

### Вопросы к курсу «Квантовая электроника (радиофизика)»

1. Двухуровневая система – основной простейший осциллятор КРФ. Запись уравнения Шредингера в приближении двухуровневой системы с действующим на систему гармоническим полем
2. Двухуровневая система в сильном переменном поле в рамках уравнения Шредингера – осцилляции Раби
3. Квантование свободного электромагнитного поля. Энергетический спектр и стационарные состояния свободного электромагнитного поля. Пределы применимости классического описания поля.
4. Понятие фотона. Понятие электромагнитного вакуума. Операторы рождения и уничтожения для фотонов.
5. Оператор энергии взаимодействия электромагнитного поля с веществом. Электродипольное приближение. Матричные элементы оператора энергии взаимодействия поля с веществом для процессов однофотонного излучения и поглощения.
6. Квантовая теория излучения. Однофотонные переходы в первом порядке теории возмущений. Индуцированное и спонтанное излучение фотона. Соотношение между вероятностями индуцированного и спонтанного процессов. Вероятности излучения и поглощения в электродипольном приближении. Правила отбора для электродипольного излучения (поглощения).
7. Соотношение неопределенностей энергия-время и естественная ширина линии излучения. Спектральный контур линии спонтанного излучения. Механизмы уширения спектральных линий.
8. Добротность спектральной линии. Оценки величин. Физические основы построения квантовых стандартов частоты.
9. Сечения фотопоглощения и излучения квантовой системы. Коэффициент усиления (поглощения). Уравнение переноса излучения в усиливающей среде.
10. Понятие динамической и диссипативной подсистемы на примере спонтанного излучения атома. Релаксация динамической подсистемы как процесс взаимодействия с диссипативной подсистемой.
11. Матрица плотности подсистемы. Квантовое кинетическое уравнение. Времена релаксации для диагональных и недиагональных элементов матрицы плотности. Оценки продольного и поперечного времен релаксации для различных сред.
12. Двухуровневая идеализация. Уравнения для двухуровневой среды, взаимодействующей с классическим электромагнитным полем. стационарные решения.
13. Эффекты насыщения и просветления среды в сильном электромагнитном поле. Мощность,

поглощаемая средой из электромагнитного поля. Насыщающая мощность (интенсивность).

14. Термодинамически неравновесная система. Инверсия населенностей. Трех- и четырех-уровневые системы. Метод оптической накачки. Инверсия населенностей в  $\text{Nd}^{3+}$  лазере.

15. Создание инверсной разности населенностей в газах с помощью газового разряда. Возбуждение атомов при столкновении с электронами. Перенос энергии при неупругом соударении атомов и молекул. Гелий-неоновый лазер.

16. Оптические переходы в полупроводниках и условие инверсии населенностей в полупроводниковых лазерах.

17. Полуклассические и балансные уравнения квантового генератора. Одномодовое приближение. Учет спонтанного излучения в балансных уравнениях.

18. Стационарный режим работы квантового генератора и его характеристики. Условие самовозбуждения квантового генератора. Эффект затягивания частоты в квантовом генераторе.

19. Возникновение многомодового режима генерации (выжигание спектральных и пространственных провалов).

20. Оптический резонатор. Типы резонаторов. Собственная и нагруженная добротность резонатора. Время жизни фотона в резонаторе.

21. Мощность квантового генератора. Нестационарные режимы генерации. Релаксационные колебания в квантовых генераторах. Частота и декремент затухания. Методы повышения мощности генерации лазеров. Метод модулированной добротности. Метод синхронизации мод в лазерах. Генерация гигантских импульсов.

22. Полупроводниковый инжекционный лазер, спектральный, мощный и модуляционный характеристики.

23. Ширина линии генерации лазера. Шумы излучения.

24. Перечислите физические явления, в которых проявляется себя электромагнитный вакуум.

25. Почему квантовый генератор радиодиапазона запускается практически одновременно с подачей на него питания, хотя время спонтанного излучения для радиодиапазона составляет несколько лет?

26. Вероятность перехода во втором порядке теории возмущений. Условия применимости этого выражения. Какие физические явления могут быть описаны с помощью этой формулы?

27. Для процесса двухфотонного спонтанного излучения дайте характеристику виртуальных переходов и виртуальных состояний.

28. Излучение частоты  $\omega$  частично поглощается при распространении в веществе. Можно ли по зависимости поглощения от мощности падающего излучения сказать, какой тип процессов - однофотонный или двухфотонный, дает вклад в это поглощение?

29. Перечислите отличия комбинационного рассеяния от рэлеевского рассеяния. Чем отличается комбинационное рассеяние от вынужденного комбинационного рассеяния?

30. Газокинетические соударения атомов и их влияние на параметры излучения газов.

31. При каких условиях и в отношении каких величин квантовое и классическое описание электромагнитного поля дают одинаковый результат?

32. Объясните различные механизмы неоднородного уширения спектральных линий в различных средах.

33. Почему происходит уширение спектральных линий поглощения (излучения) вещества в сильных полях?

34. Почему в оптическом диапазоне длин волн для измерения ширины спектральных линий можно использовать явление флуоресценции, а в радиодиапазоне - только вынужденное излучение или поглощение среды во внешнем поле?

35. В чем заключается отличие квантового кинетического уравнения от уравнений Фон-Неймана и Шредингера?

36. Объясните механизмы релаксации в газах.

37. Физический смысл времени релаксации  $\tau_{mn}$  для недиагональных матричных элементов  $\sigma_{mn}$ ? Физический смысл продольного времени релаксации  $T_1$ . Как оно соотносится с поперечным временем релаксации  $T_2$ ?

38. Объясните механизмы релаксации электронов и дырок в полупроводниках.

39. Опишите принцип работы КСЧ.

40. Опишите теоретическую модель квантового генератора и усилителя.

41. Дайте объяснение механизма возникновения стационарной генерации в квантовых генераторах.

42. Для трехуровневой схемы напишите балансные уравнения для населенностей и сформулируйте условия их применимости.

43. Объясните возможность применения эффекта насыщения в лазерной технике для повышения мощности импульсных лазеров.
44. Объясните, какими физическими механизмами обусловлены различные члены в уравнениях для двухуровневой среды, взаимодействующей с классическим электромагнитным полем?
45. Объясните влияние расстройки частоты резонатора относительно частоты квантового перехода на мощность квантового генератора. Нарисуйте (качественный) график зависимости мощности от расстройки этих частот.
46. Объясните зависимость условия самовозбуждения квантового генератора от различных параметров рабочей среды и резонатора.
47. Какими физическими факторами обусловлена величина добротности собственного типа колебаний резонатора в квантовом генераторе или усилителе?
48. Как будет изменяться частота генерации квантового генератора при увеличении добротности резонатора (до бесконечности)?
49. Зависит ли от матричного элемента дипольного момента условие самовозбуждения квантового генератора, если известно, что спектральный контур линии излучения атома обусловлен только спонтанным излучением?
50. Почему ЯМР и ЭПР наблюдают по поглощению, а не по спонтанному излучению, как это делается в оптике?
51. Релаксационные процессы. Чем они обусловлены? Какие (перечислить) физические системы играют роль термостатов (диссипативных подсистем) в квантовых генераторах и усилителях радио- и оптического диапазонов длин волн?
52. Электродипольное приближение в теории излучения (поглощения) электромагнитных волн. Условие его применимости.
53. Мощность квантового генератора и ее зависимость от добротности резонатора (связи с нагрузкой). Качественный график этой зависимости.
54. Трехуровневая схема квантового генератора и усилителя. Ее основные недостатки.
55. Четырехуровневая схема квантового генератора и усилителя. Ее преимущества по сравнению с трехуровневой.
56. Квантовое кинетическое уравнение. Для каких физических систем необходимо использовать квантовое кинетическое уравнение?
57. Эффект насыщения. Механизм его возникновения.
58. Диапазон перестройки частоты квантового генератора. Физические механизмы управления частотой квантового генератора.

### *Задачи к курсу «Квантовая радиофизика (электроника)»*

*Уравнение Шредингера для двухуровневой системы. Теория возмущений. Матричные элементы оператора возмущения.*

1. Обосновать возможность применимости теории возмущения к модели взаимодействия атома водорода с возбуждающим его электрическим полем на длине волны  $\lambda = 121$  нм с интенсивностью  $10 \text{ Вт/см}^2$ .
2. Вычислить частоту Рэби осцилляций при точном резонансе для перехода с 1 на 2 энергетический уровень излучательной квантовой ямы. Ширина ямы 10 нм, плотность мощности поля  $10 \text{ Вт/см}^2$ .
3. Сформулировать правила отбора для электродипольных переходов в гармоническом осцилляторе.

4. Заряженная частица (заряд  $e$ ) находится в одномерном потенциальном ящике размером  $a$  в состоянии  $\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)$ . На частицу действует электромагнитный импульс  $\vec{E}(t) = \begin{cases} E_0 \vec{e}_z \sin \omega t; & 0 \leq t \leq \tau \\ 0; & 0 > t > \tau \end{cases}$ .

В первом порядке теории возмущений найдите к моменту времени  $t = \theta$  вероятность перехода с уровня  $n$  на уровень  $m$ .

5. Двухуровневая система с частотой перехода  $\omega_{12}$  находится под воздействием электромагнитного поля с напряженностью  $E = E_0 \cos \omega t$ , где  $\omega \approx \omega_{12}$  (резонансное поле). В момент включения поля квантовая система находилась на нижнем энергетическом уровне  $E_1$ . Найти волновую функцию системы в

произвольный момент времени  $t > 0$  и определить вероятность перехода квантовой системы к моменту времени  $t_0$  на верхний уровень.

6. На двухуровневую систему находящуюся в верхнем состоянии действует переменное поле на частоте перехода в течение трех четвертей (половины) периода осциллирующего Раби. Какова будет величина и зависимость от времени дипольного момента перехода после выключения поля в этих случаях

7. Докажите, что оператор взаимодействия  $\hat{V} = -(\hat{d} \cdot \mathbf{E})$  для реальных в эксперименте величин электрических полей имеет малую величину.

8. На двухуровневый атом с дипольным моментом  $\hat{d}_{ab}$ , направленным по оси OZ, падает резонансное ( $\omega = \omega_{ab}$ ) электромагнитное поле, состоящее из двух плоских волн. Эти плоские волны имеют одинаковую поляризацию и интенсивность, но распространяются под углом  $90^\circ$  друг к другу (по осям OX и OZ). Как происходит взаимодействие этих волн с диполем? Какова вероятность электродипольного излучения атома в направлении под углом  $45^\circ$  между парциальными волнами?

9. Используя ортогональность шаровых (сферических) и спиновых функций, покажите, что правила отбора для магнитодипольного орбитального излучения сводятся к соотношениям:  $\Delta l = 0$ ,  $\Delta m_l = 0, \pm 1$ ,  $\Delta S = 0$ ,  $\Delta m_s = 0$ ,  $p_a = p_b$ , а правила отбора для магнитодипольного спинового излучения сводятся к соотношениям:  $\Delta S = 0$ ,  $\Delta m_l = 0$ ,  $\Delta l = 0$ ,  $\Delta m_s = 0, \pm 1$ ,  $p_a = p_b$ .

10. Можно ли получить индуцированное (лазерное) излучение в линейном гармоническом осцилляторе в электродипольном приближении?

#### *Уширение спектральных линий. Широкие линии излучения.*

11. Найти ширину линии спонтанного излучения квантового гармонического осциллятора при переходе E1-E0. Наблюдается ли такая ситуация в эксперименте.

12. Что является доминирующим механизмом уширения линии в поглощающей ячейке  $\text{SF}_6$ , облучаемого  $\text{CO}_2$ -лазером ( $\lambda = 10,6$  мкм,  $U = 50 \text{ Вт}$ ), если лазерный пучок в фокусе имеет диаметр  $0,5$  мм,  $T = 300^\circ \text{ К}$ ,  $p = 100$  тор,  $\sigma_{\text{пер}} = 5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$ .

13. Определить естественную, доплеровскую и столкновительную ширину линии для перехода неона  $3s_2 \rightarrow 2p_4$  ( $\lambda = 632,8$  нм) в He-Ne разряде при давлениях  $p_{\text{He}} = 1$  тор,  $p_{\text{Ne}} = 0,2$  тор и температуре смеси  $T = 400^\circ \text{ К}$ . Остальные параметры:  $\tau(3s_2) = 60$  нс,  $\tau(2p_4) = 20$  нс,  $\sigma_{\text{вза}} = 6 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$ .

14. Известно, что время жизни электрона в возбужденном состоянии  $\tau$ . Получить выражение для спектральной формы линии

15. Почему происходит уширение спектральных линий поглощения (излучения) вещества в сильных полях.

16. Рассчитать ширину линии для  $2p-1s$  перехода в атоме водорода.

17. Для выбранного механизма получить выражение для неоднородно уширенного контура линии. Оценить её ширину для типичных параметров.

18. Типичное время жизни для разрешённого электродипольного перехода в видимом диапазоне  $\sim 10$  нс. Оценить естественную ширину линии рентгеновского лазера, излучающего в диапазоне  $10$  нм.

19. Доплеровская ширина линии  $500$  МГц. Оценка времени жизни уровня  $10^8$  с. Предложить метод измерения ширины однородного лоренцевского контура.

20. Линия люминесценции иона  $\text{Nd}^{3+}$  в стекле для рабочего перехода Nd лазера имеет ширину  $\sim 10$  нм. Найти ширину верхнего лазерного уровня, если нижний дезактивируется со скоростью  $10^8 \text{ с}^{-1}$ . Что можно сказать о характере уширения линии люминесценции?

#### *Взаимодействие двухуровневой среды с резонансным полем.*

21. Для двухуровневой парамагнетика со спином  $1/2$  найти матричный элемент перехода и доказать, что его вероятность равна 0 при  $\vec{H}_0 \parallel \vec{H}_1$ .

22. Для 2-х уровневой среды без диссипации ( $T_1 = T_2 = \infty$ ) найдите выражение для поляризации при наложении на среду резонансного внешнего поля  $E = E_0 \cos(\omega_{21}t)$ .

23. На 2-х уровневый атомный газ действует поле  $E(t) = E_0 \cos(\omega_{21}t)$ .  $\omega_{21}$  - боровская частота атомного перехода. Для стационарного режима рассчитайте мощность спонтанного излучения (соударениями в газе пренебречь).

24. Найдите связь мощности, поглощаемой 2-х уровневой средой, и мнимой части  $\chi''_{jk}$  восприимчивости этой среды.

25. Найдите выражение для диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  на частотах  $\omega$  вблизи резонанса  $\omega_{12}$ .

#### *Коэффициент усиления двухуровневой среды. Инверсия населенностей.*

26. Определить линейный коэффициент усиления слабого сигнала в 2-х уровневой среде, если концентрация инверсии  $N_0 = 10^9 \text{ см}^{-3}$ , вероятность спонтанного излучения  $10^7 \text{ сек}^{-1}$ . Линия имеет форму Лоренца с шириной, определяемой спонтанным излучением.

27. Отношение населенностей двух уровней для вещества, находящегося в состоянии равновесия при температуре 300°K, равно 10. Вычислить частоту излучения, соответствующую переходу между этими уровнями.

28. Оценить минимальную мощность лампы-накачки (к.п.д. = 100 %), необходимую для создания инверсии в твердотельном лазере с концентрацией активных частиц  $n = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ , объемом кристалла  $V = 10 \text{ см}^3$ . Частота середины полосы оптической накачки равна  $\nu = 6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$ , время жизни частиц на верхнем рабочем уровне  $t_{en} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ сек}$ .

29. Для соседних продольных мод резонатора Фабри-Перо длиной 1м, заполненного активной средой с шириной лоренцевой линии излучения на рабочем переходе  $\Delta\omega = 2 \cdot 10^{12} \text{ рад/сек}$  (рубин), сделайте оценку относительной разницы коэффициентов (показателей) усиления

#### *Резонаторы.*

30. Используя классическое определение добротности резонатора (контура)  $Q_S : |dW/dt|$  (мощность потерь)  $= \omega/Q_S \cdot W$  (запасенная в резонаторе энергия) и концепцию плоских волн в резонаторе Фабри-Перо с коэффициентом отражения по мощности  $R_1$  и  $R_2$ , покажите, что добротность  $Q_S$  такого резонатора равна  $Q_S = -2L \cdot \omega_0 / (c \cdot \ln R_1 R_2)$ , где  $L$  - длина резонатора.

31. Рассчитать добротность  $Q_S$  и время жизни фотона  $\tau_p$  в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами  $L = 1 \text{ м}$ , коэффициенты отражения зеркал  $R_1 = R_2 = 0.95$ , рабочая длина волны  $\lambda = 0.6 \text{ мкм}$ . Коэффициент поглощения среды, заполняющей резонатор,  $\alpha = 0.01 \text{ см}^{-1}$ . Дифракционными потерями пренебречь.

32. Показать, что абсолютная ширина линии открытого оптического резонатора с плоскими зеркалами не зависит от частоты. Оценить (в  $\text{см}^{-1}$ ) интервал между продольными модами и ширину линии такого резонатора для  $R=0.99$  и  $L=1 \text{ м}$ .

33. Для гелий-неонового лазера ( $\lambda = 632.8 \text{ нм}$ ) подсчитайте число продольных мод, попадающих в контур спектральной линии излучения

34. Оцените максимальную величину затягивания частоты моды генерации в лазере на рубине.

35. Определить оптимальный коэффициент пропускания зеркал резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Длина резонатора  $L = 10 \text{ см}$ , коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $g_0 = 0.1 \text{ см}^{-1}$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha = 0.01 \text{ см}^{-1}$ . Дифракционными потерями пренебречь.

#### *Пороговое условие.*

36. Газовый лазер работает на однородно-уширенном переходе, ширина линии 200 МГц. Вероятность спонтанного излучения на рабочем переходе ( $\lambda = 1 \text{ мкм}$ )  $A_{en} = 10^7 \text{ с}^{-1}$ . Параметры резонатора Фабри-Перо: длина  $L = 1 \text{ м}$ , полные потери 0.02.

37. Определить пороговую концентрацию инверсии. Рассчитайте величину минимальной концентрации ионов  $\text{Cr}^{3+}$  в рубиновом ОКГ.

38. Рассчитать необходимую пороговую инверсию перехода газового лазера ( $\lambda=510 \text{ нм}$ ), если вероятность перехода  $A_{ik} = 5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ . Однородная ширина линии  $\Delta\nu^{\text{одн}} = 20 \text{ МГц}$ , длина резонатора  $L = 20 \text{ см}$ , а потери в резонаторе при двойном проходе составляют 5%.

39. Лазерная среда имеет доплеровский профиль усиления с шириной  $\Delta\nu = 2 \text{ ГГц}$ . Однородная ширина равна  $\Delta\nu^{\text{одн}} = 50 \text{ МГц}$ , а вероятность перехода  $A_{ik} = 10^8 \text{ с}^{-1}$ . Пусть частота одной из мод резонатора ( $L = 30 \text{ см}$ ) совпадает с центральной частотой профиля усиления. Какова пороговая инверсия для центральной моды и при какой инверсии генерация начнется на соседних модах, если потери в резонаторе составляют 10%?

40. Докажите, что в стационарном режиме одномодовой генерации разность населенностей равна пороговому значению

*Лазерная генерация. Полупроводниковый лазер.*

41. Считая одно зеркало в резонаторе Фабри-Перо "глухим" ( $R_1 = 1$ ), а другое полупрозрачным ( $R_2 = R$ ), найдите зависимость мощности лазера от  $R$ . Существует ли оптимальная величина  $R$ ?

42. Резонатор инжекционного полупроводникового лазера образован естественными гранями кристалла с коэффициентами отражения  $R_1=R_2=0.37$ . Определите пороговый уровень усиления для резонаторов длиной  $L = 400 \text{ мкм}$  и  $L = 100 \text{ мкм}$ , если внутренние потери составляют  $\alpha_{\text{внут}} = 5 \text{ см}^{-1}$ . Что произойдет, если на грани резонатора нанести отражающие покрытия с  $R_1=0.98$  и  $R_2=1$ ?

43. Мощность непрерывной генерации полоскового полупроводникового лазера равна  $10 \text{ мВт}$ , длина волны излучения  $\lambda = 0.8 \text{ мкм}$ , ширина спектральной линии  $\Delta\nu = 100 \text{ МГц}$ , размеры ближнего поля -  $1 \text{ мкм} \times 10 \text{ мкм}$ . До какой температуры надо нагреть абсолютно черное тело, чтобы его спектральная яркость в заданном диапазоне достигла яркости на зеркале лазера?

44. Определить оптимальный коэффициент пропускания зеркал резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Длина резонатора  $L = 10 \text{ см}$ , коэффициент ненасыщенного усиления на проход  $g_0 = 0.1 \text{ см}^{-1}$ , коэффициент потерь на проход  $\alpha = 0.01 \text{ см}^{-1}$ . Дифракционными потерями пренебречь.

45. Нарисуйте и объясните график зависимости мощности лазера от величины отражения выходного зеркала резонатора

46. Частота моды пассивного плоскопараллельного Фабри-Перо резонатора ( $L = 15 \text{ см}$ ) сдвинута на  $0.5 \cdot \Delta\nu_{\text{Дорр}}$  от центра гауссовской линии усиления газового лазера с  $\lambda=633 \text{ нм}$ . Оценить затягивание моды, если ширина резонанса резонатора  $\Delta\nu_r = 20 \text{ МГц}$ , а  $\Delta\nu_{\text{Дорр}} = 1 \text{ ГГц}$ .