

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Радиофизический факультет
Кафедра электроники

Отчет по лабораторной работе:

ИЗМЕРЕНИЕ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ

Выполнил:

студент 430 группы
Зайцев Юрий

4 апреля 2007 г.

Проверил:

Оболенский Сергей Владимирович

Нижний Новгород
2007 год

Содержание

1	Введение	3
2	Теоретическая часть	3
2.1	Электропроводность полупроводников	3
2.2	Концентрация носителей заряда в полупроводнике	5
2.3	Температурная зависимость проводимости	7
3	Практическая часть	8
3.1	Задания	8
3.2	Вывод	9

1 Введение

Цель работы

Целью данной работы являлось измерение ширины запрещенной зоны для германиевого образца.

Оборудование

- Два источника питания Б5-9
- Автотрансформатор
- Экспериментальный стенд
- Вольтметр

2 Теоретическая часть

Ширина запрещенной зоны является важной характеристикой полупроводников. Она может быть найдена из измерений электропроводности или постоянной Холла в зависимости от температуры, а также из спектрального распределения коэффициента оптического поглощения или фототока проводника. В настоящей работе величина ширины запрещенной зоны определяется из температурной зависимости электропроводности.

2.1 Электропроводность полупроводников

В изолированном атоме электроны находятся в стационарных состояниях, каждому из которых соответствует строго определенное значение энергии. Таким образом, энергетический спектр электронных состояний в атоме дискретный. В кристаллическом твердом теле из-за возмущения, вносимого другими атомами, уровни энергии расщепляются – образуются области или *зоны разрешенных значений энергии*, между которыми находятся *запрещенные зоны*.

На рисунке 1 W_c , W_v – соответственно энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны, W_g – ширина запрещенной зоны. Ширина запрещенной зоны W_g – один из важнейших параметров твердотельных материалов. При температуре 300 К она составляет в германии (Ge) 0.803 эВ.

Особенности энергетического спектра электронов в полупроводниках определяются кристаллическим строением твердых тел. Кристаллическую решетку определяют три базисных вектора \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} таких, что любая трансляция на вектор

$$\vec{R} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c},$$

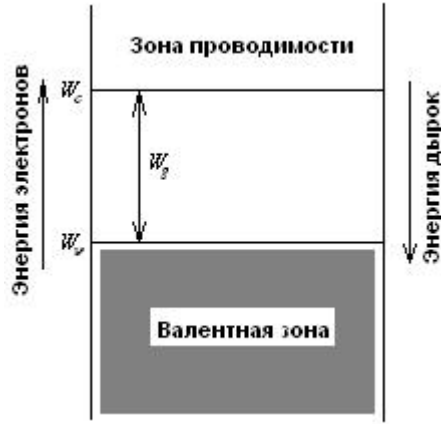


Рис. 1: Энергетический спектр электрона в кристалле

представляющий собой линейную суперпозицию базисных векторов (m, n, p - произвольные целые числа), переводит кристаллическую решетку саму в себя. Параллелепипед, построенный на базисных векторах, таким образом, что его объем оказывается наименьшим по отношению к объемам параллелепипедов, построенных на всех прочих возможных комбинациях базисных векторов, получил название *элементарной ячейки*. Если элементарная ячейка содержит один атом, то такая ячейка называется *простой* и решетка, составленная из таких ячеек – *простой*. В случае когда элементарная ячейка содержит более одного атома говорят о *сложной* кристаллической решетке.

Положения атомных плоскостей и направления в кристаллической решетке определяют *индексами Миллера*. Прямая, определяемая индексами h, k и l (обозначается $[hkl]$) проходит из начала координат O в точку A , определяемую вектором $h\vec{a} + k\vec{b} + l\vec{c}$. В качестве примера заметим, что комбинация $[100]$ характеризует направление вдоль оси Ox .

В ряде случаев (например, при анализе движения электронов в кристалле) удобно использовать понятие *обратной решетки*. Базисные векторы обратной решетки $\vec{a}^*, \vec{b}^*, \vec{c}^*$ определяются на основании набора базисных векторов прямой решетки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ с помощью соотношений

$$\vec{a}^* = 2\pi \frac{[\vec{b}, \vec{c}]}{(\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]}, \quad \vec{b}^* = 2\pi \frac{[\vec{c}, \vec{a}]}{(\vec{b}, [\vec{c}, \vec{a}]}, \quad \vec{c}^* = 2\pi \frac{[\vec{a}, \vec{b}]}{(\vec{c}, [\vec{a}, \vec{b}]}$$

При этом они обладают свойствами, которые мы сформулируем для вектора обратной решетки \vec{a}^* : $(\vec{a}^*, \vec{a}) = 2\pi$; $(\vec{a}^*, \vec{b}) = 0$; $(\vec{a}^*, \vec{c}) = 0$. Аналогичными свойствами обладают также вектора \vec{b}^* и \vec{c}^* .

Произвольный вектор обратной решетки имеет вид:

$$\vec{G} = h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*,$$

где h, k, l – целые числа. Отсюда следует, что скалярное произведение $\vec{G} \cdot \vec{R} = 2\pi \cdot C$ (где C – целое число). Таким образом, любой вектор обратной решетки перпендикулярен соответствующим плоскостям прямой решетки, а объем элементарной ячейки обратной решетки обратно пропорционален объему элементарной ячейки прямой решетки, т.е. $V_c^* = (2\pi)^3/V_c$, где $V_c = (\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}])$.

Выбор элементарной ячейки как в пространстве прямой, так и в пространстве обратной решетки не является однозначным. Элементарную ячейку можно построить, пользуясь способом, предложенным Дирихле. А именно, для ее построения надо провести перпендикулярные плоскости через середины отрезков, соединяющих выбранный узел кристаллической решетки с ближайшими эквивалентными узлами. Образующаяся в результате этого построения элементарная ячейка в пространстве обратной решетки получила название *ячейки Вигнера-Зейтца*.

2.2 Концентрация носителей заряда в полупроводнике

Общее число состояний в любой зоне кристалла равно общему числу мест на уровнях изолированных атомов N_0 , умноженному на кратность вырождения ν атомного уровня, образовавшего данную зону:

$$\int_{W_1}^{W_2} N(W) dW = \nu N_0,$$

где $N(W)dW$ – число квантовых состояний в интервале энергий от W до $W + dW$ в единице объема полупроводника, а $N(W)$ – называется *плотностью квантовых состояний*, W_1 и W_2 – энергии нижнего и верхнего края зоны.

Приведем решение задачи нахождения функции $N(W)$ для случая, когда электроны заполняют только уровни вблизи дна зоны проводимости, т.е. для описания зависимости $W(\vec{k})$ справедливо приближение эффективной массы, и энергия электронов вблизи края зоны проводимости может быть представлена в виде

$$W = W_C + \frac{(\hbar k)^2}{2m_n^*}, \quad (1)$$

где W_C – край зоны проводимости, m_n^* – эффективная масса электрона на дне зоны проводимости.

Число состояний в интервале энергий $(W, W + dW)$ может быть найдено путем определения отношения объема в пространстве квазиволновых векторов (k -пространстве), заключенного между двумя указанными изоэнергетическими поверхностями, к объему одного квантового состояния.

В случае закона дисперсии вида (1) поверхности равной энергии в k -пространстве являются сферами с радиусом k . Выделим шаровой слой, заключенный между двумя изоэнергетическими поверхностями, соответствующими энергиям W и $W + dW$. Объем этого слоя имеет величину

$$dV_p = 4\pi k^2 dk. \quad (2)$$

Объем, приходящийся на одно электронное состояние равен $dk_x dk_y dk_z = \frac{(2\pi)^3}{V}$, где V – объем кристалла. В каждой ячейке могут находиться два электрона с противоположными спинами. С учетом этого, число состояний в объеме dV_p равно:

$$dZ = 2 \frac{dV_p}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{k^2 dk}{\pi^2}. \quad (3)$$

Из равенства (1) получим:

$$\hbar k = \sqrt{2m_n^* (W - W_C)}, \quad (4)$$

откуда

$$dk = \frac{1}{2\hbar \sqrt{(2m_n^* (W - W_C))}} dW. \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в (3), получим выражение для плотности квантовых состояний у дна зоны проводимости:

$$N_c(W) = \frac{dZ}{dW} = 4\pi \left[\frac{2m_n^*}{(2\pi\hbar)^2} \right]^{\frac{3}{2}} \sqrt{W - W_C}. \quad (6)$$

Статистическое описание электронов основано на следующих двух свойствах. Во-первых, это неразличимость электронов, проистекающая в квантовой механике из-за расплывания волновых пакетов, и во-вторых, принцип Паули, запрещающий двум электронам находиться в одном квантовом состоянии. Статистика электронов подчиняется *распределению Ферми-Дирака*

$$f(W) = \frac{1}{e^{\frac{W - W_F}{k_B T}} + 1}, \quad (7)$$

которая дает вероятность того, что в тепловом равновесии состояние с энергией W занято электроном. Здесь k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, W_F – *энергия (уровень) Ферми*.

Рассмотрим случай, когда $T > 0$. Из выражения (7) следует, что для $W = W_F$: $f(W) = 1/2$. При очень больших энергиях, когда $W - W_F \gg k_B T$, можно пренебречь единицей в знаменателе, и выражение $f(W)$ принимает вид:

$$f(W) = e^{\frac{W_F - W}{k_B T}}, \quad (8)$$

т.е. совпадает с функцией Максвелла-Больцмана для частиц, подчиняющихся классическим законам.

Зависимость плотности состояний в зоне проводимости от энергии и вероятности заполнения этих состояний позволяет определить концентрацию свободных электронов dn , энергия которых заключена в интервале от W до $W + dW$:

$$dn = f(W)N(W)dW. \quad (9)$$

Интегрирование выражения (9) по всей зоне проводимости позволяет найти полное число электронов в ней. Интегрируя (9) в приближении (8), получим:

$$n = \int_{W_C}^{\infty} f(W)N(W)dW = N_c e^{-\frac{W_C - W_F}{k_B T}}, \quad (10)$$

где $N_c = 2 \left[\frac{2\pi m_n^* k_B T}{\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}}$ - *эффективная плотность состояний* в зоне проводимости.

При высоких температурах, когда количество электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне определяется переходами электронов через валентную зону уровень Ферми лежит вблизи середины запрещенной зоны, т.е. $W_F = \frac{(W_c + W_v)}{2}$. Подставляя последнее соотношение в (10), получим концентрации электронов:

$$n = N_c e^{-\frac{W_c - W_F}{k_B T}} = N_c e^{-\frac{W_g}{2k_B T}}, \quad (11)$$

где W_g - ширина запрещенной зоны.

При низких температурах концентрация носителей с примесным полупроводнике определяется примесями. При очень низких температурах, когда еще не вся примесь ионизована, уровень Ферми, например, для электронного полупроводника, лежит примерно посередине между уровнем донорной примеси и дном зоны проводимости, т.е. $W_F = (W_c + W_d)/2$. Тогда (10) принимает вид:

$$n = N_c e^{-\frac{W_c - W_d}{2k_B T}} = N_c e^{-\frac{\Delta W_d}{2k_B T}}, \quad (12)$$

где ΔW_d - *энергия ионизации донорной примеси*.

2.3 Температурная зависимость проводимости

При низких температурах и неполной ионизации примесей концентрация зависит от обратной температуры по экспоненциальному закону, а подвижность - по степенному, т.е. температурная зависимость концентрации сильнее, и она определяет температурную зависимость проводимости:

$$\sigma = \sigma_d e^{-\frac{\Delta W_d}{2k_B T}}. \quad (13)$$

В области истощения примесей концентрация не зависит от температуры, поэтому в этой области температурная зависимость проводимости определяется степенной

зависимостью подвижности от температуры. И, наконец, при больших температурах зависимость проводимости от обратной температуры экспоненциальная:

$$\sigma = \sigma_c e^{-\frac{W_g}{2k_B T}} \quad (14)$$

3 Практическая часть

Схема установки приведена на Рис. 2.

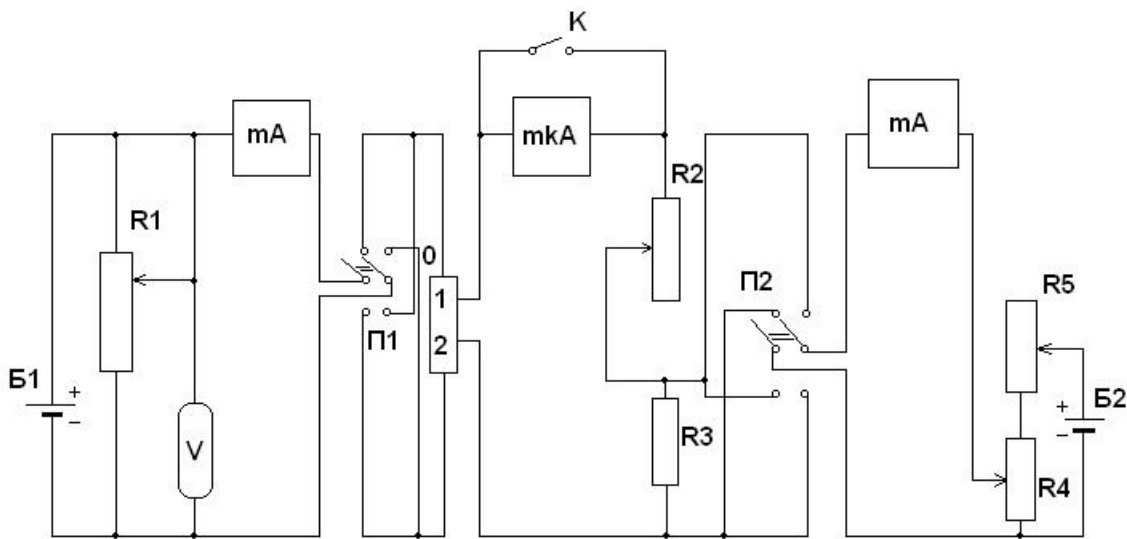


Рис. 2: Схема установки

$R3 = 10 \text{ Ом}$, $a = 4 \text{ мм}$, $d = 1 \text{ мм}$, $l = 8 \text{ мм}$.

3.1 Задания

1. В координатах $(1/T, \ln(\sigma))$ был построен график зависимости, показанный на Рис. 3.
2. Логарифмированием выражения $\sigma = \sigma_c e^{-\frac{W_g}{2k_B T}}$ была получена связь между угловым коэффициентом наклона кривой k и шириной запрещенной зоны W_g :

$$W_g = -k \cdot 2k_B. \quad (15)$$

3. По наклону кривой была определена ширина запрещенной зоны $W_g = 0.71 \pm 0.03 \text{ эВ}$ (погрешность составила $\sim 4\%$).

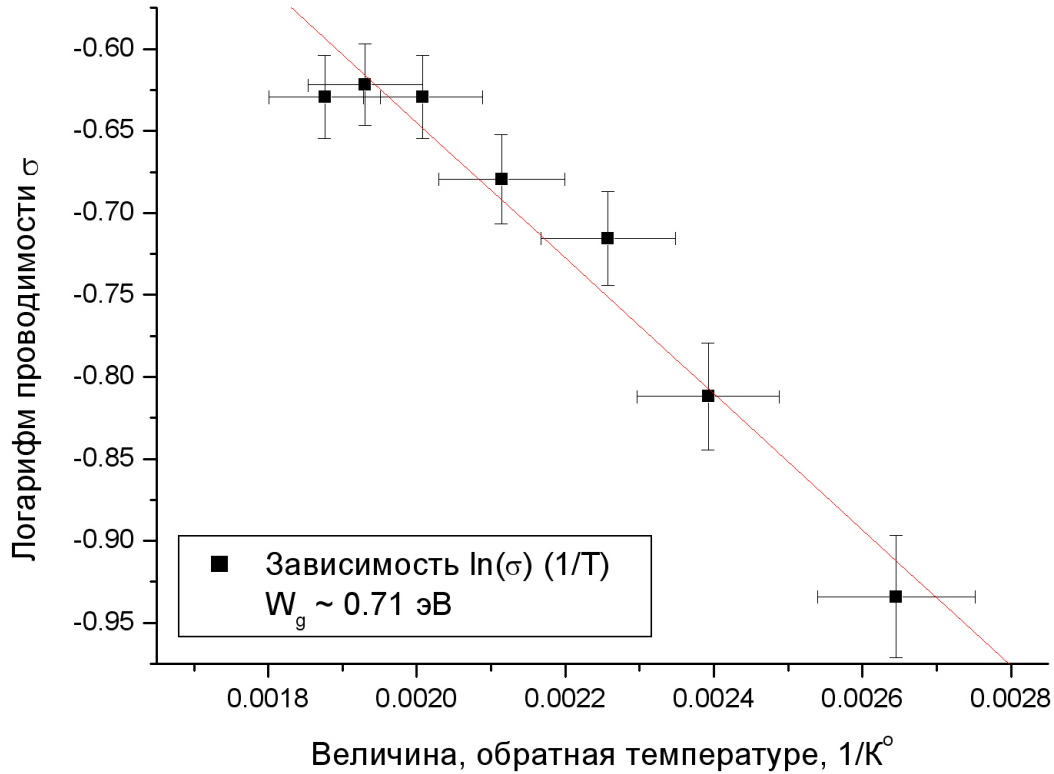


Рис. 3: К определению ширины запрещенной зоны

4. Была определена зависимость $\sigma = f(T)$ в области истощения примесей.

$$\sigma_1/\sigma_2 = (T_1/T_2)^n \quad \Rightarrow \quad n = \ln \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - \frac{T_1}{T_2} \right).$$

После подстановки $n \approx 3.8$ ($\sigma = T^{3.8}$) в области истощения примесей.

5. Электропроводность вещества при $T \rightarrow \infty$ $\sigma = 665 \div 1100 \frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{см}}$.

3.2 Вывод

В данной работе была определена ширина запрещенной зоны для образца германия по зависимости удельной проводимости от температуры. Получение немного заниженного значения можно объяснить инерционностью прибора для измерения температуры (измеренное значение температуры всегда меньше реального).