

# Medidas condicionais de risco através da teoria do valor extremo<sup>☆</sup>

Elsevier Inc<sup>a,b</sup>, Rafael Felipe Bressan<sup>a,1,\*</sup>

<sup>a</sup> Avenida Madre Benvenuta, 2007 - Santa Mônica Florianópolis - SC 88035-901

<sup>b</sup> 360 Park Avenue South, New York

---

## Abstract

This template helps you to create a properly formatted L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X manuscript.

*Keywords:* elsarticle.cls, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, Elsevier, template

*2010 MSC:* 00-01, 99-00

---

## 1. Introdução

*A medição do risco de mercado.* ao qual os portfólios dos investidores está sujeito é objeto de devoção de esforços tanto por parte das instituições e investidores em geral como por parte dos reguladores. Instituições financeiras em todo o mundo, de acordo com suas regulações locais e com os princípios de Basileia  
5 (*Basel Committee on Banking Supervision* - BCBS do Banco de Compensações Internacionais - BIS<sup>2</sup>) para aquelas que o seguem (o Brasil é um desses países) são obrigadas a reservar uma parcela de seu capital como provisionamento contra flutuações adversas do mercado em seus portfólios de investimento, como forma  
10 de mitigar seu risco de insolvência.

Instituições financeiras - IF - devem manter seu risco de insolvência controlado, e a percepção externa deve ser tal que não haja desconfiança do público em geral com a habilidade da instituição em controlar este risco. Confiança é a palavra

---

<sup>☆</sup>Fully documented templates are available in the elsarticle package on CTAN.

<sup>\*</sup>Corresponding author

*Email address:* rafael.bressan@edu.udesc.br (Rafael Felipe Bressan)

*URL:* www.elsevier.com (Elsevier Inc)

<sup>1</sup>Depto. de Economia/Esag/UDESC

<sup>2</sup><http://www.bis.org/bcbs/index.htm?m=3%7C14>

chave destas instituições e portanto, também aos reguladores. Se a confiança  
15 se esvai e a percepção de risco é elevada, rapidamente uma crise de liquidez  
pode surgir, com depositantes sacando seus recursos e outras fontes de *funding*  
também sendo limitadas. Em tal situação, é natural o banco (ou IF em geral)  
buscar o mercado para vender seus ativos e levantar os recursos necessários. É  
nesse momento que uma crise de liquidez pode levar a uma crise de solvência,  
20 não há garantias que no mercado aberto, os ativos do banco serão justamente  
avaliados e arrematados. A crise financeira de 2008 e 2009 ainda está na memória  
dos agentes.

Uma importante característica das séries de retornos financeiros é sua alta  
volatilidade, não constante e tampouco seguindo a distribuição Normal. Assim,  
25 eventos extremos, e neste caso estamos interessados em perdas de grande magni-  
tude, acontecem com uma frequência alta demais para serem descartadas como  
apenas *outliers*, e portanto passaram a atrair a atenção dos participantes do  
mercado, entre eles os investidores e também os reguladores. Estas observações  
induziram uma gama enorme de estudos, práticos e teóricos, voltados a explicar  
30 o comportamento dos retornos de séries financeiras e modelar de forma adequada  
as caudas da distribuição destes retornos. Não somente estes estudos são de  
grande relevância para o gerenciamento de risco nas instituições financeiras,  
como também são obrigatórios segundo o acordo de Basileia, uma vez que este  
requer o cálculo do Valor em Risco - VaR, para então a instituição poder projetar  
35 o seu nível requerido de capital.

De acordo com os princípios de Basileia III, on Banking Supervision (2011,  
2013, 2014), as instituições financeiras supervisionadas pelos Bancos Centrais  
devem manter *buffers* de capital contra riscos de mercado, crédito, liquidez,  
entre outros. Dentro dos riscos de mercado, as duas formas mais usuais de fazer  
40 a quantificação destes são os métodos de Valor em Risco - VaR e o *Expected*  
*Shortfall* - ES. Este último relacionado ao primeiro, sendo definido como o valor  
esperado das perdas que excedem o valor VaR calculado para um determinado  
nível de confiança.

VaR é um quantil alto  $\alpha$  da distribuição de perdas de um ativo ou portfólio

Definição  
de VaR.  
Nível ou in-  
tervalo de  
confiança?  
verificar em  
riskmetrics

Percentuais

45 em um determinado período de tempo, ao passo que ES é o valor esperado das perdas que excedem VaR, para um mesmo nível de confiança  $\alpha$  e período.

O método VaR para cálculo de risco de mercado ao qual um portfólio está sujeito foi primeiramente introduzido através de RiskMetrics (1995), uma metodologia adotada pelo banco J. P. Morgan. Vem desde então sendo amplamente adotado pela indústria financeira e largamente estudado pela academia.  
50 Inúmeras variantes do modelo foram propostas e continuam sendo utilizadas com o passar dos anos. Para o cálculo do VaR é necessária uma suposição acerca da distribuição dos retornos, e por conseguinte do comportamento da cauda desta.

As variações na metodologia original de estimação do VaR surgem principalmente em função de críticas a abordagem proposta, a qual inclui a suposição de retornos independentes e igualmente distribuídos, covariâncias constantes entre os ativos de um portfólio e a distribuição normal dos retornos.  
55

Por meio de dois artigos Artzner et al. (1997) e Artzner et al. (1999), foi introduzido na literatura o conceito de medida coerente de risco. Para uma medida ser considerada coerente, primeiramente foram introduzidas quatro propriedades cunhadas através de axiomas, as quais estas medidas deveriam possuir, invariância a translação, sub-aditividade, homogeneidade positiva, e monotonicidade.  
60

VaR especificamente não possui a propriedade da sub-aditividade para alguns casos, sendo esta uma das grandes críticas ao VaR. Para contornar este fato, Acerbi & Tasche (2002) propõe o *Expected Shortfall* e comprovam que este é uma medida coerente de risco. Além de ser coerente, o ES possui uma segunda vantagem com relação ao VaR, considerando que o ES nos informa uma medida de tendência central do tamanho das perdas que excedem o valor do quantil  
70 VaR. Ou seja, o VaR nos informa apenas que uma proporção  $\alpha$  das perdas serão menores que a medida, mas nada nos informa se esta perda extraordinária de fato ocorrer. Mesmo sendo criticado e demonstradamente uma medida não coerente de risco, o VaR continua a ser amplamente utilizado, mesmo que agora em conjunto com o ES.

75 *Teoria do valor extremo*. EVT da sigla em inglês, é um ramo da estatística que lida diretamente com eventos raros, extremos. Seu objetivo é modelar o comportamento assintótico de eventos que se distanciam muito da mediana de uma distribuição. Justamente por esta característica, a EVT está sendo utilizada para modelar riscos que possuem distribuição com caudas longas, um dos fatos  
80 estilizados bem conhecidos sobre retornos de ativos financeiros.

Ao utilizar a EVT, e mais especificamente o método conhecido como *peaks over threshold* – POT, se está interessado em modelar apenas a parte da cauda da distribuição das perdas de um ativo financeiro maiores que um determinado valor de limiar  $u$ . É da modelagem desta cauda, portanto, que se calculam as  
85 estimativas de risco  $VaR_\alpha$ .

McNeil & Frey (2000) Longin (2000) *stress test* utilizando evt Wong et al. (2003) um estudo sobre as implicações da precisão do modelo VaR no gerenciamento do risco de mercado em bancos Berkowitz & O'Brien (2002) precisão  
90 dos modelos em bancos comerciais Byström (2004) Gencay & Selcuk (2004) Kuester et al. (2006) comparação entre diversos modelos VaR Herrera & Schipp (2013) Rocco (2014) uma revisão sobre o uso da evt em finanças Karmakar & Shukla (2014) Chavez-Demoulin et al. (2016) Karmakar & Paul (2016) aplicação do modelo evt condicional a retornos intra-diários O'Brien & Szerszeń (2017)  
95 avaliação dos modelos de risco de bancos no pré, durante e pós crise financeira de 2008

incluir as diversas literaturas sobre a aplicação da evt ao VaR

## 2. Modelando caudas e medidas de risco associadas com EVT

Considere uma amostra de uma variável aleatória -  $va$  - cujas observações sejam independentes e igualmente distribuídas - *iid*,  $X_i$ , com  $i \in \mathbb{N}$ , que representem as perdas financeiras de um determinado ativo, com uma função de  
100 distribuição - *df* - desconhecida  $F(x) = P(X_i \leq x)$ . Seja  $u$  um valor de limiar a partir do qual perdas acima deste valor sejam consideradas extremas. Os valores de excesso serão, portanto,  $X_i - u$ .

A EVT está interessada em investigar o comportamento da distribuição dos  
 105 máximos desta *va* dados por  $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$  para vários valores de  $n$  e  
 a medida que  $n \rightarrow \infty$ . A sequência  $M_n$  é chamada de máximos em bloco e foi  
 demonstrado através do conhecido teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko, Fisher  
 & Tippett (1928), Gnedenko (1941, 1943), que a única distribuição para a qual  
 $M_n$  converge com  $n \rightarrow \infty$  é a distribuição de valores extremos generalizada. Se  
 110 esta distribuição de valores extremos generalizada - GEV - for denotada por  
 $H_\xi$ , com  $\xi$  um parâmetro da distribuição, então se diz que  $F \in MDA(H_\xi)$ ,  $F$   
 pertence ao domínio de máxima atração de  $H_\xi$ .

**Definição 1** (GEV). Distribuição de valores extremos generalizada, é definida  
 por sua função densidade de probabilidade - pdf - a qual é dada por:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{-\frac{1}{\xi}}), & \xi \neq 0, \\ \exp(-e^{-x}), & \xi = 0, \end{cases} \quad (1)$$

115 O parâmetro  $\xi$  é conhecido como parâmetro de forma da distribuição e  
 dependendo deste valor tem-se diferentes tipos de distribuição (casos particulares  
 da GEV). Quando  $\xi = 0$  a distribuição resultante é uma Gumbel, quando  $\xi > 0$   
 uma Fréchet surge, e por fim quando  $\xi < 0$  tem-se uma Weibull.

Para as aplicações financeiras não necessitamos calcular a qual  $MDA$  per-  
 120 tencem nossas distribuições contínuas, bastando saber que basicamente todas  
 as distribuições de utilidade prática estão contidas em  $MDA(H_\xi)$  para algum  
 valor de  $\xi$  (McNeil et al., 2015, p. 139).

### 2.1. Excessos acima de um limiar

O método POT para calcular a função de distribuição dos valores que  
 125 excedem um determinado limiar de um conjunto de dados vem sendo empregado  
 no mundo financeiro para ajustar as caudas das distribuições de retornos, ou  
 perdas, dos ativos. Este método é preferido a teoria clássica de valores extremos  
 (e.g. máximos em bloco), pois, desperdiça uma quantidade menor de dados da  
 série original. Qualquer valor que exceda o limiar pré-determinado é considerado

130 na distribuição dos excessos. Esta é definida como.

**Definição 2** (Distribuição dos excessos). Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F$ . A distribuição dos excessos sobre um limiar  $u$  tem a seguinte função de distribuição:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) = \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (2)$$

para  $0 \leq x < x_F - u$ , onde  $x_F \leq \infty$  é o limite direito da distribuição  $F$ .

135 Uma importante distribuição que surge na modelagem dos excessos sobre um limiar é a distribuição generalizada de Pareto – GPD, que segue.

**Definição 3** (GPD). Distribuição de Pareto Generalizada é definida por sua função de distribuição:

$$G_{\xi, \psi}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\psi}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0, \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\psi}\right), & \xi = 0, \end{cases} \quad (3)$$

onde  $\psi > 0$ , e  $x \geq 0$  quando  $\xi \geq 0$  ou  $0 \leq x \leq -\psi/\xi$  quando  $\xi < 0$ .

Os parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  são conhecidos respectivamente como parâmetros de forma e escala da distribuição. A GPD tem papel fundamental na teoria de  
140 valor extremo em função do teorema de Pickands-Balkema-de Haan, Pickands (1975) e Balkema & de Haan (1974), pois estes demonstram que, para um valor suficientemente alto do limiar  $u$ , a distribuição dos excessos  $F_u(x)$  pode ser aproximada por uma GPD  $G_{\xi, \psi}(x)$ .

O que este teorema prova é que para distribuições as quais os máximos em  
145 bloco normalizados convergem para uma GEV (na forma da equação (1)), então a distribuição dos excessos acima de um limiar destas mesmas distribuições convergem para uma GPD, dado um valor de limiar  $u$  adequado. Como para fins práticos basicamente todas as distribuições contínuas de fato estão no  $MDA(H_\xi)$  para algum valor de  $\xi$ , temos que a GPD é a distribuição a ser escolhida para  
150 modelar excessos acima de um limiar.

Ao se fazer esta suposição que a distribuição dos excessos *é igual* a uma GPD, pode-se então, a partir dos dados de perdas, estimar os parâmetros de forma e escala e, portanto, modelar a cauda direita da distribuição de perdas de forma parametrizada com o auxílio da equação (2).

155 Dada a parametrização de uma GPD, é interessante saber o valor esperado desta distribuição, uma vez que esta medida de valor central fornece importante informação sobre a quantidade de risco que se está medindo, assim como a informação de que a própria distribuição foi ajustada aos dados de forma satisfatória.

160 O valor esperado de uma variável aleatória não negativa pode ser computado através da integral de sua cauda,  $P(X > x) = 1 - P(X \leq x)$ . A cauda da GPD é, para  $\xi \neq 0$ ,  $(1 + \xi x/\psi)^{-1/\xi}$ .

Desta forma, o valor esperado de uma GPD,  $G_{\xi,\psi}(x)$ , converge para valores de  $\xi < 1$  e é dado pela seguinte equação:

$$E[G_{\xi,\psi}(X)] = \frac{\psi}{1 - \xi} \quad (4)$$

165 **Definição 4** (função média dos excessos). A função média dos excessos de uma variável aleatória  $X$  com média finita é dada por:

$$e(u) = E(X - u | X > u) \quad (5)$$

Ou seja, a equação (5) representa o valor esperado da função de distribuição dos excessos dada pela Definição 2. Ela representa a média de  $F_u$  como uma função do limiar  $u$ . Por vezes também é conhecida como função média de vida residual (*mean residual life function*).

170 Para uma variável distribuída na forma de uma GPD, o parâmetro de escala é uma função linear em  $u$  dado por  $\psi(u) = \psi + \xi u$ , (Embrechts et al., 1997, Teorema 3.4.13(e)). Utilizando-se deste fato e da equação (4) chegamos ao

cálculo da função média dos excessos para uma GPD, dada por:

$$e(u) = \frac{\psi + \xi u}{1 - \xi} \quad (6)$$

175 onde  $0 \leq u < \infty$  se  $0 \leq \xi < 1$  e  $0 \leq u \leq -\psi/\xi$  se  $\xi < 0$ . É possível observar que de fato a função média dos excessos em uma GPD é linear em  $u$ . Esta é uma característica importante de uma GPD e que pode ser utilizada para auxiliar a escolha de um valor adequado do limiar  $u$  de tal forma que a suposição de convergência  $F_u(x) \rightarrow G_{\xi, \psi}(x)$  seja válida.

180 Assim, quando da análise de uma determinada distribuição de perdas  $F$  e deseja-se ajustar a cauda desta distribuição, ou seja, as perdas acima de um dado valor limiar  $u$  a uma GPD  $G_{\xi, \psi}(x)$  é necessário primeiramente determinar um valor adequado de  $u$  garantirmos a suposição de convergência. Um método frequentemente utilizado é o gráfico da função média dos excessos com relação a  $u$ . Analisando este gráfico, escolhe-se o menor valor de  $u$  para o qual a partir  
185 deste ponto a relação  $e(u)$  vs  $u$  torna-se linear.

Deseja-se o menor valor de  $u$  para o qual a relação é linear pois, mesmo o método POT implica em grande perda de dados da série temporal, já que apenas os valores acima deste limiar são utilizados para fazer a estimação dos  
190 parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  da GPD. Portanto, existe um *trade-off* na escolha do valor limiar  $u$ , escolhendo um valor muito baixo obtém-se uma boa quantidade de dados para estimar os parâmetros da GPD, mas a própria distribuição resultante não será GPD, uma vez que não estaremos trabalhando na região onde a relação  $e(u)$  vs  $u$  é linear, e portanto os parâmetros estimados serão viesados. Por outro  
195 lado, um valor limiar muito alto impõe o custo de trabalhar com poucos dados para fazer a estimação dos parâmetros da distribuição e por conseguinte, os erros padrões dessas estimativas serão elevados.

Considerando este *trade-off*, uma saída é buscar minimizar o erro quadrado médio - MSE (*mean squared error*) do parâmetro estimado. A medida MSE pode  
200 ser decomposta entre a soma do quadrado do viés com a variância do estimador, idealmente deseja-se ter viés zero e variância mínima. Na impossibilidade de tal



realização, um estimador relativamente eficiente é aquele que possui o menor MSE. Em (McNeil et al., 2015, seção 5.2.5, p. 139) é explorada através de simulação de Monte Carlo esta relação entre a escolha do limiar  $u$  e o MSE do parâmetro  $\xi$  obtido através do método POT e também da própria medida de risco  $VaR_{99\%}$ . Chegam a conclusão que uma escolha de limiar tal que o número de excessos a este fique em torno de 100 observações é o ideal, e mais importante, a partir destas 100 observações o MSE é relativamente robusto, se elevando lentamente a partir de seu valor mínimo.

## 2.2. Estimando o $VaR$

Através da modelagem da cauda da distribuição  $F$  de perdas por uma GPD, é possível calcular a medida de risco  $VaR_\alpha$  em função dos parâmetros da GPD estimada e também fazendo uso da distribuição empírica de  $F$ .

Sob a suposição de convergência a cauda da distribuição  $F$ ,  $\bar{F}(x)$ , para  $x \geq u$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 \bar{F}(x) &= P(X > u)P(X > x|X > u) \\
 &= \bar{F}(u)P(X - u > x - u|X > u) \\
 &= \bar{F}(u)\bar{F}_u(x - u) \\
 &= \bar{F}(u) \left(1 + \xi \frac{x - u}{\psi}\right)^{-1/\xi}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Aqui  $x$  são os valores a serem observados das perdas, e portanto  $x - u$  são as perdas em excesso ao limiar.

A equação (7) efetivamente separou a distribuição  $F$ , ou melhor, sua cauda, em duas partes. A primeira parte, para valores menores que  $u$ , não foi modelado analiticamente e portanto utiliza-se a distribuição empírica das perdas, aqui representada por sua cauda  $\bar{F}(u)$ , que nada mais é que o número observado de excessos de  $u$  sobre o número total de observações da amostra.

A segunda parte é justamente a modelagem através de uma GPD com

parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  dado o limiar  $u$ . Por esta modelagem paramétrica pode-se  
 225 conhecer as probabilidades de cauda para valores de  $x$  maiores que  $u$ .

O quantil  $\alpha$  é a inversa da função distribuição e retorna o valor para o qual  
 um percentual  $\alpha$  de observações da amostra é menor ou igual. Como se está  
 trabalhando com a distribuição de perdas,  $VaR_\alpha$  nada mais é que um quantil  
 alto para o qual  $\alpha\%$  das perdas devem ser menores ou iguais a este valor.

230 Como a equação (7) fornece a probabilidade de cauda, então esta é igual a  
 $1 - \alpha$  para um valor de  $\alpha \geq F(u)$ . O valor  $1 - \alpha$  é conhecido como a cobertura da  
 medida de risco. Fazendo  $\bar{F}(x) = 1 - \alpha$  na equação (7) o valor de  $x$  representará  
 $VaR_\alpha$  e basta manipular esta equação para encontrar  $VaR_\alpha$  como função de  
 $\bar{F}(u)$ ,  $\alpha$  e dos parâmetros da GPD  $\xi$  e  $\psi$ . Que garante a equação abaixo:

$$VaR_\alpha = q_\alpha(F) = u + \frac{\psi}{\xi} \left[ \left( \frac{1 - \alpha}{\bar{F}(u)} \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (8)$$

235 Portanto, a medida de risco  $VaR_\alpha$ , para distribuições de perdas que tiveram  
 suas caudas modeladas através de uma GPD da forma  $G_{\xi, \psi(u)}$  com  $\xi < 1$  e  $\psi > 0$ ,  
 pode ser calculada através da equação dada em (8). A estimativa desta medida  
 de risco será encontrada através das estimativas dos parâmetros da GPD, assim  
 como do limiar utilizado e de uma medida empírica de  $\bar{F}(u)$  que será o número  
 240 de excessos verificados sobre o total de amostras. É claro que, ao se adotar esta  
 estimativa para  $\bar{F}(u)$  se está implicitamente supondo que o número de amostras  
 na série de perdas é significativa, assim como o número de excessos verificados.  
 Daí a importância de se utilizar um valor  $u$  adequado, conforme explicitado na  
 seção 2.1.

245 A estimativa de medida de risco desenvolvida nesta seção se qualifica como  
 uma medida incondicional, no sentido que ela não depende do estado atual das  
 coisas, mas sim de todo o histórico de eventos de forma uniforme. Em outras  
 palavras,  $VaR_\alpha$  derivado a partir da equação (8) é uma medida histórica de  
 risco associado ao ativo em análise, entretanto, não leva em consideração se  
 250 nos eventos mais recentes a volatilidade das perdas pode ser diferente do valor  
 histórico.

De fato, uma das características marcantes das perdas (ou equivalentemente, dos retornos) dos ativos financeiros é o chamado *clustering* de volatilidade, onde grandes volatilidades têm tendência a ficarem próximas ao longo da linha temporal. Em geral estes agrupamentos de volatilidades surgem a partir da autocorrelação destas, ou seja, a volatilidade em um período  $t$  é dependente das volatilidades verificadas em períodos anteriores. Um modelo bastante encontrado na literatura que busca modelar estas dependências é o modelo ARCH e suas variantes como GARCH, propostos por Engle (1982) e Bollerslev (1986) respectivamente.

Assim, ao passo que as estimativas de risco desenvolvidas nesta seção são valiosas para prazos mais longos, ainda é necessário desenvolver um modelo que lide com o fato das autocorrelações de volatilidades das perdas e, portanto, com o fato de a distribuição das perdas não ser independente e igualmente distribuída ao longo do tempo. O modelo proposto por McNeil & Frey (2000) pode ser utilizado para encontrar a medida de risco  $VaR_\alpha$  condicional que se deseja, ainda dentro da metodologia POT.

### 2.3. Modelo eGARCH-POT

Ativos financeiros possuem características de autocorrelação, senão em seus retornos propriamente ditos, ao menos em suas volatilidades ou variações absolutas. Ou seja, dada uma grande variação no momento  $t$  é de se esperar novamente uma grande variação, não necessariamente na mesma direção daquela anterior, para o momento  $t+1$  e posteriores. Desta forma, medidas de risco incondicionais, conforme aquelas derivadas em 2 podem ser adequadas somente para horizontes temporais mais longos, pois implicitamente tomam em consideração os fatos mais recentes com o mesmo valor de predição que fatos mais longínquos.

Assim, pode-se trabalhar com um modelo semelhante ao proposto por McNeil & Frey (2000) os quais fazem uma adequação dos retornos dos ativos a um modelo GARCH e posteriormente tratam os erros desta modelagem como *iid* e portanto, a metodologia de POT pode ser aplicada. Este modelo pode ser entendido como um modelo condicional para medidas de risco pois, efetivamente,

é levado em conta o estado atual da previsão para a média e principalmente para a volatilidade ao se calcular o  $Var_\alpha$ . Desta forma a medida responde rapidamente às variações nos humores do mercado e pode sinalizar de forma ágil  
285 uma inadequação de capital reservado pela instituição financeira.

Além desta vantagem de cunho prático, a técnica possui uma atratividade teórica. O método POT deve ser aplicado a séries *iid* que sabidamente não é o caso de perdas de ativos financeiros. Ao se utilizar a técnica POT nos resíduos padronizados de um modelo GARCH das perdas, o que se está realizando é uma  
290 pré-filtragem destas perdas que garante, ou chega próximo disto, que os resíduos deste modelo sejam *iid* e portanto, aplicável a teoria de valor extremo.

Primeiramente, neste artigo, diferentemente de McNeil & Frey (2000) ou Karmakar & Shukla (2014), foi estabelecido um mesmo modelo eGARCH para as perdas dos ativos subjacentes. Esta variação de GARCH foi proposta por  
295 Nelson (1991) e busca, além de modelar a heterocedasticidade condicional da variância, também o chamado efeito alavancagem, onde retornos positivos e negativos possuem impactos diferenciados na volatilidade do ativo.

Se denotarmos  $L_t$  como sendo a perda observada no período  $t$ ,  $\mu_t$  e  $\sigma_t$  são respectivamente a média e o desvio padrão condicionais, e seja  $Z_t$  inovações *iid*  
300 com média zero e desvio padrão unitário, então temos que:

$$L_t = \mu_t + \sigma_t Z_t \quad (9)$$

Seja  $F_L(l)$  a distribuição marginal de  $L_t$ , então  $F_{L_{t+1}}|_{\mathcal{G}_t}(l)$  é a distribuição preditiva da perda para o próximo período, onde  $\mathcal{G}_t$  é o conjunto de informações disponíveis no período  $t$ , incluindo-o. Portanto, para o cálculo de  $Var_\alpha$ , se deseja encontrar o alfa-quantil na cauda de  $F_{L_{t+1}}|_{\mathcal{G}_t}(l)$ . Este quantil  $\alpha$  é o ínfimo  
305  $l$  tal que o valor da distribuição preditiva seja maior ou igual a  $\alpha$ . Ou seja:

$$Var_\alpha^t = \inf\{l \in \mathbb{R} : F_{L_{t+1}}|_{\mathcal{G}_t}(l) \geq \alpha\} \quad (10)$$

Veja, este é o preditor de  $VaR_\alpha$  calculado com as informações até o período  $t$ , inclusive. Este valor calculado deve ser comparado a perda realizada em  $t+1$ , para testar uma possível violação. Considerando que a distribuição de perdas é dada pela equação (9) e sabendo das propriedades de variáveis aleatórias e do  
 310 operador de expectância, a expressão de  $VaR_\alpha^t$  subsume a:

$$VaR_\alpha^t = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} z_\alpha \quad (11)$$

onde  $z_\alpha$  é o quantil  $\alpha$  das inovações  $Z_t$ .

Dadas estas considerações, o modelo adotado segue um formato em dois estágios para ser implementado, como segue.

- Ajustar um modelo eGARCH para os dados de perdas, sem fazer suposições  
 315 sobre a distribuição de  $Z$ . Deste modelo retira-se as estimativas de  $\mu_{t+1}$  e  $\sigma_{t+1}$  e calcula-se as inovações implícitas resultantes, através da equação (9).
- Ao se considerar os resíduos padronizados como sendo as realizações da variável aleatória  $Z$ , esta pode ter sua cauda ajustada a uma GPD utilizando-se o método descrito na seção 2. Encontra-se por fim o valor de  $z_\alpha$ , com o  
 320 qual é finalizado o cálculo  $VaR_\alpha$  através da equação dada em (11) para os valores de  $\alpha$  iguais a 0,975 e 0,99.

Agora é necessário escolher um processo que modele a série temporal dada em (9), ou seja, precisa-se especificar o comportamento de  $\mu_t$  e  $\sigma_t$ . Por su-  
 325 posição, o comportamento destas variáveis é dependente de acontecimentos passados, contidos no conjunto de informações  $\mathcal{G}_{t-1}$ . Pode-se estipular um modelo eGARCH(2,1) para a volatilidade condicional e um simples AR(1) para a média condicional. A ordem destes modelos foi escolhida como uma forma de compromisso entre parcimônia e o melhor ajuste dentre diversos outros modelos  
 330 e ordens para os 6 ativos sob análise. Estes modelos eGARCH(2,1) e AR(1) para as volatilidades e médias condicionais respectivamente foram aqueles que

de forma média se ajustaram mais adequadamente as séries dadas.

Como critérios para a escolha deste modelo de filtro no primeiro estágio, deseja-se que as inovações  $Z_t$ , através de suas realizações na forma dos resíduos padronizados estimados no modelo possuam 3 características, ausência de autocorrelação serial em seus valores e nos seus quadrados, testados através do método *Weighted Ljung-Box* proposto por Fisher & Gallagher (2012) e ausência de efeitos alavancagem, testado por *Sign bias test* de Engle & Ng (1993).

Visando aplicar a teoria do valor extremo para o cálculo de  $VaR_\alpha$ , não são feitas maiores suposições acerca da distribuição das inovações, mas está implícito que esta pertence ao *MDA* de uma *GEV* e portanto a distribuição de seus excessos sobre um limiar segue aproximadamente uma *GPD*.

O modelo completo para a medida condicional de risco  $VaR_\alpha$  dada a distribuição de perdas  $L_t$  de um ativo será, portanto:

$$L_t = \mu + \phi_1 L_{t-1} + \epsilon_t \quad (12)$$

$$\epsilon_t = \sigma_t Z_t \quad (13)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^2 (\alpha_i Z_{t-i} + \gamma_i (|Z_{t-i}| - E|Z_{t-i}|)) + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) \quad (14)$$

$$Z_t \sim \mathcal{D}(0, 1) \text{ e } \mathcal{D} \in MDA(H_\xi) \quad (15)$$

com a equação (11) fornecendo o valor de  $VaR_\alpha$ , quando utilizada em conjunto com aquela dada por (8).

O termo de erro  $\epsilon_t$  será uma série estritamente estacionária se  $\beta_1 + \alpha_1 < 1$ , o que garante que a variância de nosso modelo ( $\sigma_t^2$ ) será finita, apesar de variável no tempo.

Este modelo é ajustado utilizando-se o método de pseudo máxima verossimilhança, o que significa que, apesar de não adotarmos a distribuição normal para reger as inovações  $Z_t$ , a utilizamos apenas para estimar os parâmetros do modelo. É demonstrado na literatura, (Gouriéroux, 1997, Capítulo 4), que o método PML fornece estimadores consistentes e assintoticamente normais, assim

355 podemos utilizar tal método para obter nossas estimativas de parâmetros e erros  
padrão, mesmo não aceitando a condição de normalidade das inovações.

Uma vez obtidos os resíduos padronizados do modelo eGARCH,  $Z_t$ , aplica-se a  
estes a teoria do valor extremo descrita em 2.2 para se obter o quantil de interesse  
 $z_\alpha$ . Para tanto, considerando a definição da *df* de uma GPD dada na equação  
360 (3) e denotando sua *pdf* por  $g_{\xi,\psi}$ , a função logarítmica de verossimilhança, que  
deve ser maximizada para a obtenção dos parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  é:

$$\begin{aligned}\ln L(\xi, \psi; Z_j) &= \sum_{j=1}^{N_u} \ln g_{\xi,\psi}(Z_j) \\ &= -N_u \ln \psi - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{j=1}^{N_u} \ln \left(1 + \xi \frac{Z_j}{\psi}\right)\end{aligned}\quad (16)$$

o quantil obtido,  $z_\alpha$  é aquele derivado de forma semi-paramétrica a partir da  
teoria EVT *para os resíduos padronizados*, e portanto, ainda deve ser escalado  
e deslocado através da equação (11) para a obtenção da medida de risco de  
365 verdadeiro interesse,  $VaR_\alpha$ .

### 3. Dados utilizados e estatísticas descritivas

### 4. Resultados empíricos

Table 1: Estatísticas descritivas dos retornos (amostra completa de 01/01/2003 a 30/08/2017).

Descritivas	IBovespa	S&P500	S&P TSE	IPSA	Merval	IPC
Média	0.00050	0.00028	0.00022	0.00045	0.00106	0.00058
Mediana	0.00095	0.00066	0.00074	0.00063	0.00149	0.00093
Máximo	0.13677	0.10957	0.09370	0.11803	0.10432	0.10441
Mínimo	-0.12096	-0.09470	-0.09788	-0.07236	-0.12952	-0.07266
Desvp	0.01739	0.01168	0.01064	0.00976	0.01981	0.01203
Assimetria	-0.08670	-0.33132	-0.71699	-0.01775	-0.48666	0.03784
Curtose	4.90756	11.61430	11.84413	10.63489	3.63347	6.58809
Jarque-Bera	3655.76824	20846.77985	21949.89333	17262.83228	2125.37846	6666.52444
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Q(10)	16.27860	59.66372	30.28797	111.10837	13.32940	42.80163
	0.00278	0.00000	0.00000	0.00000	0.01350	0.00000
$Q^2(10)$	1299.67247	1907.90243	2384.89328	919.76012	752.94283	1012.31695
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
N.obs	3632.00000	3692.00000	3696.00000	3658.00000	3598.00000	3680.00000



Table 2: Parâmetros estimados do modelo eGARCH. Valores p apresentados de acordo com erros padrão robustos. (amostra de trabalho entre 01/01/2003 a 31/12/2008 ).

Parâmetros	IBovespa	S&P500	S&P TSE	IPSA	Merval	IPC
$\mu$	-0.00104	-0.00013	-0.00054	-0.00077	-0.00079	-0.00084
	0.00616	0.41963	0.00004	0.00296	0.00181	0.00102
$\phi_1$	-0.00160	-0.10160	-0.01647	0.18028	-0.00235	0.06590
	0.93768	0.00000	0.64014	0.00000	0.19700	0.00112
$\omega$	-0.30206	-0.14485	-0.07680	-0.46252	-0.72657	-0.31210
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.48937	0.00000
$\alpha_1$	0.26221	0.17601	0.13326	0.15953	0.09108	0.19674
	0.00000	0.00001	0.00000	0.00038	0.25260	0.00000
$\alpha_2$	-0.15613	-0.07410	-0.08771	-0.08164	-0.02310	-0.07566
	0.00000	0.06315	0.00001	0.03776	0.84697	0.04774
$\beta_1$	0.96259	0.98427	0.99150	0.95080	0.90939	0.96444
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
$\gamma_1$	-0.14167	-0.16073	0.09419	0.33726	0.06958	0.05800
	0.03516	0.00000	0.05824	0.00000	0.68132	0.40915
$\gamma_2$	0.26916	0.27486	0.02824	-0.02009	0.17946	0.10179
	0.00015	0.00000	0.60813	0.72923	0.04203	0.19510

Table 3: Estatísticas de diagnóstico para o modelo eGARCH. (amostra de trabalho entre 01/01/2003 a 31/12/2008 ).

Estatística	IBovespa	S&P500	S&P TSE	IPSA	Merval	IPC
Jarque-Bera	49.43553	215.01842	140.05923	34.73272	745.13236	110.65485
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Q(10)	5.06865	6.62423	2.48361	4.76927	10.79627	6.51735
	0.49583	0.29223	0.88760	0.54183	0.04803	0.30402
$Q^2(10)$	2.06331	4.68137	4.45027	7.97627	3.96258	2.65357
	0.93212	0.55562	0.59236	0.17130	0.67110	0.86672

Table 4: Parâmetros estimados para o modelo EVT dos resíduos padronizados. (amostra de trabalho entre 01/01/2003 a 31/12/2008 ).

	IBovespa	S&P500	S&P TSE	IPSA	Merval	IPC
Obs. dentro amostra	1487.00000	1511.00000	1522.00000	1498.00000	1495.00000	1514.00000
Limiar	1.67111	1.79449	1.79155	1.69372	1.67380	1.72553
Número de excessos	75.00000	76.00000	77.00000	75.00000	75.00000	76.00000
Parâmetro forma GPD	-0.02626	0.17781	0.04543	0.11917	0.11235	0.02486
Erro padrão	0.09054	0.13671	0.12418	0.13746	0.10910	0.10618
Parâmetro escala GPD	0.57254	0.46220	0.56110	0.45594	0.62512	0.57423
Erro padrão	0.08399	0.08195	0.09453	0.08161	0.09897	0.08974
Quantil 97.5%	2.06927	2.13855	2.19347	2.02384	2.12667	2.12932
Quantil 99.0%	2.57816	2.65939	2.73554	2.50337	2.77909	2.67082

Table 5: Percentual de violações. (fora da amostra, dados entre 02/01/2009 e 30/08/2017).

Modelo	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Cobertura = 1%						
EVT Condicional	1.31	1.15	1.30	1.28	1.01	1.15
Normal Condicional	1.45	1.94	1.71	2.24	1.79	2.11
t-Student Condicional	1.45	2.03	1.71	2.28	1.84	2.25
RiskMetrics	1.49	2.12	2.08	2.38	2.49	2.43
EVT Incond. Filtrada	0.84	0.60	0.69	1.19	1.24	1.38
Normal Incondicional	0.84	0.83	0.46	1.62	1.29	1.19
t-Student Incondicional	0.42	0.42	0.32	1.14	0.51	0.55
Cobertura = 2.5%						
EVT Condicional	2.47	2.49	2.55	2.90	2.35	2.39
Normal Condicional	2.61	3.23	2.78	3.57	3.64	3.81
t-Student Condicional	2.61	3.19	2.64	3.52	3.64	3.81
RiskMetrics	3.22	3.56	3.33	3.43	4.19	4.27
EVT Incond. Filtrada	1.77	1.34	1.95	2.62	2.58	2.34
Normal Incondicional	1.68	1.71	1.16	3.14	2.30	1.93
t-Student Incondicional	1.54	1.62	1.30	3.04	2.39	1.79

Table 6: Testes estatísticos para o VaR. Teste incondicional de Kupiec e teste de independência por duração de Christoffersen e Pelletier (fora da amostra, dados entre 02/01/2009 e 30/08/2017)

Modelo	stat_name	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Cobertura = 1%							
cevt	uc.LRstat	1.85	0.50	1.76	1.58	0.00	0.45
cevt	uc.LRp	0.17	0.48	0.18	0.21	0.95	0.50
cevt	uLL	-143.80	-131.87	-145.14	-139.04	-118.32	-130.80
cevt	rLL	-145.11	-132.05	-145.30	-140.21	-118.43	-132.22
cevt	LRp	0.11	0.54	0.56	0.13	0.64	0.09
cnorm	uc.LRstat	3.78	15.16	9.15	24.00	11.22	20.57
cnorm	uc.LRp	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

cnorm	uLL	-156.85	-203.34	-183.37	-220.82	-191.75	-219.43
cnorm	rLL	-158.08	-203.63	-183.38	-221.81	-191.76	-219.62
cnorm	LRp	0.12	0.44	0.90	0.16	0.89	0.53
ct	uc.LRstat	3.78	17.94	9.15	25.66	12.43	25.32
ct	uc.LRp	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ct	uLL	-156.85	-211.19	-183.37	-224.15	-195.79	-231.07
ct	rLL	-158.08	-211.52	-183.38	-225.62	-195.79	-231.16
ct	LRp	0.12	0.42	0.90	0.09	0.96	0.66
riskmetrics	uc.LRstat	4.56	20.91	19.54	29.10	34.26	32.22
riskmetrics	uc.LRp	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
riskmetrics	uLL	-161.81	-219.27	-212.84	-231.60	-249.82	-245.21
riskmetrics	rLL	-162.33	-219.31	-215.30	-233.18	-249.82	-246.26
riskmetrics	LRp	0.31	0.79	0.03	0.08	0.98	0.15
uevt	uc.LRstat	0.59	4.07	2.27	0.72	1.20	2.79
uevt	uc.LRp	0.44	0.04	0.13	0.40	0.27	0.09
uevt	uLL	-97.99	-72.74	-79.23	-127.20	-125.23	-139.75
uevt	rLL	-99.23	-74.34	-84.54	-131.34	-141.07	-154.27
uevt	LRp	0.11	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00
unorm	uc.LRstat	0.59	0.66	7.85	6.82	1.67	0.77
unorm	uc.LRp	0.44	0.42	0.01	0.01	0.20	0.38
unorm	uLL	-97.99	-94.53	-54.36	-167.73	-125.06	-120.81
unorm	rLL	-99.23	-99.40	-58.32	-170.09	-145.48	-136.71
unorm	LRp	0.11	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
ut	uc.LRstat	9.33	9.57	13.51	0.41	6.54	5.32
ut	uc.LRp	0.00	0.00	0.00	0.52	0.01	0.02
ut	uLL	-52.47	-52.47	-33.24	-122.54	-58.19	-59.93
ut	rLL	-52.73	-52.81	-41.31	-126.85	-63.81	-69.18
ut	LRp	0.47	0.41	0.00	0.00	0.00	0.00
Cobertura = 2.5%							
cevt	uc.LRstat	0.01	0.00	0.02	1.33	0.21	0.12

cevt	uc.LRp	0.93	0.99	0.89	0.25	0.64	0.73
cevt	uLL	-245.20	-249.35	-253.09	-271.97	-238.33	-242.49
cevt	rLL	-245.40	-249.62	-253.17	-273.38	-238.59	-242.52
cevt	LRp	0.53	0.46	0.68	0.09	0.47	0.82
cnorm	uc.LRstat	0.11	4.38	0.67	8.71	10.10	13.21
cnorm	uc.LRp	0.74	0.04	0.41	0.00	0.00	0.00
cnorm	uLL	-256.25	-306.71	-271.21	-321.38	-337.09	-350.99
cnorm	rLL	-256.47	-306.78	-271.39	-321.65	-337.52	-350.99
cnorm	LRp	0.51	0.71	0.55	0.46	0.35	0.92
ct	uc.LRstat	0.11	3.86	0.17	7.99	10.10	13.21
ct	uc.LRp	0.74	0.05	0.68	0.00	0.00	0.00
ct	uLL	-256.25	-303.27	-260.36	-318.04	-337.09	-350.99
ct	rLL	-256.47	-303.33	-260.51	-318.29	-337.52	-350.99
ct	LRp	0.51	0.75	0.57	0.48	0.35	0.92
riskmetrics	uc.LRstat	4.17	8.79	5.60	6.63	21.18	23.10
riskmetrics	uc.LRp	0.04	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00
riskmetrics	uLL	-298.80	-329.78	-311.66	-311.05	-376.43	-381.96
riskmetrics	rLL	-302.66	-330.56	-313.45	-311.55	-376.56	-383.21
riskmetrics	LRp	0.01	0.21	0.06	0.32	0.61	0.11
uevt	uc.LRstat	5.17	14.36	2.95	0.12	0.05	0.24
uevt	uc.LRp	0.02	0.00	0.09	0.73	0.82	0.63
uevt	uLL	-178.81	-142.99	-193.25	-247.35	-239.84	-217.17
uevt	rLL	-187.20	-149.74	-203.52	-251.73	-257.21	-238.75
uevt	LRp	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
unorm	uc.LRstat	6.69	6.24	19.86	3.27	0.36	3.19
unorm	uc.LRp	0.01	0.01	0.00	0.07	0.55	0.07
unorm	uLL	-171.98	-173.97	-127.49	-284.01	-214.39	-188.30
unorm	rLL	-179.03	-183.48	-131.98	-290.96	-234.81	-203.91
unorm	LRp	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ut	uc.LRstat	9.39	7.91	15.52	2.40	0.10	5.01

ut	uc.LRp	0.00	0.00	0.00	0.12	0.75	0.03
ut	uLL	-159.78	-165.72	-141.81	-275.01	-220.98	-175.90
ut	rLL	-166.55	-175.23	-145.30	-283.97	-242.35	-191.88
ut	LRp	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00

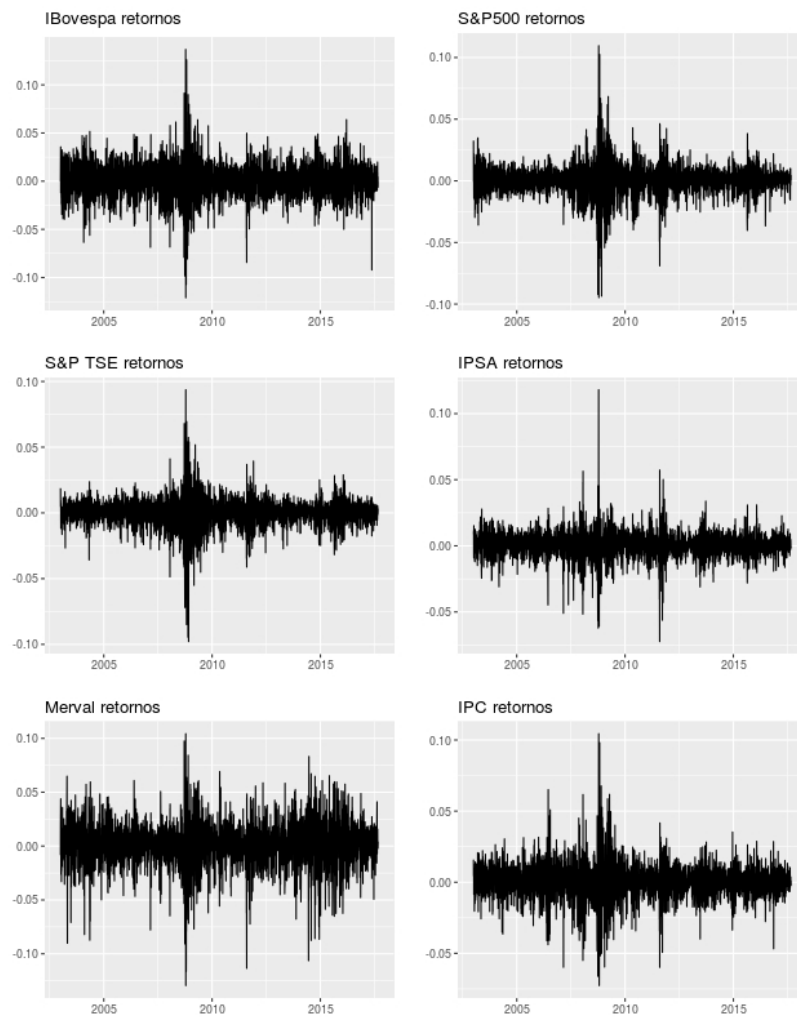


Figure 1: Retornos dos índices do estudo. Período completo entre 01/01/2003 a 30/08/2017.

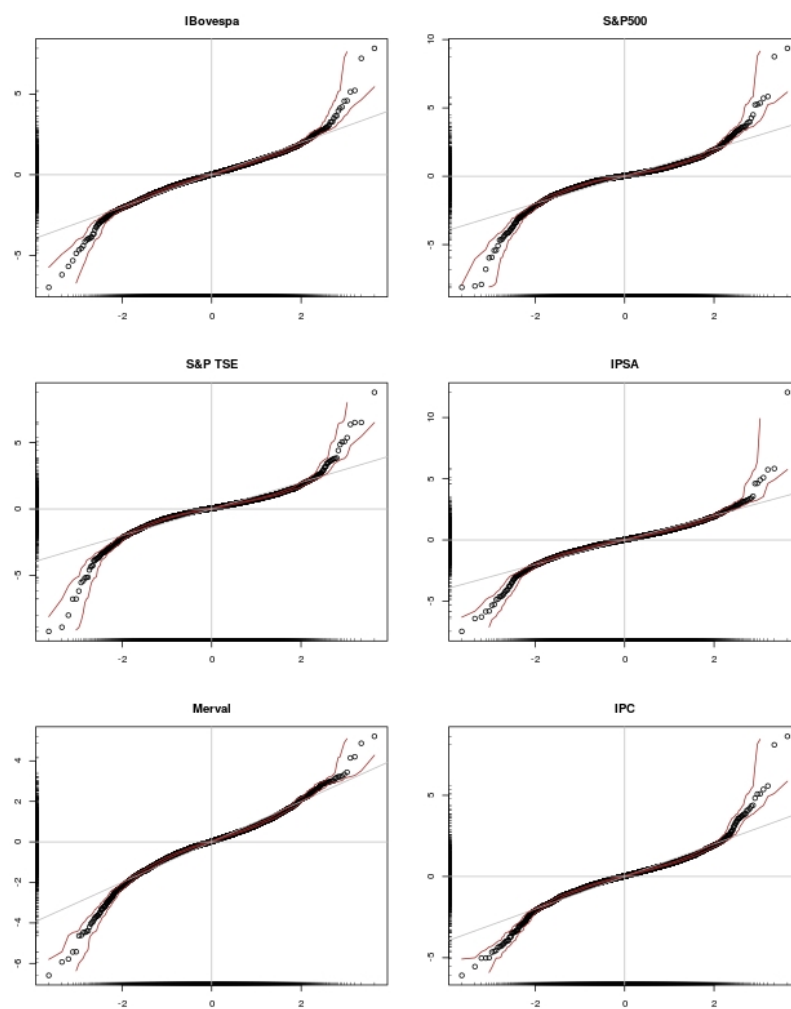


Figure 2: Análise de normalidade dos retornos através de gráficos quantil-quantil.

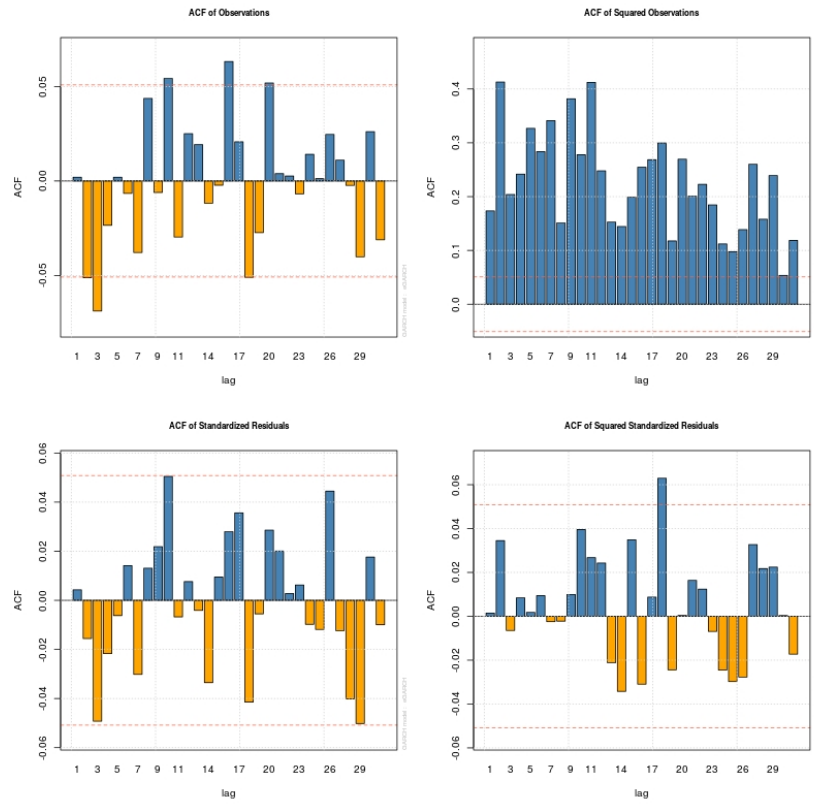


Figure 3: ACF dos retornos observados e seus quadrados, e ACF dos resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra, Ibovespa 01/01/2013 a 31/12/2008.



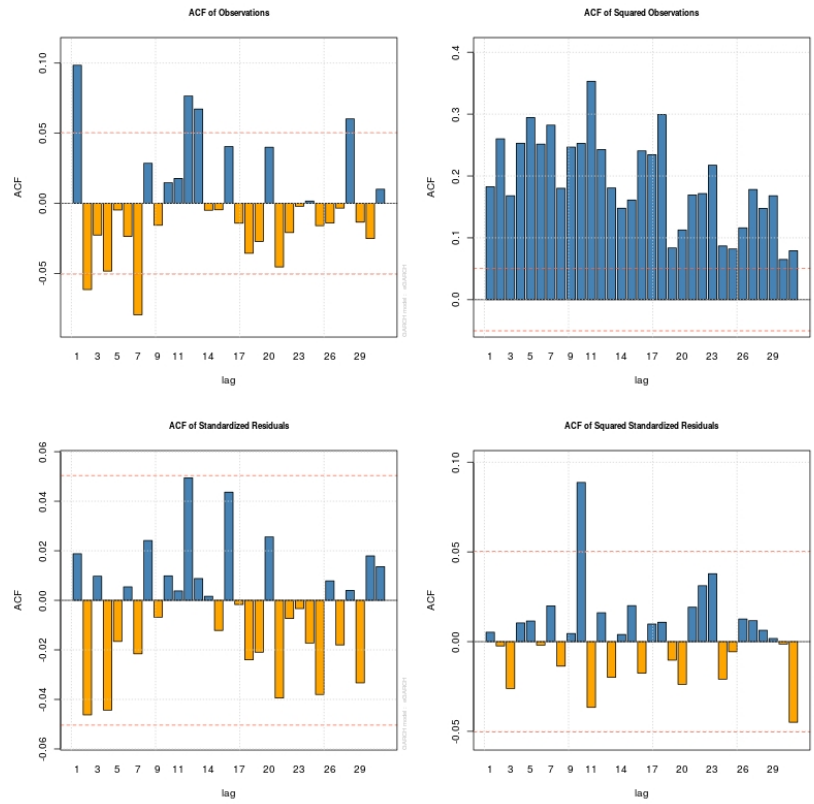


Figure 4: ACF dos retornos observados e seus quadrados, e ACF dos resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra, IPC 01/01/2013 a 31/12/2008.

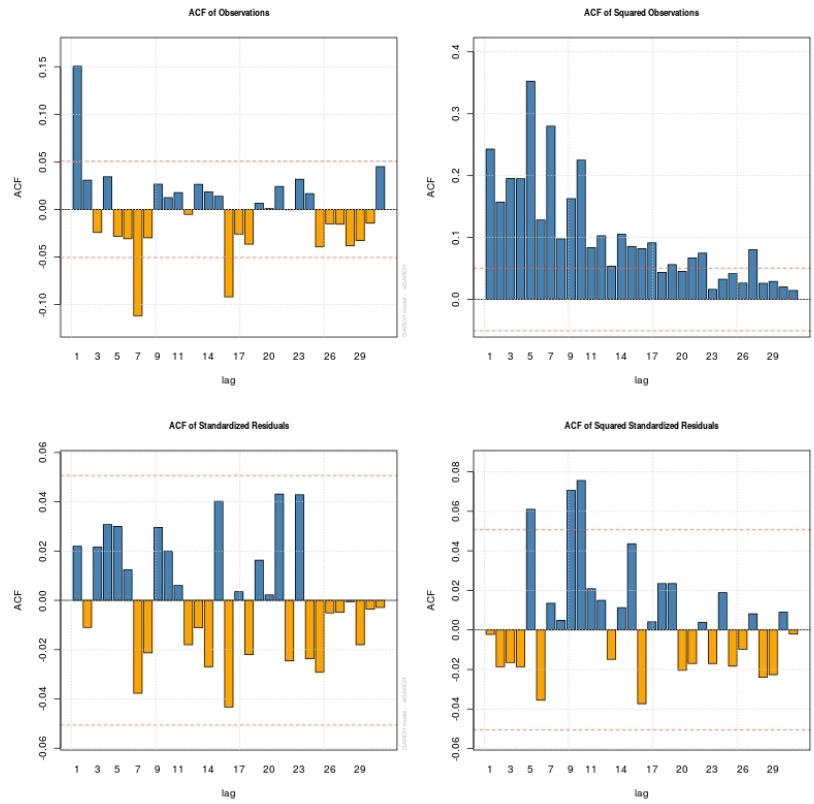


Figure 5: ACF dos retornos observados e seus quadrados, e ACF dos resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra, IPSA 01/01/2013 a 31/12/2008.

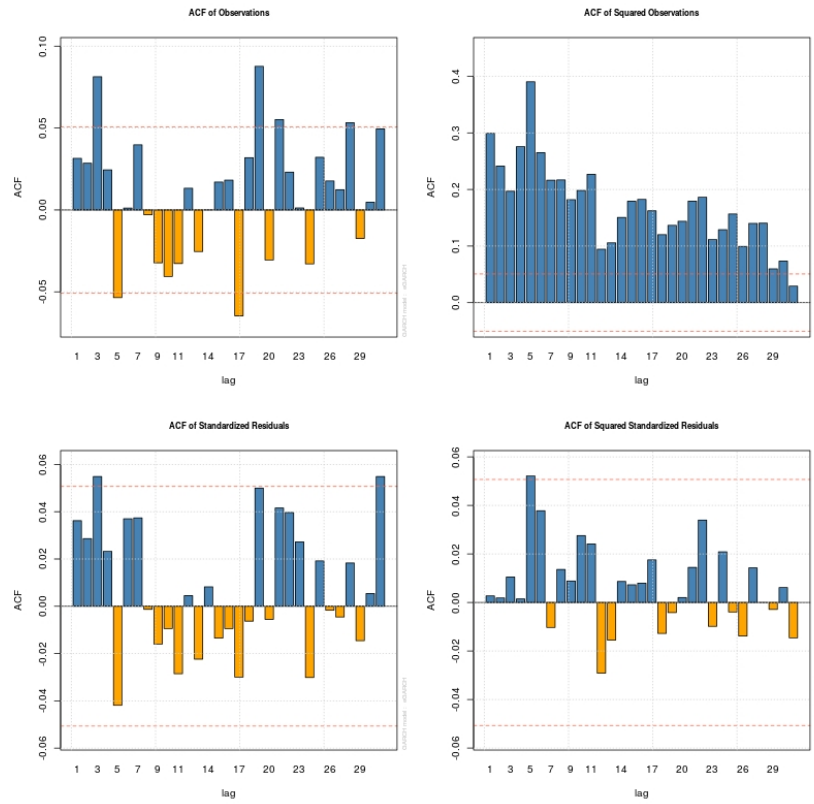


Figure 6: ACF dos retornos observados e seus quadrados, e ACF dos resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra, Merval 01/01/2013 a 31/12/2008.

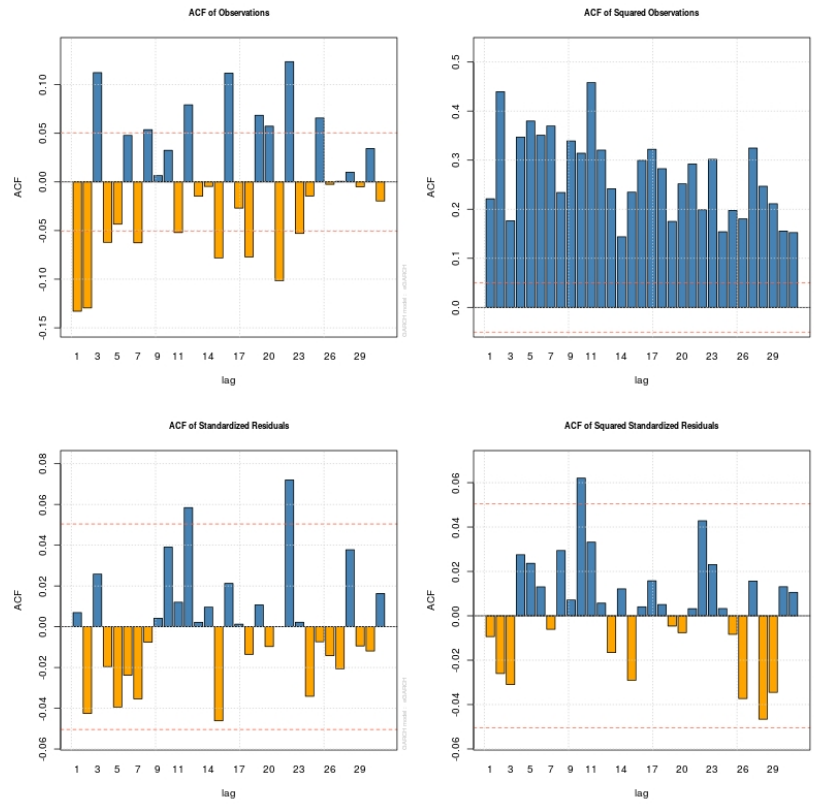


Figure 7: ACF dos retornos observados e seus quadrados, e ACF dos resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra, S&P500 01/01/2013 a 31/12/2008.

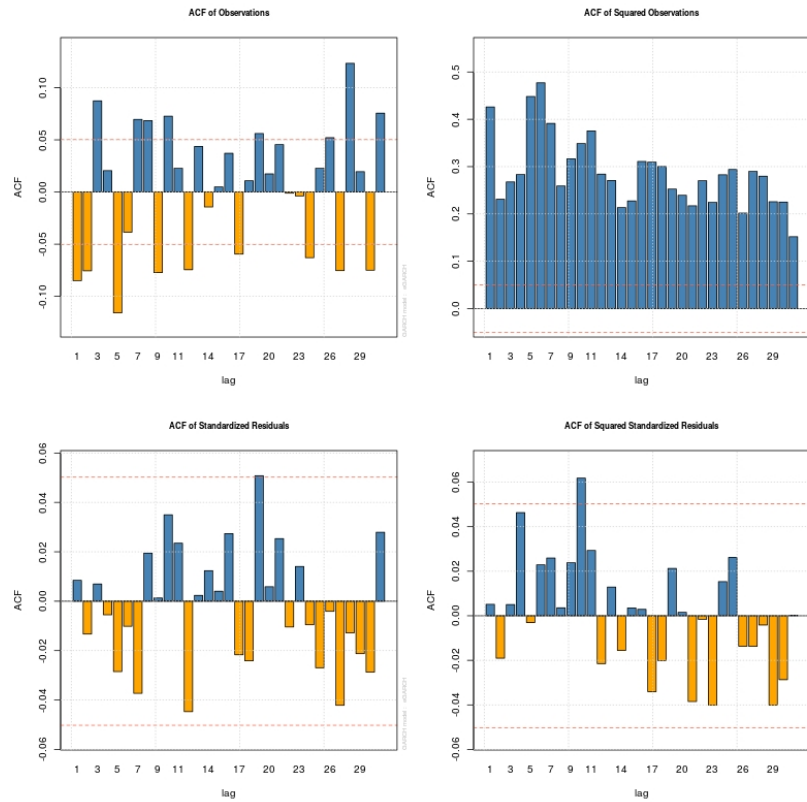


Figure 8: ACF dos retornos observados e seus quadrados, e ACF dos resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra, S&P TSE 01/01/2013 a 31/12/2008.

## 5. Conclusão

### 370 Referências

- Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, 26, 1487–1503.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1997). Thinking Coherently. *RISK*, 10, 68–71.
- 375 Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9, 203–228. doi:10.1111/1467-9965.00068.

- Balkema, A. A., & de Haan, L. (1974). Residual Life Time at Great Age. *The Annals of Probability*, 2, 792–804. doi:10.1214/aop/1176996548.
- on Banking Supervision, B. C. (2011). Basel III: A global regulatory framework  
 380 for more resilient banks and banking systems. URL: <http://www.bis.org/publ/bcbs189.pdf>.
- on Banking Supervision, B. C. (2013). Basel III: The liquidity coverage ratio and  
 liquidity risk monitoring tools. URL: <http://www.bis.org/publ/bcbs238.pdf>.
- 385 on Banking Supervision, B. C. (2014). Basel III: The net stable funding ratio.  
 URL: <http://www.bis.org/bcbs/publ/d295.pdf>.
- Berkowitz, J., & O'Brien, J. (2002). How accurate are value-at-risk models  
 at commercial banks? *The Journal of Finance*, 57, 1093–1111. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/1540-6261.00455>. doi:10.1111/1540-6261.00455.
- 390 Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity.  
*Journal of Econometrics*, 31, 307–327. doi:10.1016/0304-4076(86)90063-1.
- Byström, H. N. (2004). Managing extreme risks in tranquil and volatile markets  
 using conditional extreme value theory. *International Review of Financial  
 Analysis*, 13, 133–152.
- 395 Chavez-Demoulin, V., Embrechts, P., & Hofert, M. (2016). An Extreme Value  
 Approach for Modeling Operational Risk Losses Depending on Covariates.  
*Journal of Risk and Insurance*, 83, 735–776. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/jori.12059>. doi:10.1111/jori.12059.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C., & Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal  
 400 Events for Insurance and Finance*. Springer.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Esti-  
 mates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, 987.  
 doi:10.2307/1912773.

- Engle, R. F., & Ng, V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on  
405 volatility. *The journal of finance*, 48, 1749–1778.
- Fisher, R. A., & Tippett, L. H. C. (1928). Limiting forms of the frequency  
distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceedings of the  
Cambridge Philosophical Society*, 24, 180–190.
- Fisher, T. J., & Gallagher, C. M. (2012). New weighted portmanteau statistics  
410 for time series goodness of fit testing. *Journal of the American Statistical  
Association*, 107, 777–787.
- Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and value-at-risk: Relative  
performance in emerging markets. *International Journal of Forecasting*, 20,  
287–303.
- 415 Gnedenko, B. V. (1941). Limit theorems for the maximal term of a variational  
series. *Comptes Rendus (Doklady) de L’Académie des Sciences de l’URSS*, 32,  
7–9.
- Gnedenko, B. V. (1943). Sur la distribution limite du terme maximum d’une  
série aléatoire. *Annals of Mathematics*, 44, 423–453.
- 420 Gouriéroux, C. (1997). *ARCH Models and Financial Applications*.  
Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer New York.  
URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4612-1860-9>. doi:10.  
1007/978-1-4612-1860-9.
- Herrera, R., & Schipp, B. (2013). Value at risk forecasts by extreme value models  
425 in a conditional duration framework. *Journal of Empirical Finance*, 23, 33–47.  
doi:10.1016/j.jempfin.2013.05.002.
- Karmakar, M., & Paul, S. (2016). Intraday risk management in international  
stock markets: A conditional evt approach. *International Review of Financial  
Analysis*, 44, 34–55.

- 430 Karmakar, M., & Shukla, G. K. (2014). Managing extreme risk in some major  
stock markets: An extreme value approach. *International Review of Economics  
and Finance*, . doi:<https://doi.org/10.1016/j.iref.2014.09.001>.
- Kuester, K., Mittnik, S., & Paoletta, M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A  
comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4,  
435 53–89. URL: <http://dx.doi.org/10.1093/jjfinec/nbj002>. doi:10.1093/  
jjfinec/nbj002.
- Longin, F. M. (2000). From value at risk to stress testing: The  
extreme value approach. *Journal of Banking & Finance*, 24,  
1097 – 1130. URL: [http://www.sciencedirect.com/science/article/  
440 pii/S0378426699000771](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426699000771). doi:[https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(99\)  
00077-1](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(99)00077-1).
- McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for  
heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of  
Empirical Finance*, 7, 271–300. doi:10.1016/s0927-5398(00)00012-8.
- 445 McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management:  
concepts, techniques and tools*. (Revised ed ed.). Princeton University Press.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new  
approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (pp. 347–370).
- O’Brien, J., & Szerszeń, P. J. (2017). An evaluation of bank measures  
450 for market risk before, during and after the financial crisis. *Journal of  
Banking & Finance*, 80, 215 – 234. URL: [http://www.sciencedirect.  
com/science/article/pii/S0378426617300511](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426617300511). doi:[https://doi.org/10.  
1016/j.jbankfin.2017.03.002](https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2017.03.002).
- Pickands, J. (1975). Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *Annals  
455 of Statistics*, 3, 119–131. doi:10.1214/aos/1176343003.
- RiskMetrics (1995). *Technical Document - 3rd Edition*. Technical Report J.P  
Morgan Guaranty Trust Company.



Rocco, M. (2014). EXTREME VALUE THEORY IN FINANCE: A SUR-  
VEY. *Journal of Economic Surveys*, 28, 82–108. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-6419.2012.00744.x>. doi:10.1111/j.1467-6419.  
460 2012.00744.x.

Wong, M. C. S., Cheng, W. Y., & Wong, C. Y. P. (2003). Market risk management  
of banks: implications from the accuracy of value-at-risk forecasts. *Journal of  
Forecasting*, 22, 23–33.