

Билет 1.

1. Понятие состояния. Волновая функция и её физический смысл. Как вычислить распределение вероятности какой либо физической величины.
2. Преобразования операторов и векторов состояний. Унитарные операторы – операторы сохраняющие ортонормированность.
3. Дана волновая функция $\psi(x)$. Отнормируйте и нарисуйте график плотности вероятности величины x

$$\psi(x) = \frac{1+e^{i\pi/4}}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

Билет 2.

1. Уравнение Шредингера. Покажите, что при переходе к классике возникает уравнение Гамильтона-Якоби.
2. Оператор в конкретном представлении. Матрица оператора.
3. Дана волновая функция $\psi(x)$. Отнормируйте и нарисуйте график плотности вероятности величины x

$$\psi(x) = \cosh^{-1} \alpha (x - x_0)$$

Билет 3.

1. Покажите, что УШ сохраняет вероятность.
2. Собственные функции и собственные значения. Разложение волновой функции по собственным функциям оператора какой либо физической величины. Понятие представления.
3. Дана волновая функция $\psi(x)$. Отнормируйте и нарисуйте график плотности вероятности величины x , $\psi(x) = \theta(x + L/2) - \theta(x - L/2)$

Билет 4.

1. В классической механике найдите связь между действием, гамильтонианом и импульсом. Имеются в виду соотношения $\nabla S = \mathbf{p}$, $\frac{\partial S}{\partial t} = -H$
2. Чему равно среднее физической величины A . Дайте определение через волновые функции в x представлении, некотором B представлении, и A представлении.
3. С помощью экспоненциальной регуляризации докажите соотношение $\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{ik(x - x')\} \frac{dk}{2\pi} = \delta(x - x')$. Запишите его в обозначениях Дирака и дайте интерпретацию двум возможным вариантам записи (число или оператор).

Билет 5.

1. Напишите соотношения де-Бройля.
2. Представление Гейзенберга. Уравнения Гейзенберга.
3. Докажите, что $\int_{-\infty}^{\infty} p |\psi(p)|^2 dp = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x) \{-i\hbar \nabla\} \psi(x) dx$

Билет 6.

1. Операторы физических величин. Какие значения может принимать физическая величина
2. Оператор производной физической величины по времени.

3. Найдите $\psi(p)$ по данным $\psi(x)$. Найдите связь ширины в x и p представлениях

$$\psi(x) \sim \theta(x + L/2) - \theta(x - L/2)$$

Билет 7.

1. Оператор импульса. Аналогия с классической механикой. Коммутатор с координатой.
2. Что такое волновая функция в A представлении, где A некоторая физическая величина. Сформулируйте определение.
3. Найдите $\psi(p)$ по данным $\psi(x)$. Найдите связь ширины в x и p представлениях

$$\psi(x) \sim \exp\{-u|x|\}$$

Билет 8.

1. Оператор импульса. Аналогия с классической механикой. Коммутатор с координатой.
2. Напишите разложение единичного оператора по собственным векторам к.л. оператора.
3. Найдите $\psi(p)$ по данным $\psi(x)$. Найдите связь ширины в x и p представлениях

$$\psi(x) \sim \frac{1}{x^2 + a^2}$$

Билет 9.

1. Разложите $\delta(x)$ по собственным функциям оператора импульса
2. Построение оператора эволюции путем разложения по собственным функциям стационарного уравнения.
3. Напишите оператор координаты в импульсном представлении.

Билет 10.

1. Преобразование Фурье как разложение по собственным функциям оператора импульса.
2. Выведите уравнения Гейзенберга для частицы в потенциале. Сформулируйте условие сохранения физической величины. Когда сохраняется энергия? Импульс?
3. Докажите, что нормировка сохраняется при замене представления

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(p)|^2 dp$$

Билет 11.

1. Восстановление волнового уравнения для свободной частицы по дисперсионному соотношению.
2. Нестационарное уравнение Шредингера. Оператор эволюции $\hat{U} = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t\right\}$. Как его понимать?
3. Найдите $\psi(p)$ по данным $\psi(x)$. Найдите связь ширины в x и p представлениях

$$\psi(x) \sim \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4b^2}\right\}$$

Билет 12.

1. Напишите решение УШ для свободного движения.
2. Выразить среднее в произвольном представлении.

3. Найдите $\psi(p)$ по данным $\psi(x)$. Найдите связь ширины в x и p представлениях $\psi(x) \sim \exp\{-u|x - x'| + ivx\}$

Билет 13.

1. На примере конкретного пакета продемонстрируйте соотношение неопределенности. Операторы как матрицы. Непрерывные и дискретные индексы.
2. Представления операторов умножения и дифференцирования как матриц.
3. Найдите $\psi(p)$ по данным $\psi(x)$. Найдите связь ширины в x и p представлениях $\psi(x) \sim \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4b^2} + iux\right\}$

Билет 14.

1. Амплитуда вероятности. Принцип суперпозиции. Сложение амплитуд. Мысленный эксперимент с двумя щелями.
2. Сформулируйте, что такое дискретный и непрерывный спектры. Каковы волновые функции, как они нормируются.
3. Запишите общее решение нестационарного уравнения Шредингера с помощью разложения по стационарным состояниям

Билет 15.

1. Обозначения Дирака для векторов, волновых функций, операторов и матриц
2. Стационарные состояния. Энергетическое представление. Представление операторов.
3. Докажите, что собственные значения эрмитового оператора действительны.

Билет 17

1. От каких переменных может зависеть волновая функция. Полный набор.
2. Среднее значение физической величины в каком-либо состоянии.
3. Докажите теорему о полноте (разложении единицы) $\delta(a - a') = \int \psi_b^*(a) \psi_b(a') db$. Запишите её в абстрактных Дираковских обозначениях

Билет 18.

1. Дайте определение сопряженного по Эрмиту оператора. Ответ сформулируйте в явной интегральной форме в x представлении, в обозначениях Дирака и обычных абстрактных векторных обозначениях.
2. Шредингеровское и Гейзенберговское представления квантовой механики. Связь волновых функций и операторов.
3. Выведите граничные условия для волновой функции на конечном скачке потенциала

Билет 19.

1. Докажите, что если операторы коммутируют, то они имеют общие собственные функции.
2. Выведите Гейзенберговские уравнения для частицы в потенциале
3. Докажите, что оператор кинетической энергии эрмитов.

Билет 20.

1. Замена представления. Обозначения Дирака.
2. Оператор импульса. Связь с оператором сдвига.
3. Запишите нестационарное уравнение Шредингера в энергетическом представлении. Найдите его общее решение. Как выглядит оператор \hat{H} в энергетическом представлении

Билет 21.

1. Какие значения может принимать некоторая физическая величина A и с какой вероятностью
2. Как преобразуются операторы при смене представления
3. Найдите стационарные состояния в бесконечно глубокой яме. Найдите силу с которой частица действует на стенку.

Билет 22.

1. Вычислите оператор, сопряженный к произведению AB . Сформулируйте условие эрмитовости произведения, если A и B эрмитовы
2. Определение стационарных состояний. Уравнение для собственных функций. Разложение произвольной функции. Волновая функция и операторы в энергетическом представлении.
3. Докажите, что собственные функции эрмитового оператора, соответствующие разным собственным значениям, ортогональны.