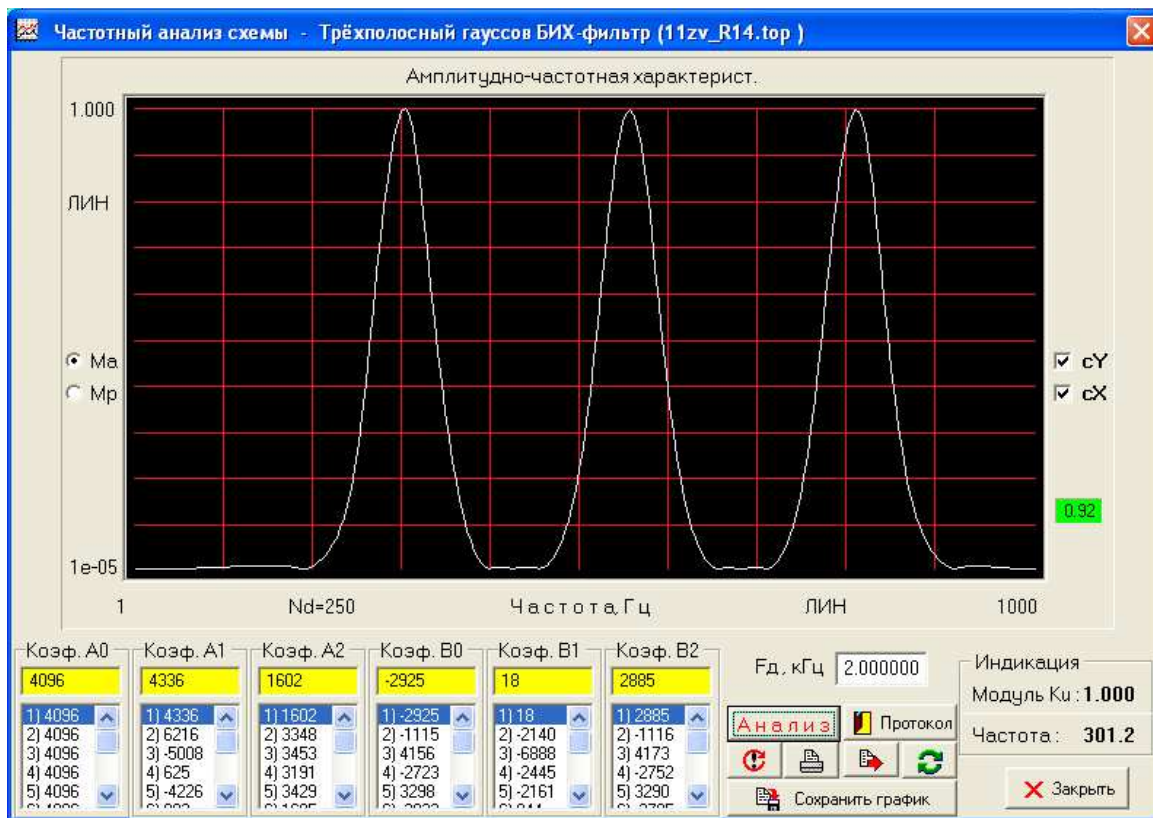


Рис. 3.20. Исследование АЧХ трёхполосного гауссова фильтра

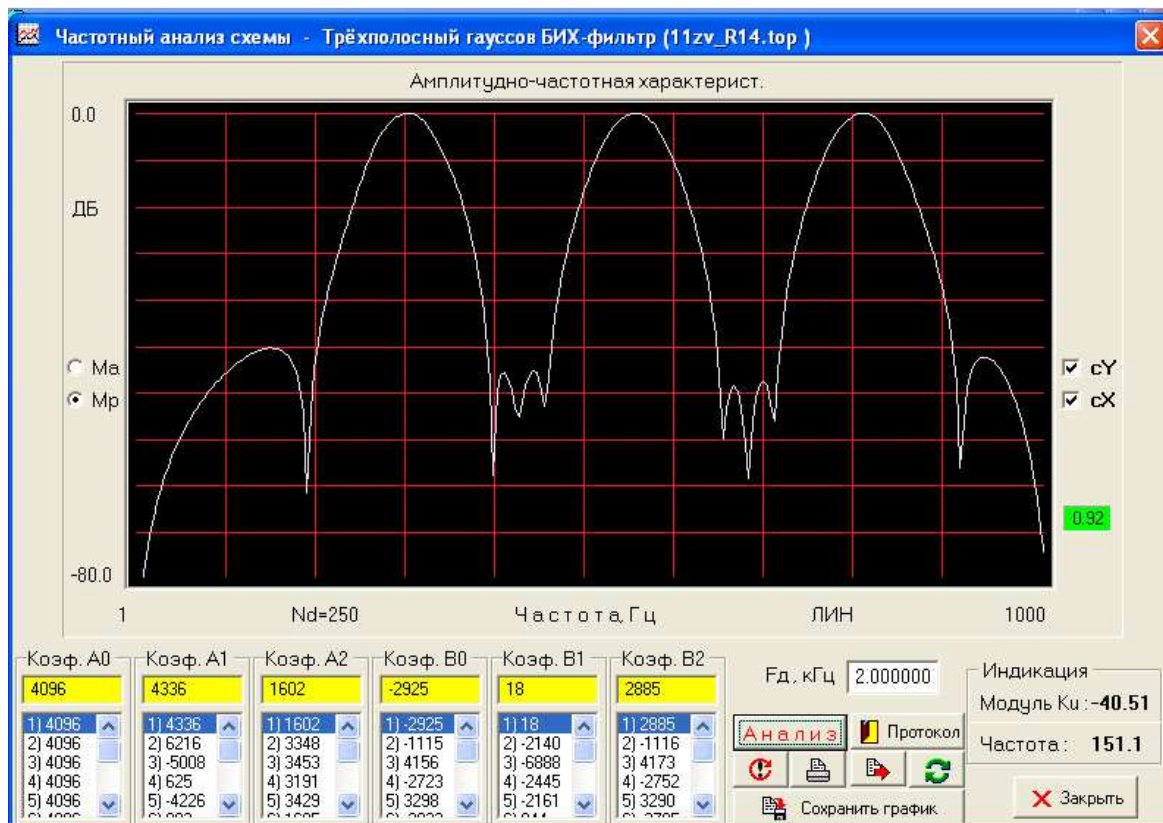


Рис. 3.21. АЧХ трёхполосного гауссова фильтра (дБ)

Рекурсивный фильтр тракта УПЧИ телеприёмника

Другим характерным тестовым примером селективных фильтров специальной формы частотной характеристики является цифровой фильтр тракта усиления промежуточной частоты изображения (УПЧИ) телеприёмника. АЧХ такого фильтра, как известно, имеет сложную форму (рис. 3.22а) с горизонтальной площадкой по уровню 0,1 под несущую частоту звукового сопровождения и линейным высокочастотным склоном в области несущей частоты изображения [37, 42].

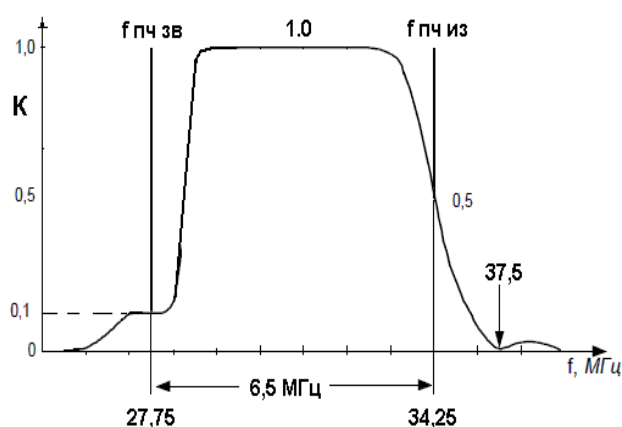


Рис. 3.22а. Требуемая характеристика
фильтра

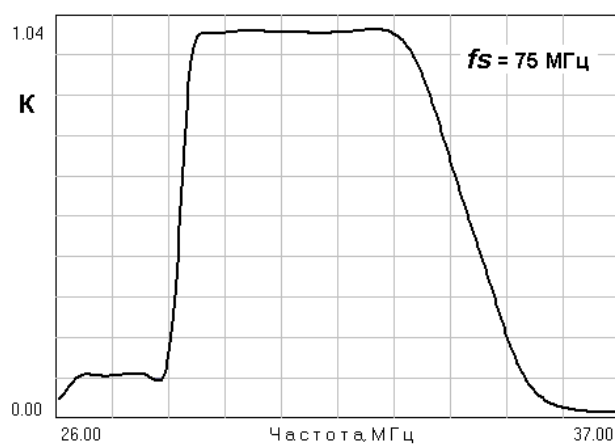


Рис. 3.22б. АЧХ фильтра УПЧИ по
синтезу

При синтезе целочисленного рекурсивного фильтра тракта УПЧИ в пакете ЦНП применялась естественная фрагментация данной АЧХ в четыре частотные окна функционального редактора. Это необходимо для качественной оцифровки и реализации требуемой формы характеристики в области несущей звука, полосы пропускания, линейного высокочастотного склона и обеспечения требуемого уровня подавления в области частоты Найквиста. Таким образом, целевой функционал в данном случае имел следующий вид;

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_1(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_2(\mathbf{IX}) + \beta_3 f_3(\mathbf{IX}) + \beta_4 f_4(\mathbf{IX}) . \quad (3.19)$$

Весовые коэффициенты оконных целевых функций определялись практически в ходе поэтапного решения следующей экстремальной задача целочисленного программирования [37]:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min_{\mathbf{IX} \in I^{60}} F(\mathbf{IX}) \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} -2047 \leq a_{di} \leq 2047 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,12} \\ -2047 \leq b_{di} \leq 2047 \quad d=\overline{0,2} \quad i=\overline{1,12} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$a_{0i} = 1024 \quad i = \overline{1,12},$$

$$|Z_{pj}| < 0,98 \quad , \quad (3.22)$$

$$0.8 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 6.0 \quad i = \overline{1,12} . \quad (3.23)$$

Таким образом, синтезировался рекурсивный ЦЦФ в форме каскадного соединения двенадцати звеньев второго порядка с разрядностью представления данных $W_k = 12$ бит при частоте дискретизации 75 МГц. Минимизация целевого функционала (3.19) осуществлялась на 60-мерном целочисленном пространстве параметров в допустимой области (3.21) при фиксированных нормирующих коэффициентах и выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (3.22) и масштабировании (3.23) максимальных значений коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал.

Вектор \mathbf{IX}^o , минимизирующий скалярную целевую функцию (3.20), является эффективным решением задачи синтеза рекурсивного фильтра тракта УПЧИ. График АЧХ синтезированного фильтра приведён на рис. 3.22б, а в табл. 6 представлены оптимальные значения целочисленных 12-битовых коэффициентов передаточной функции фильтра, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев (нормирующие коэффициенты всех звеньев были одинаковы $a_{0i} = 1024$).

Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 30 минут, причём значение целевого функционала (3.19) в начальной точке составляло 7930, а значение в точке оптимума было равно 0,017 при полном выполнении условий устойчивости работы фильтра.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	1374	822	-255	136	414	3,31
2	1734	844	234	325	228	1,68
3	1460	980	306	206	182	5,71
4	891	285	485	139	16	0,87
5	1876	914	-203	-92	97	2,75
6	1019	401	-588	-277	316	1.46
7	1193	974	286	216	196	2.54
8	833	329	-683	-155	336	1.47
9	1103	466	483	-227	258	2.64
10	960	330	68	-37	261	0.93
11	1187	458	704	181	-75	1.79
12	1155	503	642	227	-226	1.69

Практическая реализация осуществлялась на ПЛИС Spartan 3AN FPGA фирмы Xilinx. Программирование осуществлялось на языке VHDL под заданную структуру фильтра и найденные целочисленные коэффициенты её звеньев (табл. 3.6). Ручное измерение частотной характеристики фильтра осуществляется на реальном сигнале методом вольтметра – генератора. Экспериментальный график АЧХ фильтра для частоты дискретизации 100 кГц. представлен на рис. 3.23. Как видно из приведённых теоретических и экспериментальных графиков, требования к форме АЧХ рекурсивного целочисленного фильтра тракта УПЧИ телеприёмника были выполнены с высокой точностью.

Требуемый уровень масштабирования усиления подтверждают приведённые в табл. 3.6 максимальные значения коэффициентов усиления каскадов. Все коэффициенты усиления звеньев находятся в поле заданного интервала.

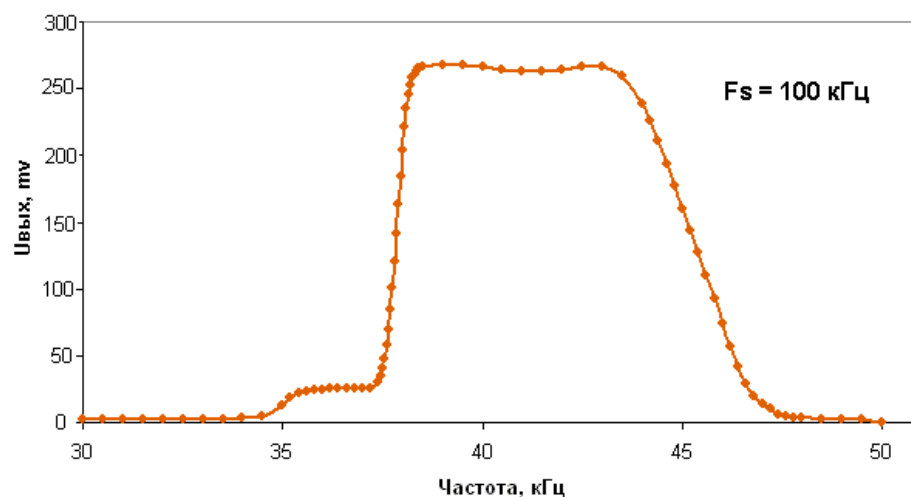


Рис. 3.23. Экспериментальное измерение АЧХ фильтра

Состояние панели синтеза программы в точка целочисленного оптимума приведено на рис. 3.24.

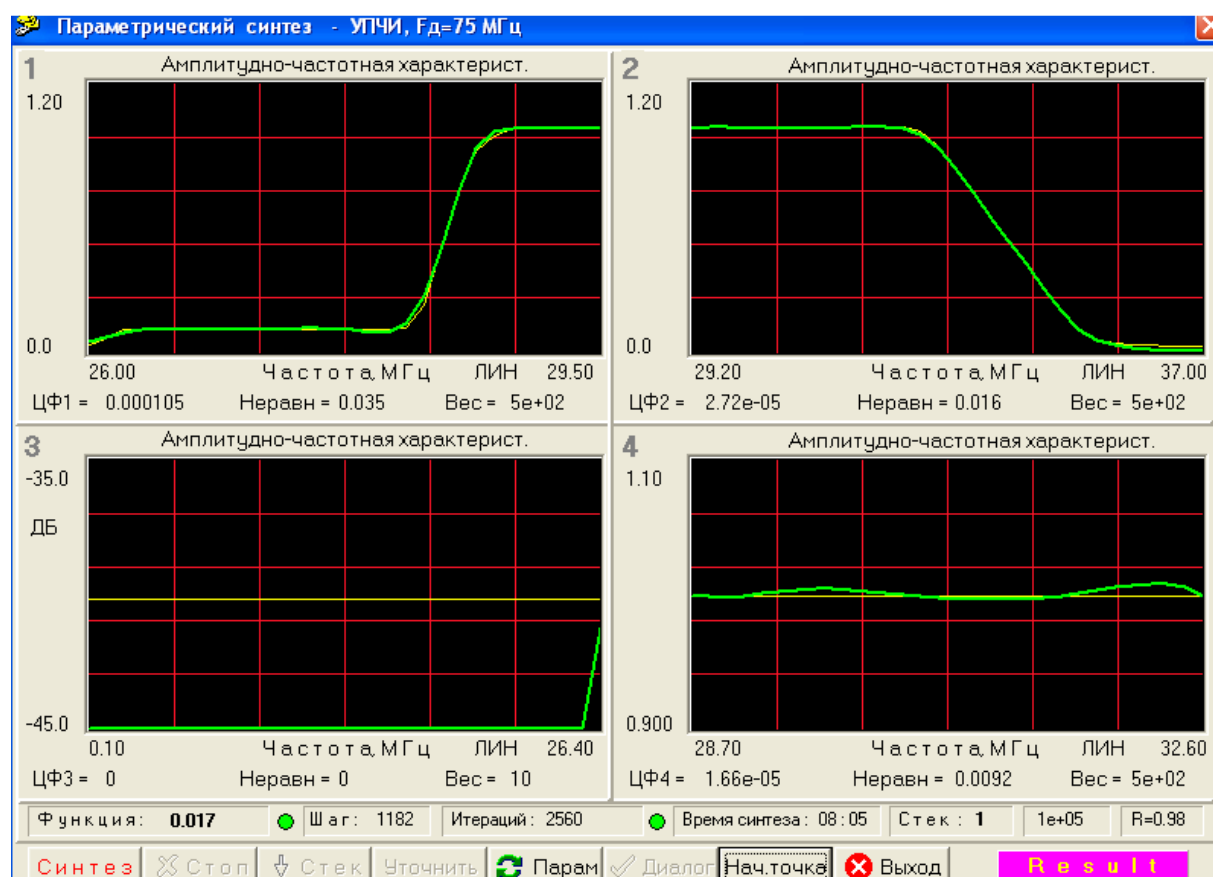


Рис. 3.24. Панель синтеза фильтра в точке целочисленного оптимума

3.3. Синтез корректирующего фильтра гидроакустического тракта

В условиях сложной помеховой обстановки гидроакустические приемные устройства должны обладать высокими избирательными свойствами. При синтезе данных устройств с цифровой обработкой сигналов задача избирательности аналогового приемного тракта может быть решена цифровым фильтром (рис. 3.25).

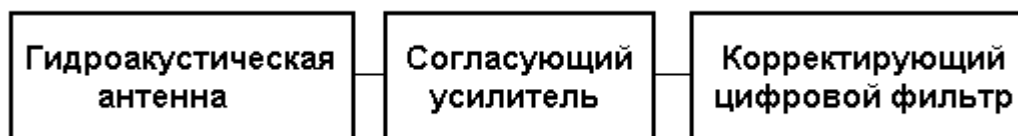


Рис. 3.25. Структура приёмного гидроакустического тракта

Кроме хороших избирательных свойств в частотной области, такой цифровой фильтр должен иметь линейную фазо-частотную характеристику (ФЧХ) для минимизации искажений при приеме шумоподобных сигналов, а также осуществлять коррекцию нелинейности АЧХ предшествующего аналогового тракта (гидроакустической антенны и согласующего устройства – рис. 3.26).

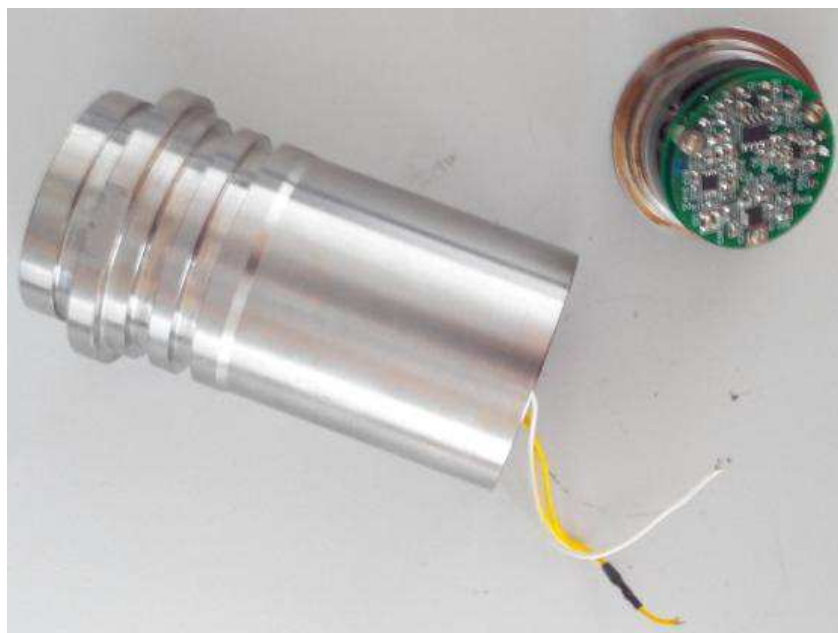


Рис. 3.26 Внешний вид гидроакустической антенны

так как при хорошей фазовой линейности аналоговый тракт приёмной гидроакустической станции имеет сильную неравномерность модуля

коэффициента передачи $K_{ат}$ (рис. 3.27), что приводит к серьёзным искажениям принимаемого гидроакустического сигнала в заданной полосе частот.

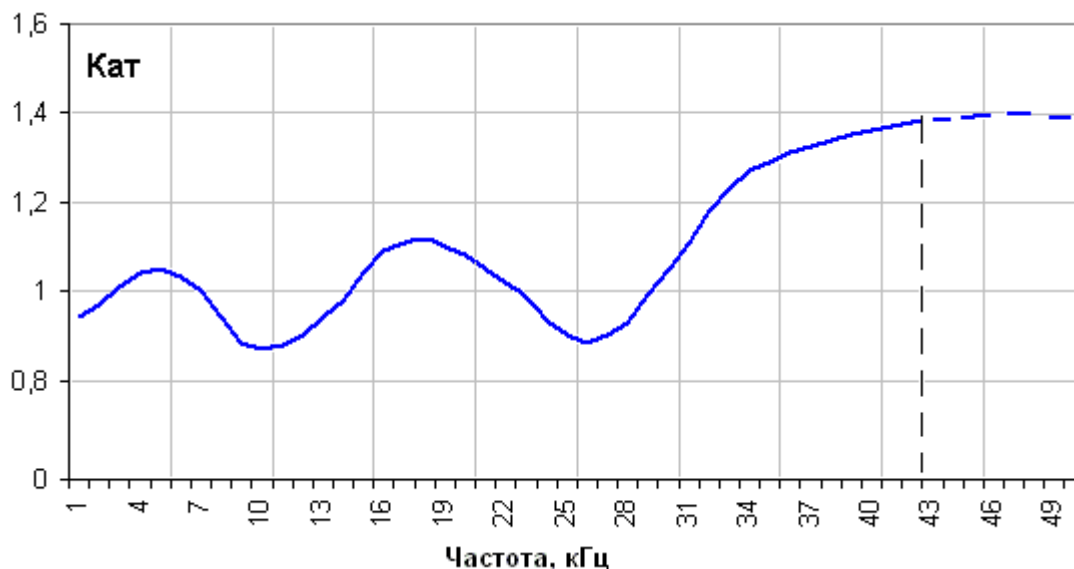


Рис. 3.27. АЧХ аналогового гидроакустического тракта

Коррекция амплитудных искажений аналогового тракта корректирующим цифровым фильтром значительно облегчает и удешевляет расчет и изготовление гидроакустических приёмных измерительных антенн, так как при расчете антенны можно снизить жесткие требования к линейности её АЧХ в заданном частотном диапазоне, а при изготовлении самой гидроакустической антенны достаточно добиться, с заданной точностью, повторяемости параметров образцов.

Синтез 8-битового рекурсивного корректирующего ЦЦФ

Рассмотрим пример решения этой задачи целочисленным рекурсивным корректирующим ФНЧ, осуществляющим фильтрацию (селекцию) гидроакустического сигнала в полосе пропускания 0 – 43 кГц и устраняющим амплитудные искажения аналогового тракта (график на рис. 3.27) в этой полосе так, чтобы общий коэффициент передачи скорректированного тракта $K_{ТЗ}$ в полосе пропускания 0 – 43 кГц имел усиление 2 с неравномерностью не более 5 %, а в полосе заграждения (50 – 60 кГц) обеспечивал подавление сигнала на уровне не хуже 0,1 (график требуемой АЧХ скорректированного тракта приведён на рис. 3.28)

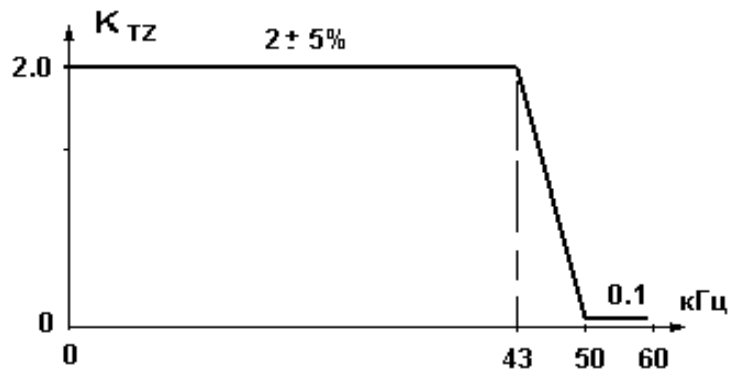


Рис. 3.28. Требуемая АЧХ скорректированного гидроакустического тракта

Так как коэффициенты передачи аналогового тракта $K_{ат}$, корректирующего цифрового фильтра $K_{кцф}$ связаны с требуемым коэффициентом передачи скорректированного гидроакустического тракта K_{TZ} соотношением $K_{ат} * K_{кцф} = K_{TZ}$, то частотный коэффициент передачи корректирующего цифрового фильтра может быть получен делением графиков частотных зависимостей K_{TZ} (рис. 3.28) на $K_{ат}$ (рис. 3.27), что, в итоге, приводит к весьма сложной форме АЧХ корректирующего цифрового фильтра (рис. 3.29). На этом же рисунке приведены требования и к неравномерности групповому времени запаздывания корректирующего фильтра на уровне не более 5% от среднего его значения в полосе пропускания фильтра, что обеспечивает высокую линейность ФЧХ корректирующего фильтра в полосе пропускания. Эти требуемые частотные характеристики фильтра графически вводились в соответствующее окно функционального редактора пакета синтеза и оцифровывались с необходимой точностью.

Таким образом, исходные данные к синтезу корректирующего цифрового фильтра выглядят так [21]:

1. Полоса пропускания 0 – 43 кГц
2. Переходная полоса 43 – 50 кГц
3. Полоса подавления 50 - 60 кГц
4. Требуемая АЧХ приведена на рис. 3.29
5. Неравномерность ГВЗ в полосе не более 5%
6. Разрядность (длина слова коэффициентов) - 8 бит

7. Масштабирование коэффициентов передачи звеньев в интервал $\{ 1 - 2 \}$

8. Частота дискретизации сигнала 120 кГц.

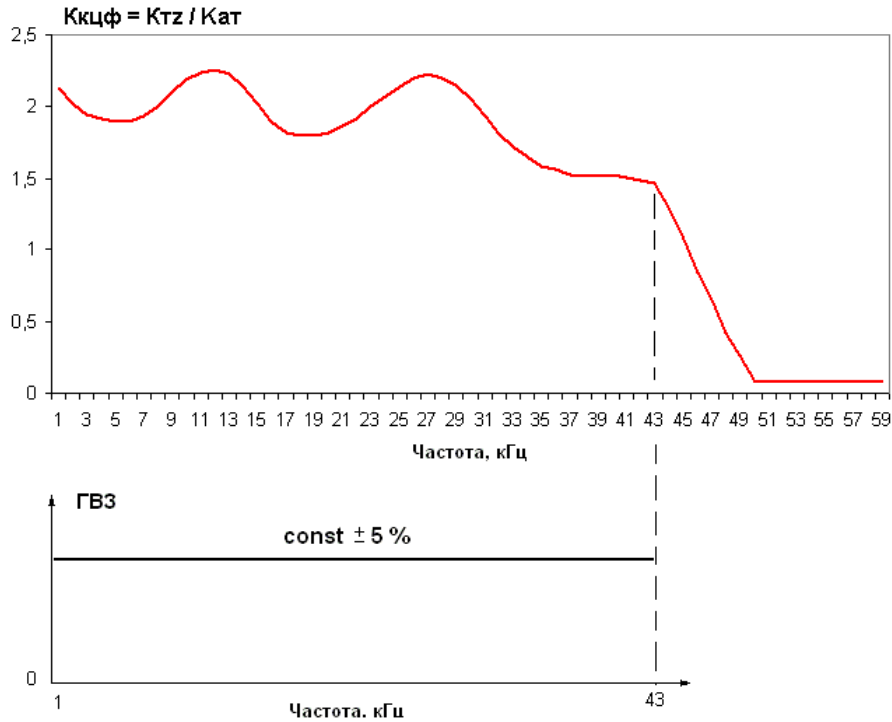


Рис. 3.29. Требуемая АЧХ и ГВЗ корректирующего фильтра

Задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза рекурсивного 8-битового корректирующего фильтра в форме каскадного соединения восьми звеньев второго порядка записывалась так:

$$F^o(IX^o) = \min_{IX \in I^{40}} F(IX) \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} -127 \leq a_{di} \leq 127 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,8} \\ -127 \leq b_{di} \leq 127 \quad d=\overline{0,2} \quad i=\overline{1,8} \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$a_{0i} \in \{ 2^q \} \quad q = \overline{1,8}, \quad (3.26)$$

$$|Z_{pj}| < 0,98 \quad j=\overline{1,8}, \quad (3.27)$$

$$1.0 \leq K_i(e^{j\omega}) \leq 2.0 \quad i = \overline{1,8}. \quad (3.28)$$

Таким образом, итоговая минимизация целевого функционала осуществлялась на 40-мерном целочисленном пространстве восьмибитовых целочисленных коэффициентов в допустимой области (3.25) при выполнении функциональных

ограничений устойчивости фильтра (3.27) и масштабировании (3.28) усиления звеньев в заданный интервал.

При поисковом синтезе корректирующего фильтра с линейной фазой или, что то же самое, с постоянным временем группового запаздывания (ГВЗ) в полосе пропускания фильтра, целевая функция формировалась в виде аддитивной свёртки двух частных целевых функций $f_{АЧХ}(\mathbf{IX})$ и $f_{ГВЗ}(\mathbf{IX})$, обеспечивающих соответственно выполнение требований как к амплитудной селекции фильтра (рис. 3.29), так и к постоянству его ГВЗ

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_{АЧХ}(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_{ГВЗ}(\mathbf{IX}), \quad (3.29)$$

где частная целевая функция $f_{ГВЗ}(\mathbf{IX})$ определяется максимальным отклонением ГВЗ фильтра от требуемого значения τ^T в полосе пропускания фильтра

$$f_{ГВЗ}(\mathbf{IX}) = \Delta\tau_{MAX} = \max |\tau(\mathbf{IX}) - \tau^T|, \quad (3.30)$$

а целевая функция $f_{АЧХ}(\mathbf{IX})$ задавалась средне-квадратичной ошибкой выполнения требований к АЧХ корректирующего фильтра

$$f_{АЧХ}(\mathbf{IX}) = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T]^2}. \quad (3.31)$$

Значимость требований к АЧХ фильтра и его ГВЗ была одинаковой ($\beta_1 = \beta_2$).

Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 20 минут, причём значение целевого функционала (3.29) в начальной точке составляло 3930, а значение в точке оптимума было равно 0,0367 при полном выполнении условий устойчивости корректирующего фильтра.

В табл.3.7 приведены оптимальные значения целочисленных 8-битовых коэффициентов передаточной функции фильтра, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев (нормирующие коэффициенты всех звеньев были одинаковы $a_{0i} = 64$). На рис. 3.30 – 3.35 представлены графики функциональных характеристик корректирующего фильтра в точке оптимума для частоты дискретизации 120 кГц.

Оптимальные коэффициенты корректирующего фильтра Таблица 3.7

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	74	46	31	63	38	1,37
2	-78	35	-20	35	-45	1,54
3	-8	32	38	18	80	1,81
4	21	19	4	11	-71	1,83
5	-44	21	26	-60	6	1,27
6	-23	-20	8	4	-51	1,83
7	17	13	-6	-20	-100	1,85
8	1	0	24	-34	-85	1,81

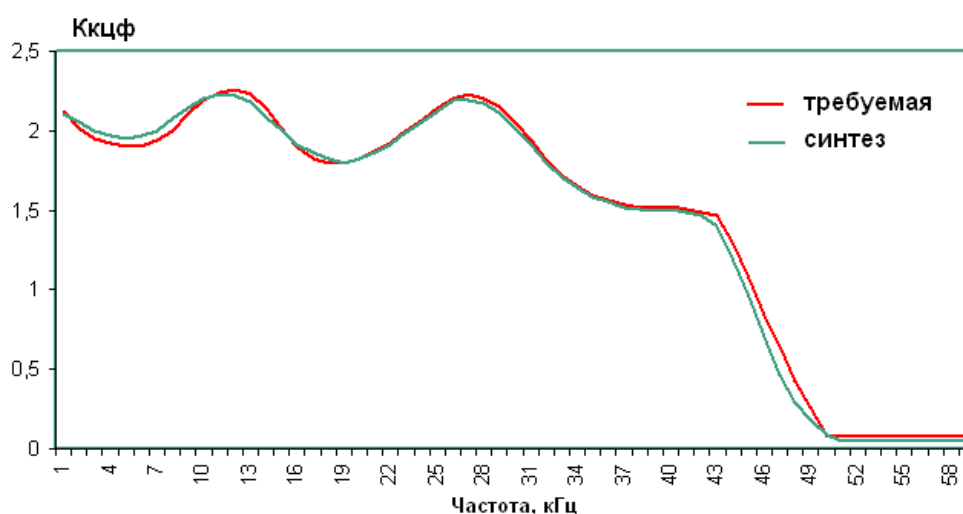


Рис. 3.30. Требуемая и синтезированная АЧХ
корректирующего фильтра

Как видно, АЧХ синтезированного фильтра с высокой точностью соответствует требуемой для коррекции АЧХ. На рис. 3.31 приведена полная АЧХ скорректированного тракта $K_{\text{тр}}$ в сравнении с исходным нескорректированным, а на рис. 3.32 представлена ошибка коррекции $\Delta K = K_{\text{тр}} - K_{\text{тз}}$. Как видно, в полосе пропускания тракта 0 – 43 кГц ошибка коррекции АЧХ не превышает

0.08, то есть находится в поле 5%-го допуска. Неравномерность ГВЗ (рис. 3.34, 3.35) в полосе составляет 0.0058 мс при среднем её значении $\tau_{\text{ср}} = 0.12$ мс, то есть также находится в пределах установленного допуска.



Рис. 3.31. Полная АЧХ скорректированного гидроакустического тракта

Достигнутая равномерность ГВЗ определяет высокую линейность ФЧХ (рис. 3.33). Фазовые искажения $\Delta\varphi(\omega)$ в полосе пропускания корректирующего фильтра не превышают двух градусов.

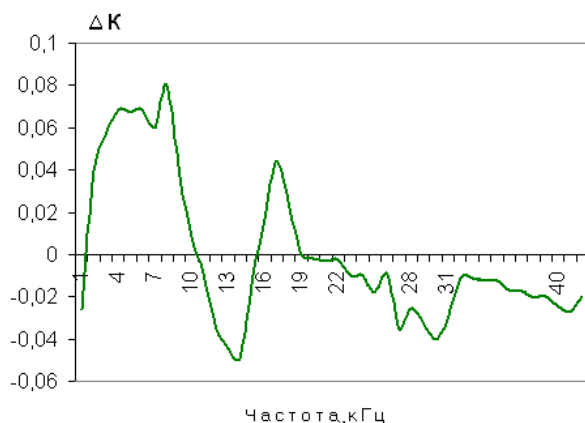


Рис. 3.32. Ошибка коррекции АЧХ в полосе



Рис. 3.33. ФЧХ в полосе пропускания

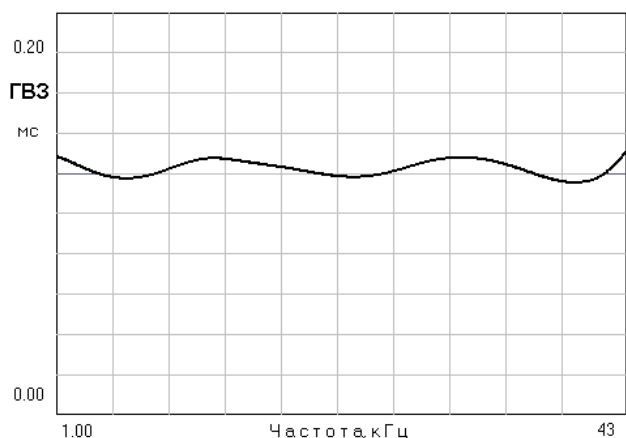


Рис. 3.34 ГВЗ фильтра в полосе

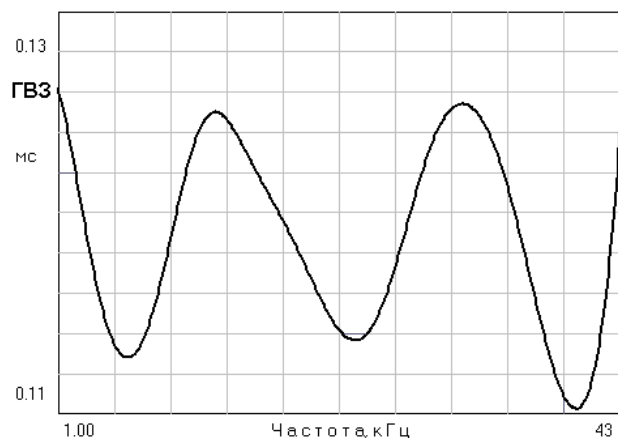


Рис. 3.35. Неравномерность ГВЗ в
полосе пропускания

Высокий уровень достигнутого в ходе синтеза масштабирования усиления подтверждают приведённые в таблице максимальные значения коэффициентов усиления каскадов (звеньев) синтезированного корректирующего фильтра. Все коэффициенты усиления находятся в поле заданного интервала $\{1 - 2\}$.

Таким образом, все требования по функциональным показателям и характеристикам 8-битового корректирующего фильтра гидроакустического тракта в процессе его ЦНП-синтеза были выполнены с высокой точностью. Практическая реализация подтвердила синтезированные характеристики корректирующего фильтра.

Синтез 8-битового нерекурсивного корректирующего ЦЦФ

Общая постановка задачи целочисленного нелинейного программирования при машинном синтезе КИХ-фильтра с заданной разрядностью представления данных определяется соотношениями (2.15 – 2.18). Рассмотрим пример решения поставленной выше задачи целочисленным нерекурсивным корректирующим ФНЧ. Исходные данные к синтезу корректирующего КИХ-фильтра остались практически прежними:

1. Полоса пропускания 0 – 43 кГц
2. Переходная полоса 43 – 52 кГц с допуском в 2%
3. Полоса непропускания 52 - 60 кГц

4. Требуемая АЧХ фильтра приведена на рис. 3.29
5. Неравномерность ГВЗ в полосе пропускания не более +/- 5%
6. Разрядность (длина слова целочисленных коэффициентов) - 8 бит
7. Масштабирование коэффициентов передачи в интервал { 0,8 – 2 }
8. Частота дискретизации 120 кГц.

Задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза 8-битового корректирующего КИХ-фильтра в форме каскадного соединения 28 звеньев второго порядка (общий порядок фильтра N=56 определялся в процессе поэтапного поискового синтеза фильтра) записывалась так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{84} \quad (3.32)$$

$$-127 \leq b_{di} \leq 127 \quad d=\overline{0,2} \quad i=\overline{1,28}, \quad (3.33)$$

$$a_{0i} = 64 \quad i = \overline{1,28}, \quad (3.34)$$

$$0.8 \leq |K_i(e^{j\omega})| \leq 2.0 \quad i = \overline{1,28}. \quad (3.35)$$

Таким образом, минимизация целевого функционала осуществлялась на 84-мерном целочисленном пространстве восьмибитовых параметров в допустимой области (3.33) при фиксированных нормирующих коэффициентах (3.34) и выполнении условий (3.35) масштабировании усиления звеньев фильтра в заданный интервал.

При поисковом синтезе корректирующего КИХ фильтра с требованием фазовой линейности целевая функция формировалась также в виде взвешенной суммы (3.29) двух частных целевых функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ГВЗ}}(\mathbf{IX})$, обеспечивающих соответственно выполнение требований как к амплитудной селекции КИХ-фильтра, так и к постоянству его ГВЗ в полосе пропускания (3.30). Значимость требований к АЧХ фильтра и его ГВЗ была также одинаковой ($\beta_1 = \beta_2$).

Расчёт отклика корректирующего 8-битового КИХ-фильтра в реальном времени осуществлялся по следующей программе:

```
#define FIR8_NBIQ 28 // число звеньев
// коэффициенты звеньев в порядке B0i, B2i, B1i, log_2(A0i)
```

```

const short FIR8_COEFF[4*FIR8_NBIQ+1]={
    13,16,28,6,
    -25,-42,61,6,
    15,25,18,6,
    19,-88,-42,6,
    2,-82,-8,6,
    18,-78,-11,6,
    -21,-40,35,6,
    -25,0,-50,6,
    -1,30,31,6,
    9,35,-20,6,
    -25,-61,35,6,
    -8,-78,-9,6,
    -18,-28,-8,6,
    -25,-66,30,6,
    6,-112,-1,6,
    -13,-74,0,6,
    7,45,-14,6,
    1,-107,0,6,
    -8,-71,0,6,
    -7,101,5,6,
    20,-90,-24,6,
    -24,-95,0,6,
    19,-73,5,6,
    10,-94,-25,6,
    16,-99,-18,6,
    19,-99,-11,6,
    29,-88,-19,6,
    9,-98,-15,,6
};

```

```

int DBuffer[2*FIR8_NBIQ+1];    // линии задержки

int FIR_Filtr(int Data) {
    int32 temp;
    short *COEFF=(short*)FIR8_COEFF;
    short *D = (short*)DBuffer;
    short Xc, pvalue;
    int i;

    pvalue = (short)Data;
    for(i=0;i<FIR8_NBIQ;i++)
    {
        Xc = pvalue;
        temp=(long)(*COEFF++)*Xc+(long)(*COEFF++)*(*D++)+
            (long)(*COEFF++)*(*D--);
        *D++ = *D;
        pvalue = (short)(temp>>*COEFF++);
        *D++ = Xc;
    }
    return (int) pvalue;
}

```

Общее время решения задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 20 мин. при полном выполнении условий масштабирования коэффициентов передачи звеньев фильтра в заданный интервал.

Оптимальные целочисленные коэффициенты КИХ-фильтра Таблица 3.8

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра				Усиление звена K _{max}
	a₀	b₀	b₁	b₂	
1	64	13	28	16	0,9
2	64	-25	61	-42	1,7

3	64	15	18	25	0,91
4	64	19	-42	-88	1,88
5	64	2	-8	-82	1,38
6	64	18	-11	-78	1,52
7	64	-21	35	-40	1,24
8	64	-25	-50	0	1,17
9	64	-1	31	30	0,94
10	64	9	-20	35	0,85
11	64	-25	35	-61	1,55
12	64	-8	-9	-78	1,48
13	64	-18	-8	-28	0,84
14	64	-25	30	-66	1,54
15	64	6	-1	-112	1,84
16	64	-13	0	-74	1,30
17	64	7	14	45	0,9
18	64	1	0	-107	1,69
19	64	-8	0	-71	1,23
20	64	-7	5	101	1,69
21	64	20	-24	-90	1,79
22	64	-24	0	-95	1,86
23	64	19	5	-73	1,44
24	64	10	-25	-94	1,75
25	64	16	-18	-99	1,84
26	64	19	-11	-99	1,86
27	64	29	-19	-88	1,86
28	64	9	-15	-98	1,72

В табл. 3.8 приведены оптимальные значения целочисленных 8-битовых коэффициентов передаточной функции корректирующего КИХ-фильтра, а также достигнутые значения коэффициентов усиления отдельных его звеньев.

На рис. 3.36 – 3.40 представлены графики функциональных характеристик фильтра в точке оптимума для частоты дискретизации 120 кГц.

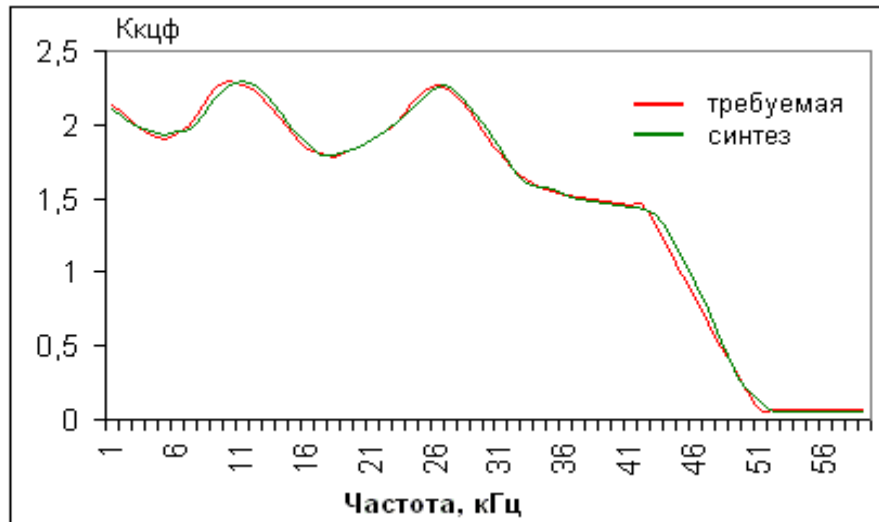


Рис. 3.36. Требуемая и синтезированная АЧХ корректирующего КИХ-фильтра

Как видно, АЧХ синтезированного КИХ-фильтра с высокой точностью соответствует требуемой для коррекции АЧХ. На рис. 3.37 приведена полная АЧХ скорректированного тракта $K_{тр}$ в сравнении с исходным нескорректированным, а на рис. 3.38 представлена ошибка коррекции $\Delta K = K_{тр} - K_{из}$.

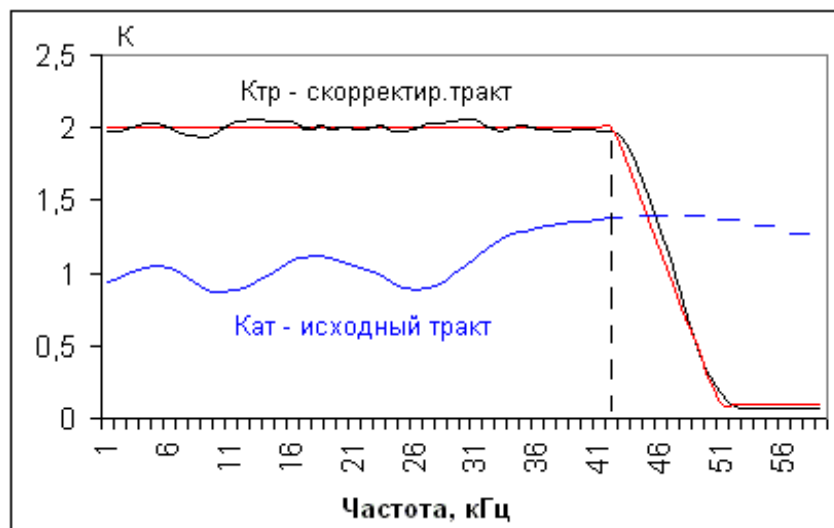


Рис. 3.37. Полная АЧХ скорректированного гидроакустического тракта

Как видно, в полосе пропускания тракта 0 – 43 кГц ошибка коррекции АЧХ не превышает 0.08, то есть находится в поле допустимого 5%-го допуска. Неравномерность ГВЗ (рис. 3.40) в полосе составляет 0.018 мс при среднем её значении $\tau_{cp} = 0.45$ мс, то есть также находится в пределах установленного допуска. Достигнутая равномерность ГВЗ определяет высокую линейность ФЧХ (рис. 10). Фазовые искажения $\Delta\phi(\omega)$ в полосе пропускания корректирующего фильтра не превышают двух градусов.

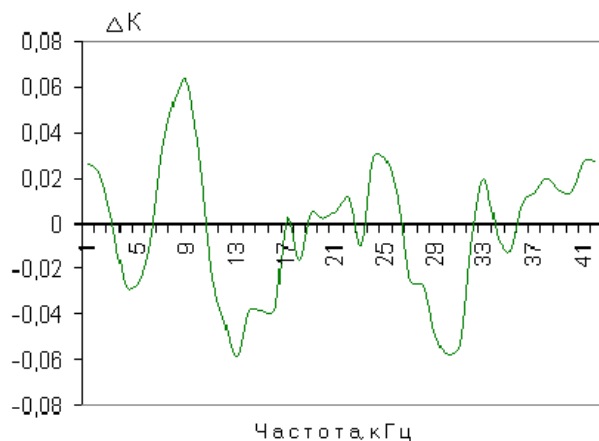


Рис. 3.38. Ошибка коррекции АЧХ в полосе



Рис. 3.39. ФЧХ в полосе пропускания

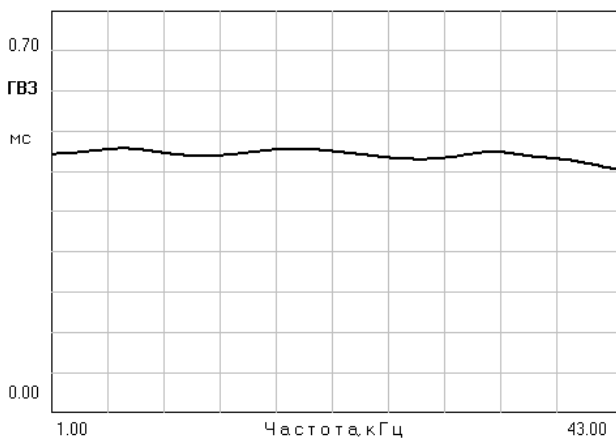


Рис. 3.40. ГВЗ фильтра в полосе

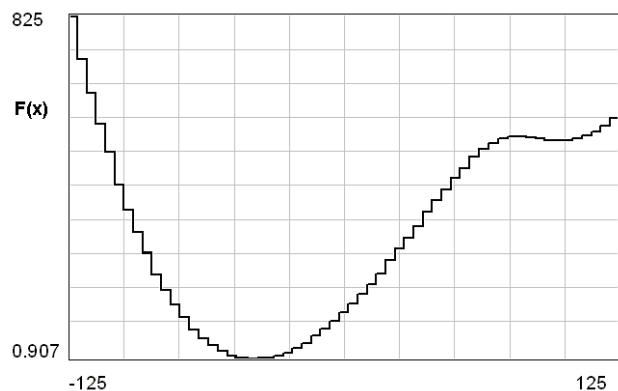


Рис. 3.41. Разрез ЦФ по парам. $b_1[4]$

Высокий уровень достигнутого в ходе синтеза масштабирования усиления подтверждают приведённые в таблице максимальные значения коэффициентов усиления каскадов (звеньев) синтезированного корректирующего фильтра. Исследование АЧХ корректирующего КИХ-фильтра в модуле анализа программы ЦНП 3.1 приведено на рис. 3.42

График разреза на рис. 3.41 по параметру b_1 четвертого звена показывает, что целевые функции в задачах многофункционального синтеза цифровых КИХ-фильтров имеют сложный, полимодальный характер. Целочисленная минимизация таких функций является весьма не простой задачей. Тем не менее, разработанный программно-алгоритмический комплекс успешно справился с этой задачей, показав высокую надёжность и эффективность.

Таким образом, все требования по функциональным показателям и характеристикам 8-битового корректирующего КИХ-фильтра гидроакустического тракта в процессе его поискового ЦНП-синтеза были выполнены с высокой точностью. Практическая реализация подтвердила синтезированные характеристики корректирующего фильтра.

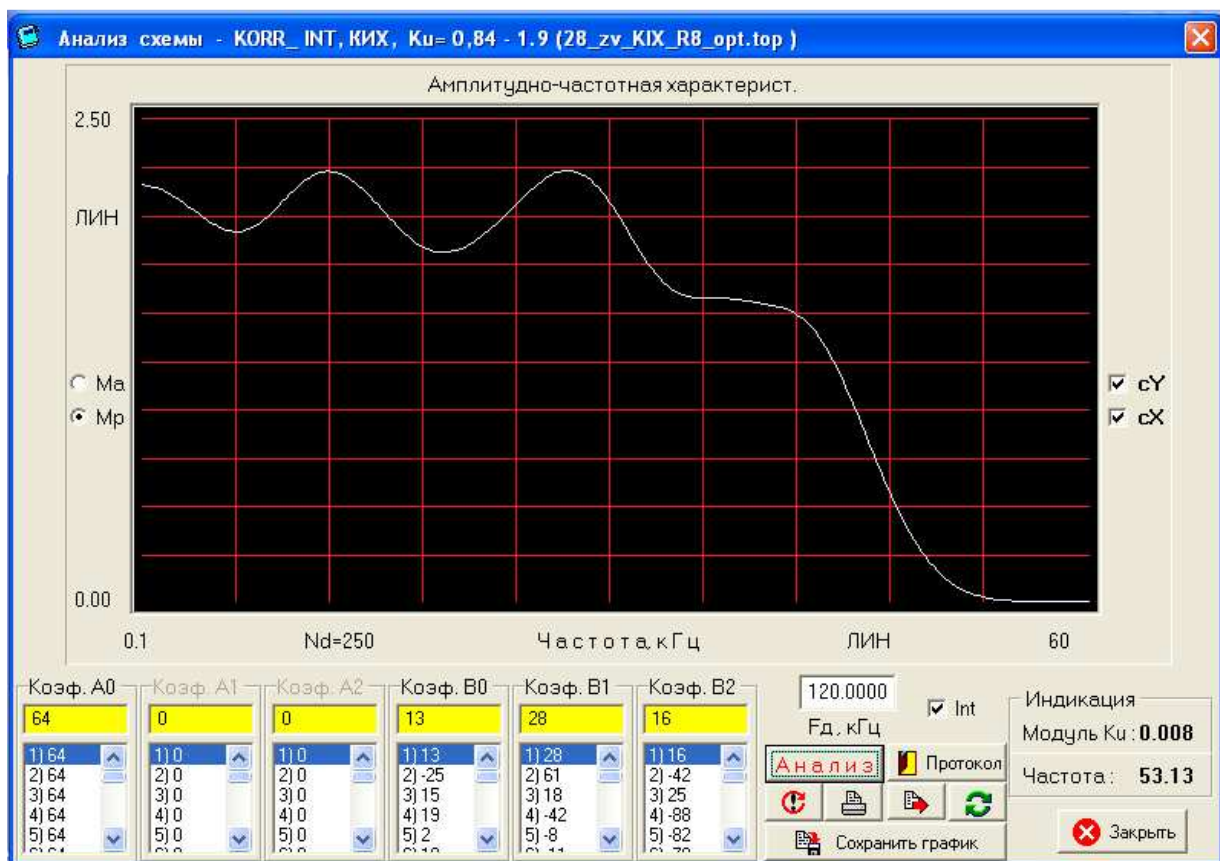


Рис. 3.42. Исследование АЧХ корректирующего КИХ-фильтра в модуле анализа программы

3.4. Синтез восстанавливающего цифрового фильтра тракта геофизических измерений

Геофизические исследования - группа методов, основанных на изучении естественных и искусственно создаваемых физических полей (электрических, акустических и др.), физических свойств геологических пород, пластовых флюидов, содержания и состава различных газов в буровом растворе. Применяются для изучения геологических разрезов скважин и массива геологических пород в околоскважинном и межскважинном пространствах, контроля технического состояния скважин и разработки нефтяных и газовых месторождений. Геофизические исследования, проводимые для изучения геологических разрезов скважин, называются каротажем, который осуществляется электрическими, электромагнитными, магнитными, акустическими, радиоактивными и другими методами [43]. При каротаже с помощью приборов, спускаемых в скважину на каротажном кабеле, измеряются геофизические характеристики, зависящие от одного или совокупности физических свойств геологических пород и их расположения в разрезе скважины. В скважинные приборы входят каротажные зонды (устройства, содержащие источники и приёмники наблюдаемого поля), сигналы которых по кабелю непрерывно или дискретно передаются на поверхность и регистрируются наземной аппаратурой в виде массивов цифровых данных. Цифровые фильтры различной структуры находят широкое применение при каротажных исследованиях в качестве эффективных инструментальных средств цифровой обработки сигналов с каротажных датчиков.

Многофункциональный синтез целочисленных цифровых фильтров тракта геофизических измерений с учётом требований их практической реализуемости возможен методами ЦНП.

Спектральный анализ каротажного сигнала

В радиоволновых методах геофизических измерений источник электромагнитных колебаний (частота 0,16-37 МГц) размещается в скважине (рис. 3.44). Регистрация осуществляется с помощью приёмников (антенн-

зондов) в этой же скважине (околоскважинные исследования) или в соседней (межскважинные исследования). В некоторых случаях поле наблюдается на поверхности Земли. При разведке акустическим просвечиванием возбуждение и наблюдение волн осуществляется так же, как в радиоволновом каротаже. В методе заряженного тела токовый электрод размещают в скважине против рудного тела; наблюдения производят в скважине или на поверхности. Методы околоскважинных и межскважинных исследований [43] позволяют обнаружить и оконтурить рудные тела и другие геологические образования, пересечённые скважиной или находящиеся в стороне от неё.

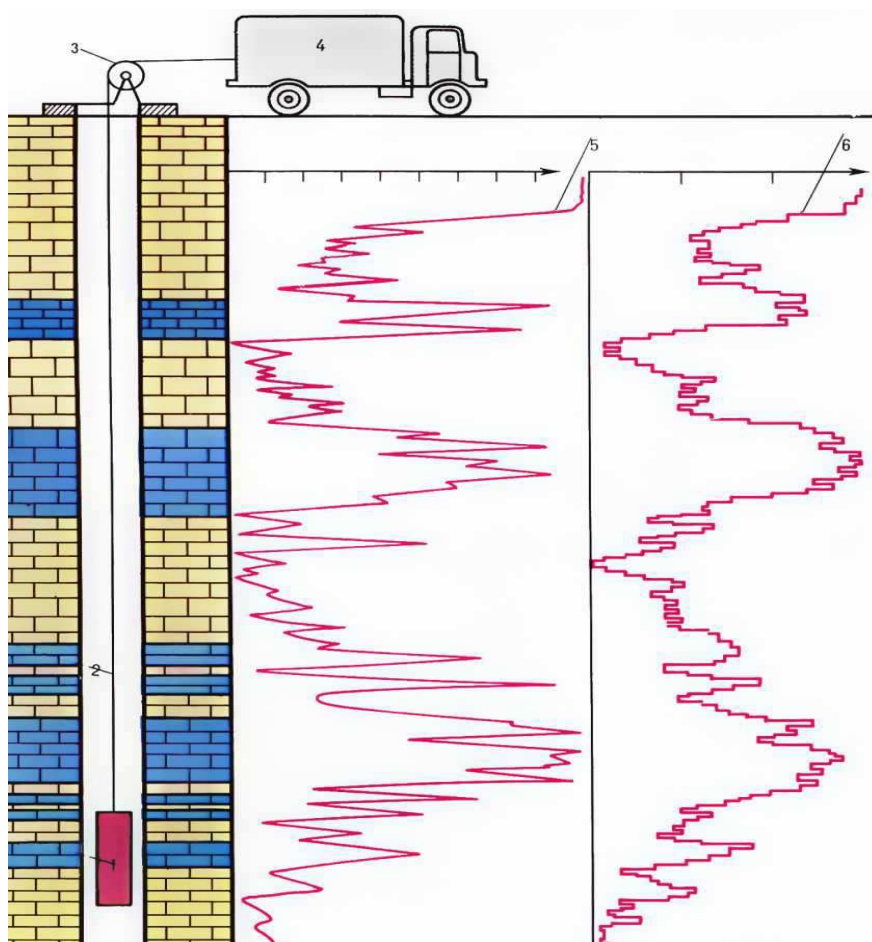


Рис. 3.44. Схема проведения геофизических исследований в скважине: 1 - скважинный прибор; 2 - кабель; 3 - блок-баланс; 4 - каротажная лаборатория; 5 - кривая диэлектрического каротажа, характеризующая изменение фазы электромагнитного поля; 6 - кривая акустического каротажа, характеризующая изменение коэффициента пористости.

Каротажная диаграмма отображает непрерывное изменение изучаемого параметра по разрезу скважины в заданном масштабе параметра и глубины. Сигнал с датчика-зонда передаётся на измерительную станцию с помощью каротажного кабеля длиной в несколько километров и, естественно, искажается на выходе кабеля. На рис. 3.45 приведена АЧХ кабельной линии КГ1-075-30-150 длиной 3.8 км.

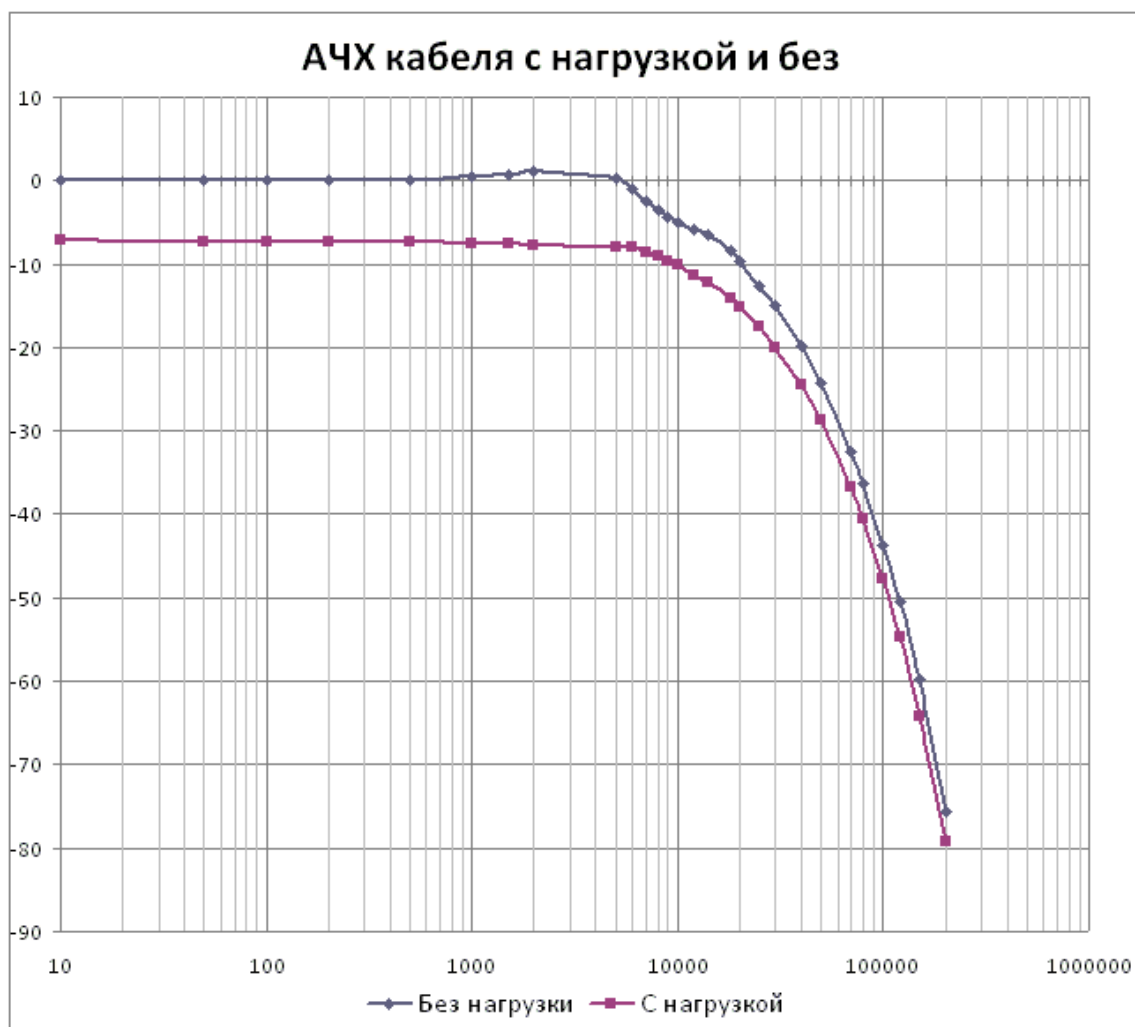


Рис. 3.45. АЧХ кабельной линии КГ1-075-30-150

Искажения формы сигнала данной линией показаны на рис. 3.46. Здесь же показан корректирующий целочисленный БИХ-фильтр для восстановления форму сигнала на выходе каротажного кабеля.

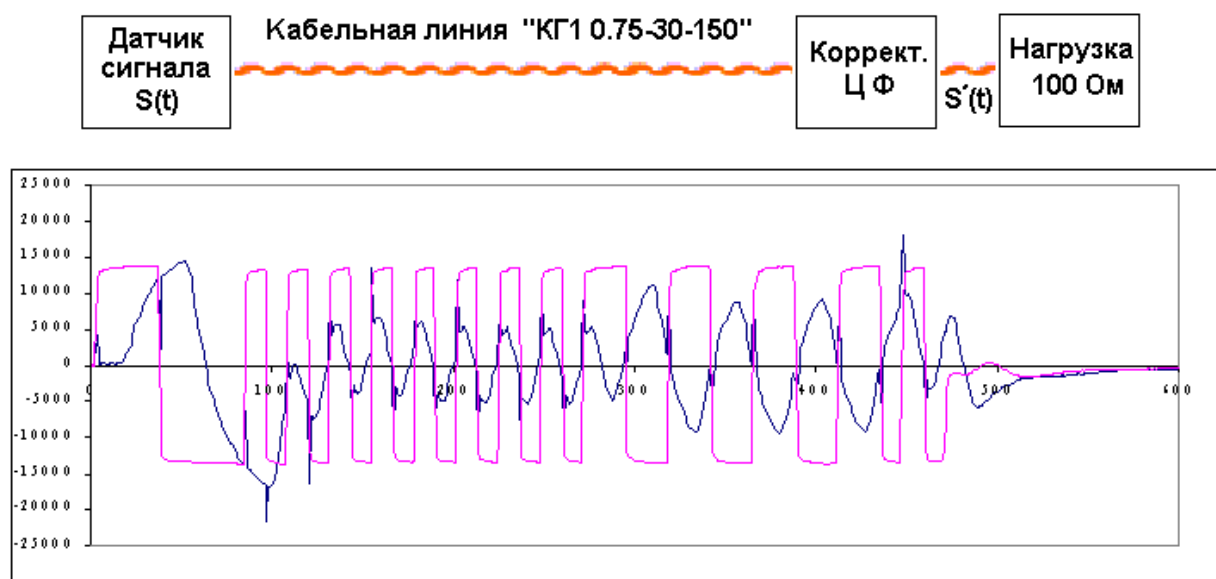


Рис. 3.46. Каротажные сигналы

На рис. 3.47 представлен спектр входного сигнала (сигнала с приёмного датчика), а на рис. 3.48 – спектр сигнала на выходе кабельной линии КГ1-075-30-150 длиной 3.8 км. Как видно, высокочастотные составляющие спектра выходного сигнала имеют существенно меньшие значения, по сравнению с входным спектром. Восстанавливающий цифровой фильтр и предназначен для компенсации этих искажений.

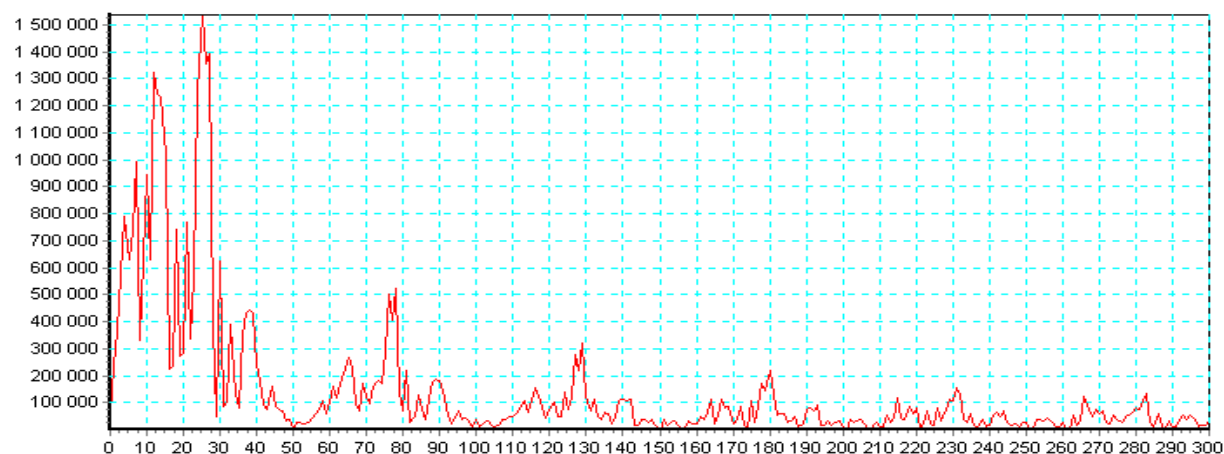


Рис. 3.47. Спектр входного сигнала

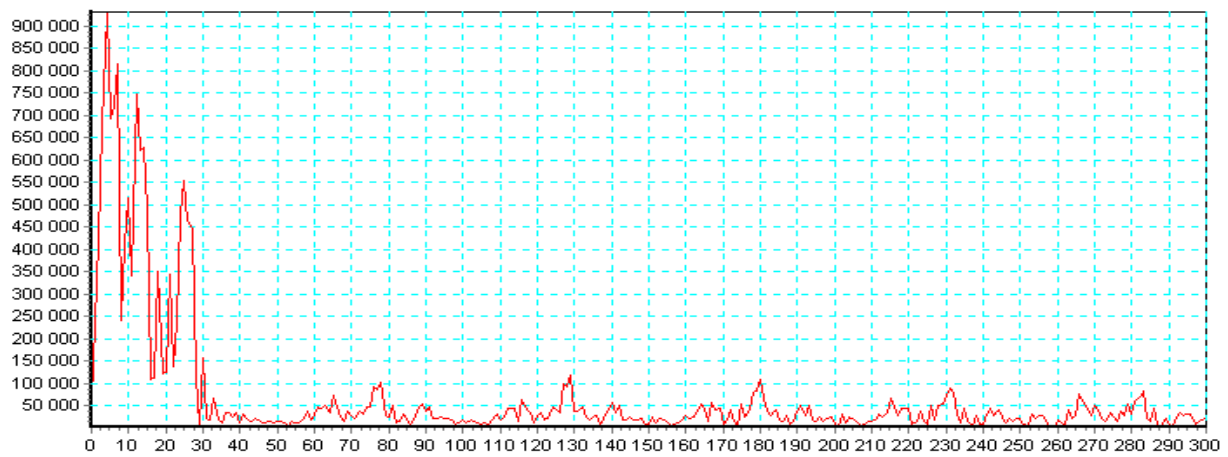


Рис. 3.48. Спектр выходного сигнала

Если принять, что суммарный коэффициент передачи кабеля и фильтра на нагрузке $R_H=100$ Ом равен нулю децибел

$$K_{\text{каб}} + K_{\text{цф}} = 0 \text{ dB} ,$$

то АЧХ восстанавливающего цифрового фильтра должно удовлетворять соотношению:

$$K_{\text{цф}} = -K_{\text{каб}} .$$

Таким образом, требования к АЧХ восстанавливающего фильтра выглядят так:

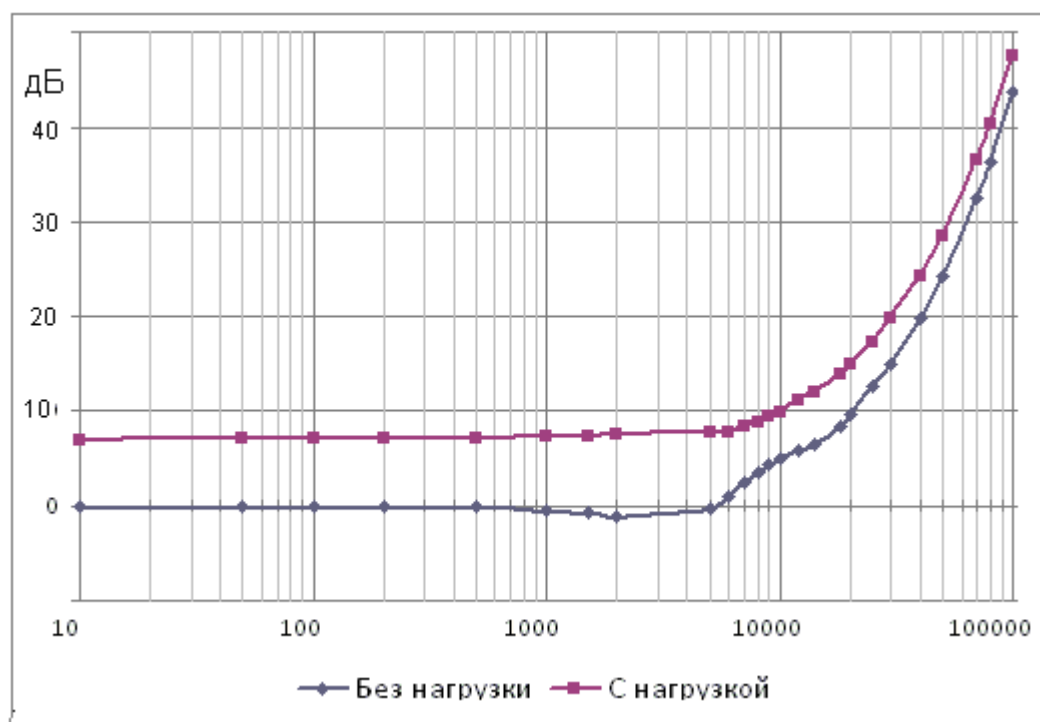


Рис. 3.49. АЧХ восстанавливающего фильтра

Рассмотрим пример решения многофункционального синтеза рекурсивного целочисленного фильтра тракта геофизических измерений. Исходные данные к синтезу выглядят так:

1. Полоса пропускания 0 – 50 кГц
2. Требуемая АЧХ фильтра приведена на рис. 3.49
3. Нелинейность фазы в полосе не выше 15°
4. Разрядность (длина слова коэффициентов W_k) - 10 бит
5. Порядок рекурсивного фильтра – 8
6. Максимально-допустимый радиус полюсов – 0,9
8. Частота дискретизации 200 кГц.

Целевая функция формировалась в виде взвешенной суммы двух частных целевых функций $f_{АЧХ}(\mathbf{IX})$ и $f_{ФЧХ}(\mathbf{IX})$, обеспечивающих выполнение требований как амплитудной селекции восстанавливающего БИХ-фильтра, так и возможной линейности его фазы

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_{АЧХ}(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_{ФЧХ}(\mathbf{IX}), \quad (3.36)$$

где сами частные целевые функции задавались средне-квадратичной ошибкой (3.31) выполнения требований к АЧХ и ФЧХ фильтра. Значимость требований к характеристикам была выбрана одинаковой ($\beta_1 = \beta_2$).

Относительно целевой функции (3.36) задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза восстанавливающий фильтр в форме каскадного соединения 4-х звеньев второго порядка записывалась так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min_{\mathbf{IX} \in I^{20}} F(\mathbf{IX}) \quad (3.37)$$

$$-512 \leq a_{di}, b_{di} \leq 512 \quad i = \overline{1, 4}, \quad (3.38)$$

$$a_{0i} = 256 \quad i = \overline{1, 4}, \quad (3.39)$$

$$|Z_{pj}| < 0,9, \quad (3.40)$$

Таким образом, минимизация целевого функционала осуществлялась на 20-мерном целочисленном пространстве 10-битовых коэффициентов в допустимой области (3.38) при выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (3.40) по всем полюсам передаточной функции с радиусами, не превышающими 0,9 в z -плоскости. Нормирующие коэффициенты (3.39) всех звеньев фильтра были одинаковыми.

Оптимальные коэффициенты фильтра

Таблица 3.9.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра				
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
1	319	96	-486	-76	175
2	4	41	-387	69	189
3	133	107	447	-302	-503
4	-21	-165	-221	-295	-475

В табл. 3.9 приведены оптимальные значения целочисленных 10-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу с одинаковой значимостью ($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ проектируемого ФНЧ, а графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.41.

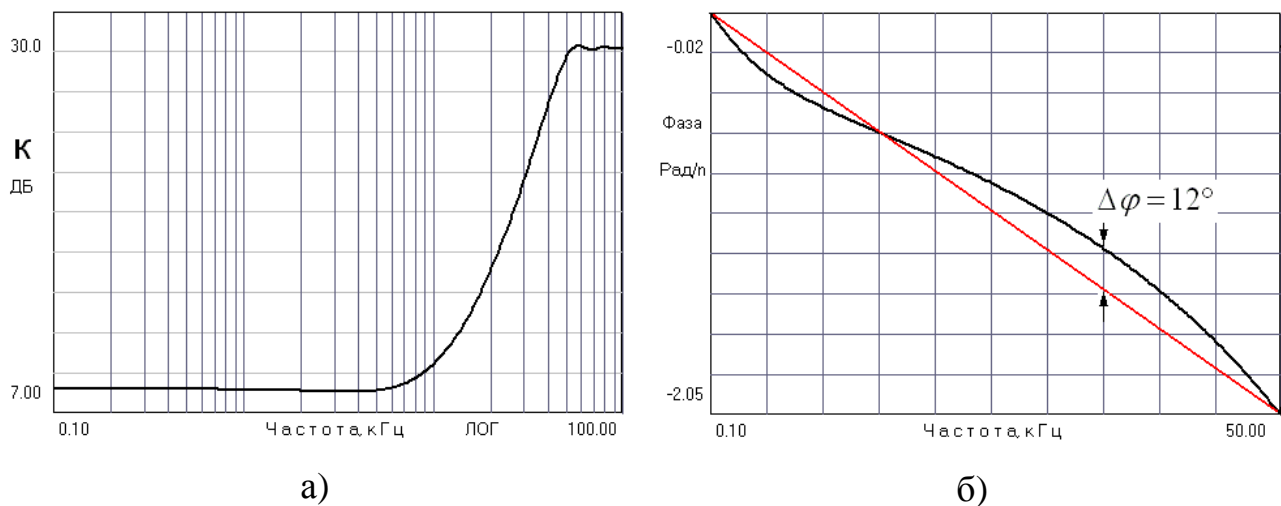


Рис. 3.41. Характеристики по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ в полосе пропускания

Как видно из таблиц и приведённых рисунков, все требования по функциональным показателям и характеристикам восстанавливающего рекурсивного фильтра по синтезу были выполнены. Нелинейность ФЧХ в

полосе пропускания не превышали 12 градусов. Максимальный радиус полюсов передаточной функции в z-плоскости был равен 0,84.

Экспериментальные измерения частотных характеристик восстанавливающего БИХ-фильтра тракта геофизических измерений (рис. 3.42 и рис. 3.43) соответствуют данным ЦНП-синтеза.

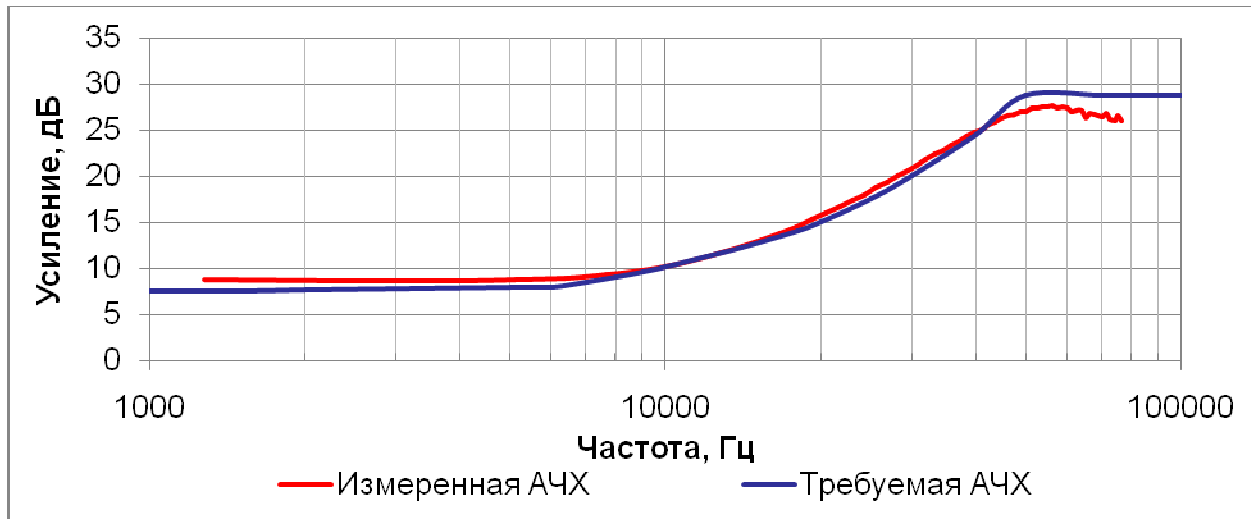


Рис. 3.42. Экспериментальная АЧХ

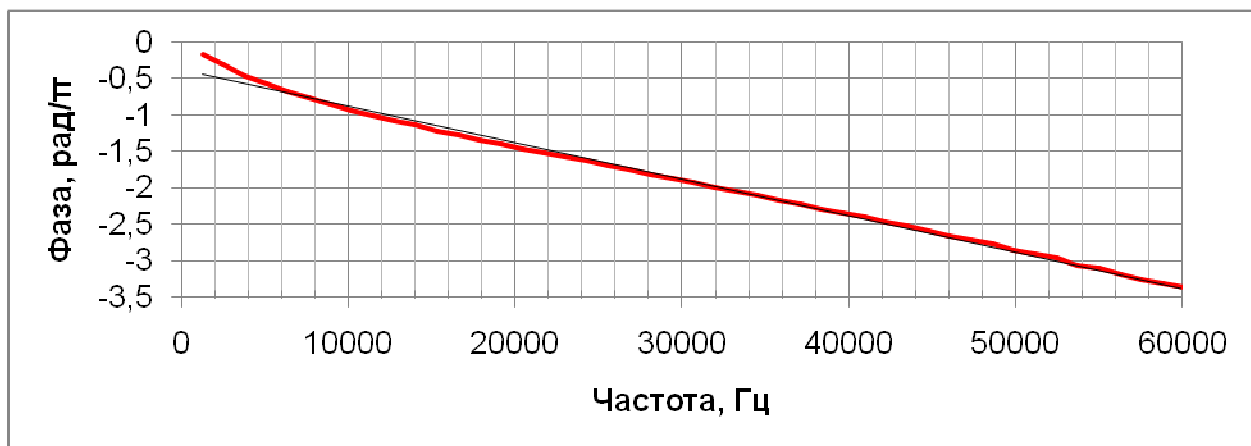


Рис. 3.43. Экспериментальная ФЧХ фильтра

3.5. Целочисленные цифровые БИХ-фильтры минимальной разрядности для высокоскоростных приложений

Совокупное качество цифрового фильтра в первую очередь определяется такими функциональными его показателями, как селективная способность и быстродействие. Под селективной способностью обычно понимают возможность удовлетворения совокупности требуемых характеристик фильтра

в частотной области, а быстродействие определяется реальным временем расчёта его отклика при реализации фильтра на выбранной цифровой платформе. К основным факторам, определяющим быстродействие фильтра, относятся арифметика вычислений и разрядность представления данных в алгоритме цифровой фильтрации. Существенное увеличение быстродействия обеспечивают, как известно, цифровые фильтры без умножителей [44]. Как уже указывалось выше, в настоящее время преобладает косвенное проектирование рекурсивных фильтров по аналоговому прототипу с применением метода билинейного преобразования [1 - 3] либо различных подходов, на нём базирующихся [4 - 6], при использовании в алгоритмах цифровой фильтрации вещественной арифметики вычислений обычно в формате с плавающей точкой. Вещественный формат представления данных вынуждает квантовать их значения. Вопросам квантования при аналитическом расчёте БИХ-фильтра посвящено много работ [1 –3, 7, 9]. В некоторых из них рассматривалась также возможность ограничения радиусов полюсов передаточной функции фильтра. В целом можно отметить, что при высоком порядке фильтра ($N > 20$) весьма существенные трудности возникают уже при квантовании вещественных данных до 7 –8 бит.

Ниже показана возможность прямого синтеза цифровых фильтров минимальной разрядности непосредственно в целочисленном пространстве состояний с использованием методологии ЦНП. Под пространством состояний в данном случае понимается, прежде всего, многомерное пространство целочисленных коэффициентов, входных и выходных сигналов - целочисленных временных последовательностей, а также базовые целочисленные операции над данными в алгоритме цифровой фильтрации. Естественно, целочисленные операции на любой цифровой платформе выполняются значительно быстрее, чем операции вещественных вычислений. Число тактов центрального процессорного устройства, необходимых для реализации базовых целочисленных операций, существенно меньше, как это показано в разделе II настоящей работы. При реализации высокоскоростных

целочисленных фильтров на специализированных платформах или на кристалле разрядность представления данных может составлять 4 или даже 3 бита. А как справедливо показано в [4, 5], снижение разрядности данных даже на 1 бит может сэкономить до 50% оперативной памяти при существенном уменьшении времени расчёта отклика фильтра. Поэтому для высокоскоростных ЦЦФ на кристалле разрядность представления данных во многом является определяющим фактором.

Следует отметить, что, в отличие от классического аналитического расчёта, поисковое проектирование является, безусловно, интеллектуальным процессом. Множество сценариев решения сложной проектной задачи может быть предложено, много специфических приёмов и навыков может быть применено опытным проектировщиком-поисковиком для успешного решения сложной задачи. Типовым сценарием поискового проектирования малоразрядных каскадных ЦЦФ высокого порядка является сценарий динамического программирования, как последовательность поисковых задач с поэтапным повышением порядка проектируемого фильтра. На первом, стартовом этапе используют структуру низкого порядка (4-го или 6-го, не выше). Естественно, выполнение совокупных требований таким фильтром будет низкое. При этом для повышения надёжности отделения глобального экстремума в поисковом комплексе ЦНП-пакета на стартовом этапе желательно использовать максимальную или непрерывную модель поиска (рис. 3.44). На втором этапе уже данное решение используется в качестве исходного. Порядок фильтра при этом повышают добавлением ещё одного звена второго порядка, обычно путём дублирования найденных ранее коэффициентов одного из звеньев (что в пакете синтеза может делаться автоматически). После нескольких подобных итераций и определяется итоговый порядок проектируемого фильтра, при котором погрешность выполнения сложных совокупных требований лежит в пределах заданного допуска.

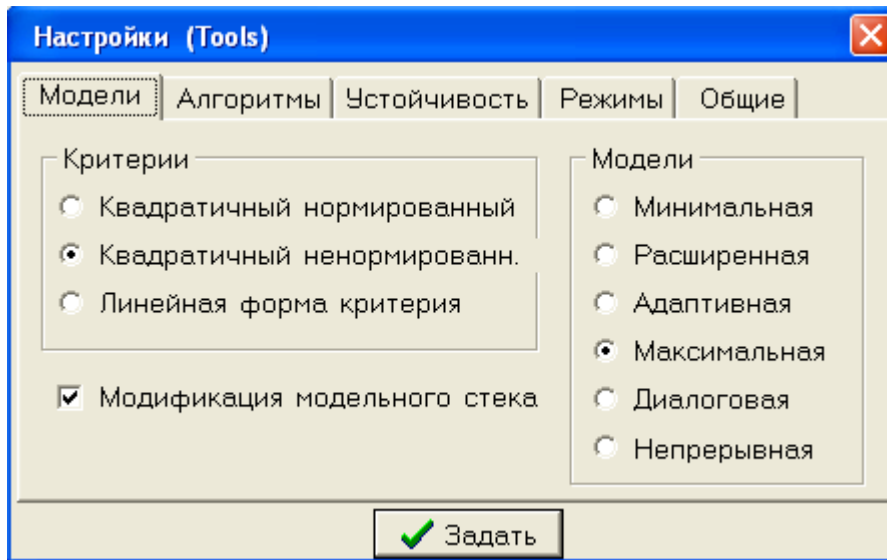


Рис. 3.44. Панель настроек пакета синтеза

Ниже показана возможность синтеза методом ЦНП целочисленных рекурсивных фильтров минимальной разрядности представления данных (вплоть до 3-х бит) с учётом заданного радиуса полюсов его передаточной функции в z -плоскости. Многофункциональный синтез при этом также осуществляется как по критерию требуемой частотной селективности, так и по критерию обеспечения возможной линейности фазы в полосе пропускания фильтра. Целевая функция во всех приведённых ниже проектных задачах формировалась в виде взвешенной суммы двух частных целевых функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX})$, обеспечивающих соответственно выполнение требований как амплитудной селекции фильтра, так и линейности его фазы

$$F(\mathbf{IX}) = \beta_1 f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX}) + \beta_2 f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX}) \quad (3.41)$$

Обе частные целевые функции $f_i(\mathbf{IX})$ в данном случае формировались по критерию минимума среднеквадратичного отклонения

$$f_i(\mathbf{IX}) = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T]^2}, \quad (3.42)$$

Очень часто ради экономии времени расчёта в соотношении (3.42) корень не извлекают и работают по ненормированному квадратичному критерию

$$f_i(\mathbf{IX}) = \sum_{n=1}^p [Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T]^2. \quad (3.43)$$

При решении задач синтеза по совокупности противоречивых характеристик обычно декларируется проблема правильного выбора прототипа - начального приближения, начальной точки построения минимизирующей последовательности. На первый взгляд удачным прототипом кажется любая точка многомерного пространства параметров, где будут выполняться требования реализации хотя бы одной характеристики фильтра, например АЧХ или ФЧХ. Однако относительно аддитивной целевой функции (3.41) такая стартовая точка очевидно соответствует локальному её экстремуму (рис. 3.45).

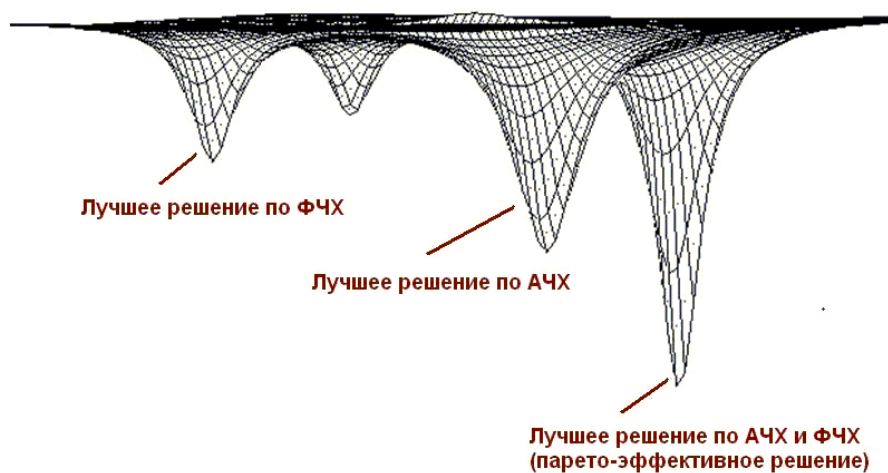


Рис. 3.45. Сталактитовая целевая функция

А это, безусловно, весьма затруднит работу любого поискового алгоритма минимизации необходимостью выхода из локальной ситуации, локального экстремума функции цели. Далеко не каждый поисковый алгоритм способен это обеспечить, особенно на сложных классах полимодальных сталактитовых, овражных или кратерных функций. В этом смысле процесс минимизации, поискового решения экстремальной задачи синтеза гораздо выгоднее пускать «с горки», с любой произвольной точки, чем сознательно заносить начальную точку в локальный экстремум целевого функционала. Поэтому, в многофункциональных проектных задачах со сложными селективными требованиями оптимальное решение, как правило, определяется не из начальной точки, заданной пользователем, а из точки, сгенерированной самим поисковым алгоритмом решения экстремальной задачи синтеза

(профессиональные алгоритмы минимизации для повышения надёжности поиска всегда используют процедуру повторных спусков, то есть поиска из нескольких начальных точек, квазиравномерно распределённых в многомерном пространстве параметров [14, 35]). И только стартовая точка, лежащая в зоне притяжения глобального экстремума целевой функции может быть достойным начальным приближением, но в сложных проектных задачах синтеза ЦЦФ по совокупности требуемых противоречивых характеристик априори нет, и не может быть никаких сведений, аргументированных предпосылок правильного её выбора.

Четырёхразрядный полосовой фильтр

Синтез малоразрядного полосно-пропускающего фильтра (ППФ) высокого порядка в целочисленном пространстве параметров осуществлялся по следующим требованиям [40]:

1. Полоса пропускания $0,2 - 0,35$ (здесь и далее в шкале относительных частот f/f_s , где f_s – частота дискретизации входного сигнала)
2. Коэффициент передачи в полосе пропускания 0 дБ с допуском ± 1 дБ
3. Нелинейность фазы в полосе не выше 3°
4. Уровень подавления на частотах ниже $0,1$ и выше $0,45$ не менее 40 дБ
5. Разрядность (длина слова коэффициентов W_k) – 4 бита
6. Порядок рекурсивного фильтра – 20
7. Максимально-допустимый радиус полюсов – $0,9$
8. Масштабирование коэффициентов передачи звеньев в интервал $\{ 1 - 3 \}$

Требуемая АЧХ полосового фильтра приведена на рис. 8а (выделена красным цветом). При синтезе рекурсивного ППФ с линейной фазой целевая функция определялась соотношением (14), а сами частные целевые функции $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX})$ формировались по аддитивному ненормированному критерию (13). Примеры ввода требуемой АЧХ и ФЧХ фильтра в модуле функционального редактора пакета синтеза представлены соответственно на рис. 3.46 и рис. 3.47. При вводе обычно широко используется фрагментация характеристик фильтра,

когда важные их участки выделяются в отдельное функциональное окно для обеспечения их детальной проработки в ходе синтеза.

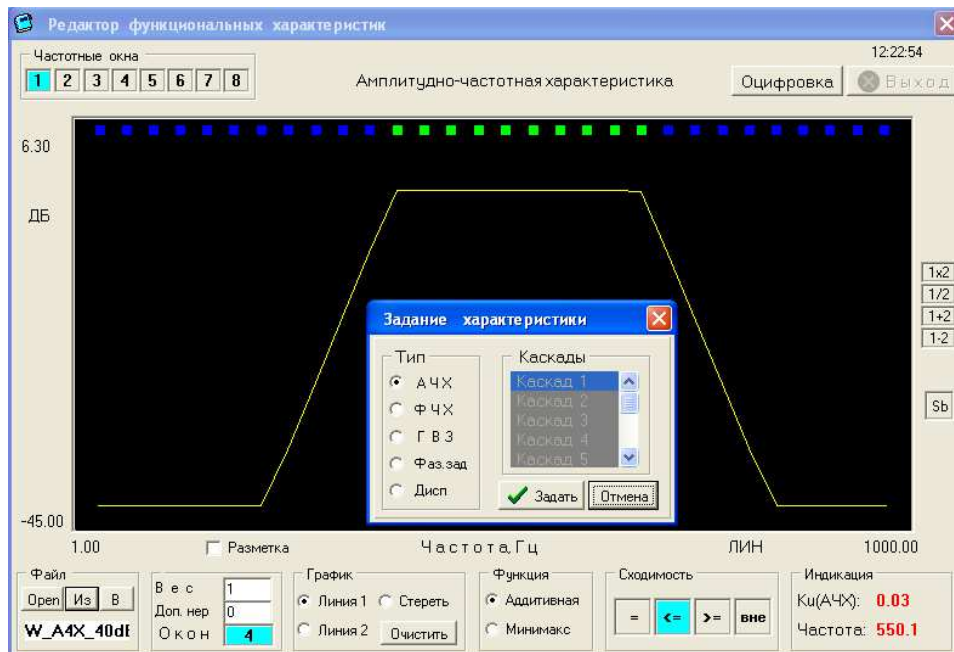


Рис. 3.46. Ввод требуемой АЧХ полосового фильтра

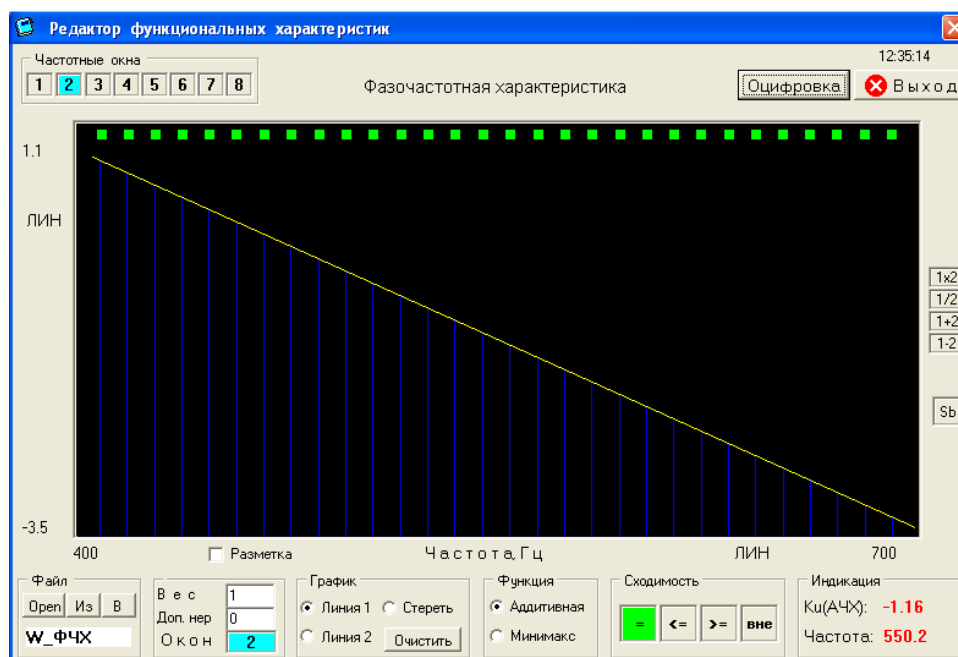


Рис. 3.47. Ввод требуемой ФЧХ в полосе пропускания фильтра

Относительно целевой функции задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза рекурсивного 4-битового ППФ в форме

каскадного соединения 10 звеньев прямой формы второго порядка записывалась так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{50} \quad (3.44)$$

$$-7 \leq a_{di}, b_{di} \leq 7 \quad i=\overline{1,10}, \quad (3.45)$$

$$a_{0i} = 8 \quad i = \overline{1,10}, \quad (3.46)$$

$$|Z_{pj}| < 0,9, \quad (3.47)$$

$$1.0 \leq K_i(e^{j\omega}) \leq 3.0 \quad i = \overline{1,10}. \quad (3.48)$$

Таким образом, итоговая минимизация целевого функционала осуществлялась на 50-мерном целочисленном пространстве 4-битовых параметров в допустимой области (3.45) при выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (3.47) по всем полюсам передаточной функции с радиусами, не превышающими 0,9 в z-плоскости, и масштабировании (3.48) коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал. Вектор \mathbf{IX}^o , минимизирующий скалярную целевую функцию $F(\mathbf{IX})$ на множестве допустимых целочисленных решений (3.45), является парето-эффективным решением задачи синтеза малоразрядного рекурсивного ППФ по совокупности противоречивых характеристик.

Программный расчёт отклика каскадного рекурсивного ППФ при реализации фильтра на микроконтроллере или сигнальном процессоре может быть осуществлён следующим образом:

```
// программа расчёта отклика ППФ 4 бита
#define IIR16_NBIQ 10 // число звеньев
//коэффициенты B0i, B2i, B1i, A2i, A1i, log2(A0i)
const short IIR16_COEFF[6*IIR16_NBIQ+1]={
    -2,3,3,-5,-3,3,
    -7,-1,-1,-3,1,3,
    -3,3,5,-4,-7,3,
    0,7,-6,-4,4,3,
    7,3,-7,-6,5,3,
```

```

2,4,1,-5,-7,3,
5,2,3,-5,-7,3,
1,-4,-2,-4,2,3,
-6,2,-5,-1,-0,3,
-1,7,-4,1,2,3};

```

```

int DBuffer[2*IIR16_NBIQ+1]; // линии задержки
int EBuffer[2*IIR16_NBIQ+1];

```

```

int IIR_Filtr(int Data) {
    int32 temp;
    short *COEFF=(short*)IIR16_COEFF;
    short *D = (short*)DBuffer;
    short *E = (short*)EBuffer;
    short Xc, pvalue;
    int i;

    pvalue = (short)Data;
    for(i=0;i<IIR16_NBIQ;i++)
    {
        Xc = pvalue;
temp=(long)(*COEFF++)*Xc + (long)(*COEFF++)*(*D++) +
        (long)(*COEFF++)*(*D--) + (long)(*COEFF++)*(*E++)+
        (long)(*COEFF++)*(*E--);
        *D++ = *D;
        *E++ = *E;
        pvalue = (short)(temp>>*COEFF++);
        *D++ = Xc;
        *E++ = pvalue;
    }
}

```



```

    return (int) pvalue;
}

```

Для ввода структуры ППФ в программу используем встроенный топологический редактор ЦНП-пакета [30], позволяющий сформировать файл исходных данных к решению конкретной задачи синтеза с указанием порядка фильтра, числа варьируемых коэффициентов, их начальных значений и границ изменения, а также возможного дублирования коэффициентов в случае необходимости.

Оптимальные коэффициенты четырёхбитового ППФ Таблица 3.10.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	3	5	-2	3	3	1,92
2	-1	3	-7	-1	-1	1,27
3	7	4	-3	5	3	2,08
4	-4	4	0	-6	7	2,02
5	-5	6	7	-7	3	2,70
6	7	5	2	1	4	1,10
7	7	5	5	3	2	1,04
8	-2	4	1	-2	-4	1,41
9	0	1	-6	-5	2	1,38
10	-2	-1	-1	-4	7	1,04

В табл. 3.10 приведены оптимальные значения целочисленных 4-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу с одинаковой значимостью ($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ проектируемого фильтра, а графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.48.

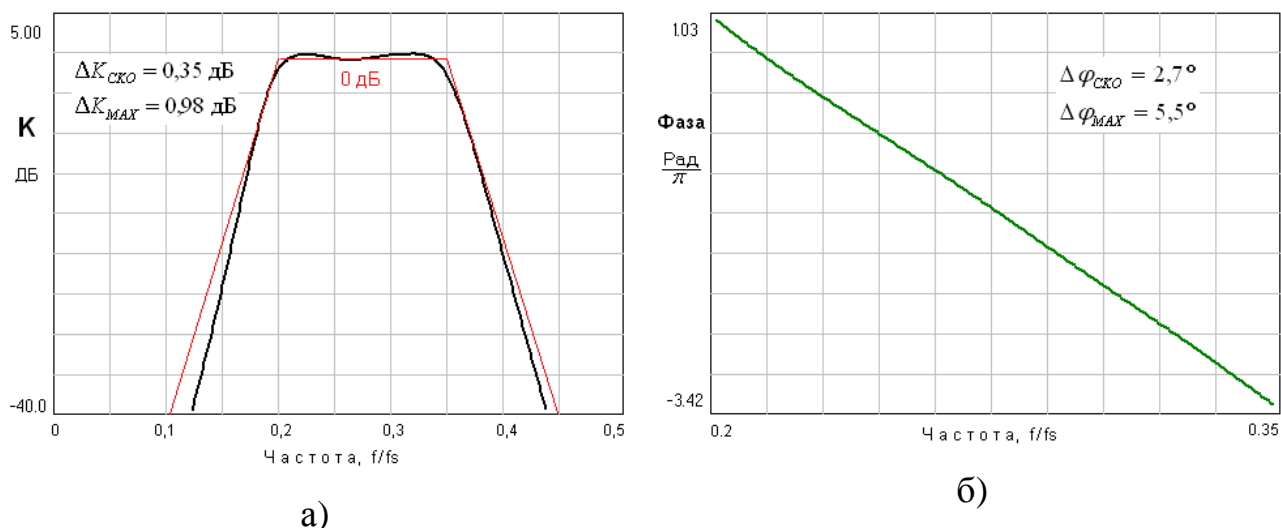


Рис. 3.48. Характеристики ППФ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ в полосе пропускания

Что касается оценки фазовой нелинейности в полосе пропускания синтезированного ППФ, то по критерию влияния на форму выходного сигнала корректно применение в данном случае аддитивной среднеквадратичной оценки (СКО) фазовых искажений

$$\Delta \varphi_{CKO} = \sqrt{\frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [\varphi_n(IX) - \varphi_n^L]^2}, \quad (3.49)$$

а не их оценки по критерию максимальной ошибки

$$\Delta \varphi_{max} = \max_n |\varphi_n(IX) - \varphi_n^L|,$$

где $\varphi_n(IX)$ – текущее значение ФЧХ на n-ой дискретной частоте интервала оценки, а φ_n^L – требуемое значение линейной ФЧХ.

Это следует непосредственно из преобразования Фурье, которое определяет именно аддитивное влияние фазового и амплитудного спектра всех гармоник обрабатываемого сигнала на искажение его формы. Поэтому в дальнейшем для оценки фазовой нелинейности, а также неравномерности АЧХ в полосе пропускания фильтра, будет применяться оценка по критерию СКО, хотя и максимальная ошибка будет также приводиться. В данном случае среднеквадратичные неравномерность АЧХ и нелинейность ФЧХ в полосе

пропускания 4-битового ППФ были равны соответственно $\Delta K_{\text{ско}}=0,35$ дБ и $\Delta\varphi_{\text{ско}}=2,7^\circ$.

На рис. 3.49 приведено распределение полюсов передаточной функции синтезированного ППФ в z -плоскости с указанием заданной границы (3.47) допустимого максимального радиуса полюсов $r_{\text{max}}=0,9$. Так как некоторые нули передаточной функции выходят за границы единичной окружности в z -плоскости, то синтезированный каскадный ППФ не является строго минимальнофазовой дискретной системой.

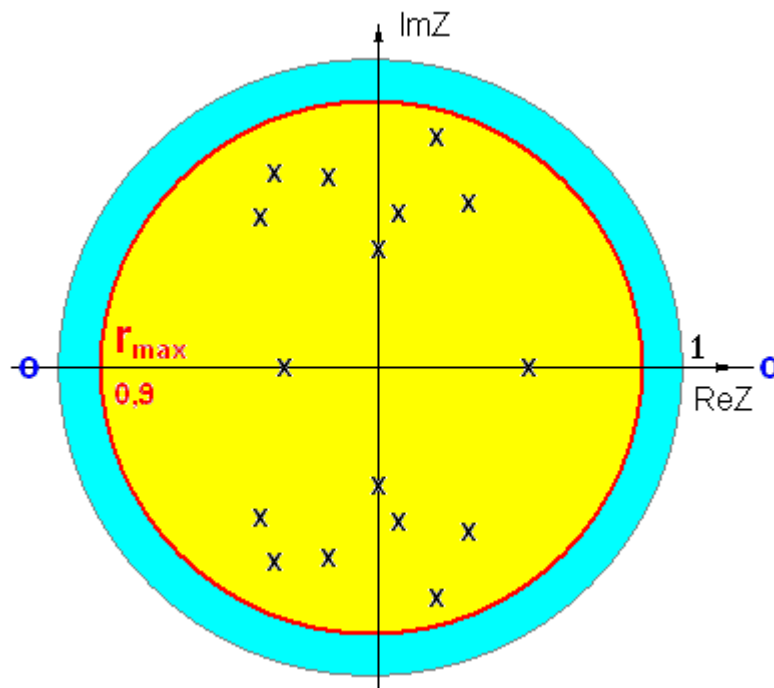


Рис. 3.49. Фиксация границы максимального радиуса полюсов в z -плоскости

Исследуем профиль целевого функционала в точке целочисленного оптимума (табл. 3.10) путём построения его координатных разрезов. График разреза по параметру b_1 третьего каскада (рис. 3.50) подтверждает, что целевые функции в задачах многофункционального синтеза ЦЦФ имеют сложный, полимодальный характер. Дискретная минимизация таких функций является весьма непростой задачей. Тем не менее, разработанный программно-алгоритмический поисковый комплекс пакета ЦНП 3.1 успешно справился с этой задачей, показав высокую надёжность и эффективность.

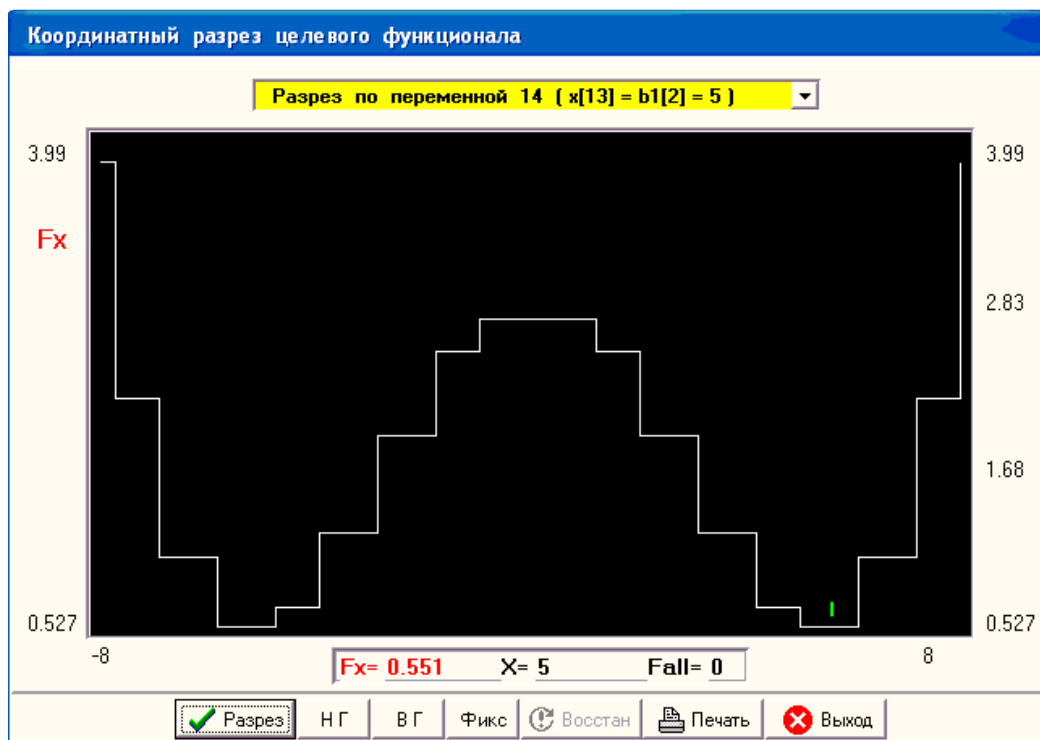
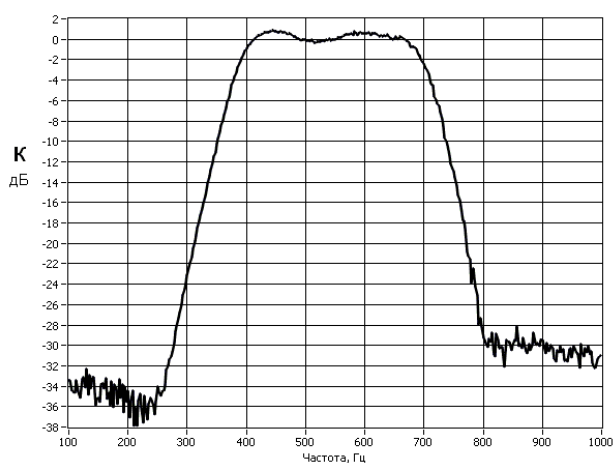
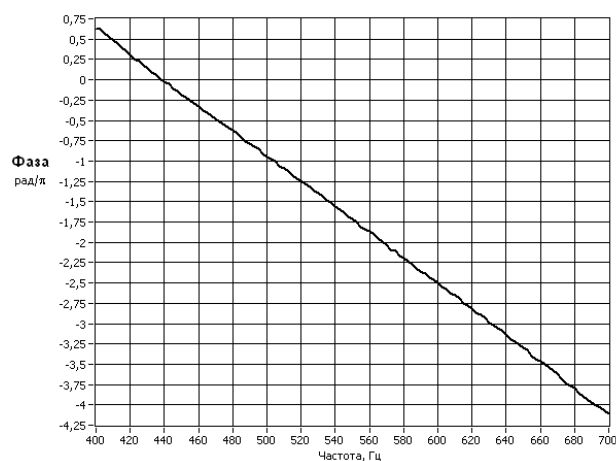


Рис. 3.50. Разрез целевой функции по параметру b_1 третьего звена

Практическая реализация фильтра осуществлялась на МК MSP430F1611. Измерение частотных характеристик фильтра осуществляется на реальном сигнале с помощью автоматизированной панорамной измерительной системы. Экспериментальные графики характеристик фильтра на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации $f_s=2$ кГц. приведено на рис. 3.51.



а)



б)

Рис. 3.51. Измерения АЧХ (а) и ФЧХ в полосе пропускания (б)

Так как выходной сигнал снимался непосредственно с ЦАП микроконтроллера, то наблюдается некоторое возрастание шумов измерения вблизи частоты Найквиста, где эффекты квантования входного сигнала наиболее выражены. Анализ выходного сигнала при нулевом входе показал, что предельные циклы того или иного рода при максимальном радиусе полюсов 0,87 в синтезированном ППФ отсутствуют. Таким образом, все функциональные требования по ЦНП-синтезу 4-разрядного рекурсивного ППФ были выполнены.

Трёхразрядный фильтр нижних частот

В целочисленном пространстве параметров методом ЦНП рекурсивные фильтры нижних частот (ФНЧ) с требуемой фазовой линейностью синтезируются относительно просто. Задание для синтеза ФНЧ в пространстве 3-битовых параметров было следующим:

1. Полоса пропускания фильтра 0 – 0,23 в шкале частот f/fs
2. Коэффициент передачи в полосе пропускания 0 дБ с допуском ± 1 дБ
3. Нелинейность фазы в полосе не выше 10°
4. Переходная полоса 0,23 - 0,33
5. Уровень подавления на частотах выше 0,33 не менее 40 дБ
6. Длина слова коэффициентов W_k - 3 бита
7. Порядок рекурсивного фильтра – 20
8. Максимально-допустимый радиус полюсов – 0,82
9. Масштабирование коэффициентов передачи в интервал $\{ 0,5 - 3 \}$

Требуемая АЧХ фильтра приведена на рис. 3.52а (выделена красным цветом). Относительно целевой функции (14) задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза ФНЧ в форме каскадного соединения 10 звеньев второго порядка прямой формы записывалась так:

$$F^o(IX^o) = \min F(IX) \quad IX \in I^{50} \quad (3.50)$$

$$-3 \leq a_{di}, b_{di} \leq 3 \quad i=\overline{1,10}, \quad (3.51)$$

$$a_{0i} = 4 \quad i = \overline{1,10}, \quad (3.52)$$

$$|Z_{pj}| < 0,82 , \quad (3.53)$$

$$0.5 \leq K_i(e^{j\omega}) \leq 3.0 \quad i=\overline{1,10} . \quad (3.54)$$

Таким образом, итоговая минимизация целевого функционала осуществлялась на 50-мерном целочисленном пространстве 3-битовых параметров в допустимой области (3.51) при выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (3.53) по всем полюсам передаточной функции с радиусами, не превышающими 0,82 в z-плоскости, и масштабировании (3.54) коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал. Нормирующие коэффициенты (23) всех звеньев фильтра были одинаковыми.

Оптимальные коэффициенты трёхбитового ФНЧ Таблица 3.11

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	-3	1	2	3	1	2,9
2	1	0	0	-1	-2	0,8
3	-2	0	0	-3	-3	3,0
4	0	0	0	-3	-3	1,5
5	0	0	-1	1	2	0,9
6	-1	2	0	-1	-3	1,7
7	-1	0	-1	3	-3	1,4
8	0	0	1	-2	-3	1,15
9	-1	0	0	-1	-2	1,0
10	0	2	0	2	3	1,8

В табл. 3.11 приведены оптимальные значения целочисленных 3-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу с одинаковой значимостью ($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ проектируемого ФНЧ, а графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.52.

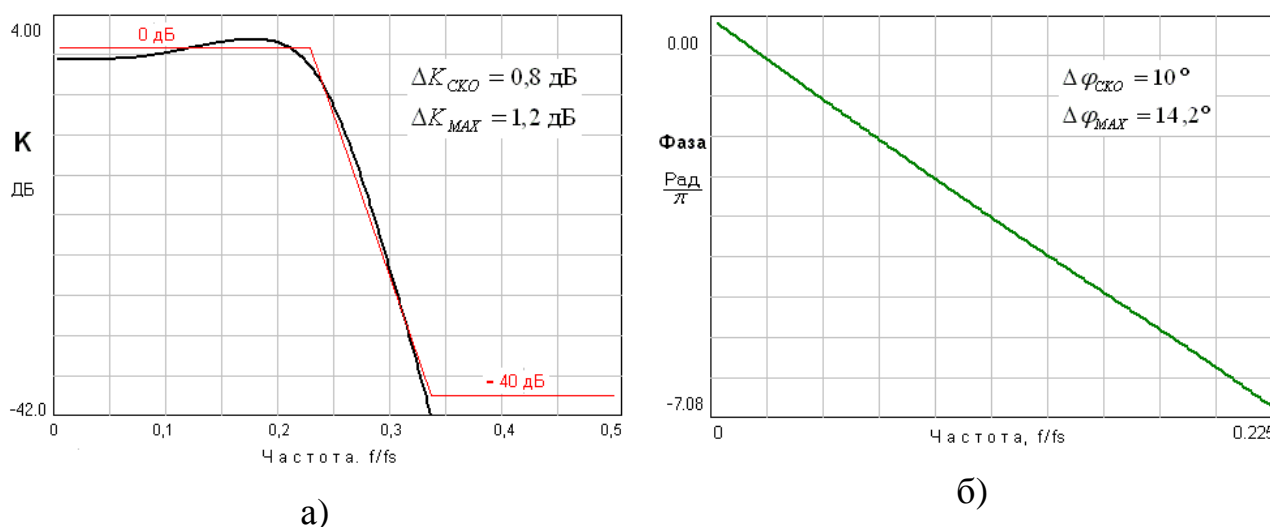


Рис. 3.52. Характеристики ФНЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ в полосе пропускания

Среднеквадратичная неравномерность АЧХ и нелинейность ФЧХ в полосе пропускания ФНЧ были равны соответственно $\Delta K_{\text{сн0}}=0,8$ дБ и $\Delta \varphi_{\text{сн0}}=10^\circ$. Максимальное усиление каскадов синтезированного фильтра представлено на рис. 3.53.

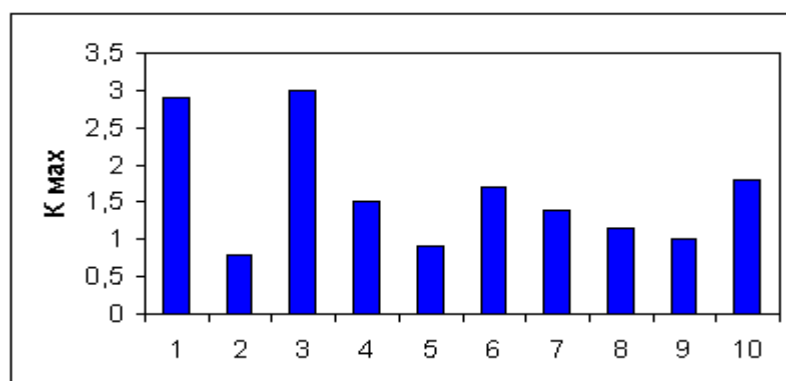
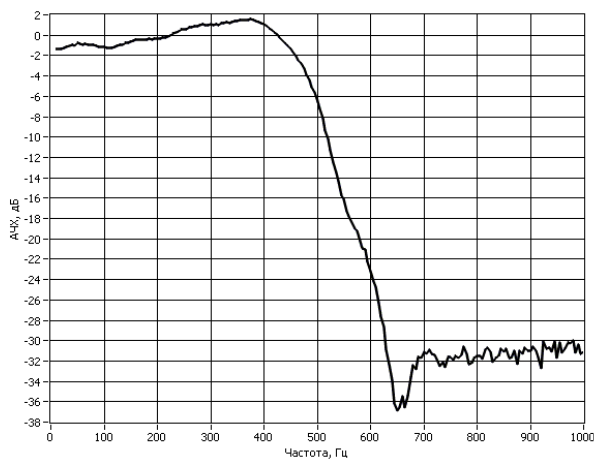
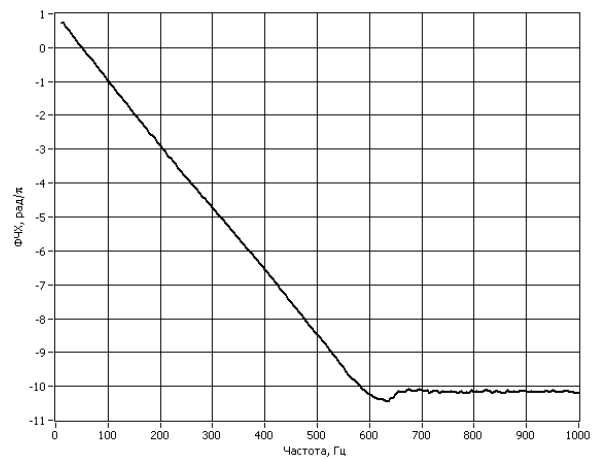


Рис. 3.53 Распределение усиления по каскадам фильтра

Практическая реализация фильтра осуществлялась также на микроконтроллере MSP430F1611 фирмы Texas Instruments. Результаты измерения частотных характеристик фильтра на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации $f_s=2$ кГц. приведены на рис. 3.54. Анализ выходного сигнала при нулевом входе показал, что предельные циклы того или иного рода при максимальном радиусе полюсов 0,74 в синтезированном ФНЧ отсутствуют. Таким образом, все функциональные требования при ЦНП-синтезе трёхрядного рекурсивного ФНЧ были также выполнены



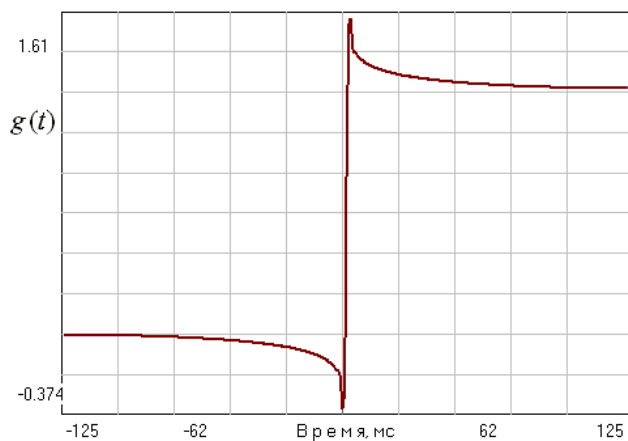
а)



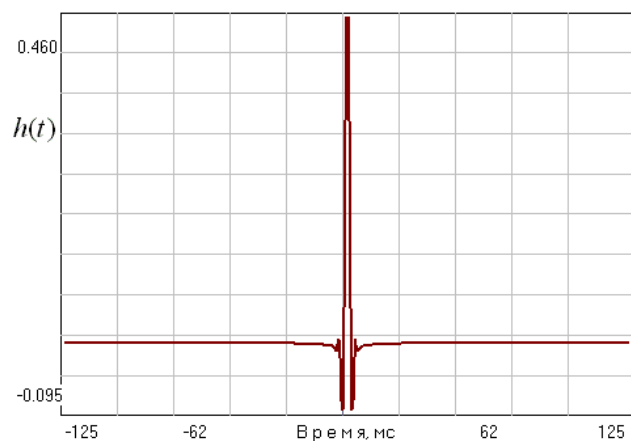
б)

Рис. 3.54. Экспериментальные измерения АЧХ (а) и ФЧХ (б) 3-битового ФНЧ

Переходная $g(t)$ и импульсная $h(t)$ характеристики данного фильтра в ЦНП-пакете рассчитывались применением обратного дискретного преобразования Фурье (рис. 3.55).



а)



б)

Рис. 3.55. Переходная (а) и импульсная (б) характеристики фильтра

Трёхразрядный фильтр верхних частот

Техническое задание для синтеза рекурсивного ФВЧ с требуемой фазовой линейностью в целочисленном пространстве 3-битовых параметров было следующим:

1. Полоса пропускания фильтра 0,24 – 0,5
2. Коэффициент передачи в полосе пропускания 0 дБ с допуском $\pm 1,2$ дБ
3. Нелинейность фазы в полосе не выше 10°
4. Переходная полоса 0,07 - 0,24

5. Уровень подавления на частотах ниже 0,07 не менее 40 дБ
6. Длина слова коэффициентов W_k - 3 бита
7. Порядок рекурсивного фильтра – 20
8. Максимально-допустимый радиус полюсов – 0,75
9. Масштабирование коэффициентов передачи в интервал { 0,5 – 2,5 }

Требуемая АЧХ фильтра приведена на рис. 3.56а (выделена красным цветом). При синтезе рекурсивного ФВЧ с линейной фазой целевая функция также формировалась в виде взвешенной суммы частных целевых функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX})$ по соотношению (3.41).

Задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза ФВЧ в форме каскадного соединения 10 звеньев второго порядка записывалась так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{50} \quad (3.55)$$

$$-3 \leq a_{di}, b_{di} \leq 3 \quad i = \overline{1, 10} \quad , \quad (3.56)$$

$$a_{0i} = 4 \quad i = \overline{1, 10} \quad , \quad (3.57)$$

$$|Z_{pj}| < 0,75 \quad , \quad (3.58)$$

$$0.5 \leq K_i(e^{j\omega}) \leq 2.5 \quad i = \overline{1, 10} \quad . \quad (3.59)$$

Таким образом, итоговая минимизация целевого функционала (3.41) по сценарию динамического программирования осуществлялась также на 50-мерном целочисленном пространстве 3-битовых параметров в допустимой области (3.56) при выполнении функциональных ограничений устойчивости фильтра (3.58) по всем полюсам передаточной функции с радиусами, не превышающими $\Gamma_{\max} = 0,75$ в z-плоскости, и масштабировании (3.59) коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал. Нормирующие коэффициенты (3.58) всех звеньев фильтра были одинаковыми. В табл. 3.12 приведены оптимальные значения целочисленных 3-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу ФВЧ с одинаковой значимостью ($\beta_1 = \beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	2	0	2	-3	-1	2,0
2	0	0	-2	3	0	1,3
3	0	2	0	3	1	1,6
4	2	1	0	-3	0	1,2
5	-3	2	1	3	-3	1,5
6	-2	0	1	3	-2	0,9
7	0	0	-3	3	1	1,3
8	0	0	0	3	-3	1,5
9	0	0	1	3	-2	1,1
10	1	0	-3	0	-1	1,3

Графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.56. Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере не превышало 12 минут.

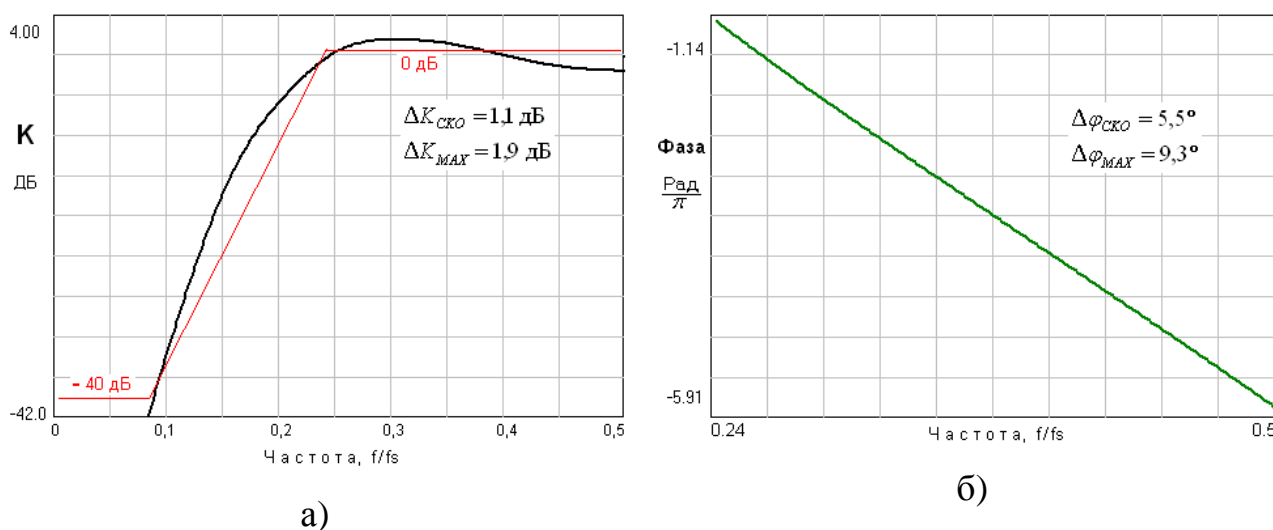


Рис. 3.56. Характеристики ФВЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ в полосе пропускания

Как видно, среднеквадратичная неравномерность АЧХ и нелинейность ФЧХ в полосе пропускания ФНЧ были равны соответственно $\Delta K_{\text{CKO}} = 1,1$ дБ и

$\Delta\varphi_{\text{ско}}=5,5^\circ$. Максимальный радиус полюсов передаточной функции при этом был равен 0,71.

Результаты измерения частотных характеристик фильтра на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации $f_s=2$ кГц. приведены на рис. 3.57. Так как выходной сигнал снимался непосредственно с ЦАП, то также наблюдается возрастание шумов измерения вблизи частоты Найквиста, где эффекты квантования сигнала наиболее выражены.

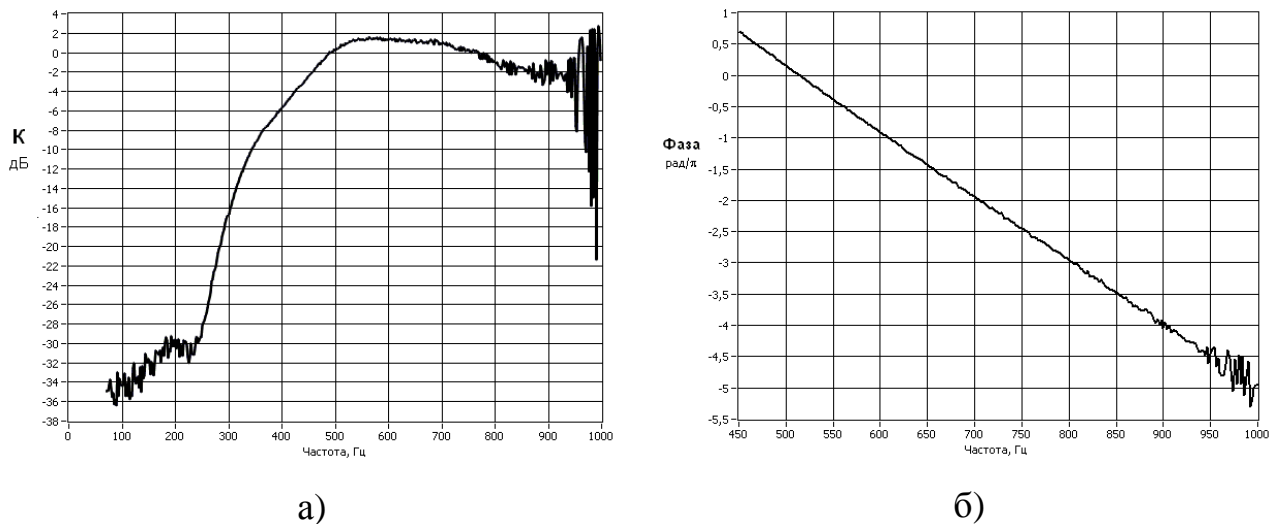
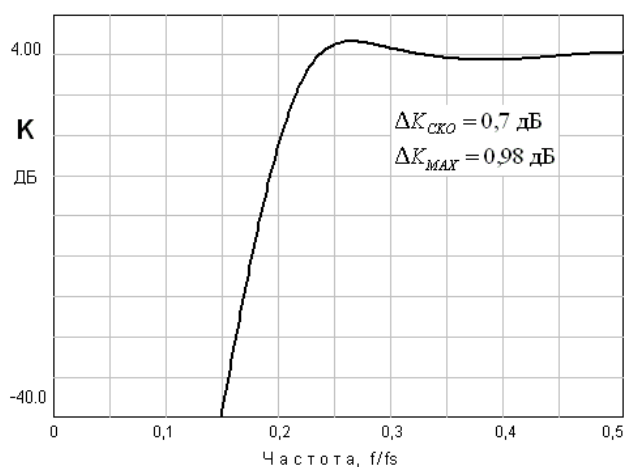


Рис. 3.57. Экспериментальные измерения АЧХ (а) и ФЧХ (б) 3-битового ФВЧ

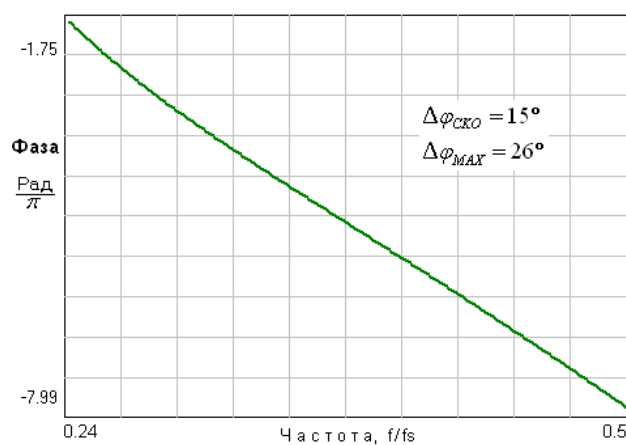
Анализ выходного сигнала при нулевом входе показал, что предельные циклы того или иного рода при максимальном радиусе полюсов 0,71 в синтезированном фильтре отсутствуют. Таким образом, функциональные требования при ЦНП-синтезе трёхразрядного рекурсивного ФВЧ с одинаковой значимостью ($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ фильтра были выполнены.

В табл. 3.13 приведены оптимальные значения 3-битовых коэффициентов передаточной функции уже по синтезу ФВЧ с различной значимостью ($\beta_1=5\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ фильтра. Графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.58.

Звено фильтра	Коэффициенты передаточной функции фильтра					Усиление звена K_{\max}
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	-2	2	-1	-3	-2	1,8
2	1	0	-2	2	0	1,3
3	-1	2	0	2	-2	1,4
4	-1	1	2	-3	0	1,1
5	2	0	1	2	-3	2,0
6	-1	2	0	2	-3	1,7
7	0	0	-3	2	1	1,2
8	1	0	0	2	-3	1,7
9	0	0	0	2	-2	1,0
10	1	0	0	2	-2	1,3



а)



б)

Рис. 3.58. Характеристики ФВЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ в полосе пропускания

Как видно, в данном случае ширина переходной зоны существенно уменьшилась, а среднеквадратичная неравномерность АЧХ в полосе пропускания снизилась до значения $\Delta K_{\text{скo}} = 0,7$ дБ, в то время как фазовые искажения возросли до $\Delta \varphi_{\text{скo}} = 15^\circ$. Этого и следовало ожидать, так как в последовательной топологии построения рекурсивный фильтр является квази-

минимальнофазовой структурой, в которой модуль и аргумент передаточной функции однозначно связаны преобразованием Гильберта:

$$|K(e^{j\omega})| = \mathbf{H} \varphi(\omega)$$

Отсюда следует, что нельзя независимо управлять фазой коэффициента передачи, так как это приведёт и к неизбежному изменению его модуля, т.е. АЧХ фильтра. Поэтому ужесточение требований по фазовой линейности фильтра возможно только за счёт снижения его амплитудной селективности, так как эти два показателя являются принципиально противоречивыми. При принятой оценке фазовой нелинейности и неравномерности АЧХ в полосе пропускания фильтра по критерию СКО связь амплитудной селекции и фазовых искажений может быть отражена следующим образом:

$$\Delta K_{\text{СКО}} \cdot \Delta \varphi_{\text{СКО}} \approx \text{const} \approx \frac{k}{N},$$

где N – общий порядок рекурсивного фильтра.

Строго минимальнофазовой структурой синтезированный ФВЧ также не является, поскольку имеет нули коэффициента передачи вне пределов единичной окружности в z-плоскости.

Процессы измерения в модуле анализа пакета ЦНП 3.1 неравномерности АЧХ по заданному уровню 0 дБ и полосовой нелинейности ФЧХ фильтра отображены на рис. 3.59 и рис. 3.60 соответственно.

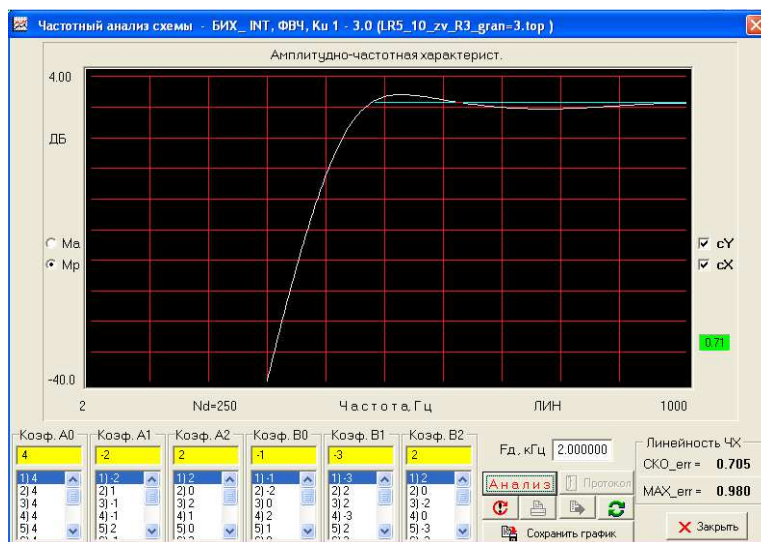


Рис. 3.59. Измерение полосовой неравномерности АЧХ

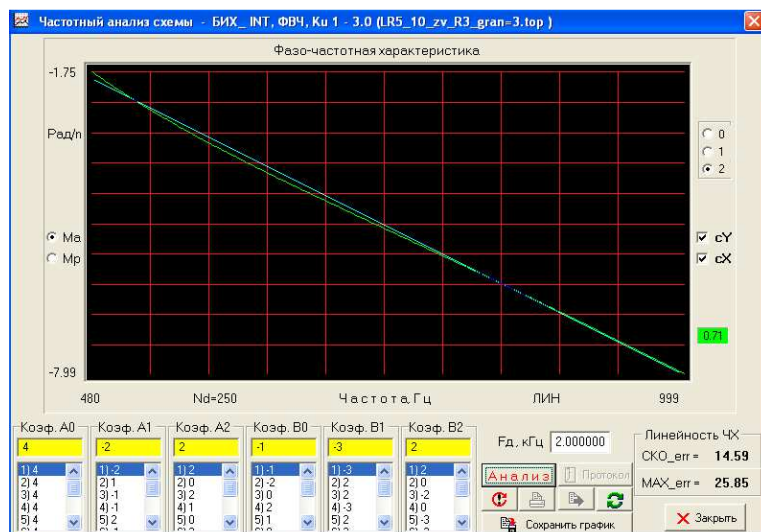
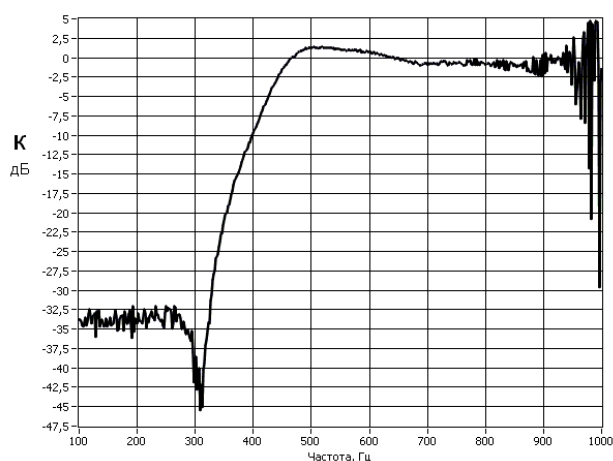
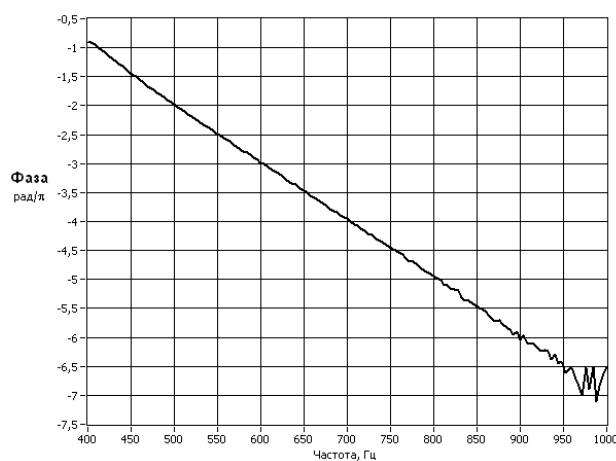


Рис. 3.60. Измерение линейности ФЧХ в полосе пропускания

Результаты измерения частотных характеристик фильтра (рис. 3.61) на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации $f_s=2$ кГц полностью соответствуют данным синтеза.



а)



б)

Рис. 3.61. Экспериментальные измерения АЧХ (а) и ФЧХ (б) 3-битового ФВЧ

Анализ выходного сигнала при нулевом входе показал, что предельные циклы того или иного рода при максимальном радиусе полюсов 0,71 в синтезированном фильтре также отсутствуют.

3.6. Целочисленные КИХ-фильтры минимальной разрядности

Как известно, по сравнению с рекурсивными фильтрами КИХ-фильтры имеют относительно низкую селективную способность, а следовательно и

большой объем цифровых вычислений для расчёта отклика фильтра. При этом к основным факторам, определяющих быстродействие, также относятся арифметика вычислений и длина слова коэффициентов (разрядность) цифрового КИХ-фильтра. .

В общем виде задача целочисленного нелинейного программирования при машинном синтезе нерекурсивного ЦЦФ с заданной разрядностью представления данных определяется соотношениями (2.15) – (2.18).

Ниже показана возможность решения задач синтеза каскадных целочисленных КИХ-фильтров минимальной разрядности представления данных компьютерным пакетом ЦНП 3.1. Многофункциональный синтез при этом также осуществляется как по критериям частотной селективности и возможного обеспечения линейности фазы в полосе пропускания фильтра.

Четырёхразрядный КИХ-фильтр нижних частот

Исходная спецификация для синтеза ФНЧ с требуемой фазовой линейностью в целочисленном пространстве 4-битовых параметров выглядит так:

1. Полоса пропускания фильтра 0 – 0,225
2. Коэффициент передачи в полосе пропускания 0 дБ с допуском $\pm 1,0$ дБ
3. Нелинейность фазы в полосе не выше 10°
4. Переходная полоса 0,225 - 0,32
5. Уровень подавления на частотах ниже 0,32 не менее 40 дБ
6. Длина слова коэффициентов W_k - 4 бита
7. Порядок КИХ-фильтра – 56
9. Масштабирование коэффициентов передачи в интервал { 1,0 – 2,0 }

Требуемая АЧХ фильтра приведена на рис. 3.62а (выделена пунктиром).

Задача целочисленного программирования для многофункционального синтеза КИХ-фильтра в форме каскадного соединения 28 звеньев второго порядка записывалась так:

$$F^o(\mathbf{IX}^o) = \min F(\mathbf{IX}) \quad \mathbf{IX} \in I^{84} \quad (3.60)$$

$$-7 \leq b_{di} \leq 7 \quad i=\overline{1,28}, \quad (3.61)$$

$$a_{0i}=8 \quad i=\overline{1,28}, \quad (3.62)$$

$$1.0 \leq K_i(e^{j\omega}) \leq 2.0 \quad i=\overline{1,28} \quad (3.63)$$

Таким образом, минимизация целевого функционала осуществлялась на 84-мерном целочисленном пространстве 4-битовых параметров в допустимой области (3.61) при масштабировании (3.63) коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал. Нормирующие коэффициенты (3.62) всех звеньев фильтра были одинаковыми.

В табл. 3.14 приведены оптимальные значения целочисленных 4-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу ФНЧ с одинаковой значимостью ($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев.

Оптимальные коэффициенты 4-битового ФНЧ Таблица 3.14.

Звено	b_0	b_1	b_2	K_{\max}
1	6	-6	1	1,37
.	5	-5	5	1,40
3	7	-2	0	1,12
4	-6	-6	4	1,47
5	-6	3	-2	1,37
6	-7	-7	0	1,75
7	-7	4	-3	1,75
8	6	4	0	1,25
9	2	-6	-6	1,32
10	-6	-1	2	1,01
11	-5	6	5	1,46
12	-6	-6	0	1,50
13	5	4	5	1,75
14	-7	-2	0	1,12

15	-7	-5	0	1,50
16	-7	-6	0	1,62
17	-7	-3	1	1,15
18	-6	-5	3	1,31
19	-6	-6	2	1,32
20	-6	-2	-1	1,12
21	-7	-4	0	1,37
22	6	5	-1	1,25
23	6	4	-1	1,13
24	-6	2	-1	1,12
25	4	-4	2	1,25
26	4	5	-4	1,18
27	-6	2	-1	1,12
28	5	6	-3	1,26

Графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.62. Время решения данной задачи на стандартном персональном компьютере по сценарию динамического программирования и целевой функции (3.41) не превышало 15 минут.

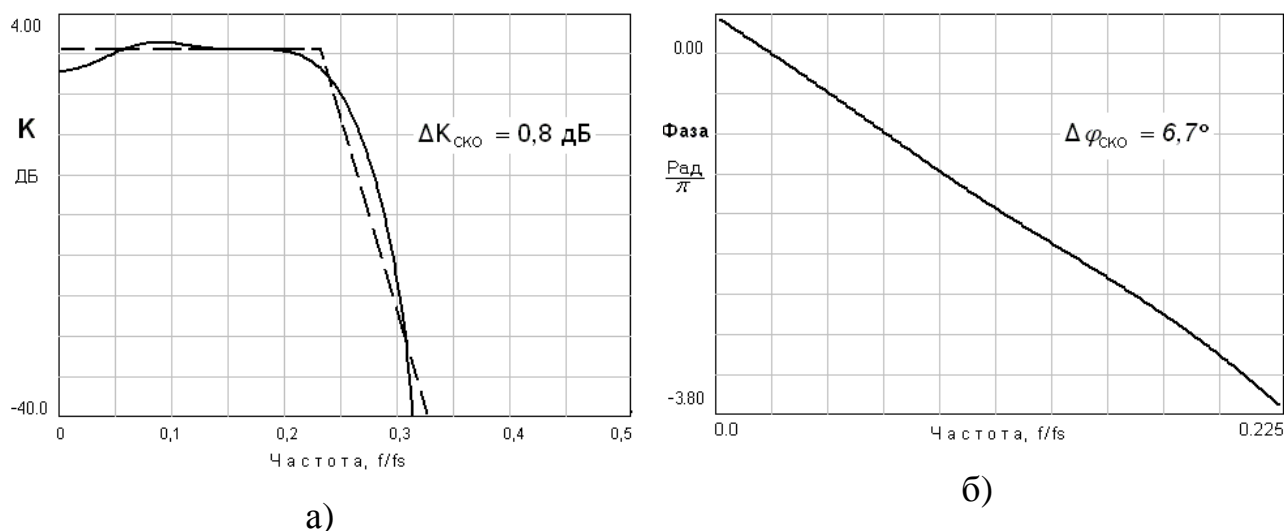


Рис. 3.62. Характеристики ФНЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ

Среднеквадратичная неравномерность АЧХ и ФЧХ в полосе пропускания 4-битового ФВЧ были равны соответственно $\Delta K_{\text{сco}}=0,8$ дБ и $\Delta \varphi_{\text{сco}}=6,7^\circ$.

Экспериментальные графики частотных характеристик синтезированного ФНЧ на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации $f_s=1$ кГц. приведены на рис. 3.63

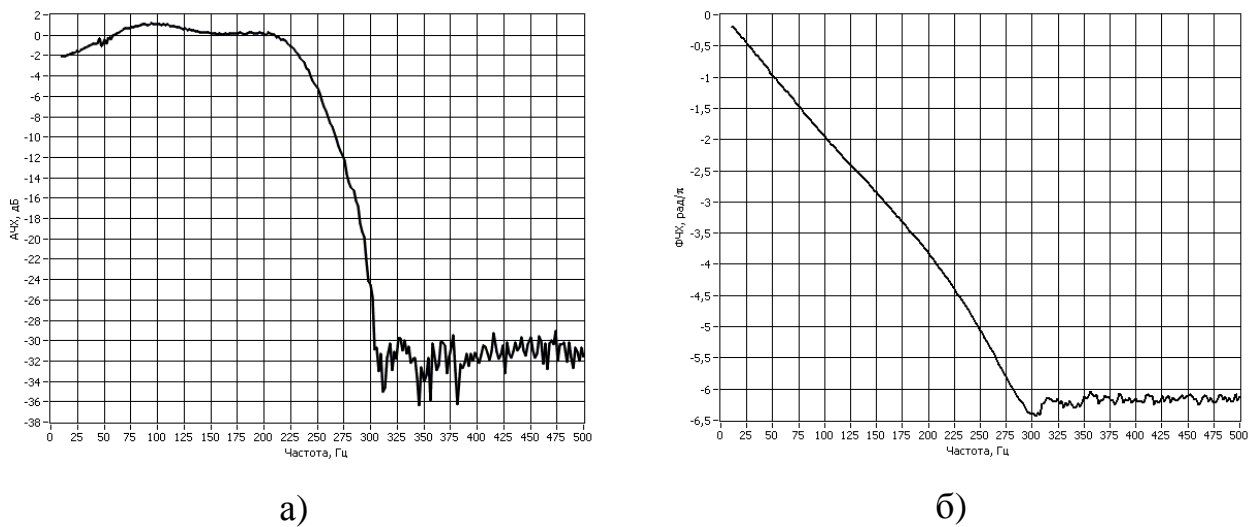


Рис. 3.63. Экспериментальные измерения АЧХ (а) и ФЧХ (б) 3-битового ФНЧ

Таким образом, функциональные требования при ЦНП-синтезе четырёхразрядного ФНЧ были выполнены.

Четырёхразрядный КИХ-фильтр верхних частот

Спецификация для синтеза ФВЧ с требуемой фазовой линейностью в целочисленном пространстве 4-битовых параметров была следующей:

1. Полоса пропускания фильтра 0,225 – 0,5
2. Коэффициент передачи в полосе пропускания 0 дБ с допуском $\pm 0,8$ дБ
3. Нелинейность фазы в полосе не выше 10°
4. Переходная полоса 0,08 - 0,225
5. Уровень подавления на частотах ниже 0,08 не менее 40 дБ
6. Длина слова коэффициентов W_k - 4 бита
7. Порядок КИХ-фильтра – 56
9. Масштабирование коэффициентов передачи в интервал $\{ 0,8 - 2,0 \}$

Требуемая АЧХ фильтра приведена на рис. 3.64а (выделена пунктиром). При синтезе ФВЧ с учётом фазовой линейности целевая функция (3.41) формировалась в виде взвешенной суммы частных целевых функций $f_{\text{АЧХ}}(\mathbf{IX})$ и $f_{\text{ФЧХ}}(\mathbf{IX})$. Весовые коэффициенты оконных целевых функций определялись

практически в ходе поэтапного решения следующей экстремальной задачи целочисленного программирования для многофункционального синтеза ФВЧ в форме каскадного соединения 28 звеньев второго порядка:

$$F^o(IX^o) = \min F(IX) \quad IX \in I^{84} \quad (3.64)$$

$$-7 \leq b_{di} \leq 7 \quad i = \overline{1, 28}, \quad (3.65)$$

$$a_{0i} = 8 \quad i = \overline{1, 28}, \quad (3.66)$$

$$0.8 \leq K_i(e^{j\omega}) \leq 2.0 \quad i = \overline{1, 28}. \quad (3.67)$$

Таким образом, итоговая минимизация целевого функционала также осуществлялась на 84-мерном целочисленном пространстве 4-битовых параметров в допустимой области (3.65) при масштабировании (3.67) коэффициентов усиления звеньев в заданный интервал.

Оптимальные коэффициенты 4-битового ФВЧ Таблица 3.15

Звено	b_0	b_1	b_2	K_{\max}
1	0	0	-7	0,88
2	7	-7	-2	1,54
3	-1	-2	-7	1,25
4	3	7	-5	1,35
5	7	-3	-1	1,15
6	-2	-7	7	1,54
7	7	-7	-2	1,54
8	7	-7	-2	1,54
9	6	4	1	1,37
10	7	-1	0	1,00
11	7	-7	-2	1,54
12	7	-7	-2	1,54
13	7	-1	0	1,00
14	7	-7	-2	1,54
15	7	-1	0	1,00

16	7	1	1	1,12
17	7	0	0	0,88
18	7	0	0	0,88
19	7	2	1	1,25
20	7	0	0	0,88
21	7	0	0	0,88
22	7	-7	-6	1,85
23	0	-7	2	1,12
24	5	2	2	1,12
25	7	0	0	0,88
26	7	0	0	0,88
27	7	0	0	0,88
28	7	0	0	0,88

В табл. 3.15 приведены оптимальные значения целочисленных 3-битовых коэффициентов передаточной функции по синтезу ФВЧ с одинаковой значимостью ($\beta_1=\beta_2$) требований к АЧХ и ФЧХ, а также достигнутые значения коэффициентов усиления его звеньев. Графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.64.

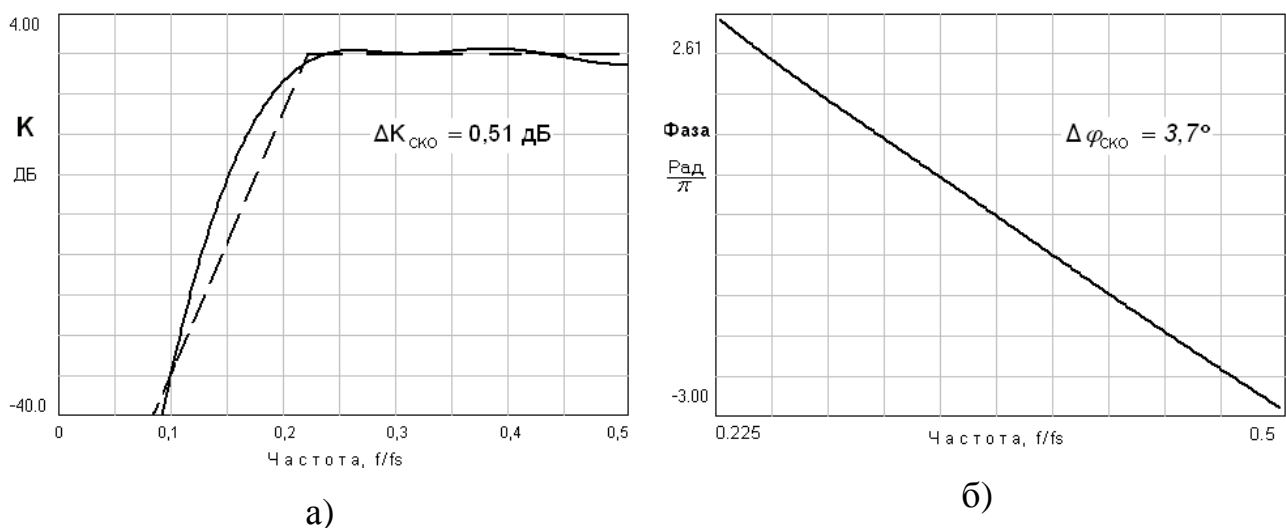


Рис. 3.64. Характеристики ФВЧ по синтезу а) АЧХ, б) ФЧХ

Как видно, среднеквадратичная неравномерность АЧХ и нелинейность ФЧХ в полосе пропускания ФВЧ были равны соответственно $\Delta K_{\text{сво}}=0,51$ дБ и $\Delta\varphi_{\text{сво}}=3,7^\circ$.

Результаты автоматизированного измерения частотных характеристик фильтра на всём интервале Найквиста для частоты дискретизации $f_s=1$ кГц. приведены на рис. 3.65. Так как выходной сигнал снимался непосредственно с ЦАП, то также наблюдается возрастание шумов измерения вблизи частоты Найквиста, где эффекты квантования входного сигнала наиболее выражены.

Как видно, экспериментальные характеристики малоразрядного КИХ-фильтра верхних частот соответствуют данным синтеза.

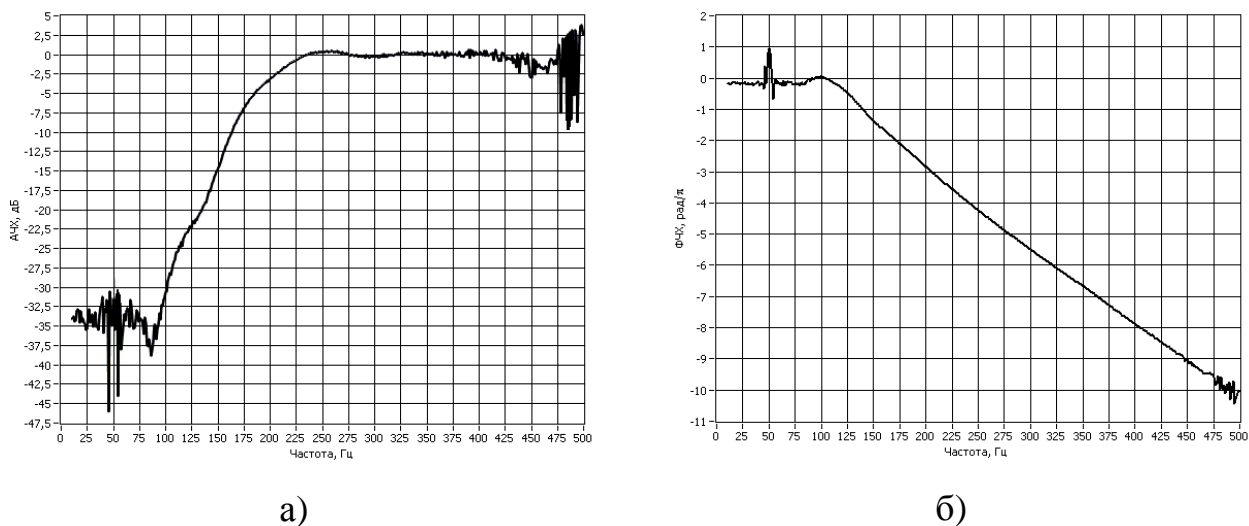
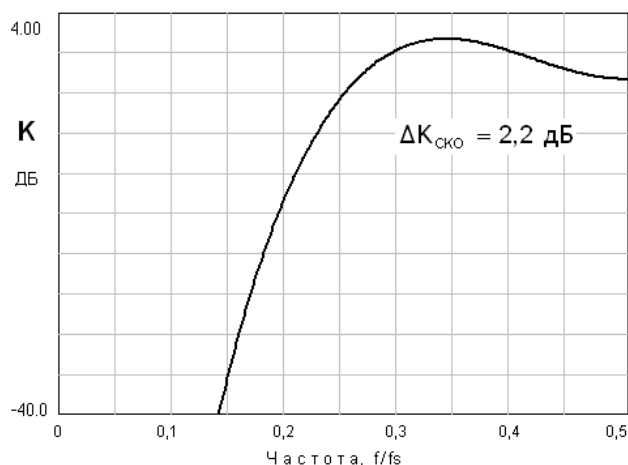


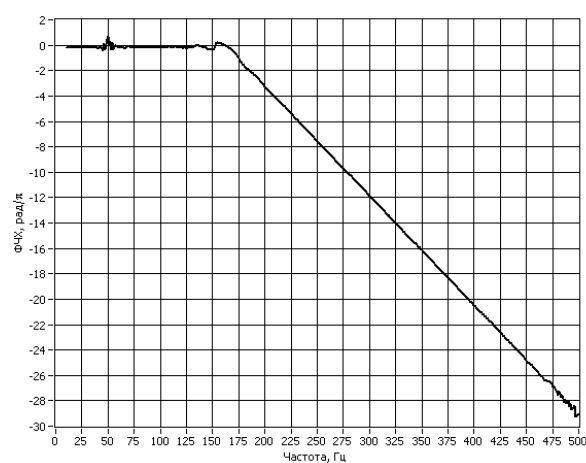
Рис. 3.65. Экспериментальные измерения АЧХ (а) и ФЧХ (б) 4-битового ФВЧ

Таким образом, все функциональные требования при ЦНП-синтезе 4-разрядного нерекурсивного ФВЧ с одинаковой значимостью требований к АЧХ и ФЧХ фильтра были выполнены.

Любопытно сравнить АЧХ синтезированного 4-битового ФВЧ со свободными коэффициентами с вариантом синтеза такого же фильтра с симметричными коэффициентами, что легко может быть реализовано методологией ЦНП [39]. Графики его частотных характеристик представлены на рис. 3.66.



а)



б)

Рис. 3.66. АЧХ 4-битового ФВЧ по синтезу с симметричными коэффициентами (а) и экспериментальные измерения ФЧХ (б)

Как видно, при полной фазовой линейности среднеквадратичная неравномерность АЧХ фильтра в полосе пропускания была равна $\Delta K_{\text{ск0}} = 2,2$ дБ при том же, естественно, порядке КИХ-фильтра. Таким образом, условие симметрии импульсной характеристики является очень жёстким ограничением на параметры (коэффициенты фильтра), а, следовательно, и на селективную способность проектируемого фильтра. На данном примере синтеза КИХ-фильтра верхних частот видно, что при симметричных коэффициентах его селективная способность в 4 раза меньше по сравнению с решением со свободными коэффициентами. Очевидно, что этот эффект будет ещё сильнее для узкополосных фильтров, где фазовые искажения невелики уже сами по себе и в узкой полосе пропускания их гораздо проще устранить прямым ЦНП-синтезом при свободных коэффициентах, ничего не теряя в селективной способности фильтра. Таким образом, при ЦНП-синтезе каскадного КИХ-фильтра с линейностью фазы только в заданной полосе длина фильтра может быть существенно уменьшена при полном выполнении функциональных требований к АЧХ и ФЧХ фильтра.

Заключение

Методы целочисленного нелинейного программирования в приложении к задачам проектирования линейных цифровых фильтров являются современной и перспективной альтернативой традиционным методам синтеза цифровых фильтров [2 – 5]. Классическое проектирование базируется, как известно, на аналитическом представлении функциональных зависимостей, начиная с аналитической аппроксимации требуемой частотной характеристики фильтра, что, естественно, приводит к чрезвычайной сложности аналитических вычислений даже в относительно простых проектных задачах. Так аналитический расчёт селективных цифровых фильтров или фазовых корректоров с учётом возможности обеспечения требуемой фазовой линейности, как справедливо указано в [2, 3, 16], уже вызывает значительные математические трудности. Если же необходимо реализовать некий сложный закон изменения характеристики, например, фазы коэффициента передачи либо её производных (ГВЗ и дисперсии), то аналитический расчёт фильтра становится невозможен.

Принципиальное отличие ЦНП-синтеза состоит в применении современных численных методов машинного проектирования, позволяющих работать не с аналитическим, а с дискретным представлением характеристик проектируемого фильтра, когда как исходные требуемые, так и текущие характеристики табулированы с заданной дискретностью их представления в частотной области и в вычислительной системе представлены двумерными массивами (векторами). Это даёт возможность, с одной стороны, без труда, применением численных методов, рассчитывать с заданной точностью все требуемые характеристики фильтра (включая и дисперсионные характеристики). С другой стороны - применять для синтеза технического решения эффективные поисковые методы дискретного программирования, позволяющие осуществлять проектирование цифровых фильтров непосредственно в целочисленном пространстве состояний. Критерием поиска при этом является соответствие совокупного текущего функционирования

синтезируемого фильтра его требуемому функционированию. Современные алгоритмические комплексы целочисленной минимизации позволяют решать такие проектные задачи надёжно и эффективно при выполнении всех внешних требований и ограничений к работе цифрового фильтра, что даёт возможность существенно повысить качество проектируемых фильтров и сократить время их разработки.

Следует отметить, что, в отличие от классического аналитического расчёта, поисковое проектирование является, безусловно, интеллектуальным процессом. Множество сценариев решения сложной проектной задачи может быть предложено, много специфических приёмов и навыков может быть применено опытным проектировщиком-поисковиком для успешного решения сложной задачи.

Можно отметить также и относительную простоту инженерного применения технологии поискового ЦНП-синтеза в повседневной практике. В каком-то смысле, по аналогии с известной системой визуального программирования LabVIEW, её можно также назвать технологией визуального проектирования. В многооконном графическом редакторе функциональных характеристик ЦНП-пакета проектировщик просто визуально отрисовывает графики требуемых характеристик, а затем, используя адекватную математическую модель фильтра заданного порядка, пытается реализовать эти характеристики с помощью эффективного алгоритмического комплекса поисковой минимизации в непрерывном или целочисленном пространстве параметров (коэффициентов) фильтра, визуально контролируя и корректируя итеративный процесс синтеза. И если проектировщик обладает достаточной квалификацией и опытом, инженерным пониманием того, что можно требовать от ЦЦФ заданной структуры в плане удовлетворения функциональных требований, если он владеет специфическими навыками и приёмами поискового проектирования, то для успешного решения сложной проектной задачи ему не понадобится много времени. Типичной же ошибкой малоквалифицированного разработчика обычно является задание нереальных

требований, то есть таких требуемых характеристик фильтра, которые не могут быть реализованы ни при каких значениях его коэффициентов в заданной системе прямых и функциональных ограничений.

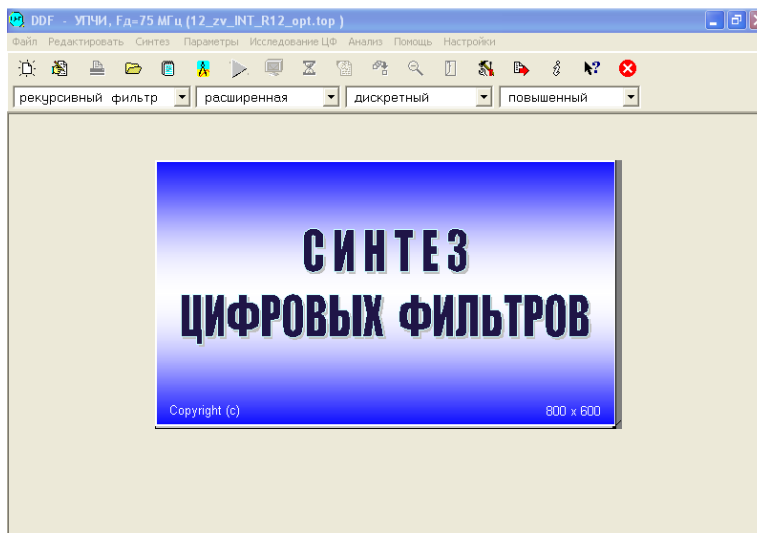


Рис. 3.68. Основная панель программы
целочисленного проектирования фильтров

Из материалов, приведённых в монографии видно, что в сравнении с аналитическими подходами, синтез линейных цифровых фильтров методом ЦНП (рис. 3.68) позволяет:

1. Осуществлять проектирование фильтра по совокупности требуемых частотных характеристик при произвольной форме их задания и заданной частотной шкале (линейной, логарифмической и др.);
2. Устойчивость решения для целочисленных БИХ-фильтров гарантируется приоритетным выполнением функциональных условий устойчивости в процессе ЦНП-синтеза фильтра. При этом возможно задание требуемого максимального радиуса полюсов передаточной функции, что позволяет эффективно управлять добротностью проектируемого фильтра в случае возникновения предельных циклов того или иного рода;
3. Проектировать фильтры с любой, наперёд заданной разрядностью представления данных (вплоть до минимальных 3-х бит) непосредственно в целочисленном пространстве параметров (коэффициентов) фильтра;

4. Глобальная модельная идеология поиска определяет высокую надёжность отыскания эффективного решения экстремальной задачи ЦНП. Хорошего начального приближения (прототипа) здесь не требуется.
5. Необходимое масштабирование сигнала в каскадных структурах может быть обеспечено непосредственно в ходе ЦНП-синтеза целочисленного фильтра. Здесь нет необходимости использования косвенных приёмов масштабирования усиления применением, например, L_p -нормы.
6. Целочисленная дискретизация пространства параметров (коэффициентов) фильтра позволяет получать проектные решения в целых числах, что обеспечивает максимальное быстроедействие при работе фильтра в реальном времени и снимает все ограничения по арифметике вычислений при реализации ЦНП-фильтров на любых цифровых платформах (сигнальных процессорах, контроллерах, FPGA) с заданной разрядностью представления данных, а также на кристаллах заказных или полузаказных СБИС.

Более чем десятилетний опыт применения методологии ЦНП для проектирования целочисленных цифровых фильтров показал её высокую надёжность и эффективность. С помощью разработанного программно-алгоритмического комплекса поискового синтеза решено множество прикладных задач, так типовых, так и весьма сложных, примеры которых можно найти в работах [20, 21, 36 – 40, 44]. Практическая реализация полученных решений на целочисленных цифровых платформах полностью подтверждает синтезированные характеристики целочисленных цифровых фильтров. В настоящее время программно-алгоритмический комплекс поискового синтеза ЦЦФ является эксклюзивной авторской разработкой. Заинтересованные читатели могут обращаться к разработчикам комплекса за консультациями и по вопросам решения конкретных задач многофункционального синтеза целочисленных цифровых фильтров по электронной почте: bug@rf.unn.ru, pbox27@yandex.ru.

Список литературы

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978, 848 с.
2. Антонию А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. М., Радио и Связь, 1983, 320 с..
3. Каппелини В., Константи́нидис А. Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983, с. 380.
4. Мингазин А.Т. Синтез передаточных функций цифровых фильтров в области дискретных значений коэффициентов (обзор). // Электронная техника. Сер. 10. 1993. № 1,2, с. 3 – 35.
5. Dehner G. On the design Caue filters with coefficients of limited wordlength// 1975. V.26. №4, P 165 - 168.
6. Мингазин А.Т. Программа DIFID: эффективный синтез каскадных цифровых БИХ-фильтров. М., DSPA, 2002. Т.1, с. 90 – 93..
7. Мингазин А.Т. Анализ влияния квантования коэффициентов на характеристики цифровых фильтров. Радиотехника. 1987. № 6, с.35 – 37.
8. EzIIR filter design package. <http://www.ti.com/tool/sprc072> .
9. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов: практический подход. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004, с. 992.
10. Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы. М., Наука, 1990, 488 с.
11. Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. - М.: Наука, 1959, 370 с.
12. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П. и др. Методы оптимизации М.: Наука, 1978, с. 340.
13. Батищев Д. И. Методы оптимального проектирования. - М.: Радио и связь, 1984, с. 284.
14. Воинов Б.С., Бугров В.Н., Воинов Б.Б. Информационные технологии и системы: поиск оптимальных, оригинальных и рациональных решений. М.: Наука, 2007, с. 730.

15. Бугров В.Н., Лупов С.Ю., Земнюков Н.Е., Корокозов М.Н. Дискретный синтез цифровых рекурсивных фильтров. // Вестник ННГУ, 2009, № 2, с. 45 - 52.
16. Штофф В.А. Введение в методологию научного познания. – Ленинград: Издательство ЛГУ, 1972, с. 245.
17. Половинкин А.И. Основы инженерного творчества. - Москва, Машиностроение, 1988, с. 354.
18. Dempster A.G., Macleod M.D. IIR digital filter design using minimum adder multiplier blocks.//IEEE Trans.on Circuits and Systems-II, 1998, v. 45, N 6.
19. Бугров В.Н., Воронков Ю.В. Формализация задачи структурно-параметрического синтеза радиоэлектронных систем. // Радиотехника, 2001, № 9, с. 47 - 53.
20. Бугров В.Н. Проектирование цифровых фильтров методами целочисленного нелинейного программирования. // Вестник ННГУ, 2009, № 6, с. 61 - 70.
21. Шкелев Е.И., Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Целочисленные цифровые фильтры – эффективное решение для 8-битовых цифровых платформ. М., Компоненты и технологии, № 10, 2013, с. 104 - 110.
22. Кованова Е.В. Оценка быстродействия рекурсивных целочисленных цифровых фильтров. Тезисы доклада на международной научной конференции “ИСТ-2013”, Н.Новгород, НГТУ, 2013, с. 45 – 47.
23. Семенов Б.Ю. Микроконтроллеры MSP430. Первое знакомство, М.: Изд-во «Солон-пресс», 2006, с. 120.
24. Мингазин А.Т. Шум округления и разрядность коэффициентов четырёх структур БИХ-фильтров. М., DSPA, 2006. Т.1, с. 142 - 143.
25. Артемьев В.В., Шамшин М.О. Моделирование шумовых свойств целочисленного рекурсивного звена. Тезисы доклада на международной научной конференции “ИСТ-2014”, Н.Новгород, НГТУ, 2014, с. 34-35.

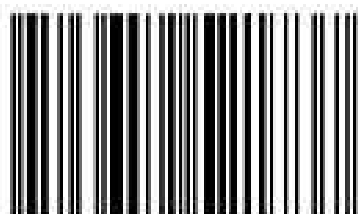
26. Мингазин А.Т. Вариация исходных параметров в задачах синтеза цифровых КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов. М., DSPA, 2000. Т.1. С. 162-166.
27. Kodek D. Design of optimal finite wordlength FIR digital filters using integer programming techniques//IEEE Trans. –1980.-Vol. ASSP-28, №3.- P. 304-308.
28. Nakayama K. A discrete optimization method for high-order FIR filters with finite wordlength coefficients//ICASSP.-1982.- Vol. 1.-P. 484-487.
29. Lim Y. C., Parker S. R., Constantinides A. G. Finite word length FIR filter design using integer programming over a discrete coefficient space// IEEE Trans. 1982. ASSP-30. № 4. P. 661-664.
30. Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Поисковые технологии проектирования целочисленных цифровых фильтров. Часть 1. М., Компоненты и технологии, № 6, 2014, с. 40-44.
31. Подиновский В.В., Гаврилов В.И. Оптимизация по последовательно-применяемым критериям. -// М.: Сов.радио, 1979, 192с.
32. Артемьев В.В., Бугров В.Н. Синтез цифровых рекурсивных фильтров с линейной фазой. М., Компоненты и технологии, № 7, 2013, с. 132-134.
33. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы). // М.: Наука, 1978, 200 с.
34. Новиков Л.В. О поиске двоичного слова заданной длины, удовлетворяющего определенным требованиям // Некоторые вопросы проблемы ЭМС радиосистем. – Изд. ГГУ, Горький, 1975. Вып.3, с.66.
35. Воинов Б.С. Алгоритм направленного сканирования на детерминированной сетке // Малков В.П., Угодчиков А.Г. Оптимизация упругих систем. Раздел 3.7.3. – // М.: Наука, 1981. – 288 с.
36. Бугров В.Н., Пройдаков В.И., Артемьев В.В. Синтез цифровых фильтров методами целочисленного нелинейного программирования. 17-ая международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её

- применение – DSPA-2915», Тезисы докладов. М.: НТО РЭС им. А.С. Попова, 2015 г, с. 200 – 204.
37. Бугров В.Н. Синтез целочисленных рекурсивных фильтров с произвольно заданными селективными требованиями. // Цифровая обработка сигналов, №2, 2016, С. 35-43.
38. Бугров В.Н. Целочисленное проектирование гауссовых цифровых фильтров // Вестник ННГУ, 2012, № 3. с. 49 – 54.
39. Бугров В.Н, Морозов Н.С. Синтез целочисленных цифровых КИХ-фильтров с линейной фазой. // Цифровая обработка сигналов, №1, 2016, с. 14 -19.
40. Бугров В.Н, Синтез целочисленных БИХ-фильтров минимальной длины слова коэффициентов. // Цифровая обработка сигналов, №2, 2017, с. 37-43
41. Мингазин А.Т. Синтез БИХ-фильтров малой сложности с характеристиками, близкими к гауссовой кривой. М., Компоненты и технологии, № 11, 2013, с. 144-148.
42. Джакония В.Е. Телевидение. М.: Горячая линия - Телеком, 2007, 618 с
43. Сохранов Н. Н., Машинные методы обработки и интерпретации результатов геофизических исследований скважин, М., 1973, 340 с
44. Бугров В.Н., Артемьев В.В. Синтез целочисленных рекурсивных фильтров без умножителей на неэквидистантном множестве параметров. // Успехи современной радиоэлектроники, №7, 2017, С. 52 – 60

Рассматриваются основные вопросы моделирования линейного цифрового фильтра в приближении дискретной целочисленной математики, соответствующей базовой физике работы фильтра в реальном времени на цифровых платформах с целочисленной арифметикой вычислений. Приводится целочисленная модель рекурсивных фильтров в форме каскадного соединения звеньев второго порядка. Дается оценка быстродействия и шумовых свойств рекурсивных целочисленных фильтров. Рассмотрена постановка задачи многофункционального синтеза фильтров методами целочисленного нелинейного математического программирования с учётом заданного радиуса полюсов передаточной функции. Иллюстрируется эффективность применения данного подхода на нескольких характерных примерах решения задач синтеза каскадных рекурсивных и нерекурсивных фильтров со сложными селективными требованиями и минимальной разрядностью целочисленных коэффициентов. Проводится анализ теоретических и экспериментальных характеристик синтезированных цифровых фильтров.



Закончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета. Защитил диссертацию в 1985 году. Работа в должности доцента РФФ ННГУ. Основные научные интересы - компьютерные технологии принятия решений в формализованных и неформализованных задачах, экспертные системы, разработка систем автоматизированного проектирования



978-3-659-52173-7

**More
Books!**



yes

I want morebooks!

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн - в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов!

Мы используем экологически безопасную технологию "Печать-на-Заказ".

Покупайте Ваши книги на
www.morebooks.de

Buy your books fast and straightforward online - at one of the world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.morebooks.de

OmniScriptum Marketing O&U GmbH
Bahnhofstr. 28
D- 66111 Saarbrücken
Telefax: +49 681 93 81 567-9

info@omnisciptum.com
www.omnisciptum.com

OmniScriptum

