

Федеральное агентство по образованию
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Приоритетный национальный проект «Образование»
Инновационная образовательная программа Нижегородского университета:
Образовательно-научный центр
*«Информационно-телекоммуникационные системы:
физические основы и математическое обеспечение»*

С.В. Оболенский, Н.В. Демарина, Е.В. Волкова

**ОСНОВЫ ФИЗИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ.
ТРАНСПОРТ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ**

Учебное пособие

Нижний Новгород
Издательство Нижегородского госуниверситета

2007

УДК 537.311
ББК Бв6я73-4
М 34

Рецензент:
доктор физ.–мат. наук, профессор В. К. Киселев

М 34 Основы физики полупроводников. Транспорт носителей заряда в электрических полях. Учебное пособие / С.В. Оболенский, Н.В. Демарина, Е.В. Волкова. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2007. 67 с.

ISBN 978-5-85746-952-1

В условиях бурного развития нанoeлектроники вопросы транспорта электронов в гетеронаноструктурах становятся чрезвычайно актуальными. Однако изучение этих не простых закономерностей часто является непреодолимой трудностью для студентов 3–го курса, только приступающих к изучению физики твердого тела. Несмотря на ряд объемных и весьма ценных своим углубленным подходом монографий, в настоящее время отсутствует простой и понятный учебник, охватывающий только избранные главы физики твердого тела и объясняющий их как базу для изучения твердотельной электроники.

В связи с этим авторы подобрали материалы по основам физики полупроводников в комбинации с избранными вопросами транспорта носителей заряда в гетеронаноструктурах. Оригинальные объяснения и иллюстрации авторов комбинируются с материалами монографий, указанных в конце учебника. При подготовке учебного пособия использованы материалы лекций авторов по курсам «Физика полупроводников и полупроводниковых приборов» и «Твердотельная электроника». В тех местах, которые часто вызывают у студентов вопросы при подготовке к экзамену, авторы посчитали необходимым дополнить известные и традиционные объяснения дополнительными комментариями, расшифровками и ссылками. Некоторые из монографий [4, 5, 6], на которые ссылаются авторы, являются библиографической редкостью. Авторы сочли возможным использовать некоторые подходы к объяснению сложного материала и ряд иллюстраций из этих монографий, чтобы наиболее полно познакомить студентов с современными достижениями физики полупроводников.

Материал адаптирован авторами для студентов 3–го и 4–го курсов радифизического факультета. Пособие предназначено для студентов дневного и вечернего отделений, изучающих курсы «Физика полупроводников и полупроводниковых приборов» и «Твердотельная электроника».

***Издано в рамках Инновационной
образовательной программы ННГУ:
Образовательно-научный центр «Информационно-
телекоммуникационные системы: физические основы
и математическое обеспечение»***

ISBN 978-5-85746-952-1

ББК Бв6я73-4

© Оболенский С.В., Демарина Н.В., Волкова Е.В., 2007

© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2007

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	5
1. Характерные длины и масштабы.....	6
2. Элементы зонной теории твердого тела.....	8
3. Статистика электронов и дырок в полупроводниках.....	15
4. Дрейф в электрическом поле и диффузия электронов в полупроводниках	24
4.1. Поведение носителей заряда в постоянном, однородном и слабом электрическом поле	25
4.1.1 Понятия подвижности и удельной электропроводно- сти.....	25
4.1.2 Зависимость подвижности носителей заряда от температу- ры.....	26
4.1.3 Температурная зависимость проводимо- сти.....	29
4.2. Понятие диффузии.....	30
5. Неравновесные явления в полупроводниках. Генерация и рекомбинация носителей заряда.....	33
6. Система уравнений для описания движения носителей заряда в полупро- водниках	37
6.1. Основные уравнения.....	37
6.1.1 Уравнения Максвелла для однородных и изотропных материалов.....	37
6.1.2 Уравнения для плотности токов	38
6.1.3 Уравнения непрерывности	39
6.2. Примеры применения основных уравнений	39
6.2.1 Релаксация фотовозбужденных носителей	39
6.2.2 Стационарная инжекция с одной стороны образца.....	41
6.2.3 Стационарная и нестационарная диффузия	43
6.2.4 Поверхностная рекомбинация	44

.....	
7. Особенности движения носителей заряда в сильном неоднородном электрическом поле	45
7.1. Стационарная дрейфовая скорость.....	45
7.2. Всплеск дрейфовой скорости.....	56
7.3. Всплеск дрейфовой скорости в коротких структурах.....	57
7.4. Инерционный пролет	61
Список литературы.....	64
<u>Приложение 1.</u>	
Периодическая система элементов Д. И. Менделеева.....	65
<u>Приложение 2.</u>	
Некоторые значения параметров основных полупроводников.....	66

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов 3 – 4-х курсов дневных и вечерних отделений высших технических учебных заведений, специализирующихся на изучении физики полупроводников и, особенно, полупроводниковых приборов. Оно содержит основные определения и понятия по физике полупроводников, а также расширенный объем сведений из области теории транспорта электронов в полупроводниках. Особое внимание уделено движению электронов в электрических полях большой напряженности, обычно реализующихся в коротких (менее 1 мкм) полупроводниковых структурах. Именно такие структуры используются при изготовлении современных транзисторов и диодов, имеющих размеры рабочих областей 0.01...1 мкм.

Пособие не заменяет лекций, методических пособий по лабораторным работам или учебников. Оно является дополнительным источником сведений, в котором сочетаются детальные объяснения простейших понятий и более углубленные и сложные для понимания эффекты из указанного выше раздела физики полупроводников. В связи с таким подходом к изложению материала пособие может использоваться в качестве как приложения к базовому курсу лекций, так и методической основы спецкурса по физике современных полупроводниковых приборов.

Пособие написано на базе хорошо известных учебников и достаточно редких монографий по физике полупроводников и полупроводниковых приборов [1–7], а также оригинальных методических разработок кафедры электроники радиофизического факультета Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. В изложении материала авторы старались по возможности избегать громоздких формул и объемных вычислений, информация о которых может быть найдена студентами в широко распространенной литературе. В данном пособии акцент ставился на качественном объяснении физических процессов и пояснении физического смысла рассматриваемых величин.

1. ХАРАКТЕРНЫЕ ДЛИНЫ И МАСШТАБЫ

Успехи полупроводниковой технологии, достигнутые в последние годы, привели к появлению целого ряда новых полупроводниковых приборов. Они отличаются от классических размерами своих рабочих полупроводниковых областей¹, так что расстояние между входными и выходными электродами приборов может быть сравнимо с длиной бесстолкновительного движения электронов, т.е. такого движения, когда электрон, перемещаясь по кристаллической решетке, не успевает ни разу столкнуться с атомами полупроводника. Если говорить более строго, то следует напомнить, что в идеальной кристаллической решетке электрон не сталкивается с атомами полупроводника никогда. Для столкновения необходимо наличие дефекта решетки: примесного атома другого, чем атомы полупроводника, типа или нарушения периодичности кристалла, например, отсутствия одного из атомов в узле решетки. Тепловые колебания решетки – фононы – смещают атомы кристалла из положения равновесия, поэтому также являются нарушениями периодического распределения атомов в кристаллической решетке. В связи с этим фононы тоже могут рассеивать электроны.

В случае коротких полупроводниковых структур электронный перенос определяется двумя характерными длинами: длиной свободного пробега λ и дебаевской длиной $l_{Debye} = (\epsilon k_B T / q^2 n)^{1/2}$ (ϵ – диэлектрическая проницаемость материала структуры, q – заряд электрона, n – концентрация электронов). *Длина Дебая* – это характерная длина, на которой электронный газ может экранировать электрическое поле встроенных в кристаллическую решетку зарядов, например, ионов легирующей примеси. Иными словами, при своем движении электроны взаимодействуют только с зарядами, находящимися на расстоянии

¹ Здесь и далее не рассматриваются квантово-размерные полупроводниковые приборы, размеры активных областей которых сравнимы с длиной волны де Бройля для электрона ($\lambda_{dB} = 2\pi\hbar / \sqrt{3k_B T m^*}$, где T – температура, k_B – постоянная Больцмана и m^* – эффективная масса электрона в структуре).

не больше, чем длина Дебая. Для используемых в полупроводниковых приборах концентраций электронов длина Дебая составляет 10...1000 нм. Длина свободного пробега электронов – несколько нанометров.

Если характерный размер полупроводниковой структуры a много больше длины свободного пробега

$$a \gg \lambda, \quad (1)$$

то имеет место обычный, определяемый столкновениями перенос электронов в структуре. В случае небольших напряжений, приложенных к структуре, пространственное распределение носителей в образце является однородным, если выполняется условие

$$a \gg l_{Debey}. \quad (2)$$

Режим, определяемый неравенствами (1) и (2), соответствует области I на рис. 1.

Если $a \ll l_{Debey}$ и $a \gg \lambda$ то распределение носителей в образце не является однородным. Этот режим тока, ограниченного пространственным зарядом, в котором определяющую роль также играют столкновения, соответствует области II на рис. 1. Если же справедливо противоположное условию (1) неравенство

$$a \ll \lambda,$$

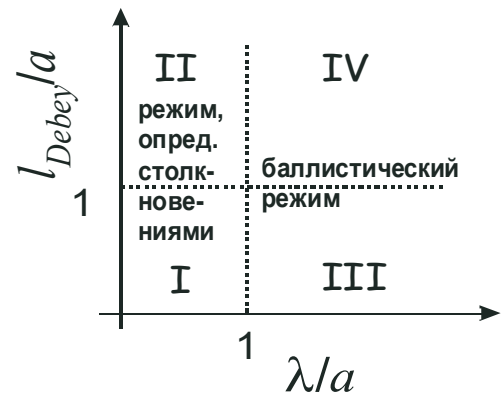
то реализуется так называемый **баллистический**, т.е. бесстолкновительный, перенос (области III и IV на рис. 1). Здесь также распределение носителей однородно при условии

$$l_{Debey} \ll a$$

(область III на рис. 1) и неоднородно при условии

$$l_{Debey} \gg a.$$

Рис. 1. Классификация механизмов проводимости в зависимости от соотношения длины образца a и двух характерных длин: длины свободного пробега λ и дебаевской длины l_{Debye}



Наше описание физики движения электронов¹ в подобных структурах будет построено следующим образом. Вначале мы напомним основы зонной теории полупроводников и статистики. После этого мы перейдем к описанию переноса носителей заряда в слабых полях в однородном образце (области I и III на рисунке 1). Затем рассмотрим явления в образцах с неоднородным распределением носителей (области II и IV на рисунке 1) и только потом остановимся на режиме бесстолкновительного переноса в коротких структурах.

2. ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В учебниках по физике твердого тела [2, 3] полупроводникам дается определение как твердым телам, электропроводность которых меняется от 10^{-10} до $10^4 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$ и которые, таким образом, оказываются классом твердых тел, расположенных между металлами и диэлектриками, имеющими электропроводности, соответственно, больше $10^4 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$ и меньше $10^{10} \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$.

Кроме того, **полупроводник** можно определить еще и как вещество, характерной чертой которого является способность изменять свои свойства в чрезвычайно широких пределах под влиянием различных воздействий (температуры, освещения, электрических и магнитных полей, давления). Это определение наилучшим образом объясняет причину широкого использования полу-

проводниковых материалов для создания приборов, так как под внешним воздействием характеристики полупроводников, например, электропроводность, могут изменяться в 10^6 – 10^7 раз. Такой чувствительностью не обладают ни металлы, ни диэлектрики,

К полупроводникам относятся:

1. Кристаллы простых химических элементов: В, С, Si, Ge, Р и некоторых других элементов III, IV и V групп периодической системы Д. И. Менделеева (см. приложение 1);
2. Кристаллы химических соединений, например, бинарные соединения третьей и пятой групп таблицы Д.И. Менделеева (общее обозначение $A^{III}B^V$), в частности, GaAs, InP, GaP, а также соединения типа $A^{II}B^{VI}$ (CdSe, CdTe); кроме того, бывают тройные и четвертные соединения (например, AlGaAs);
3. Органические соединения: нафталин, бензол.

Наиболее типичными, хорошо изученными и широко применяющимися на настоящий момент являются Ge, Si, GaAs, InP, AlGaAs, InGaAs.

Для того чтобы разобраться, какие физические механизмы определяют столь высокую чувствительность полупроводников к внешним воздействиям, рассмотрим особенности энергетического спектра электронов в полупроводниках.

Прежде всего, заметим, что полупроводник имеет кристаллическую структуру, т.е. состоит из атомов, упорядоченно расположенных в пространстве. Для простоты можно рассматривать одномерный кристалл, т.е. цепочку атомов, расположенных на одном и том же расстоянии друг от друга. Результаты рассуждений, полученные для одномерного случая, можно обобщить на случай трехмерного кристалла.

1 Часто рассматривается движение именно электронов, а не дырок. Полупроводники с электронным типом проводимости более широко используются при конструировании приборов, поскольку подвижность электронов в большинстве случаев больше, чем подвижность дырок.

В изолированном атоме электроны находятся в стационарных состояниях, каждому из которых соответствует строго определенные дискретные значения энергии (рис. 2а). В кристаллическом твердом теле из-за возмущений, вносимых другими атомами, уровни расщепляются – образуются области (зоны) разрешенных значений энергии, между которыми находятся запрещенные зоны (рис. 2б). Для глубоких уровней расщепление невелико, т.к. находящиеся на них электроны экранируются верхними оболочками и практически не взаимодействуют с соседними атомами. Для внешних валентных оболочек расщепление может составлять несколько электрон-вольт.

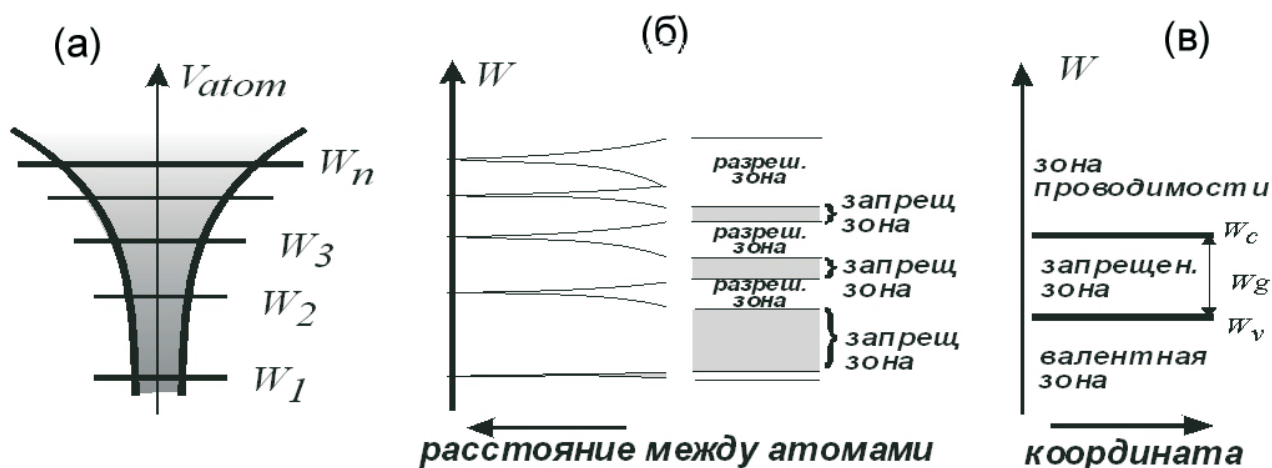


Рис. 2. Спектры энергий электронов: (а) – в изолированном атоме, (б) – при сближении атомов, (в) – в твердом теле

В случае, когда зона формируется из одного энергетического уровня изолированных атомов, общее число электронов, которые могут разместиться в данной зоне, равно удвоенному (с учетом спина) числу атомов кристаллической решетки. Если при абсолютном нуле температур осуществлять заполнение зон электронами, то заполнение энергетических уровней будет осуществляться снизу вверх по шкале энергий и на каждом уровне, согласно принципу Паули, будут располагаться два электрона, что соответствует двум различным ориентациям спина. Самая верхняя полностью заполненная электронами зона называется **валентной зоной**. Ближайшая к ней незаполненная или частично заполненная зона

называется *зоной проводимости*. Электрические и оптические свойства полупроводников обусловлены переходами электронов между этими двумя зонами, так как все зоны, расположенные ниже, обычно заполнены электронами, а выше – пусты. В дальнейшем, говоря о запрещенной зоне, мы будем иметь в виду только запрещенную зону, расположенную между валентной зоной и зоной проводимости. Таким образом, упрощенная структура энергетического спектра электронов в твердом теле имеет вид, представленный на рис. 2 в.

Представление о разрешенных и запрещенных зонах в сочетании с принципом Паули позволяет понять причину глубокого различия физических свойств металлов, диэлектриков и полупроводников. Действительно, если при абсолютном нуле зона проводимости частично заполнена электронами или имеется перекрытие заполненной валентной зоны и пустой зоны проводимости, то при приложении электрического поля свободно осуществляются переходы электронов между энергетическими уровнями, обусловленные ускорением электронов во внешнем поле. Такие материалы проводят электрический ток даже при абсолютном нуле температуры и являются металлами, другими словами, электропроводность такого твердого тела имеет металлический характер. Если между валентной зоной и зоной проводимости имеется запрещенная зона конечной ширины (рис. 2в), то при абсолютном нуле, полном затемнении и не слишком сильном электрическом поле твердое тело не будет проводить электрический ток. Действительно, в этом случае даже под воздействием электрического поля ни один электрон заполненной валентной зоны не может изменить своего состояния¹, т.к. все соседние уровни заняты, а на каждом уровне, согласно принципу Паули, помещаются только два электрона. Следовательно, электроны заполненной валентной зоны не могут участвовать в переносе электрического тока. При повышении температуры и/или освещении такого тела электроны из валентной зоны будут переходить в зону проводимости. Вследствие

¹ Справедливо для полей с напряженностью $E < 10^6$ В/см. При больших значениях электроны могут перейти из валентной зоны в зону проводимости – наступает пробой.

таких переходов 1) в зоне проводимости появляются электроны, участвующие в переносе тока и обеспечивающие электронную проводимость; 2) освобождаются верхние уровни валентной зоны, что позволяет участвовать в переносе тока и электронам валентной зоны (дырочная проводимость). Такой материал является полупроводником. С точки зрения зонной теории разница между полупроводниками и диэлектриками заключается только в ширине запрещенной зоны (W_g). Обычно к полупроводникам относят материал с шириной запрещенной зоны меньше 2 эВ. У основных полупроводников при температуре 300 К она составляет: в германии (Ge) – 0.803 эВ, в кремнии (Si) – 1.12 эВ, в арсениде галлия (GaAs) – 1.43 эВ, в фосфиде индия (InP) – 1.29 эВ.

Для нахождения энергетического спектра электронов в разрешенной зоне даже в простейшем случае одноэлектронного¹ и адиабатического² приближений необходимо решить одночастичное уравнение Шредингера, в котором потенциальная энергия электрона представлена периодической функцией. Последнее является следствием периодичности кристаллической решетки полупроводника. Решением, согласно теореме Блоха, является функция, представляющая из себя амплитудно-модулированную плоскую волну:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = U_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i(\vec{k}, \vec{r})},$$

где \vec{r} – радиус-вектор; \vec{k} – вектор, характеризующий квантовое состояние электрона в кристалле, имеющий размерность волнового вектора и поэтому названный **квазиволновым вектором**, $U_{\vec{k}}(r)$ – периодическая функция с периодом потенциала кристаллической решетки. Сама функция $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ получила название **блоховской функции**. Используется также понятие **квазиимпульса**

1 В одноэлектронном приближении энергия попарного взаимодействия всех электронов заменяется взаимодействием каждого электрона с усредненным полем всех остальных. При этом уравнение Шредингера для волновой функции многих частиц сводится к системе уравнений для одного электрона.

2 В адиабатическом приближении рассматривается движение электронов в поле ядер атомов, которые считаются неподвижными (в силу их существенно большей массы).

электрона, которое вводится с помощью соотношения $\vec{p} = \hbar \vec{k}$. Каждому значению квазиволнового вектора будет соответствовать одно или несколько значений энергии, лежащих в разрешенных зонах, т.е. энергия электрона в разрешенной зоне является функцией квазиволнового вектора \vec{k} , $W = W(\vec{k})$. Зонные энергетические спектры реальных полупроводников рассчитываются теоретически с помощью различных приближенных методов. Результаты расчетов часто представляются графически в виде кривых $W = W(\vec{k})$, которые называются **дисперсионными кривыми**. Дисперсионные кривые для Si, Ge и GaAs будут рассмотрены ниже, в п. 8. Об особенностях строения энергетического спектра электронов в конкретных полупроводниках см., например, в [6].

Несмотря на сложность зависимости энергии электрона от квазиволнового вектора, в большинстве задач физики полупроводников играет роль поведение носителя заряда в достаточно узкой области значений квазиволнового вектора вблизи минимума или максимума энергии. Заметим, что область значений квазиволнового вектора в окрестности экстремумов зависимости $W(\vec{k})$ образует **долину**. Вблизи точки экстремума \vec{k}_0 функцию $W = W(\vec{k})$ можно разложить в ряд Тейлора, используя выражение

$$W(\vec{k}) = W(\vec{k}_0) + \frac{1}{2} \sum_{i=x}^z \sum_{j=x}^z \frac{1}{m_{ij}^*} \hbar^2 (k_i - k_{i0})(k_j - k_{j0}), \quad (3)$$

где m_{ij}^* – **эффективная масса** носителей заряда, являющаяся тензором, компоненты которого определяются соотношением

$$\frac{1}{m_{ij}^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j}. \quad (4)$$

Эффективная масса характеризует взаимодействие носителей заряда с идеальной кристаллической решеткой. При этом II закон Ньютона имеет привычный вид: туда входят лишь внешние поля, а совокупное действие всех атомов кристаллической решетки учитывается в коэффициенте этого уравне-

ния – эффективной массе, – которая в этом случае уже не является массой электрона в вакууме.

Выбрав соответствующую систему координат, можно свести данный тензор к диагональному виду. В простейшем случае все компоненты тензора одинаковы, и он вырождается в скаляр, а закон дисперсии принимает параболическую форму

$$W(\vec{k}) = W(\vec{k}_0) + \frac{1}{2m^*} \hbar^2 (\vec{k} - \vec{k}_0)^2. \quad (5)$$

До сих пор мы рассматривали квантовые состояния электрона в полупроводнике в состоянии термодинамического равновесия. Если теперь полупроводник поместить в электрическое поле напряженностью \vec{E} , то квазиволновой вектор электрона и его положение в пространстве будут изменяться во времени в соответствии с уравнениями:

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = -q\vec{E}, \quad (6)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_g(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial W(\vec{k})}{\partial \vec{k}},$$

где q – абсолютная величина заряда электрона, \vec{E} – напряженность внешнего электрического поля, \vec{r} – радиус-вектор, \vec{v} – скорость электрона.

В случае параболического закона дисперсии (5) уравнения движения электрона (6) преобразуются к виду, хорошо известному из ньютоновской механики, а именно:

$$m^* \vec{a} = -q\vec{E}, \quad (7)$$

где \vec{a} – ускорение электрона. Из формулы (7) следует, что электрон в периодическом поле идеальной кристаллической решетки при воздействии внешнего электрического поля ускоряется относительно решетки так, как если бы его масса была равна эффективной массе. Заметим, что эффективная масса элек-

трона может принимать как положительные (около дна разрешенной зоны), так и отрицательные (около потолка разрешенной зоны) значения.

Одной из самых впечатляющих особенностей зоной теории твердых тел является использование понятия дырок. Незанятые электронами (вакантные) состояния называют *дырочными* состояниями или просто *дырками*. Оказывается, что ток, получаемый при заполнении электронами совокупности определенного количества уровней в зоне, в точности совпадает с тем, который можно получить, если а) оставить эти уровни незаполненными и б) заполнить все остальные состояния в зоне частицами с положительным зарядом $+e$ (противоположным заряду электрона). Подчеркнем, что **для одной и той же зоны нельзя пользоваться сразу двумя способами описания**. Если считать, что ток переносят электроны, то незаполненные уровни не дают в него никакого вклада; если же считать, что ток переносят дырки, то отсутствует вклад от электронов. Допустимо, однако, одни зоны описывать на языке электронов, а другие – на языке дырок, в зависимости от того, какой способ описания более удобен. Для более полного изучения свойств дырок рекомендуется обратиться к [2] или [3].

3. СТАТИСТИКА ЭЛЕКТРОНОВ И ДЫРОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Очевидно, что величина отклика приборов на внешние электрические поля будет определяться концентрацией носителей, т.е. количеством *свободных* (оторванных от атомов) электронов в кубическом сантиметре полупроводниковой структуры.

Задача вычисления концентрации носителей заряда распадается на две части: квантово-механическую, состоящую в нахождении числа возможных квантовых состояний электронов в разрешенных зонах в твердом теле, и статистическую, требующую определения фактического распределения электронов по этим квантовым состояниям. Таким образом, концентрация электронов dn , энергия которых заключена в интервале от W до $W+dW$, описывается выражением:

$$dn = f(W)N_{con}(W)dW, \quad (8)$$

где $f(W)$ – вероятность нахождения электрона в состоянии с энергией W и $N(W)$ – **плотность квантовых состояний** (число квантовых состояний в единичном энергетическом интервале в окрестности W) в зоне ¹.

Поиск точного вида функции плотности квантовых состояний в зоне очень сложная задача, так как она требует расчета количества квантовых состояний dZ , заключенных в интервале энергий от W до $W+dW$. Предположим, что электроны заполняют только уровни вблизи дна зоны, а зависимость их энергии от квазиволнового вектора имеет характер $W = W_c + \frac{p^2}{2m_n^*}$. Примем во внимание, что объем k -пространства, заключенный между двумя изоэнергетическими поверхностями W и $W+dW$, равен $dV_p = 4\pi p^2 dp$. Из соотношения неопределенностей можно заключить, что объем одного квантового состояния $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ в шестимерном фазовом пространстве не может быть меньше h^3 . Тогда мы можем аналитически найти:

$$N_{con}(W) = \frac{dz}{dW} = 4\pi \left[\frac{2m_n^*}{h^2} \right]^{3/2} (W - W_c)^{1/2}. \quad (9)$$

Аналогично определяется плотность состояний вблизи потолка валентной зоны

$$N_{val}(W) = \frac{dz}{dW} = 4\pi \left[\frac{2m_p^*}{h^2} \right]^{3/2} (W_v - W)^{1/2}. \quad (10)$$

Для определения вида функции $f(W)$ напомним, что электроны являются частицами с полуцелым спином и подчиняются статистике Ферми–Дирака. Следовательно, вероятность того, что в тепловом равновесии при температуре T

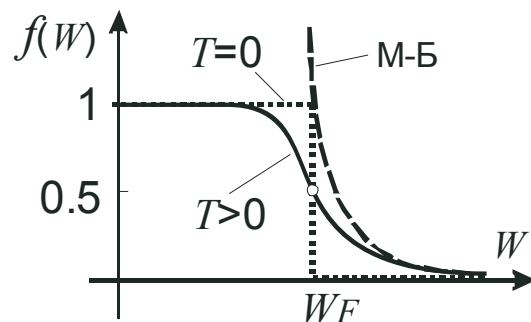
¹ На самом деле энергетический спектр носителей в разрешенных зонах является дискретным, но уровни так близко расположены друг к другу, что спектр можно

состояние с энергией W занято электроном, описывается функцией Ферми–Дирака:

$$f(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{k_B T}} + 1}. \quad (11)$$

Здесь k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, W_F – **энергия (уровень) Ферми**¹. Заметим, что при $T = 0$ функция Ферми принимает всего два значения: она равна нулю при $W > W_F$ и равна 1 при $W < W_F$; при $W = W_F$ имеется скачок функции (см. рис. 3). Таким образом, энергия Ферми – это максимальная энергия электронов при абсолютном нуле температуры в идеальном электронном газе. Для температуры, отличной от нуля, функция $f(W)$ в точке $W = W_F$ имеет точку перегиба и $f(W_F) = 1/2$.

Рис. 3. Функция Ферми. Пунктиром для сравнения показана функция Максвелла–Больцмана



Интерес представляют два предельных случая, а именно:

1) **при очень больших энергиях**, когда $W - W_F \gg k_B T$, можно пренебречь 1 в знаменателе и выражение $f(W)$ принимает вид:

$$f(W) = e^{\frac{W_F - W}{k_B T}}, \quad (12)$$

считать непрерывным. При этом принято говорить о *квазинепрерывном* спектре [2, 3].

¹ В литературе по термодинамике и некоторых книгах по физике твердого тела параметр W_F принято называть «химическим потенциалом». Однако мы, следуя устоявшейся в полупроводниковой электронике терминологии, будем далее называть его «уровнем Ферми».

т.е. совпадает с функцией Максвелла–Больцмана для частиц (рис. 3), подчиняющихся классическим законам. Важно, что в полупроводниках, применяемых для создания большей части полупроводниковых приборов, уровень Ферми лежит в запрещенной зоне, вдали от разрешенных зон. В этом случае в зоне проводимости (и в валентной зоне) функции Ферми и Максвелла–Больцмана совпадают, что позволяет пользоваться квазиклассическим приближением при анализе движения электронов в рабочих областях полупроводниковых приборов;

2) **при очень малых энергиях**, когда $W \ll W_F$ (но $|W - W_F| > k_B T$), экспонента в знаменателе (11) очень мала и, разлагая функцию $f(W)$ в ряд по малому параметру и ограничиваясь нулевым и первым слагаемыми, получим:

$$f(W) = 1 - e^{-\frac{W - W_F}{k_B T}}. \quad (13)$$

Интегрирование выражения (8) по всей зоне проводимости позволяет найти полное число электронов в ней. Так как функция Ферми быстро спадает с ростом энергии, верхний предел можно заменить бесконечностью.

В элементарных функциях такой интеграл не вычисляется, и для его нахождения используют специальные таблицы. Однако, если уровень Ферми лежит в запрещенной зоне достаточно далеко от ее краев, т.е. $W_c - W_F \gg k_B T$, то справедливо приближение Больцмана для функции Ферми (такой электронный газ называется *невыврожденным*¹⁾ и интеграл можно вычислить. Интегрируя (8) в данном приближении, получим:

$$n = \int_{W_c}^{\infty} f(W) N_{con}(W) dW = N_c e^{-\frac{W_c - W_F}{k_B T}}, \quad N_c = 2 \left[\frac{2\pi m_n^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}, \quad (14)$$

где N_c – *эффективная плотность состояний* в зоне проводимости.

¹ По умолчанию мы везде говорим только о невыврожденных полупроводниках.

Аналогично, концентрация дырок:

$$p = N_V e^{-\frac{W_F - W_V}{k_B T}}, \quad N_V = 2 \left[\frac{2\pi m_p^* k_B T}{h^2} \right]^{3/2}, \quad (15)$$

где N_V – эффективная плотность состояний в валентной зоне. Выражения (14) и (15) показывают, что, во-первых, концентрация носителей будет больше в той зоне, к которой ближе расположен уровень Ферми, и, во-вторых, произведение концентраций электронов и дырок в невырожденном полупроводнике

$$np = N_c N_V e^{-\frac{W_g}{k_B T}}$$

определяется только шириной запрещенной зоны, т.е. химическим составом полупроводника с учетом структуры его кристаллической решетки и может изменяться с температурой.

*Важно, что в полупроводниках без специальных легирующих примесей свободные, т.е. принимающие участие в тепловом движении и создании электрического тока, электроны и дырки в полупроводниках рождаются парами. Причина этого – тепловые колебания кристаллической решетки, приводящие к разрыву валентных связей и переходу электрона из валентной зоны в зону проводимости. На месте электрона в валентной зоне образуется дырка. Так как концентрации дырок и электронов одинаковы, то суммарный заряд полупроводника остается равным нулю, т.е. соблюдается **принцип электронейтральности**.*

Полученные выше выражения для концентрации электронов и дырок в совокупности с принципом электронейтральности полупроводника позволяют вычислить зависимости концентрации носителей и положения уровня Ферми в полупроводнике от температуры.

Рассмотрим **собственный полупроводник**, для которого влияние примесных атомов не существенно. Свободные носители заряда в этом случае возни-

кают только за счет разрыва валентных связей, поэтому число дырок равно числу электронов $n = p \equiv n_i$. Из этого условия, приравняв (14) и (15), получим:

$$n = p = n_i = \sqrt{N_c N_V} e^{-\frac{W_g}{2k_B T}},$$

$$W_F = \frac{W_c + W_V}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{N_V}{N_c} = \frac{W_c + W_V}{2} - \frac{3k_B T}{4} \ln \frac{m_n^*}{m_p^*}. \quad (16)$$

Отметим, что величина N_c тоже зависит от температуры по закону $T^{3/2}$, так что температурная зависимость концентрации электронов, строго говоря, отличается от экспоненциальной.

Уровень Ферми W_F собственного полупроводника при абсолютном нуле температуры лежит в центре запрещенной зоны и, вообще говоря, смещается при возрастании температуры (рис. 4 а).

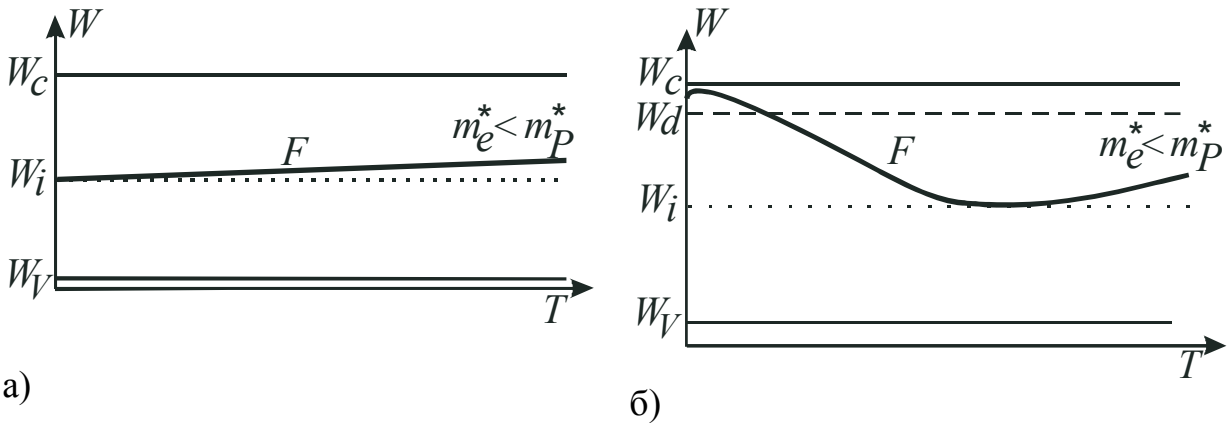


Рис. 4. Зависимость положения уровня Ферми от температуры: а) собственный полупроводник; б) примесный полупроводник, содержащий доноры. Зависимость ширины запрещенной зоны от температуры не учтена

Это легко понять, исходя из следующих соображений. Вспомним, что концентрация носителей определяется плотностью энергетических уровней и

вероятностью их заполнения. Пусть эффективная масса электронов меньше эффективной массы дырок¹. Тогда с ростом температуры эффективная плотность состояний в зоне проводимости будет увеличиваться медленнее, чем эффективная плотность состояний в валентной зоне (14, 15). Но концентрации электронов и дырок должны оставаться одинаковыми. То есть необходимо увеличивать заполнение электронами уровней в зоне проводимости (и снижать заполнение дырками уровней в валентной зоне), что и достигается смещением параметра – уровня Ферми – к зоне проводимости (рис. 4а).

Если в полупроводник введены атомы примеси, то он называется *примесным*. Для определенности будем считать, что полупроводник легирован донорной примесью. Тогда для сохранения электронейтральности отрицательный заряд электронов должен быть равен полному заряду дырок и ионизованных доноров:

$$n = N_d^+ + p. \quad (17)$$

Введение атомов донорной примеси приводит к появлению в запрещенной зоне дополнительных локальных энергетических уровней, которые при абсолютном нуле заполнены электронами. Эти уровни соответствуют электронам, которые не создали валентных связей, из-за того, что атом примеси (*донор*) имеет на внешней электронной оболочке на один или несколько электронов больше, чем у атомов полупроводника.

¹ Валентная зона расположена по энергетической шкале глубже, чем зона проводимости, поэтому при формировании кристаллической решетки из отдельных атомов их валентные уровни расщепились меньше, чем возбужденные уровни, из которых сформировалась зона проводимости. Это обуславливает меньшую ширину валентной зоны по сравнению с зоной проводимости. Поскольку количество уровней, из которых сформированы зоны, в первом приближении можно считать одинаковым, то плотность состояний в валентной зоне выше, чем в зоне проводимости. Поэтому входящие в соотношения для плотностей состояний (9, 10) эффективные массы электронов не равны, причем масса дырок больше, чем электронов. Заметим, что в некоторых случаях, когда структура разрешенных зон формируется при расщеплении вырожденных электронных уровней отдельных атомов, эффективная масса дырок может быть меньше массы электронов.

При повышении температуры электроны переходят с уровня примеси в зону проводимости; в результате концентрация электронов растет по экспоненциальному закону (рис. 5)

$$n = N_c e^{-\frac{W_c - W_d}{2k_B T}} = N_c e^{-\frac{\Delta W_d}{2k_B T}}, \quad (18)$$

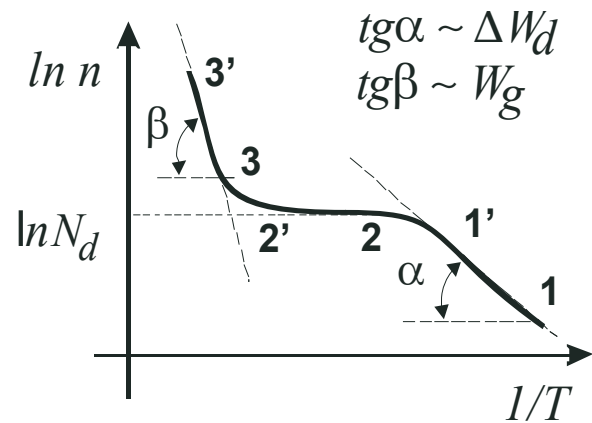
где ΔW_d – *энергия ионизации донорной примеси*.

Для более высоких температур, когда вся примесь ионизована, но вероятность перехода электронов из валентной зоны мала, концентрация носителей заряда просто равна концентрации примеси $n = N_d$. Для широко используемых в микроэлектронике полупроводников типа Si, Ge, GaAs, InP, GaAlAs и т.п. соотношение $n = N_d$ реализуется при комнатной температуре. Это позволяет управлять концентрацией электронов в рабочих областях полупроводниковых приборов за счет изменения концентрации атомов легирующей примеси при изготовлении полупроводниковых структур.

При достаточно высоких температурах, когда количество электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне определяется переходами электронов через запрещенную зону, температурная зависимость концентраций электронов и дырок такая же, как в собственном полупроводнике, и определяется формулами (16).

Таким образом, зависимость концентрации от температуры имеет три участка (рис. 5). **Область примесной проводимости** при низких температурах; **область истощения примесей** и **область собственной проводимости**. В координатах $\ln(n)$, $1/T$ экспоненты (16), (18) выглядят как прямые, наклон которых характеризуется величинами W_g и ΔW_d . Результаты измерения температурной зависимости концентрации электронов позволяют определить ширину запрещенной зоны полупроводника и энергию ионизации примеси.

Рис. 5. Зависимость концентрации электронов в примесном полупроводнике от температуры. 1–1' – область примесной проводимости; 2–2' – область истощения примесей; 3–3' – область собственной проводимости



Зависимость уровня Ферми от температуры в примесных полупроводниках (рис. 4б) значительно сложнее, чем в собственных, так как определяется не только плотностями состояний в зонах, но и концентрацией примесей¹. Качественно зависимость уровня Ферми от температуры может быть объяснена исходя из соотношения электронейтральности. При очень низких температурах собственная генерация практически не дает вклада в увеличение концентрации свободных носителей, т.е. концентрацию электронов можно считать равной концентрации ионизованной примеси $n = N_d^+$. По аналогии с результатом, полученным для собственного полупроводника, при $T=0$ К уровень Ферми будет лежать посередине между дном зоны проводимости и уровнем, поставляющим электроны, т.е. уровнем донорной примеси: $W_F = (W_c + W_d) / 2$. При повышении температуры уровень Ферми сначала немного приближается к зоне проводимости, поскольку при низких температурах $N_c(T)$ мала, а $N_d = \text{const}$ конечна. С дальнейшим ростом температуры уровень Ферми, пройдя через максимум, начинает убывать (поскольку $N_c(T)$ становится достаточно большим) до тех пор, пока концентрация дырок не станет заметной. При температурах, когда концентрации электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне начинают уравниваться за счет переброса электронов через запрещенную зону, уро-

¹ При повышении концентрации локальные примесные уровни могут расщепиться в примесную зону, плотность состояний в которой также будет оказывать влияние на положение уровня Ферми.

вень Ферми смещается к середине запрещенной зоны, т.е. $W_F \rightarrow (W_C + W_V)/2$. При более высокой температуре он ведет себя аналогично тому, как это происходит в собственном полупроводнике.

Еще более сложная ситуация реализуется в **компенсированных** полупроводниках, т.е. полупроводниках, которые содержат как доноры, так и акцепторы в различных концентрациях. Этот случай часто реализуется на практике, однако, его подробное рассмотрение лежит за рамками данного пособия. За подробной информацией можно обратиться, например, к [2].

4. ДРЕЙФ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ И ДИФфуЗИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В тех случаях, когда на полупроводники воздействуют различные внешние факторы, может возникать упорядоченная скорость носителей заряда (перенос энергии, импульса, заряда и вещества). При этом состояние термодинамического равновесия в полупроводнике нарушается. Связанные с этим явления называются явлениями или **процессами переноса** (кинетическими явлениями). При этом возбуждение может носить электрический, магнитный, оптический или тепловой характер.

Выделяют множество различных типов явлений переноса. Далее мы подробно рассмотрим явления дрейфовой и диффузионной электропроводностей (разделы 4.1, 4.2), а также затронем влияние оптического возбуждения (раздел 6.2). Движение носителей заряда в образце полупроводника может возникать, прежде всего, под действием электрического поля. Образующийся электрический ток принято называть **дрейфовым**. Кроме того, движение носителей может обуславливаться пространственной неоднородностью их концентрации (градиентом концентрации носителей). При этом возникает так называемый **диффузионный ток**. Кинетические явления, связанные с наложением магнитных по-

лей, редко используются при работе полупроводниковых приборов, поэтому в данном пособии они не рассматриваются.

4.1 ПОВЕДЕНИЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА

В ПОСТОЯННОМ ОДНОРОДНОМ СЛАБОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

4.1.1 Понятия подвижности и удельной электропроводности

Как показывает теория [2], в строго периодическом потенциале, т.е. в идеальной кристаллической решетке с неподвижными атомами, движение электрона подобно движению свободной частицы – ускорение электронов пропорционально силе, действующей на электрон, например, со стороны электрического поля, и обратно пропорционально их эффективной массе. Однако из-за тепловых колебаний атомов решетки, примесей и возможных дефектов кристалла электрон движется ускоренно лишь на небольшом участке пути, а затем испытывает соударение, теряя направленную скорость, и весь процесс начинается сначала. Поэтому пропорциональной электрическому полю E оказывается не ускорение, а средняя скорость движения электронов v .

$$v = \mu_n E .$$

Коэффициент пропорциональности μ_n между скоростью и полем называется **подвижностью** электронов и определяется как средняя **дрейфовая**¹ скорость электронов в единичном электрическом поле. Следует заметить, что эта формула справедлива только для напряженностей электрического поля менее 10^3 В/см, а для более сильных полей наблюдается насыщение средней скорости электронов и она выходит на постоянное, не зависящее от электрического поля значение: $\approx 10^7$ см/с. Это объясняется тем, что при таких больших полях электроны обладают достаточной энергией, чтобы эффективно передавать свою энергию **оптическим фононам** – колебаниям кристаллической решетки, с ха-

¹ Термин определяет не хаотическую, а только поступательную компоненту скорости.

ракторными энергиями около 0.02–0.06 эВ при комнатной температуре. При меньших полях электрон может возбудить только *акустический фонон*, который имеет на порядок меньшую энергию. Разница в пороговых энергиях возбуждения фононов и различные частоты выпадения событий столкновения с различными фононами обуславливают билинейную зависимость скорости электронов от электрического поля. Более подробно мы вернемся к этому вопросу в разделе 7.

Каждый электрон дает вклад в ток, равный $e v$, где v – скорость электрона; а полная плотность тока, создаваемого всеми электронами равна:

$$\vec{j} = -en\vec{v} = en\mu_n\vec{E}, \quad (19)$$

где n – концентрация электронов. Зависимость плотности тока от электрического поля также имеет насыщение, а при полях более 10^5 В/см наблюдается явление лавинного пробоя.

Из (19) видно, что плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля, в соответствии с законом Ома: $j = \sigma E$, где $\sigma = en\mu_n$. Если имеется два типа носителей в полупроводнике – электроны и дырки, то проводимость равна:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p). \quad (20)$$

4.1.2 Зависимость подвижности носителей заряда от температуры

Выше уже упоминалось, что подвижность электронов в реальных кристаллах определяется нарушениями периодического потенциала, обусловленными тепловыми колебаниями, примесями и дефектами решетки. Рассмотрим каждый из механизмов рассеяния электронов¹.

Рассеяние носителей заряда на нейтральных атомах примеси и нейтральных дефектах слабое. Однако, при низких температурах, когда ионизованные примеси "вымораживаются" (т.е. захватывают электроны на свои уровни и становятся нейтральными), а тепловые колебания кристаллической решетки малы,

этот механизм играет существенную роль. Для того, чтобы электрон изменил направление своего движения в результате взаимодействия с нейтральной примесью или дефектом, необходим акт столкновения в буквальном смысле слова – траектория электрона должна проходить через место расположения дефекта или через непосредственно примыкающую к нему область решетки размером в несколько межатомных расстояний, в которой им вызваны искажения. Рассеяние на нейтральных примесях не зависит от температуры, а подвижность, обусловленная этим рассеянием, постоянна и зависит только от концентрации рассеивающих центров.

Электрическое поле ионизованного примесного атома распространяется в кристаллической решетке на расстояния порядка длины Дебая, и электрон изменит под действием этого поля направление своего движения, даже если он движется вдали от рассеивающего центра, на расстояниях много больше постоянной решетки. Пусть рассеяние в полупроводнике происходит только на ионах примеси, а тепловые колебания и нейтральные центры рассеяния отсутствуют. Тогда, как показывает расчет [2], подвижность зависит от температуры как $T^{3/2}$, т.е. увеличивается. Этот результат легко понять, если учесть, что с ростом температуры увеличивается средняя скорость хаотического движения электронов, а быстрые электроны слабее отклоняются электрическим полем ионов. Еще раз напомним, что этот механизм рассеяния играет основную роль при температурах, когда уже имеется некоторая концентрация электронов и, соответственно, ионизированных примесей, но тепловые колебания еще мало влияют на рассеяние.

Рассмотрим теперь полупроводник, в котором отсутствуют примеси и дефекты, а рассеяние происходит только на тепловых колебаниях решетки. С ростом температуры амплитуда колебаний возрастает или, говоря языком квантовой статистики, возрастает концентрация фононов в кристалле. Очевидно, что рассеяние с ростом температуры должно усиливаться, а подвижность па-

¹ Более подробно о различных механизмах рассеяния и их частотах см. [2,3]

дать. Для неполярных¹ полупроводников, т.е. имеющих ковалентную химическую связь атомов в кристаллической решетке, таких как германий и кремний, уменьшение подвижности происходит по закону $T^{-3/2}$.

Если же действует одновременно все три механизма рассеяния, каждый из которых описывается своей парциальной подвижностью μ_i , то результирующая подвижность будет определяться так:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3}. \quad (21)$$

Поскольку подвижность – это средняя скорость в единичном электрическом поле, то она пропорциональна среднему времени свободного пробега τ , за которое электрон набирает направленную скорость². Если τ_1, τ_2, τ_3 – времена свободного пробега для каждого из трех механизмов рассеяния, то $1/\tau_1, 1/\tau_2, 1/\tau_3$ – соответствующие частоты столкновений. Когда действует несколько механизмов рассеяния, то эти частоты складываются арифметически, откуда и следует формула (21). На рис. 6 показаны зависимости подвижности от температуры для различных механизмов рассеяния и результирующая подвижность.

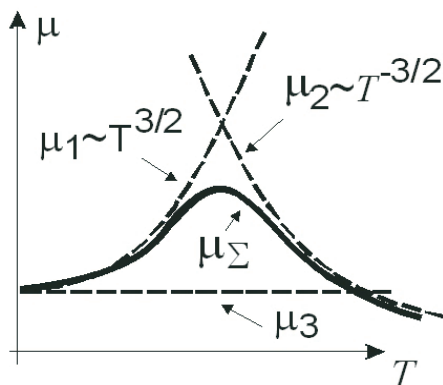


Рис. 6. Зависимости подвижностей для различных механизмов рассеяния. Сплошная линия – итоговая зависимость

¹ Полярные полупроводники обладают еще и ионной компонентой связи атомов в кристаллической решетке

² Если быть точным, то подвижность пропорциональна среднему времени релаксации импульса носителей заряда τ_p : $\mu = e \cdot \tau_p / m^*$. Физический смысл этой величины будет пояснен ниже. Пока лишь отметим, что она, в свою очередь, пропорциональна времени свободного пробега носителей.

4.1.3 Температурная зависимость проводимости

Теперь, зная, как зависят от температуры концентрация и подвижность носителей заряда, легко рассчитать температурную зависимость проводимости при помощи формулы (20). Необходимо перемножить графики рис. 5 и рис. 6.

Зависимость проводимости от температуры различна при разных температурах. При низких температурах и неполной ионизации примесей концентрация зависит от обратной температуры как произведение экспоненты на степенную функцию, а подвижность изменяется по степенному закону с положительным показателем степени, так что температурная зависимость проводимости имеет вид:

$$\sigma = \sigma_d \exp(-\Delta W_d / 2k_B T). \quad (22)$$

Здесь σ_d содержит степенную зависимость подвижности и эффективной плотности состояний от температуры.

В области истощения примесей концентрация не зависит от температуры, поэтому здесь температурная зависимость проводимости определяется степенной зависимостью подвижности от температуры.

При больших температурах зависимость проводимости от обратной температуры экспоненциальная, т.к. $\mu \approx T^{-3/2}$, а $N_c \approx T^{3/2}$:

$$\sigma = \sigma_c \exp(-W_g / 2kT).$$

На рис. 7 показана зависимость $\ln \sigma$ от обратной температуры при различных уровнях легирования полупроводника.

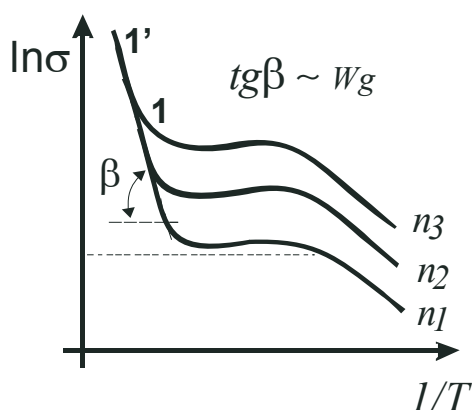


Рис. 7. Зависимость проводимости полупроводника от температуры

По экспериментально измеренным зависимостям $\sigma(T)$, аналогичным рис. 7, можно находить ширину запрещенной зоны и энергию активации примесей.

Важно, что в области комнатной температуры проводимость зависит от температуры относительно слабо (пологий участок на графике рис. 7), а с ростом температуры проводимость полупроводника резко увеличивается. Это приводит к тому, что полупроводниковые приборы изменяют свои параметры и даже могут выйти из строя из-за явления теплового пробоя. Поэтому все мощные полупроводниковые приборы, в том числе процессоры и иные интегральные схемы, необходимо устанавливать на теплоотводы и организовывать их принудительное охлаждение, например, потоком воздуха от вентилятора.

4.2. ПОНЯТИЕ ДИФФУЗИИ

Рассмотрим неоднородный полупроводник, т.е. такой, в котором концентрация электронов и дырок изменяется от точки к точке:

$$n = n(\vec{r}) \text{ и } p = p(\vec{r}).$$

Так как концентрация носителей заряда является функцией координаты, можно ожидать, что в неоднородных полупроводниках должен возникнуть диффузионный ток электронов и дырок, который будет определяться диффузией носителей заряда из областей, где их концентрация больше, в области с меньшей концентрацией.

Причиной, т.е. движущей силой, диффузионного тока носителей заряда является *хаотическое тепловое движение* электронов и дырок, несмотря на то, что у подобного движения, казалось бы, нет выделенного направления, тогда как диффузионный поток явно такое направление имеет. Дело в том, что вектора скоростей носителей заряда равнонаправлены во все стороны, но концентрации электронов и дырок различны в разных частях полупроводника, поэтому хаотические потоки носителей заряда из области с большей концентрацией будут превышать обратные потоки. Если концентрации электронов или

дырок в различных частях полупроводника выравниваются, то и потоки соответствующих носителей заряда будут компенсировать друг друга, т.е. диффузии не будет.

Важно, что кулоновское притяжение электронов и дырок никакого отношения к диффузии не имеет, хотя и оказывает влияние на движение носителей заряда, также как внешние электрические поля и поля ионов примеси. Диффундировать, как известно, могут и нейтральные частицы, в том числе, атомы легирующей примеси и дефекты кристаллической решетки. Хотя при комнатной температуре процесс диффузии атомов идет крайне медленно, при повышенной температуре он резко усиливается, так что такую технологию изготовления легированных полупроводниковых слоев часто используют в микроэлектронике.

Предположим, что в полупроводнике концентрация носителей заряда возрастает в направлении оси Ox . Проведем через точку x плоскость, перпендикулярную оси и рассмотрим движение носителей заряда в слоях 1 и 2 толщиной dx , расположенных справа и слева от этой плоскости. Для простоты ограничимся одномерной задачей, поэтому движение электронов вверх и вниз рассматривать не будем. В результате хаотического движения половина носителей заряда, находившихся в слое 1, перейдет в слой 2. Аналогично, половина носителей, содержащихся в слое 2, перейдет в слой 1. Средний поток носителей заряда будет зависеть от разности концентраций в слое 1 и 2, т.е. **диффузионный поток электронов** будет пропорционален градиенту их концентрации:

$$I_{nx} \sim -\frac{dn(x)}{dx}.$$

Аналогично, поток дырок

$$I_{px} \sim -\frac{dp(x)}{dx}.$$

Знак «—» означает, что поток направлен из области большей в область меньшей концентрации (против градиента концентрации). Диффузионным потокам носителей заряда соответствуют плотности диффузионных токов электронов и дырок

$$j_{dif\ n_x} = -qD_n \left(-\frac{dn}{dx} \right) = qD_n \frac{dn}{dx}, \quad j_{dif\ p_x} = qD_p \left(-\frac{dp}{dx} \right) = -qD_p \frac{dp}{dx}.$$

В том случае, когда $n = n(\vec{r})$ и $p = p(\vec{r})$ плотность тока записывается в векторной форме:

$$\vec{j}_{dif\ n} = qD_n \nabla n, \quad \vec{j}_{dif\ p} = -qD_p \nabla p, \quad (23)$$

где $\nabla n = \frac{\partial n}{\partial x} \vec{x}_0 + \frac{\partial n}{\partial y} \vec{y}_0 + \frac{\partial n}{\partial z} \vec{z}_0$, $\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{x}_0 + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{y}_0 + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{z}_0$ и \vec{x}_0 \vec{y}_0 \vec{z}_0 – единичные векторы осей Ox , Oy и Oz соответственно.

Вернемся к рассмотрению неоднородного полупроводника, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, в котором градиент концентрации электронов создан путем неравномерного распределения атомов донорной примеси. Из-за наличия градиента концентрации электронов, как мы только что показали, в полупроводнике будет протекать диффузионный ток. Этот ток приведет к пространственному перераспределению зарядов. Нескомпенсированные заряды донорной примеси и избыток электронов создадут встроенное статическое электрическое поле. Последнее, в свою очередь, приведет к протеканию дрейфового тока. Очевидно, что в состоянии термодинамического равновесия общий ток, протекающий в образце, равен нулю, что означает равенство диффузионной и дрейфовой составляющей тока. Если электроны описываются статистикой Максвелла–Больцмана, то равенство токов дает соотношение, связывающее коэффициент диффузии носителей заряда D с их дрейфовой подвижностью в условии термодинамического равновесия:

$$D_n = \mu_n \frac{k_B T}{q}, \quad D_p = \mu_p \frac{k_B T}{q}, \quad (24)$$

где k_B – постоянная Больцмана, q – заряд электрона и T – температура решетки. Как свидетельствует эксперимент, соотношение Эйнштейна (24) применимо и к неравновесным носителям.

5. НЕРАВНОВЕСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ. ГЕНЕРАЦИЯ И РЕКОМБИНАЦИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА

Существенная особенность полупроводников, отличающая их от металлов, заключается в том, что концентрация носителей заряда в полупроводниках не является постоянной, а может изменяться под действием различных факторов.

Как указывалось в разделе 3, чем выше температура, тем больше электронов с донорных уровней переходит в зону проводимости и принимает участие в протекании тока. При достаточно высокой температуре в зону переходят практически все электроны с доноров, а при еще более высокой температуре начинается переход электронов из валентной зоны. Свободные носители, возникающие в результате теплового возбуждения и находящиеся в состоянии термодинамического равновесия с кристаллической решеткой, называются *равновесными*, а их концентрация *равновесной*. Каждой температуре в состоянии теплового равновесия соответствует своя равновесная концентрация электронов и дырок.

При заданной температуре повысить концентрацию электронов и дырок в полупроводниках можно и другим способом. Например, с помощью облучения полупроводника светом с энергией квантов, большей энергии возбуждения донорного уровня. Концентрация электронов увеличится из-за дополнительного перехода электронов с донорных уровней в зону проводимости. Аналогично, переход электронов из валентной зоны на акцепторный уровень при поглощении энергии светового кванта образует дырку в валентной зоне. Если энергия кванта больше, чем ширина запрещенной зоны W_g , то свет может вызвать переход электрона из валентной зоны в зону проводимости, образуя одновременно свободный электрон в зоне проводимости и дырку в валентной зоне. Такой переход электрона означает разрыв одной из валентных связей атомов кристаллической решетки. Все эти явления носят название световой *генерации* носителей тока.

Важно, что в отличие от валентных электронов, находящихся в валентной энергетической зоне, и электронов, удерживающихся примесными атомами и находящихся на примесном энергетическом уровне в запрещенной зоне, электроны зоны проводимости являются свободными в пределах всей кристаллической решетки. За пределы кристаллической решетки эти электроны не выпускает поверхностный потенциал, создающий соответствующий энергетический барьер. Преодолеть такой барьер и выйти в вакуум электроны могут за счет большего количества энергии, которую они могут получить от кристаллической решетки, обычно разогретой до температур значительно выше комнатной, либо за счет взаимодействия с ультрафиолетовыми и рентгеновскими квантами, а также быстрыми частицами.

Освободившиеся в пределах кристаллической решетки электроны зоны проводимости принадлежат всей решетке в целом и в этом качестве могут участвовать в создании электрического тока при приложении внешнего напряжения к полупроводниковой структуре. При освещении полупроводника светом из-за увеличения концентрации электронов электрический ток будет увеличиваться – это явление получило название ***внутреннего фотоэффекта***. Выход электронов из кристаллической решетки в вакуум и образование тока в вакуумном пространстве под действием света получило название ***внешнего фотоэффекта***.

Число электронов и дырок не может возрасть при освещении неограниченно. Электрон при определенных условиях может заполнить свободный энергетический уровень в валентной зоне (дырку), отдав избыточную энергию решетке. Такой процесс можно трактовать как гибель электрона и дырки при столкновении. На самом деле электрон не исчезает, он просто возвращается на незанятое состояние в валентной зоне. Иными словами, в данном месте полупроводниковой структуры восстанавливается нарушенная ранее валентная связь атомов в кристаллической решетке. При этом число свободных носителей – электронов и дырок – уменьшается. Этот процесс называют ***рекомбинацией***. Чем

больше свободных электронов и дырок в полупроводнике, тем большее их число рекомбинирует в единицу времени. И через некоторое время после начала освещения, когда концентрация увеличится настолько, что число пар, рекомбинирующих за одну секунду, становится равным числу пар, генерируемых за это же время, устанавливается стационарная концентрация электронов и дырок.

При больших уровнях ионизации, например, вызванных мощным освещением, когда на расстояниях ~ 10 нм в полупроводнике возникают три частицы – два электрона и дырка, либо две дырки и электрон, вероятность рекомбинации резко увеличивается, что приводит к насыщению концентрации генерированных электронно–дырочных пар. Подобное явление носит название *тройной рекомбинации*.

Как показывают многочисленные эксперименты, время, за которое происходит рекомбинация неравновесных носителей, меняется в очень широких пределах даже для одного и того же полупроводникового материала. Это позволяет заключить, что механизм рекомбинации не является простым актом столкновения электрона и дырки. Этот механизм более сложный и часто многоступенчатый. Большую роль в этом процессе играют различного рода нарушения кристаллической решетки полупроводника. Такими нарушениями могут являться примеси, дефекты структуры и, в частности, сама поверхность кристалла. Эти нарушения ведут к возникновению энергетических локальных уровней в запрещенной зоне, которые являются «ловушками» для электронов и дырок, увеличивая вероятность их рекомбинации.

Обычно различают прямую рекомбинацию «зона–зона» и рекомбинацию через ловушки. В последнем случае вероятность рекомбинации значительно выше, так как энергетический зазор между положением уровня ловушки и границей зоны меньше ширины запрещенной зоны. Этим часто пользуются при изготовлении полупроводниковых приборов. Так, для изготовления изолирующих областей полупроводника, необходимых, например, для изоляции соседних приборов в интегральной схеме, полупроводниковые структуры облучают

протонами или ионами инертных газов для введения большого числа радиационных дефектов.

Процессы генерации и рекомбинации носителей заряда характеризуются скоростями генерации (G) и рекомбинации (R). Скорости рекомбинации электронов и дырок (R_n, R_p), соответственно, равны числу электронов и дырок, исчезающих в единицу времени за счет рекомбинации в единице объема. Скорости генерации (G_n, G_p) равны числу электронов и дырок, появляющихся в единицу времени в единице объема за счет процессов генерации.

Скорость рекомбинации, как указывалось выше, зависит от концентрации электронно-дырочных пар по сравнению с равновесной концентрацией. Чем больше неравновесная концентрация, тем быстрее идет рекомбинация. Таким образом, скорость рекомбинации электронов, например, можно записать как функцию $V(n-n_0)$, где n_0 – равновесная концентрация для данной температуры, n – концентрация электронов в данной точке. Зависимость скорости рекомбинации от величины неравновесной концентрации достаточно сложная. Однако, если отклонение от равновесия невелико, $n-n_0 \ll n_0$, то функцию можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться линейным членом разложения

$$R_n(n) = R_n(n_0) + R'_n(n_0)(n - n_0) \quad (25)$$

$R_n(n_0)$ – скорость равновесной тепловой генерации, $\tau = 1 / R'_n(n_0)$ – некоторая константа, имеющая размерность времени, которая называется **временем жизни**. Физический смысл константы τ мы рассмотрим позднее (раздел 6.2)

Коэффициент генерации, как правило, связывают с мощностью поглощенного в полупроводниковой структуре излучения:

$$G = g \cdot P,$$

где P – мощность излучения, а g – коэффициент, характеризующий свойства конкретного полупроводника.

6. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

6.1 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Основные уравнения для анализа работы полупроводниковых приборов определяют динамику поведения носителей тока в полупроводниках, которые находятся под действием внешних полей [4]. Их можно разделить на три группы: уравнения Максвелла, уравнения для плотности токов и уравнения непрерывности.

6.1.1 Уравнения Максвелла для однородных и изотропных материалов

Система фундаментальных уравнений электродинамики (уравнений Максвелла) имеет вид:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (26)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_{cond} = \vec{J}_{tot}, \quad (27)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho(x, y, z), \quad (28)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (29)$$

Их дополняют соотношения, характеризующие свойства среды – материальные уравнения:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (30)$$

$$\vec{D}(r, t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon_s(t - t') \vec{E}(r, t') dt' \quad (31)$$

В формулах (26) – (31) \vec{E} и \vec{D} – напряженность электрического поля и электрическая индукция, \vec{H} и \vec{B} – магнитные поле и индукция, ε_s и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости, $\rho(x, y, z)$ – объемная плотность

полного электрического заряда, \vec{J}_{cond} – плотность тока проводимости, \vec{J}_{tot} – плотность полного тока (состоящего из тока проводимости и тока смещения) ($\nabla \cdot \vec{J}_{tot} = 0$). Среди четырех уравнений Максвелла наиболее важным в практическом отношении является (28). С учетом простейшего вида $\vec{D} = \epsilon_s \vec{E}$ материального уравнения (31) и связи потенциала с напряженностью электрического поля $\vec{E} = -\nabla \phi$ нетрудно из (28) получить уравнение Пуассона $\Delta \phi = -\rho / \epsilon_s$.

6.1.2 Уравнения для плотности токов

$$\vec{J}_n = q\mu_n n \vec{E} + qD_n \nabla n, \quad (32)$$

$$\vec{J}_p = q\mu_p p \vec{E} - qD_p \nabla p, \quad (33)$$

$$\vec{J}_{cond} = \vec{J}_n + \vec{J}_p. \quad (34)$$

Здесь \vec{J}_n и \vec{J}_p – плотности электронного и дырочного токов, состоящие из полевой и диффузионной (обусловленной градиентом концентрации) компонент. В невырожденных полупроводниках коэффициенты диффузии D_n и D_p связаны со значениями подвижностей μ_n и μ_p соотношением Эйнштейна $D_n = (kT\mu_n / q)$.

Выражения для плотностей тока (32), (33) справедливы при электрических полях менее 1 кВ/см. При больших полях в этих уравнениях следует заменить произведения $\mu_p E$ и $\mu_n E$ на соответствующие скорости насыщения v_s . Для полупроводников, находящихся во внешних магнитных полях, к правой части уравнений (32) и (33) нужно добавить слагаемые $J_{n\perp} \operatorname{tg} \theta_n$ и $J_{p\perp} \operatorname{tg} \theta_p$ соответственно, где $J_{n\perp}$ и $J_{p\perp}$ – компоненты плотности электронного и дырочного тока, перпендикулярные магнитному полю, а $\operatorname{tg} \theta_n = q\mu_n n R_H |\vec{H}|$ ($\operatorname{tg} \theta_p = q\mu_p p R_H |\vec{H}|$), где R_H – коэффициент Холла.

6.1.3 Уравнения непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n, \quad (35)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p - \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_p, \quad (36)$$

где G_n и G_p – темпы генерации электронов и дырок в единице объема ($\text{см}^{-3}/\text{с}$), вызываемой внешними воздействиями, такими, как оптическое возбуждение или ударная ионизация при сильных полях. Скорость рекомбинации электронов в полупроводнике p -типа обозначена символом R_n . При малых уровнях инжекции, когда концентрация инжектированных носителей много меньше равновесной концентрации основных носителей тока, $R_n \approx (n_p - n_{p0})/\tau_n$, где n_p – концентрация неосновных носителей тока, n_{p0} – термодинамически равновесное значение этой концентрации, τ_n – время жизни неосновных носителей (электронов). Аналогичным образом в полупроводнике n -типа скорость рекомбинации дырок определяется через дырочное время жизни τ_p . Если электроны и дырки генерируются и рекомбинируют парами, т.е. без захвата на ловушки одного из типов носителей заряда, или других аналогичных эффектов, то $\tau_n = \tau_p$. В одномерном случае в условиях малой инжекции уравнения (35) и (36) имеют вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n + \frac{1}{q} \cdot \frac{d\vec{J}_n}{dx} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - \frac{1}{q} \cdot \frac{d\vec{J}_p}{dx} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}. \quad (38)$$

6.2. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ

6.2.1 Релаксация фотовозбужденных носителей

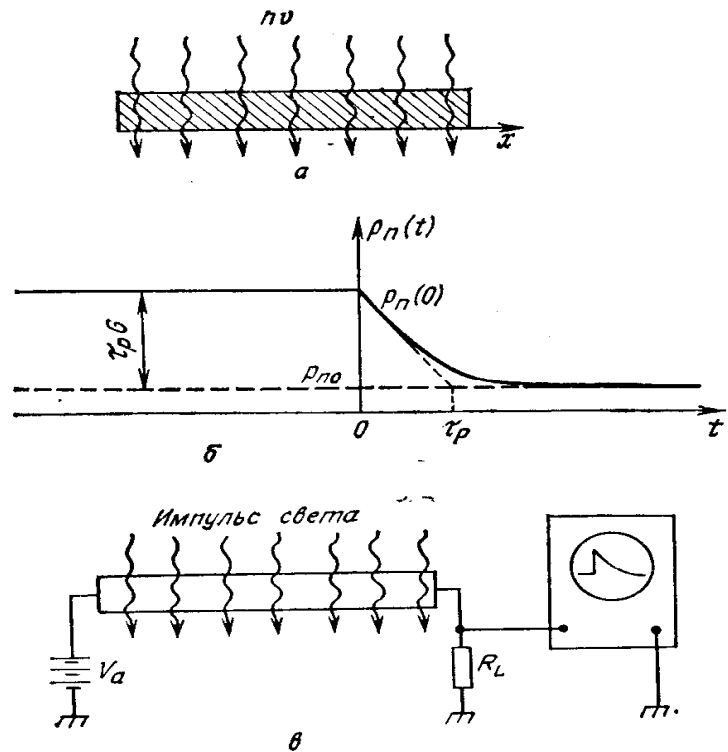
Рассмотрим образец n -типа, освещаемый так, что свет генерирует электронно–дырочные пары равномерно по его объему (рис. 8а). При $E=0$ и $\partial p_n / \partial x = 0$ уравнение (36) имеет вид

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}. \quad (39)$$

В стационарных условиях $\partial p_n / \partial t = 0$ и

$$p_n = p_{n0} + \tau_p G = \text{const}. \quad (40)$$

Рис. 8. Релаксация фотовозбужденных носителей:
 а – образец n -типа при постоянном освещении;
 б – зависимость концентрации неосновных носителей (дырок) от времени; в – схема эксперимента для определения времени жизни неосновных носителей [4]



Пусть в некоторый момент времени, например при $t = 0$, освещение выключается. В последующие моменты времени ($t > 0$) концентрация определяется уравнением

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}, \quad (41)$$

которое нужно решить с начальным условием $p_n(0) = p_{n0} + \tau_p G$ (выражение (40)). Это решение

$$p_n(t) = p_{n0} + \tau_p G e^{-t/\tau_p} \quad (42)$$

показано на рисунке 8 б.

Рассмотренный пример лежит в основе метода измерения времени жизни неосновных носителей. Соответствующая экспериментальная установка схематически изображена на рисунке 8 в. Избыточные носители генерируются однородно по всему объему образца короткими световыми импульсами. Если по образцу пропускается постоянный ток, появление фотоносителей вызывает соответствующее уменьшение падения напряжения на образце. Наблюдая релаксацию фотопроводимости в промежутке между возбуждающими импульсами на осциллографе, определяют время жизни τ (длительность световых импульсов при этом должна быть много меньше τ).

6.2.2 Стационарная инжекция с одной стороны образца

На рисунке 9 а рассмотрен пример, когда избыточные носители инжектируются с одной стороны образца, например, при освещении коротковолновым светом, который генерирует электронно–дырочные пары в тонком приповерхностном слое. Например, для фотонов с энергией $h\nu = 3,5$ эВ коэффициент поглощения $\alpha = 10^6 \text{ см}^{-1}$, т. е. интенсивность такого излучения ослабляется в e раз в приповерхностном слое с толщиной $1/\alpha \approx 100 \text{ \AA}$, где и генерируются, в основном, избыточные носители тока.

В стационарных условиях $\left(\frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 \right)$ поверхностная генерация приводит к возникновению градиента концентрации неосновных носителей в приповерхностной области образца. При этом уравнение (38) принимает вид:

$$D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} = 0. \quad (43)$$

Его решение, удовлетворяющее граничным условиям $p_n(x=0) = p_n(0)$ и $p_n(x \rightarrow \infty) = p_{n0}$ имеет вид (рис. 9а):

$$p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}] e^{-x/L_p}, \quad (44)$$

где $L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$ – диффузионная длина неосновных носителей. В чистых образцах Ge и Si L_p и $L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n}$ достигают значений порядка 1 см, а в GaAs максимальное значение диффузионной длины $L_n \approx 10^{-2}$ см.

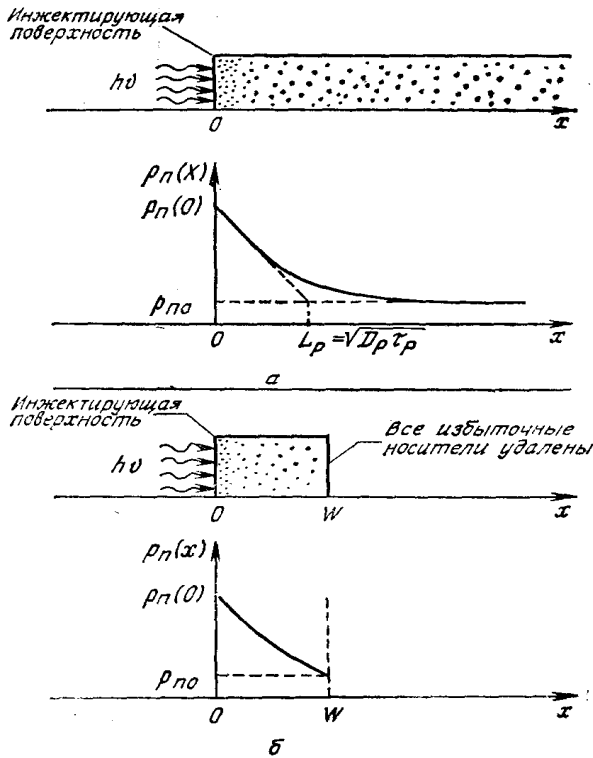


Рис. 9. Стационарная инжекция с одной стороны образца: а – полубесконечный образец; б – образец конечных размеров [4]

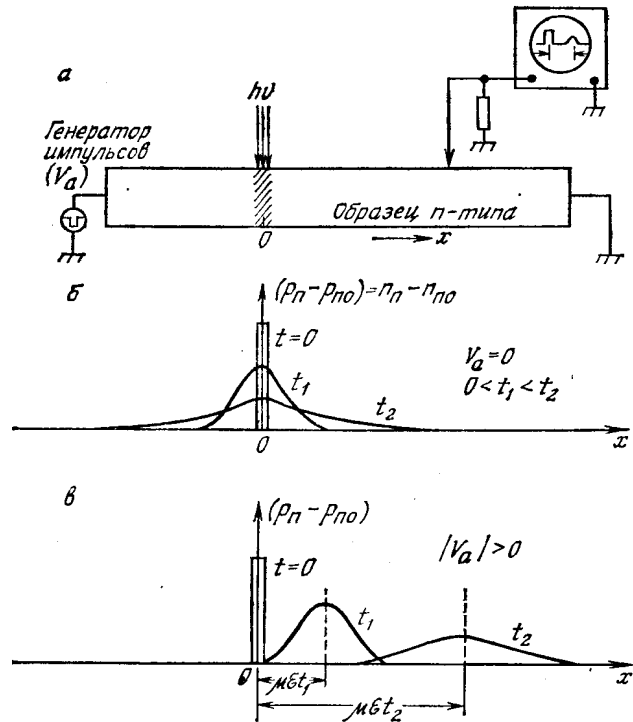


Рис. 10. Нестационарный процесс диффузионного «расплывания» локального «пакета» неосновных носителей: а – схема эксперимента; б – поле отсутствует; в – приложено поле [4]

Изменим теперь второе граничное условие, полагая, что все избыточные носители удаляются из образца при $x=W$, т. е. $\rho_n(W) = \rho_{n0}$. В этом случае решением уравнения (43) является функция (рис. 9б)

$$p_n(x) = p_{n0} + (p_n(0) - p_{n0}) \frac{\operatorname{sh} \frac{W-x}{L_p}}{\operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}. \quad (45)$$

Используя (33) можно рассчитать плотность дырочного тока при $x = W$:

$$J_p = -qD_p \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=W} = q(p_n(0) - p_{n0}) \frac{D_p}{L_p} \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{W}{L_p}}.$$

6.2.3 Стационарная и нестационарная диффузия

Рассмотрим теперь случай, когда избыточные носители генерируются узким импульсом света в локальном участке образца (рис. 10а). Распределение концентрации неравновесных дырок в образце по окончании возбуждающего светового импульса ($G = 0$) определяется уравнением

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p \vec{E} \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}, \quad (46)$$

которое следует из уравнения (36) в предположении, что электрическое поле в образце однородно ($\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = 0$). В отсутствие внешнего поля ($\vec{E} = 0$) решение уравнения (46), удовлетворяющее этим “импульсным” начальным условиям, имеет вид:

$$p_n(x, t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}\right) + p_{n0}, \quad (47)$$

где N – полное число избыточных неосновных носителей, генерированных световым импульсом, на единицу площади поперечного сечения образца. Из рисунка 10 б видно, что неосновные носители диффундируют от точки инжекции и при этом рекомбинируют.

Для образца во внешнем электрическом поле в выражении (47) x следует заменить на $x - m_p E t$. Характер такого решения показан на рисунке 10 в. В

этом случае первоначально узкий “пакет” неосновных носителей диффузионно расплывается и рекомбинирует, одновременно смещаясь во внешнем электрическом поле к отрицательному контакту образца с дрейфовой скоростью $\mu_p E$. Рассмотренный пример представляет собой известный эксперимент Хайнса – Шокли по измерению дрейфовой подвижности в полупроводниках. Зная длину образца и приложенное электрическое поле и измерив время задержки между инжектирующим импульсом и детектированным импульсом, можно легко определять подвижность $\mu = x / Et$.

6.2.4 Поверхностная рекомбинация

При учете поверхностной рекомбинации граничное условие на поверхности образца ($x = 0$) имеет вид:

$$qD_n \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_{x=0} = qS_p (p_n(0) - p_{n0}).$$

Это означает, что число рекомбинирующих на единице площади поверхности кристалла неосновных носителей пропорционально отклонению их концентрации на этой границе от равновесного значения p_{n0} . Коэффициент пропорциональности S_p имеет размерность скорости и называется **скоростью поверхностной рекомбинации**. Распределение концентрации неосновных носителей в однородно освещенном образце определяется уравнением непрерывности:

$$G - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0 \quad (48)$$

(стационарное освещение). Пренебрегая взаимодействием границ, в качестве второго граничного условия при $x \rightarrow \infty$ используем выражение (40). Решение уравнения (48), удовлетворяющее указанным граничным условиям, имеет вид:

$$p_n(x) = p_{n0} + \tau_p G \left[1 - \frac{\tau_p S_p \exp(-x / L_p)}{L_p + \tau_p S_p} \right].$$

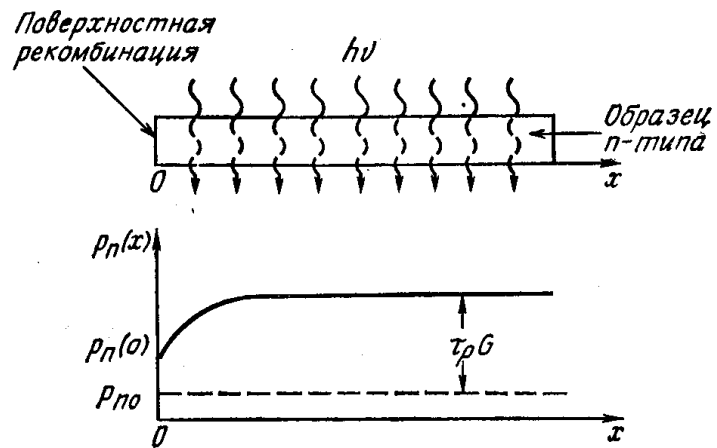
Его характер иллюстрирует график на рисунке 11. При $S_p \rightarrow 0$ концен-

трация дырок однородна по длине образца ($p_n(x) \rightarrow p_{n0} + \tau_p G$); при $S_p \rightarrow \infty$ $p_n(x) \rightarrow p_n + \tau_p G[1 - \exp(-x/L_p)]$, т. е. концентрация неосновных носителей на границе образца вне зависимости от интенсивности освещения остается равной термодинамически равновесному значению p_{n0} . Скорость поверхностной рекомбинации определяется выражением

$$S_p = \sigma_p v_{th} N_{st},$$

где N_{st} – число поверхностных рекомбинационных центров на единицу площади границы кристалла, σ_p – сечение захвата дырки, v_{th} – скорость дырки.

Рис. 11. Распределение неосновных носителей вблизи границы образца при учете поверхностной рекомбинации [4]



7. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В СИЛЬНОМ НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

7.1 СТАЦИОНАРНАЯ ДРЕЙФОВАЯ СКОРОСТЬ

Скорость носителя заряда с энергией $W(\vec{k})$, где \vec{k} – квазиволновой вектор, определяется структурой энергетической зоны в полупроводнике:

$$\vec{x} = \hbar^{-1} \partial W(\vec{k}) / \partial \vec{k}. \quad (49)$$

Чтобы найти среднюю по ансамблю дрейфовую скорость электронов v_d в поле \vec{E} , необходимо найти функцию распределения частиц по импульсам и координатам $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$ (среднее заполнение электронами в шестимерном фазовом

пространстве координат и импульсов элементарной ячейки около точки с координатами (\vec{r}, \vec{k})). Функция распределения находится путем решения кинетического уравнения Больцмана:

$$df / dt + \vec{v} \partial f / \partial \vec{r} + q \vec{E} \partial f / \partial \vec{k} = \int_{\vec{k}'} d\vec{k}' [f(\vec{k}') w(\vec{k}', \vec{k}) - f(\vec{k}) w(\vec{k}, \vec{k}')], \quad (50)$$

где $w(\vec{k}, \vec{k}') = \sum_i w_i(\vec{k}, \vec{k}')$ — суммарная вероятность перехода электрона за время от t до $t+dt$ в импульсном пространстве из состояния \vec{k} в состояние \vec{k}' при условии, что состояние \vec{k} занято, а \vec{k}' — свободно. Правая часть в уравнении (50) определяется столкновениями и называется **интегралом столкновений**.

В стационарном случае для однородного по объему распределения электронов уравнение (50) упрощается — исчезают производные по времени и пространству.

Нахождение функции распределения позволяет определить макроскопические величины такие, как:

ток
$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{q}{4\pi^3} \int v(\vec{k}) f(\vec{k}, \vec{r}, t) d\vec{k}, \quad (51)$$

дрейфовая скорость
$$v_d(\vec{r}, t) = \frac{j(\vec{r}, t)}{qn(\vec{r}, t)}, \quad (52)$$

концентрация
$$n(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi^3} \int f(\vec{k}, \vec{r}, t) d\vec{k}, \quad (52)$$

и средняя энергия
$$\langle W(\vec{r}, t) \rangle = \int W(\vec{k}) f(\vec{k}, \vec{r}, t) d\vec{k} / n(\vec{r}, t). \quad (53)$$

Аналитическое решение уравнения Больцмана удастся лишь для некоторых специальных случаев, например, когда неравновесная функция распределения в электрическом поле отличается от равновесной функции малым приращением. Практически для решения уравнения (50) используются, в основном, два метода: 1) прямой метод итераций; 2) непрямой метод Монте–Карло моделирования движения электрона в \vec{k}, \vec{r}, t пространстве.

Второй метод в последние годы очень успешно применяется для решения задач транспорта электронов в сложных полупроводниковых структурах. Его суть состоит в моделировании движения электрона на участках бесстолкновительного движения в электрических (магнитных) полях путем решения второго закона Ньютона и розыгрыш направления отскока и величины потери (прибавления) энергии в момент столкновения. Если провести усреднение по ансамблю электронов, то можно получить функцию распределения электронов в пространстве. Если длительное время наблюдают за одним электроном, движущимся в постоянном поле (и прочих не изменяющихся во времени условиях), то функцию распределения можно получить путем усреднения по времени.

Для качественной и наглядной оценки изменения дрейфовой скорости и средней энергии электронов в однородно легированном полупроводнике в сильных электрических полях применяются уравнения баланса усредненных импульса $m\bar{v}_d$ и энергии \bar{W} :

$$d(m(\bar{W})v_d)/dt = qE - m(\bar{W})v_d/\tau_p(\bar{W}), \quad (54)$$

$$d\bar{W}/dt = qEv_d - (\bar{W} - W_0)/\tau_W(\bar{W}), \quad (55)$$

где $W_0 = 3kT_0/2$ – средняя тепловая энергия электронов при $E=0$, $v_d = \langle v \rangle$, а $\tau_p(\bar{W})$ и $\tau_W(\bar{W})$ – времена релаксации импульса и энергии, соответственно.

Уравнения баланса выражают, по сути, законы сохранения импульса и энергии частиц. Импульс и энергия электронов может увеличиваться за счет разгона в электрическом поле (первое слагаемое в правой части (54, 55) и уменьшаться из-за рассеяния носителей на дефектах структуры (второе слагаемое). Заметим, что уравнения баланса (54), (55) являются одним из приближений уравнения Больцмана (50), по которому столкновительный интеграл удастся записать через время релаксации. В стационарном состоянии $d(mv_d)/dt = dW/dt = 0$ и уравнения (54) и (55) дают

$$\tau_p(\bar{W}_s) = m v_d / (qE), \quad (56)$$

$$\phi_W(\overline{W}_s) = (\overline{W}_s - W_0)/(qE v_{ds}), \quad (57)$$

где индекс s означает стационарное значение. Равенства (56) и (57) связывают времена релаксации со стационарными значениями скоростей и энергий. Ниже мы воспользуемся уравнениями (54) и (55) или так называемым **приближением времен релаксации**, чтобы оценить максимальные дрейфовые скорости и динамику их изменения во времени, а затем сравним эти результаты с точными расчетами методом Монте–Карло.

Время релаксации по импульсу, как правило, много короче времени релаксации по энергии. Это объясняется тем, что при упругом рассеянии импульс, как векторная величина, изменяется за счет изменения своего направления (но не модуля), а энергия – нет, т.е. импульс будет релаксировать быстрее. Приведем следующий пример. Пусть в полупроводник вбрасывается некоторое количество электронов, с максвелловским распределением по энергии и средней энергией в три раза больше тепловой. Кроме того, пусть направления движения всех электронов одинаковы. По прошествии трех–пяти времен релаксации импульса за счет упругих столкновений направления движения электронов хаотизируются, так что средний импульс $m\vec{v}_d$ в уравнении (54) экспоненциально релаксирует к нулю (разумеется, модуль импульсов всех электронов отличен от нуля). В это же время средняя энергия электронов W , описываемая уравнением (55), остается практически той же, что и в начале. И только по прошествии трех–пяти времен релаксации энергии, за счет неупругих столкновений, средняя энергия электронов релаксирует до значения, соответствующего температуре решетки. Иными словами, электроны сбросили избыточную энергию в своеобразный холодильник – кристаллическую решетку. Заметим, что в больших полях, когда электроны набирают энергию до 1...2 эВ, такая передача энергии кристаллической решетке может привести к ее ионизации, т.е. к явлению лавинного пробоя, а также к плавлению решетки, т.е. к явлению теплового пробоя полупроводника. Последний процесс является необратимым и выводит полупроводниковые приборы из строя.

Рассмотрим другой пример. Несколько изменим условия предыдущей задачи. Пусть в полупроводник вбрасываются электроны с энергией, строго равной тепловой энергии при $T=300$ К ($W = 3kT/2 = 0.037$ эВ). Такое распределение электронов по энергии не является ни максвелловским, ни фермиевским. Проведя рассуждения, аналогичные предыдущим, получим, что импульс релаксирует так же, как и в предыдущем случае. Но средняя энергия электронов изменяться не будет – по условию задачи она и так равна тепловой. Зато распределение электронов по энергии через три-пять времен релаксации энергии приблизится к максвелловскому виду за счет неупругих столкновений с кристаллической решеткой. Заметим, что в этом случае решение уравнений (54), (55) не даст интересующего нас результата, т.к. уравнения оперируют усредненными величинами энергии и импульса электронов. Для моделирования функции распределения электронов по энергии необходимо использовать метод Монте–Карло.

Средняя частота столкновений носителя заряда с центрами рассеяния в кристалле определяется обратной τ_p величиной. Дрейфовая скорость носителей заряда, согласно (56),

$$v_d = q\tau_p E / m(\overline{W}) \equiv \mu E, \quad (58)$$

где

$$\mu = q\tau_p(\overline{W}) / m(\overline{W}) \quad (59)$$

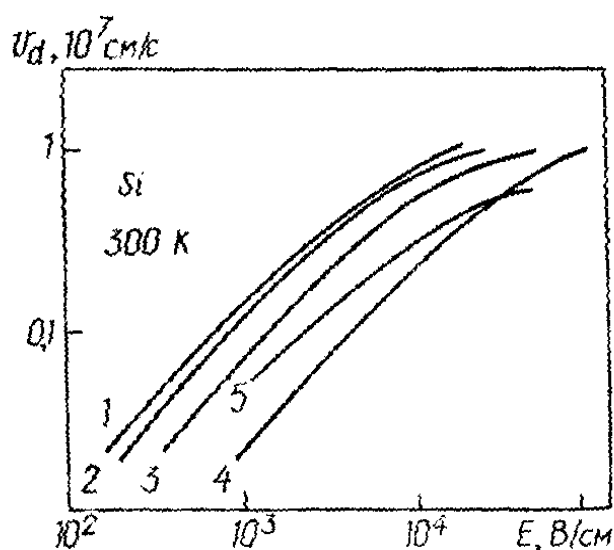
– подвижность носителей заряда. Зависимость подвижности от напряженности электрического поля определяется, как видим, зависимостью τ_p (через среднюю энергию) от поля. Величину $\tau_p(\overline{W})$ можно найти из экспериментальных вольт–амперных характеристик полупроводниковых структур, по которым обычно определяется зависимость $v_d(E)$.

На рисунке 12 приведены экспериментальные зависимости дрейфовой скорости электронов и дырок в кремнии от напряженности поля. Зависимости

дрейфовых скоростей электронов от напряженности поля в GaAs, InP, InAs, AlGaAs, GaInAs показаны на рисунке 13.

Во всех этих полупроводниках дрейфовая скорость растет с полем лишь до некоторых максимальных значений, а затем либо насыщается, либо даже уменьшается. Характер зависимости $v_d(E)$ определяется как структурой зоны проводимости полупроводника, так и механизмами рассеяния. Остановимся на причинах ограничения величины дрейфовой скорости.

Рис. 12. Зависимость дрейфовой скорости носителей заряда от напряженности электрического поля для кремния n -типа (кривые 1 – 4) и p -типа (кривая 5). Концентрация ионизированных примесей в n -Si: 1 – $N_i=0$ см⁻³, 2 – $N_i=10^{16}$ см⁻³, 3 – $N_i=10^{17}$ см⁻³, 4 – $N_i=10^{18}$ см⁻³ [5]



В валентных полупроводниках, какими являются кремний и германий, основной причиной ограничения дрейфовой скорости является рассеяние на оптических фононах. В отличие от почти упругого рассеяния на акустических фононах, рассеяние на оптических фононах является резко неупругим и, более того, вероятность рассеяния на оптических фононах на порядок выше вероятности рассеяния на акустических фононах. Как только энергия электрона становится выше энергии оптического фонона, частота рассеяния резко растет, а значит, время релаксации τ_p резко падает.

Резко неупругое рассеяние на оптических фононах ограничивает рост энергии электронов и приводит к насыщению дрейфовой скорости. Преимущественную роль рассеяния электронов и дырок на оптических фононах в Si под-

тверждают и детальные расчеты $v_d(E)$ и подвижности μ , проведенные методом Монте–Карло и дающие отличное согласие с экспериментальными данными (рисунок 14, табл. 1).

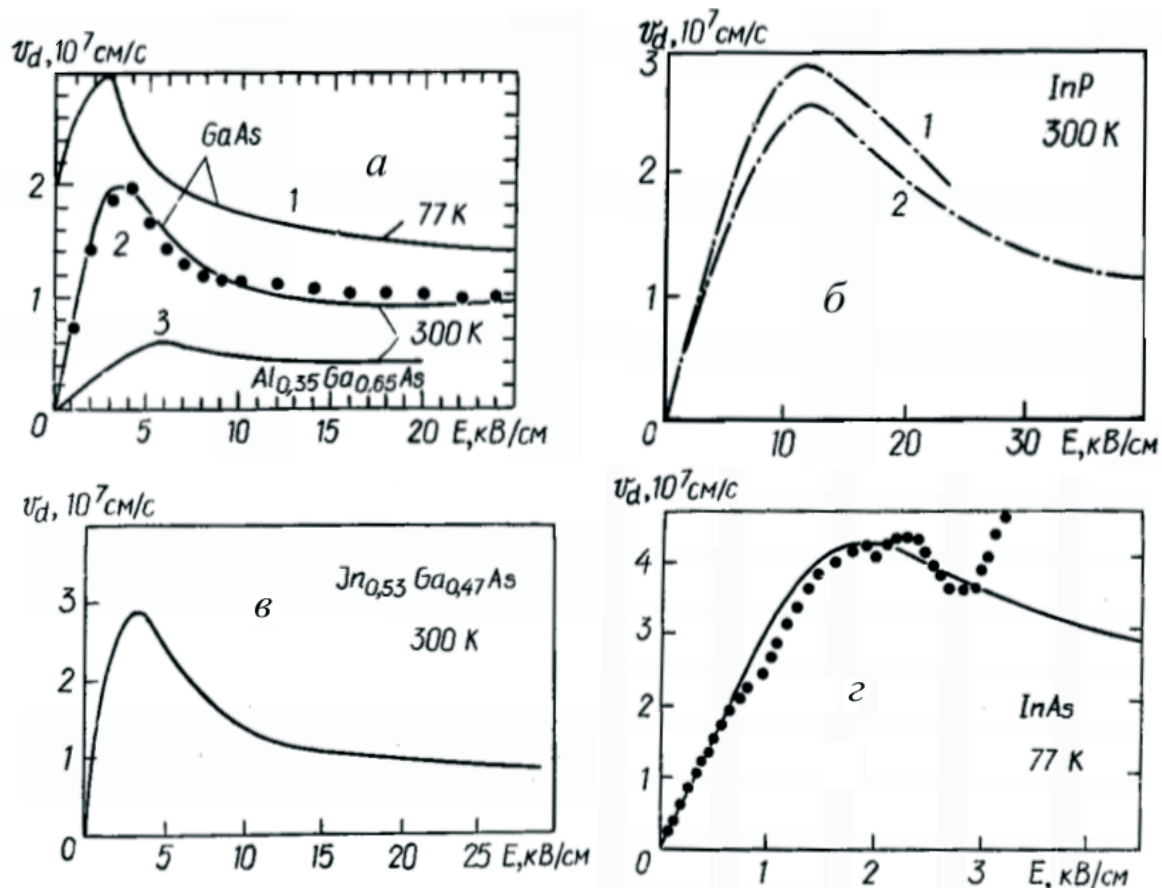


Рис. 13. Зависимость дрейфовой скорости электронов от напряженности электрического поля для некоторых полупроводниковых соединений. На всех рисунках сплошные кривые соответствуют расчетам, точки или штриховые кривые – эксперименту [5]

Расчет методом Монте–Карло зависимостей $v_d(E)$, $W_s(E)$ и $m(W)$ позволяет получить из уравнений (58), (59) времена релаксации в зависимости от $\overline{W}_s - W_0$. Результаты таких расчетов для электронов в Si и GaAs при $T=293$ K приведены на рисунке 14. Хорошо видно быстрое уменьшение τ_p , для Si с ростом энергии электрона. На рисунке 15 показаны также расчетные зависимости подвижности от средней неравновесной энергии электрона в Si и GaAs.

Таблица 1. Значения некоторых параметров транспорта носителей заряда в основных полупроводниках [4, 5, 6]

Материал	$\mu_n, \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$		$\mu_p, \text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$		$v_{d, \text{макс}}, 10^7 \text{ см/с}$
	300 К	77 К	300 К	77 К	
Si	1300	45500	500	11600	~1.0 (300 К)
Ge	3800	37100	1820	43700	
GaAs	8500	21000	420	4200	~ 2.0 (300 К)
InP	4600	24000	150	1200	2.9 (300 К)
InSb	78000	12000	750	10000	~ 5.5 (77 К)
InAs	27000	—	450	—	~ 4.2 (77 К)
$\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$	10000	13000– 17000	—	—	2.9 (300 К)

В случае GaAs зависимость $v_d(E)$ при 300 К вплоть до полей порядка 3 кВ/см почти линейна (рисунок 13). Это связано с тем, что GaAs является пьезоэлектрическим кристаллом и акустические волны (фононы) в нем сопровождаются образованием наряду с деформационным и пьезоэлектрического потенциала. Иными словами, при взаимодействии электрона с кристаллической решеткой будет изменяться электрическое поле, связанное с искажением ионной компоненты химических связей в кристалле GaAs. Напомним, что в Si кристалле химические связи носят ковалентный характер, так что рассеяния на пьезоэлектрическом потенциале там не происходит.

Рассеяние на пьезоэлектрическом потенциале, в отличие от деформационного, как было в Si, не растет, а уменьшается с ростом энергии электронов. Поэтому в GaAs среднее время релаксации τ_p в области энергий вблизи и ниже энергии оптических фононов слабо меняется с ростом неравновесной энергии (рисунок 15). Существенное уменьшение τ_p и подвижности электронов с дальнейшим ростом их энергий обусловлено междолинным перебросом.

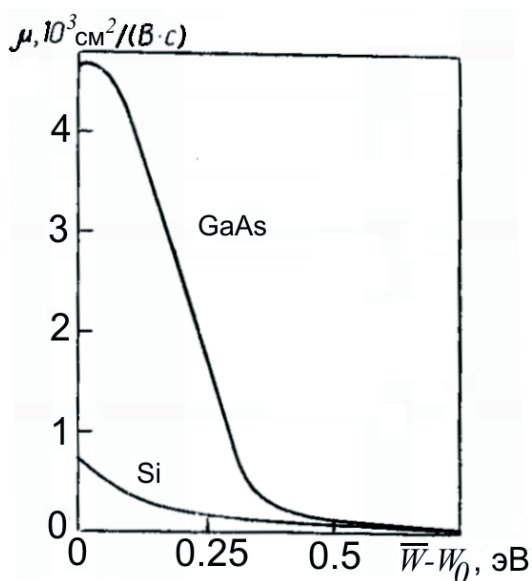


Рис. 14. Расчетные зависимости подвижности горячих электронов от разницы между средней и тепловой энергией в Si и GaAs при $T_0 = 293 \text{ K}$, $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ [5]

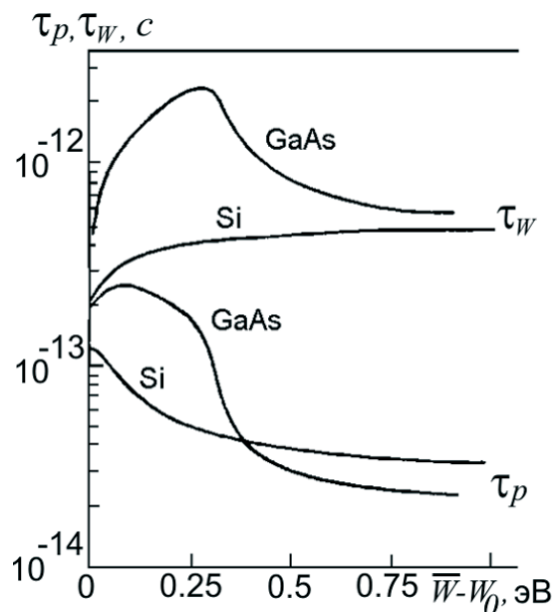


Рис. 15. Расчетные зависимости времен релаксации импульса τ_p и энергии τ_W от разницы между средней и тепловой энергией электрона $\bar{W} - W_0$ в Si и GaAs при $T_0 = 293 \text{ K}$, $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ [5]

Зависимость $W(k)$ для электронов и дырок в полупроводниках, вообще говоря, носит сложный характер. Только в упрощенном виде, вблизи дна разрешенных зон, зависимость энергии электронов от волнового вектора представима в параболическом виде (см. формулу (5)). В общем случае, в связи с тем, что кристалл – это упорядоченная структура, имеющая пространственные оси симметрии, для основных полупроводниковых материалов можно выделить 6 или 8 характерных направлений. Соответственно, в каждом из этих направлений зависимость $W(k)$ будет иметь параболический вид. Подобные минимумы зависимости $W(k)$ называют **долинами**. Так, в Ge имеется 8 эквивалентных долин на кристаллографических осях с индексами Миллера $\langle 111 \rangle$, а в Si – 6 на осях $\langle 100 \rangle$.

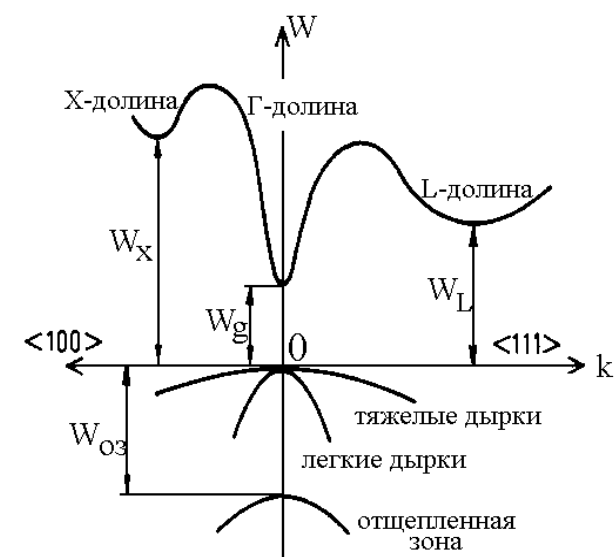
Структура кристаллов чрезвычайно разнообразна, но основные типы полупроводников имеют два характерных вида кристаллической решетки: кристаллы со структурой цинковой обманки (GaAs, InP) и со структурой типа алмаза (Si, Ge). Кристаллическая решетка типа алмаза хорошо известна из школьной программы – атомы в такой кристаллической решетке расположены в вершинах тетраэдров. Решетка типа цинковой обманки имеет подобную структуру, но состоит из двух типов атомов.

Валентная зона в кристаллах со структурой цинковой обманки состоит из четырех подзон. Три из них вырождены в центре зоны $k=0$ (Γ – точка) и формируют верхний край валентной зоны, а четвертая подзона образует ее дно (не показана на рис. 16а). Спин-орбитальное взаимодействие частично снимает вырождение при $k=0$ и приводит к отщеплению одной подзоны, как видно из рис. 16а. Полупроводники, в которых дно зоны проводимости и потолок валентной зоны располагаются в одной и той же точке (GaAs, рис. 16 а), называются **прямозонными**. В противном случае – **непрямозонными** (Ge, Si, рис. 16б и 16 в).

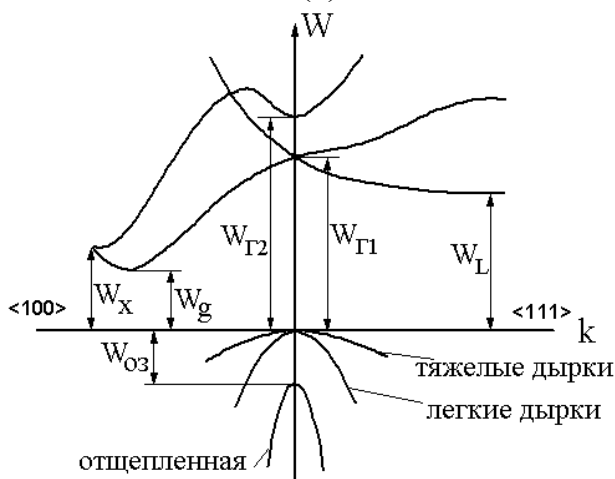
Как видно из рисунка, в зоне проводимости наблюдаются несколько экстремумов, вблизи которых, также как и вблизи дна зоны, можно приближенно считать зависимость $W(k)$ параболической. Эти области значений k и W называют **верхними энергетическими долинами**, и обозначают буквами L и X. Нижнюю энергетическую долину, соответствующую дну зоны проводимости, называют **Γ -долина**.

Междолинный переброс электрона из нижней Γ -долины в верхние L- и X-долины происходит, как только энергия электрона в Γ -долине достигает значений, близких к минимумам верхних долин. Энергия минимума L-долины относительно минимума Γ -долины составляет $W_{\Gamma L} \approx 0.3$ эВ, а X-долины – $W_{\Gamma X} \approx 0.4$ эВ. Как следует из рис. 16а, центральная Γ -долина GaAs имеет большую кривизну по сравнению с боковыми L- и X-долинами, следовательно, в Γ -долине эффективная масса меньше (см. формулу (4)), а подвижность электронов (см. выражение (59)) выше, чем в L и X. Вследствие большей эффективной

массы плотность состояний в боковых долинах много выше, чем в центральной. Поэтому, если электрон в Γ -долине имеет энергию вблизи или еще выше энергии боковых минимумов, то вероятность найти его в верхней долине значительно больше, чем в Γ -долине. Это означает высокую вероятность междолинного перехода. Причем вероятность перехода в X-долину значительно больше, чем в L-долину.

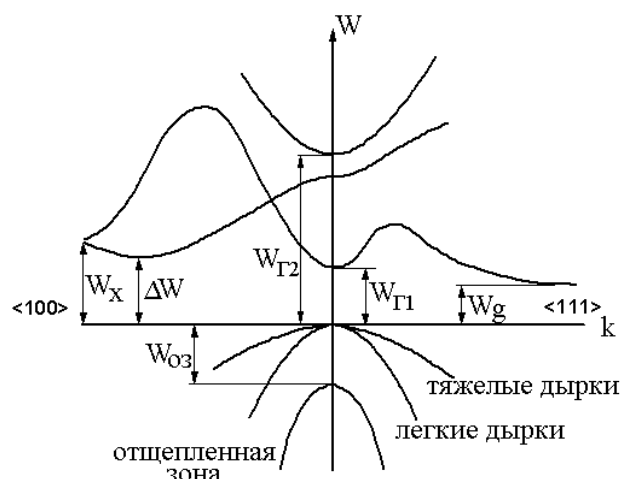


(a)



(б)

Рис. 16. Структура энергетических зон некоторых полупроводниковых материалов: (а) – GaAs; (б) – Si; (в) – Ge [4, 6]



(в)

Междолинный переход происходит с участием оптических и акустических фононов с большим волновым числом, соответствующим разнице волновых чисел между центральной и соответствующей боковой долиной. Возможен и обратный переход из боковых в центральную долину. При этом электроны,

перешедшие в Γ -долину, теряют, в среднем, направленную скорость, т. е. их дрейфовая скорость в момент перехода стремится к нулю, подобно тому, как это было в случае неупругого рассеяния на оптических фононах в Si. Это означает, что междолинный переброс из Γ -долины в боковые и обратно в GaAs может привести к насыщению дрейфовой скорости электронов Γ -долины.

7.2 ВСПЛЕСК ДРЕЙФОВОЙ СКОРОСТИ

На отрезке времени t , короче времени между столкновениями τ_p , электрон будет бесстолкновительно разгоняться до скорости

$$v_d = qEt/m, \quad t < \tau_p. \quad (60)$$

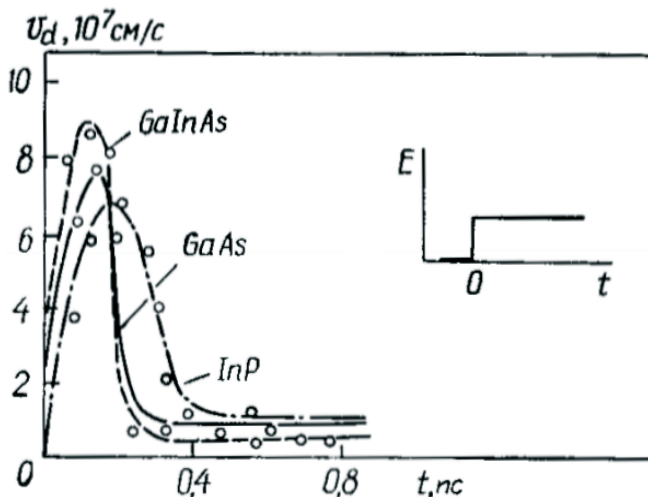
В электрических полях с напряженностью $E > 1 \dots 10$ кВ/см эта скорость может оказаться значительно выше максимальной дрейфовой скорости в стационарном состоянии. Поэтому картина изменения дрейфовой скорости во времени после мгновенного включения разгоняющего электрического поля будет носить характер короткого первоначального всплеска скорости, который затем затухает до величины стационарного значения [5, 6].

Эффект всплеска скорости проявляется на характерном интервале времени Δt , удовлетворяющим условию $\tau_p < \Delta t < \tau_W$. В основных полупроводниках (Si, GaAs) подвижность $\mu(W)$ падает с ростом средней энергии электронов. Поэтому в какой-то отрезок времени $t < \tau_W$, пока энергия электронов еще не достигла стационарного значения W_s , их подвижность будет выше стационарной, $\mu(W) > \mu(W_s)$ и, соответственно, дрейфовая скорость $v_d = \mu E$ будет иметь всплеск даже в отсутствие бесстолкновительного движения.

В GaAs и других многодолинных полупроводниках на динамике изменения дрейфовой скорости на коротких отрезках времени существенно проявляется эффект междолинного переброса. На рисунке 17 приведены зависимости $v_d(t)$ для GaInAs, InP и GaAs, полученные в приближении времени релаксации, которое дало результаты, совпадающие с расчетами по методу Монте-Карло.

Как видим, эффект всплеска скорости позволяет получить максимальные дрейфовые скорости в полупроводниках, в несколько раз превышающие их стационарные значения.

Рис. 17. Изменение дрейфовой скорости электронов во времени после мгновенного включения электрического поля $E = 40$ кВ/см. Кривые соответствуют расчетам в приближении времени релаксации, точки – расчетам методом Монте–Карло [5]



Экспериментально получены ВАХ полупроводниковых образцов малой длины, обладающие участками отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС), соответствующими падающим участкам на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля. Порядок величины времен релаксации $\tau_p \approx 10^{-13}$ с, $\tau_W \approx 10^{-12}$ с обуславливает наличие ОДС образцов на СВЧ-частотах. Расчеты реальной части отрицательной дифференциальной подвижности для GaAs и InP показали, что в этих материалах она сохраняется до 100–500 ГГц [5].

7.3 ВСПЛЕСК ДРЕЙФОВОЙ СКОРОСТИ В КОРОТКИХ СТРУКТУРАХ

Как было показано выше, значительное увеличение дрейфовой скорости можно получить лишь на коротких отрезках времени. Если за столь короткий отрезок электроны пролетают активную область в структуре транзистора, то их средняя дрейфовая скорость в этой области окажется значительно выше стационарной. Легко оценить, что пролет области длиной 10^{-5} см произойдет за время порядка 10^{-12} с, если $v_d \approx 10^7$ см/с. Значит, всплеск дрейфовой скорости во

времени оказывается достаточно длительным, чтобы привести в субмикронных структурах к всплеску скорости по пространственной координате, распространяющемуся на всю толщину структуры. В полупроводниковых приборах этот эффект обеспечит повышение быстродействия и уменьшение задержки сигнала в транзисторе.

Всплеск скорости в пространстве – явление реально реализующееся в полупроводниковых структурах, так как его возникновение не требует практически нереализуемого импульса поля с бесконечно крутым (субпикосекундным) фронтом. Скачок поля реализуется за счет неоднородности структуры полупроводника по координате. Например, если зажать тонкий слой полупроводника между двумя металлическими электродами, то электрическое поле будет резко спадать в металле, так что электрон при движении через такую структуру попадает в область большого поля, только находясь в полупроводнике. Поэтому электроны при своем движении по полупроводнику, попадая в область крутого скачка поля, испытывают резкое изменение скорости и эффект ее всплеска.

Если поле после скачка остается постоянным на протяжении всего пролета электронов, то, считая в уравнениях баланса (54 и 55) τ_p константой до энергий междолинного рассеяния W_{GL} и $\tau_p \ll \tau_W$, получим для дистанции, проходимой электронами за время T , в течение которого электроны приобретают энергию, чуть меньшую W_{GL} ,

$$d_b = (v_0 \tau_p / \sqrt{2}) \left[T / \tau_p - \left(1 - e^{-T / \tau_p} \right) \right]^{1/2}, \quad (61)$$

где

$$v_0 = \hbar^{-1} (\partial W / \partial k)_{W=W_{GL}} \quad (62)$$

– максимальная скорость, которой может достичь электрон, прежде чем испытает междолинное рассеяние. Для параболической зоны $m v_0^2 / 2 = W_{GL}$.

Средняя скорость, с которой электрон проходит дистанцию

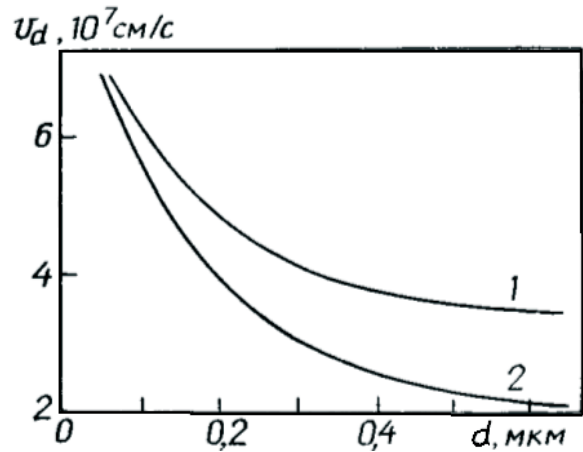
$$d = \int_0^t v_d(t') dt', \quad (63)$$

$$v_d(d) = d / t, \quad (64)$$

Если d – толщина активной части структуры прибора, то необходимо так подбирать T , т. е. значение поля E , чтобы $v_d(d)$ было максимально.

На рисунке 18 приведены рассчитанные максимальные значения $v_d(d)$ для GaAs. Как видим, на довольно больших длинах d величина $v_d(d)$ остается много больше максимального стационарного значения $v_{ds} \approx 2 \cdot 10^7$ см/с.

Рис. 18. Зависимости максимальных значений средней дрейфовой скорости от расстояния, рассчитанные методом Монте–Карло для GaAs для двух концентраций примеси:
1 – $N_d = 0$ см⁻³; 2 – $N_d = 3 \cdot 10^{17}$ см⁻³.
 $T_0 = 293$ К [5]



Всплеск скорости в пространстве $v_d(x)$ можно определить из всплеска скорости во времени $v_d(t)$ с помощью уравнения

$$dx = v_d(t) dt. \quad (65)$$

Однако при рассмотрении всплеска $v_d(x)$ в пространстве проявляются новые факторы, учет которых существенно изменяет и делает отличной форму всплеска в пространстве от формы всплеска во времени. Такими факторами являются неоднородности концентрации, объемного заряда, средней энергии носителей заряда по координате. Их наличие приводит к возникновению диффузии носителей, диффузионному переносу тепла, термоэдс и изменению конфигурации поля.

На рисунке 19 показана вычисленная методом Монте-Карло (с учетом диффузии, объемного заряда и других явлений, связанных с пространственной неоднородностью) зависимость всплеска дрейфовой скорости от координаты в структуре типа $n^+ - i - n^+$.

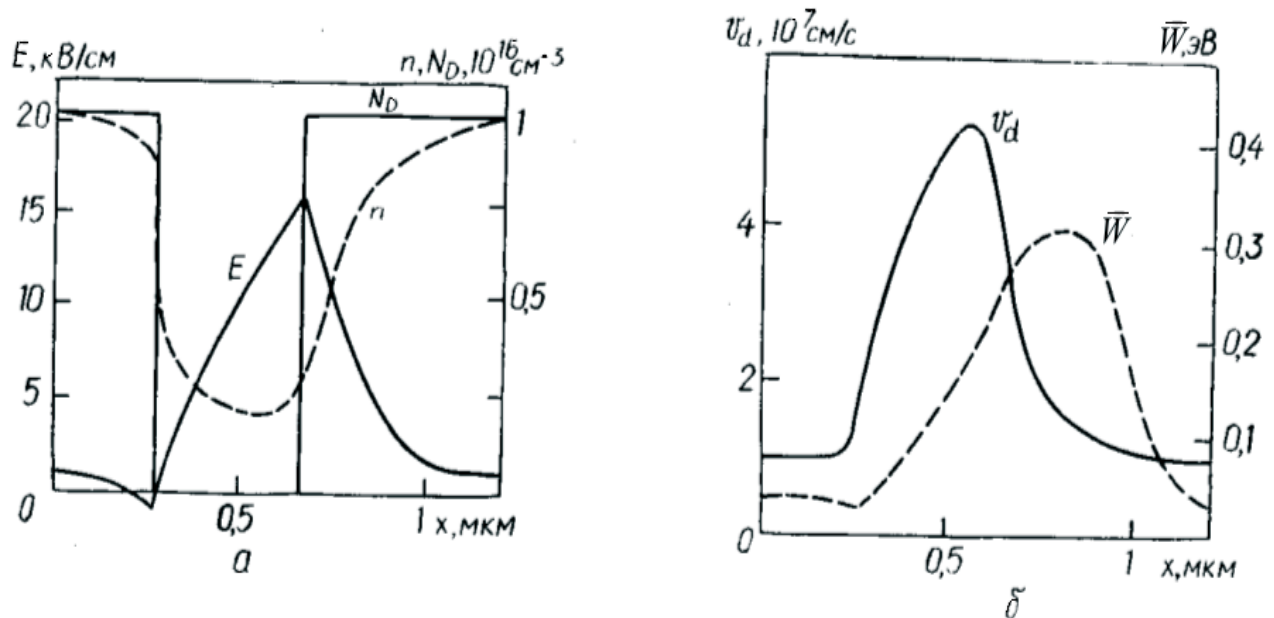


Рис. 19. Зависимости от координаты: а) электрического поля E , концентрации примесей N_d и электронов n ; б) дрейфовой скорости v_d и средней энергии \bar{W} в $n^+ - i - n^+$ - структуре GaAs, рассчитанные методом Монте-Карло в условиях стационарности. Приложенное напряжение 0.5 В, $T_0 = 77 \text{ K}$ [5]

Области с высокой концентрацией электронов, обозначенные как n^+ , создают в полупроводниковых структурах специально, чтобы минимизировать контактное сопротивление металл-полупроводник. Важно, что в связи с высокой концентрацией электронов (и доноров) в n^+ областях, напряженность поля здесь мала. Поэтому весь приложенный к подобной структуре потенциал будет падать только на области i -типа проводимости (т.е. нелегированной области полупроводника). В одномерном случае напряженность поля в такой структуре легко подсчитать, разделив приложенное к структуре напряжение на толщину i -слоя. Хорошо видны изменения формы $v_d(x)$, $\bar{W}(x)$, $E(x)$, $n(x)$, обусловленные

диффузионными эффектами (рис. 19 а, б). Существенно то, что картина всплеска $v_d(x)$ является стационарной, т.е. непрерывно подтекающие из входного электрода электроны испытывают эффект всплеска скорости, а затем выводятся в выходной электрод. Поскольку их место занимают новые электроны, то в образце в любой момент времени есть электроны, движущиеся со скоростью выше, чем стационарное значение скорости, реализующееся в длинных образцах. Поэтому сопротивление образца будет снижаться по мере уменьшения длины образца не пропорционально уменьшению его длины. Связанные с эффектом всплеска явления, например, увеличение тока в коротких образцах, нетрудно наблюдать экспериментально.

7.4 ИНЕРЦИОННЫЙ ПРОЛЕТ

В предыдущих параграфах мы рассматривали эффекты всплеска дрейфовой скорости в условиях постоянного электрического поля. Здесь рассмотрим движение электронов, ускоренных полем до высоких значений v_d только в самом начале своего движения, а затем по инерции пролетающих сквозь структуру¹. На рисунке 20 показаны зависимости дрейфовой скорости и средней энергии баллистически летящего электрона от времени в GaAs.

Длина баллистического пролета может быть оценена из уравнений баланса (54), (55):

$$d_{бал} = d_0(1 - e^{-T/\tau_p}). \quad (66)$$

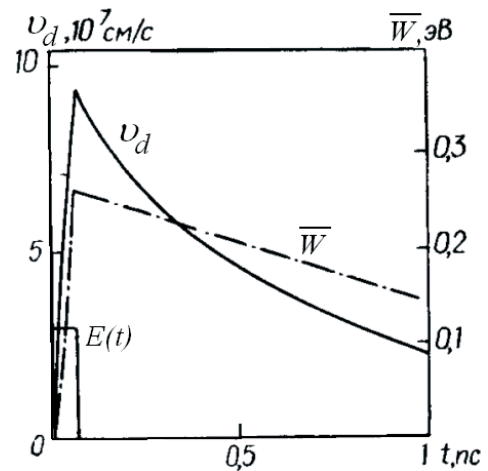
Здесь $d_0 = v_0\tau_p$, v_0 – скорость электрона, соответствующая междолинной энергии $W_{ГЛ}$, T – время разгона электрона до энергии $W_{ГЛ}$. При $T \ll \tau_p$

$$d_{бал} = v_0T, \quad (67)$$

¹ Иногда в литературе такое движение носителей называют баллистическим пролетом [5]. Напомним, что мы, следуя устоявшейся терминологии, баллистическим называем бесстолкновительный пролет носителей заряда.

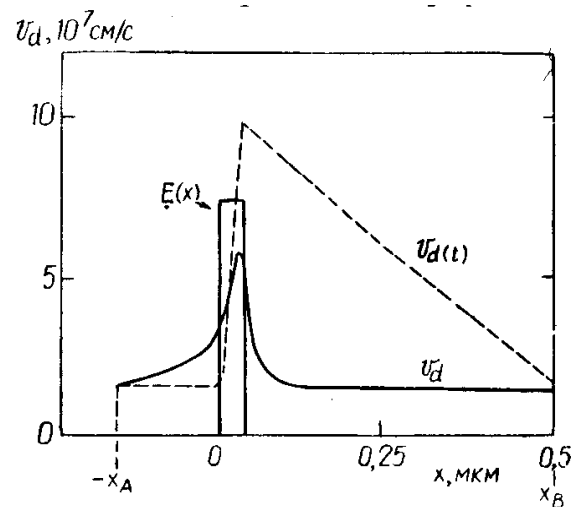
что в два раза больше d_b , (61). Величина d_{bal} определяет среднюю скорость баллистических электронов на этом отрезке $v_d(d) = d_{bal} / t$.

Рис. 20. Зависимость дрейфовой скорости и средней энергии баллистически летящего электрона от времени в GaAs ($N_d=0 \text{ см}^{-3}$, $T_0=77\text{K}$). Амплитуда импульса приложенного электрического поля $E(t)=70 \text{ кВ/см}$, продолжительность $\Delta t=0.06 \text{ пс}$ [5]



На рисунке 21 приведена зависимость v_d от расстояния x в GaAs при двух способах ускорения до баллистической скорости: 1) с помощью короткого по времени импульса поля; 2) с помощью короткого в пространстве импульса поля.

Рис. 21. Зависимости дрейфовой скорости электронов от расстояния в GaAs ($T_0=293 \text{ K}$) при ускорении до баллистической скорости с помощью импульса, короткого по времени (штриховая линия) и короткого в пространстве (сплошная линия). Амплитуда поля равна 70 кВ/см [5]



После воздействия коротким во времени импульсом поля $v_d(t)$ линейно уменьшается с длиной баллистического пролета. Короткий «пространственный» импульс поля разгоняет электроны совсем по-другому. Так, скорость электронов начинает нарастать раньше, чем они попадают в область большого поля, т.е. создается впечатление, что электроны «почувствовали» это поле заранее. На самом деле этот эффект реализуется из-за того, что некоторые упруго рассеянные назад электроны попадают в область большого поля дважды. Поэтому они

ускоряются, имея уже некоторую начальную стартовую энергию, набранную в предыдущий интервал их ускорения полем. Это приводит к большему разгону подобных электронов и их переходу в более высокие долины с большей эффективной массой. Последнее сказывается на уменьшении средней скорости всего ансамбля электронов. Поэтому в отличие от идеального «мысленного» эксперимента с резким изменением напряженности поля во времени, реализуемый на практике всплеск скорости в пространстве дает значительно меньшее значение средней скорости.

Пособие написано при поддержке фонда РФФИ, Минобразования и программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE Post-Doctoral Fellowship Program), грант BF5M01.

Авторы выражают благодарность своим учителям: С.В. Гапонову, В.Г. Павельеву, З.Ф. Красильнику, А.В. Якимову, С.Г. Петрову

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гапонов В.И. Электроника. Часть 1 и 2. Физматгиз, М: 1960.
2. Бонч–Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. – М.: Наука, 1977. – 672 с.
3. Шалимова К.В. Физика полупроводников. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 392 с.
4. Зи С.М. Физика полупроводниковых приборов. – М.: Энергия, 1973. – 656 с.
5. Пожела Ю. Физика быстродействующих транзисторов. – Вильнюс: Мокслас, 1989. – 264 с.
6. Шур М. Современные приборы на основе арсенида галлия. – М.: Мир, 1991. – 632 с.
7. Орешкин П.Т. Физика полупроводников и диэлектриков. – М.: Высшая школа, 1977. – 448 с.
8. Степаненко И.П. Основы микроэлектроники Сов. радио М. 1980

Приложение 1. Периодическая система элементов Д.И. Менделеева

Периоды	Ряды	Группы элементов									
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VII		
1	I	H 1 Водород							He 2 Гелий		
2	II	Li 3 Литий	Be 4 Бериллий	B 5 Бор 10.8 $2p^1$	C 6 Углерод 12.0 $2p^2$	N 7 Азот 14.0 $2p^3$	O 8 Кислород 16.0 $2p^4$	F 9 Фтор	Ne 10 Неон		
3	III	Na 11 Натрий	Mg 12 Магний	Al 13 Алюминий 27.0 $3p^1$	Si 14 Кремний 28.08 $3p^2$	P 15 Фосфор 31.0 $3p^3$	S 16 Сера 32.07 $3p^4$	Cl 17 Хлор	Ar 18 Аргон		
4	IV	K 19 Калий	Ca 20 Кальций	Sc 21 Скандий	Ti 22 Титан	V 23 Ванадий	Cr 24 Хром	Mn 25 Марганец	Fe 26 Железо	Co 27 Кобальт	Ni 28 Никель
	V	Cu 29 Медь	Zn 30 Цинк	Ga 31 Галлий 69.72 $4p^1$	Ge 32 Германий 72.6 $4p^2$	As 33 Мышьяк 74.9 $4p^3$	Se 34 Селен 78.96 $4p^4$	Br 35 Бром	Kr 36 Криптон		
5	VI	Rb 37 Рубидий	Sr 38 Стронций	Y 39 Итрий	Zr 40 Цирконий	Nb 41 Ниобий	Mo 42 Молибден	Tc 43 Технеций	Ru 44 Рутений	Rh 45 Родий	Pd 46 Палладий
	VII	Ag 47 Серебро	Cd 48 Кадмий	In 49 Индий 114,8 $5p^1$	Sn 50 Олово 118,7 $5p^2$	Sb 51 Сурьма 121,7 $5p^3$	Te 52 Теллур 127,6 $5p^4$	I 53 Иод	Xe 54 Ксенон		
6	VII I	Cs 55 Цезий	Ba 56 Барий	La-Lu 57-71	Hf 72 Гафний	Ta 73 Тантал	W 74 Вольфрам	Re 75 Рений	Os 76 Осмий	Ir 77 Иридий	Pt 78 Платина
	IX	Au 79 Золото 197	Hg 80 Ртуть	Tl 1 Таллий	Pb 82 Свинец	Bi 83 Висмут	Po 84 Полоний	At 85 Астат	Rn 86 Радон		
7	X	Fr 87 Франций	Ra 88 Радий	Ac-Lr 89-103	Ku 104 Курчатовий	Ns 105 Нильсборий	106	107			

Si, Ge, GaAs – основные полупроводниковые материалы

Al, Au – основные металлы используемые в микроэлектронике

B, P, S, Ga, As, Ge, In, Sb, Sn – основные легирующие примеси

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. НЕКОТОРЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОСНОВНЫХ
ПОЛУПРОВОДНИКОВ

материал	W_{Γ} , эВ	W_L , эВ	W_{Δ}^* , эВ	W_{SO}^{**} , эВ	$\hbar\omega_0^{***}$, эВ	Эффективные массы электронов			Эффектив- ные массы дырок	
						m_{\parallel}	m	m_{\perp}	m_{hh}	m_{lh}
Si	4.08	1.87	1.13	0.04	0.06	0.98	–	0.19	0.53	0.16
Ge	0.89	0.76	0.96	0.29	0.037	1.64	–	0.082	0.35	0.043
GaAs	1.42	1.71	1.90	0.34	0.0362	–	0.067	–	0.62	0.074
InP	1.26	2.0	2.3	0.13	0.0435	–	0.080	–	0.85	0.089
InSb	0.17	1.5	2.0	0.81	0.025	–	0.014	–	0.47	0.015
InAs	0.35	1.45	2.14	0.38	–	–	0.023	–	0.6	0.027

* W_{Δ} – энергия зоны проводимости в Δ точке симметрии;

** W_{SO} – энергия спин-орбитального отщепления в валентной зоне;

*** $\hbar\omega_0$ – энергия оптического фонона.

Сергей Владимирович Оболенский
Наталья Витальевна Демарина
Екатерина Валерьевна Волкова

**ОСНОВЫ ФИЗИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ.
ТРАНСПОРТ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ**

Учебное пособие

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура «Таймс». Уч. Изд. л. 3,7. Усл. печ. л. 3,5.
Тираж 300. Заказ №

Издательство Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского
603950, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23

Типография Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского
Лицензия ПД № 19-0099 от 04.05.2001 г.
603000, Н. Новгород, ул. Б. Покровская, 37.