Вопросы, освещаемые в курсе «Квантовая механика»

Лекция 1.

Введение в курс квантовой механики
Очевидная неприменимость классической физики, механики и электродинамики, для описания микрообъектов, атомов, молекул, электронов и излучения. Проблема равновесного теплового излучения. Проблема устойчивости вещества.
Дискретность в микромире. Спектральные линии. Опыты Франка и Герца.
Дискретность в классической физике. Аналогия с задачами на собственные значения. Колебания струны, волновое уравнение, граничные условия.
Необходимость волнового описания микрочастиц.
Экспериментальные указания на волновые свойства микрообъектов. Дифракция электронов. Опыты Дэвиссона и Джермера
Волновая и геометрическая оптика. Описание волновых полей в пределе $\boldsymbol{\lambda} \to \mathbf{0}$как потоков частиц. Идея Де-Бройля о построении квантовой или волновой механики. Основная мысль: **Новая волновая механика соотносится с классической механикой, также как волновая оптика с геометрической.** Элементы классической механики: принцип наименьшего действия, функция Лагранжа, действие как функция координат, соотношения $\boldsymbol{\partial S/\partial t = -H},\ \boldsymbol{\nabla S = p}.$ Запись принципа наименьшего действия через функцию Гамильтона. Уравнение Гамильтона-Якоби.
Уравнение Гамильтона-Якоби для $\boldsymbol{H = E = \mathrm{const}}$
Укороченное действие. Действие свободно движущейся частицы $\boldsymbol{S = (pr) - Et}$

Лекция 2

Волновое уравнение в классической физике. Монохроматические волны. Уравнение Гельмгольца. Приближение геометрической оптики. Соотношения $\boldsymbol{\partial\theta/\partial t = -\omega}$и $\boldsymbol{\nabla\theta = k}$**,**

- Аналогия эйконал-действие, $\boldsymbol{\theta = S/\hbar}$
- Уравнение эйконала- уравнение Гамильтона-Якоби
- Принцип наименьшего действия - принцип Ферма
- Соотношения Де-Бройля: Энергия - частота, $\boldsymbol{E = \hbar\omega}$ и импульс - волновой вектор $\boldsymbol{p = \hbar k}$
- Дисперсионное соотношение - соотношение энергия - импульс.

Восстановление волнового уравнения для свободной частицы по его виду в $\omega, \boldsymbol{k}$представлении или, что то же самое - по дисперсионному соотношению.
Классическое и квантовое описание свободного движения частицы $E = \hbar\omega,\ \boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}$
Уравнение Шредингера для свободной нерелятивистской частицы.

Лекция 3

Восстановление уравнения Шредингера по уравнению Гамильтона-Якоби. Уравнение Шредингера - 1926 год.
Физические величины в классике и квантовой механике. Необходимость введения физических величин как операторов, на примере операторов импульса и Гамильтона.
Интерпретация волновой функции. Амплитуда вероятности. Принцип суперпозиции. Сложение амплитуд. Корпускулярно-волновой дуализм. Отражение от полупрозрачного зеркала. Мысленный эксперимент с двумя щелями.

Лекция 5

Мысленный эксперимент с двумя щелями. Амплитуда перехода. Амплитуда перехода как функция Грина уравнения Шредингера. Интерференция амплитуд. Аналогия с принципом Гюйгенса-Френеля. Исчезновение интерференции при нарушении когерентности. Распределение вероятностей для координаты и для импульса. Переход в $\boldsymbol{k}$ - представление.
Преобразование Фурье как разложение по собственным функциям оператора импульса.
Интерпретация собственных значений операторов как наблюдаемых физических величин.

Лекция 6

Свободное движение частицы. Решение методом Фурье. Квазимонохроматический пакет. Огибающая и заполнение. Групповая скорость. Соотношения неопределенности. Прямоугольный и Гауссов пакеты.
Доказательство соотношений $\int |\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})|^2 \boldsymbol{d}^3\boldsymbol{x} = \int |\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{k})|^2 \boldsymbol{d}^3\boldsymbol{k}$ и $\int \boldsymbol{k}\, |\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{k})|^2 \boldsymbol{d}^3\boldsymbol{k} = \int \boldsymbol{\psi}\,(\boldsymbol{x})^*(-\boldsymbol{i}\nabla)\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{d}^3\boldsymbol{x}$**.**
Дельта-функция как ядро единичного оператора. Различные представления дельта-функций.
Доказательство $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x}\, dx = 2\pi\delta(\alpha)$ методом гауссовой регуляризации. Вычисление гауссовых интегралов. Уравнение Шредингера для свободной нерелятивистской частицы. Решение методом Фурье. Волновой пакет. Принцип неопределенности. Некоммутативность операторов импульса и координаты. От каких переменных зависит волновая функция.
Понятие полного набора. Отсутствие траектории.

Лекция 7

Формальная схема квантовой механики. Разложение по собственным функциям. Собственные значения физической величины.
Средние физических величин $\bar{A} = \int \psi\,(x)^* \hat{A}\psi(x) d^3x$
Немного математики. Воспоминания о мат-физике и новый взгляд.

Общая теория операторов физических величин. Задачи на собственные значения. Квантовые числа. Что значит "физическая величина имеет определенное значение".
Дискретный и сплошной спектры. Разложение по собственным функциям какого-либо оператора.
Обозначения Дирака.

Лекция 8
Общий вид оператора. Интегральное представление
Транспонированный, комплексно-сопряженный и эрмитово сопряженный оператор
Эрмитовость-определение. Действительность средних и собственных значений эрмитового оператора.
Ортогональность и
Нормированность векторов, соответствующих разным собственным значениям.
Волновые функции как вектора. Скалярное произведение функций.

Лекция 9

Разложение функций по собственным функциям оператора. Базисные функции и разложения.
Вычисление коэффициентов.

Операторы как матрицы. Непрерывные и дискретные индексы. Ядро интегрального оператора. Представления операторов умножения и дифференцирования как матриц. Обозначения Дирака. Абстрактные вектора и абстрактные операторы. Представления
и переход к различным базисам.

Измерение в квантовой механике. Измерение - "разложение" по собственным функциям прибора.

Лекция 10

Опять про операторы. Произведение операторов. Сопряжение произведения

Лекция 11

Особенности разложений в случае сплошного спектра

Лекция 12

Формальное введение уравнения Шредингера. Переход к классике. Уравнение Гамильтона-Якоби. Оператор производной по времени от физической величины. Коммутатор и скобка Пуассона. Зависящие и не зависящие от времени стационарные состояния.

Лекция 13

Матрицы операторов. Вычисления средних

Лекция 14

Коммутируемость операторов и существование общих собственных функций.
Необходимость и достаточность. Еще раз о переходе к различным базисам.
Преобразования операторов и векторов состояний. Унитарные операторы - операторы
сохраняющие ортонормированность. Функции от матриц и операторов. Определение. Доказательство унитарности оператора $\hat{S} = exp\{i\hat{R}\}$, где R-эрмитов

Лекция 15

Преобразование базисов. Унитарные операторы. Сохранение нормировки. Решение задачи как приведение к диагональному виду. Нахождение матрицы приведения к диагональному виду. Доказательство, что она представляет строку собственных векторов

Лекция 16

Нестационарное уравнение Шредингера. Оператор эволюции \$$U = exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right\}$ \$. Функция Грина. Функции
от операторов. Построение оператора эволюции путем разложения по собственным
функциям стационарного уравнения. Оператор производной физической величины по
времени. Представление Гейзенберга. Уравнения Гейзенберга.