

## Todo list

Percentuais de VaR por Basileia . . . . .	3
Existem penalidades regulatórias para as IF em que seu modelo VaR permite um número maior de perdas do que seria estimado pelo modelo. Verificar onde nos princípios de Basileia . . . . .	3
incluir as diversas literaturas sobre a aplicação da evt ao VaR . . . . .	5
Teste de sign-bias não deu nenhuma rejeicao de H0. Esquecer ou imple- mentar modelos diferentes para cada ativo? . . . . .	30

# Medidas condicionais de risco através da teoria do valor extremo<sup>☆</sup>

Elsevier Inc<sup>a,b</sup>, Rafael Felipe Bressan<sup>a,1,\*</sup>

<sup>a</sup> Avenida Madre Benvenuta, 2007 - Santa Mônica Florianópolis - SC 88035-901

<sup>b</sup> 360 Park Avenue South, New York

---

## Abstract

This template helps you to create a properly formatted L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X manuscript.

*Keywords:* elsarticle.cls, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, Elsevier, template

*2010 MSC:* 00-01, 99-00

---

## 1. Introdução

*A medição do risco de mercado.* ao qual os portfólios dos investidores está sujeito é objeto de devoção de esforços tanto por parte das instituições e investidores em geral como por parte dos reguladores. Instituições financeiras em todo o mundo, de acordo com suas regulações locais e com os princípios de Basileia (Basel Committee on Banking Supervision - BCBS do Banco de Compensações Internacionais - BIS<sup>2</sup>) para aquelas que o seguem (o Brasil é um desses países) são obrigadas a reservar uma parcela de seu capital como provisionamento contra flutuações adversas do mercado em seus portfólios de investimento, como forma de mitigar seu risco de insolvência.

Instituições financeiras - IF - devem manter seu risco de insolvência controlado, e a percepção externa deve ser tal que não haja desconfiança do público em geral com a habilidade da instituição em controlar este risco. Confiança é a palavra

---

<sup>☆</sup>Fully documented templates are available in the elsarticle package on CTAN.

<sup>\*</sup>Corresponding author

Email address: rafael.bressan@edu.udesc.br (Rafael Felipe Bressan)

URL: www.elsevier.com (Elsevier Inc)

<sup>1</sup>Depto. de Economia/Esag/UDESC

<sup>2</sup><http://www.bis.org/bcbs/index.htm?m=3%7C14>

chave destas instituições e portanto, também aos reguladores. Se a confiança  
15 se esvai e a percepção de risco é elevada, rapidamente uma crise de liquidez  
pode surgir, com depositantes sacando seus recursos e outras fontes de *funding*  
também sendo limitadas. Em tal situação, é natural o banco (ou IF em geral)  
buscar o mercado para vender seus ativos e levantar os recursos necessários. É  
nesse momento que uma crise de liquidez pode levar a uma crise de solvência,  
20 não há garantias que no mercado aberto, os ativos do banco serão justamente  
avaliados e arrematados. A crise financeira de 2008 e 2009 ainda está na memória  
dos agentes.

Uma importante característica das séries de retornos financeiros é sua alta  
volatilidade, não constante e tampouco seguindo a distribuição Normal. Assim,  
25 eventos extremos, e neste caso estamos interessados em perdas de grande magni-  
tude, acontecem com uma frequência alta demais para serem descartadas como  
apenas *outliers*, e portanto passaram a atrair a atenção dos participantes do  
mercado, entre eles os investidores e também os reguladores. Estas observações  
induziram uma gama enorme de estudos, práticos e teóricos, voltados a explicar  
30 o comportamento dos retornos de séries financeiras e modelar de forma adequada  
as caudas da distribuição destes retornos. Não somente estes estudos são de  
grande relevância para o gerenciamento de risco nas instituições financeiras,  
como também são obrigatórios segundo o acordo de Basileia, uma vez que este  
requer o cálculo do Valor em Risco - VaR, para então a instituição poder projetar  
35 o seu nível requerido de capital.

De acordo com os princípios de Basileia III, on Banking Supervision (2011,  
2013, 2014), as instituições financeiras supervisionadas pelos Bancos Centrais  
devem manter *buffers* de capital contra riscos de mercado, crédito, liquidez,  
entre outros. Dentro dos riscos de mercado, as duas formas mais usuais de fazer  
40 a quantificação destes são os métodos de Valor em Risco - VaR e o *Expected*  
*Shortfall* - ES. Este último relacionado ao primeiro, sendo definido como o valor  
esperado das perdas que excedem o valor VaR calculado para um determinado  
nível de confiança.

VaR é um quantil alto  $\alpha$  da distribuição de perdas de um ativo ou portfólio

Percentuais  
de VaR por  
Basileia

Existem pe-  
nalidades  
regulatórias  
para as IF  
em que seu

45 em um determinado período de tempo, ao passo que ES é o valor esperado das perdas que excedem VaR, para um mesmo nível de confiança  $\alpha$  e período.

O método VaR para cálculo de risco de mercado ao qual um portfólio está sujeito foi primeiramente introduzido através de RiskMetrics (1995), uma metodologia adotada pelo banco J. P. Morgan. Vem desde então sendo amplamente adotado pela indústria financeira e largamente estudado pela academia.  
50 Inúmeras variantes do modelo foram propostas e continuam sendo utilizadas com o passar dos anos. Para o cálculo do VaR é necessária uma suposição acerca da distribuição dos retornos, e por conseguinte do comportamento da cauda desta.

As variações na metodologia original de estimação do VaR surgem principalmente em função de críticas a abordagem proposta, a qual inclui a suposição de retornos independentes e igualmente distribuídos, covariâncias constantes entre os ativos de um portfólio e a distribuição normal dos retornos.  
55

Por meio de dois artigos Artzner et al. (1997) e Artzner et al. (1999), foi introduzido na literatura o conceito de medida coerente de risco. Para uma medida ser considerada coerente, primeiramente foram introduzidas quatro propriedades cunhadas através de axiomas, as quais estas medidas deveriam possuir, invariância a translação, sub-aditividade, homogeneidade positiva, e monotonicidade.  
60

VaR especificamente não possui a propriedade da sub-aditividade para alguns casos, sendo esta uma das grandes críticas ao VaR. Para contornar este fato, Acerbi & Tasche (2002) propõe o *Expected Shortfall* e comprovam que este é uma medida coerente de risco. Além de ser coerente, o ES possui uma segunda vantagem com relação ao VaR, considerando que o ES nos informa uma medida de tendência central do tamanho das perdas que excedem o valor do quantil  
70 VaR. Ou seja, o VaR nos informa apenas que uma proporção  $\alpha$  das perdas serão menores que a medida, mas nada nos informa se esta perda extraordinária de fato ocorrer. Mesmo sendo criticado e demonstradamente uma medida não coerente de risco, o VaR continua a ser amplamente utilizado, mesmo que agora em conjunto com o ES.

75 *Teoria do valor extremo*. EVT da sigla em inglês, é um ramo da estatística  
que lida diretamente com eventos raros, extremos. Seu objetivo é modelar o  
comportamento assintótico de eventos que se distanciam muito da mediana de  
uma distribuição. Justamente por esta característica, a EVT está sendo utilizada  
para modelar riscos que possuem distribuição com caudas longas, um dos fatos  
80 estilizados bem conhecidos sobre retornos de ativos financeiros.

Ao utilizar a EVT, e mais especificamente o método conhecido como *peaks  
over threshold* – POT, se está interessado em modelar apenas a parte da cauda  
da distribuição das perdas de um ativo financeiro maiores que um determinado  
valor de limiar  $u$ . É da modelagem desta cauda, portanto, que se calculam as  
85 estimativas de risco  $VaR_\alpha$ .

McNeil & Frey (2000) Longin (2000) *stress test* utilizando evt Wong et al.  
(2003) um estudo sobre as implicações da precisão do modelo VaR no gerenci-  
amento do risco de mercado em bancos Berkowitz & O'Brien (2002) precisão  
90 dos modelos em bancos comerciais Byström (2004) Gencay & Selcuk (2004)  
Kuester et al. (2006) comparação entre diversos modelos VaR Herrera & Schipp  
(2013) Rocco (2014) uma revisão sobre o uso da evt em finanças Karmakar &  
Shukla (2014) Chavez-Demoulin et al. (2016) Karmakar & Paul (2016) aplicação  
do modelo evt condicional a retornos intra-diários O'Brien & Szerszeń (2017)  
95 avaliação dos modelos de risco de bancos no pré, durante e pós crise financeira  
de 2008

incluir as di-  
versas liter-  
aturas sobre  
a aplicação  
da evt ao  
VaR

## 2. Modelando caudas e medidas de risco associadas com EVT

Considere uma amostra de uma variável aleatória -  $va$  - cujas observações  
sejam independentes e igualmente distribuídas - *iid*,  $X_i$ , com  $i \in \mathbb{N}$ , que rep-  
100 resentem as perdas financeiras de um determinado ativo, com uma função de  
distribuição - *df* - desconhecida  $F(x) = P(X_i \leq x)$ . Seja  $u$  um valor de limiar a  
partir do qual perdas acima deste valor sejam consideradas extremas. Os valores  
de excesso serão, portanto,  $X_i - u$ .

A EVT está interessada em investigar o comportamento da distribuição dos  
 105 máximos desta *va* dados por  $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$  para vários valores de  $n$  e  
 a medida que  $n \rightarrow \infty$ . A sequência  $M_n$  é chamada de máximos em bloco e foi  
 demonstrado através do conhecido teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko, Fisher  
 & Tippett (1928), Gnedenko (1941, 1943), que a única distribuição para a qual  
 $M_n$  converge com  $n \rightarrow \infty$  é a distribuição de valores extremos generalizada. Se  
 110 esta distribuição de valores extremos generalizada - GEV - for denotada por  
 $H_\xi$ , com  $\xi$  um parâmetro da distribuição, então se diz que  $F \in MDA(H_\xi)$ ,  $F$   
 pertence ao domínio de máxima atração de  $H_\xi$ .

**Definição 1** (GEV). Distribuição de valores extremos generalizada, é definida  
 por sua função densidade de probabilidade - pdf - a qual é dada por:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \xi x)^{-\frac{1}{\xi}}), & \xi \neq 0, \\ \exp(-e^{-x}), & \xi = 0, \end{cases} \quad (1)$$

115 O parâmetro  $\xi$  é conhecido como parâmetro de forma da distribuição e  
 dependendo deste valor tem-se diferentes tipos de distribuição (casos particulares  
 da GEV). Quando  $\xi = 0$  a distribuição resultante é uma Gumbel, quando  $\xi > 0$   
 uma Fréchet surge, e por fim quando  $\xi < 0$  tem-se uma Weibull.

Para as aplicações financeiras não necessitamos calcular a qual  $MDA$  per-  
 120 tencem nossas distribuições contínuas, bastando saber que basicamente todas  
 as distribuições de utilidade prática estão contidas em  $MDA(H_\xi)$  para algum  
 valor de  $\xi$  (McNeil et al., 2015, p. 139).

### 2.1. Excessos acima de um limiar

O método POT para calcular a função de distribuição dos valores que  
 125 excedem um determinado limiar de um conjunto de dados vem sendo empregado  
 no mundo financeiro para ajustar as caudas das distribuições de retornos, ou  
 perdas, dos ativos. Este método é preferido a teoria clássica de valores extremos  
 (e.g. máximos em bloco), pois, desperdiça uma quantidade menor de dados da  
 série original. Qualquer valor que exceda o limiar pré-determinado é considerado

130 na distribuição dos excessos. Esta é definida como.

**Definição 2** (Distribuição dos excessos). Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F$ . A distribuição dos excessos sobre um limiar  $u$  tem a seguinte função de distribuição:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) = \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (2)$$

para  $0 \leq x < x_F - u$ , onde  $x_F \leq \infty$  é o limite direito da distribuição  $F$ .

135 Uma importante distribuição que surge na modelagem dos excessos sobre um limiar é a distribuição generalizada de Pareto – GPD, que segue.

**Definição 3** (GPD). Distribuição de Pareto Generalizada é definida por sua função de distribuição:

$$G_{\xi, \psi}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\psi}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0, \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\psi}\right), & \xi = 0, \end{cases} \quad (3)$$

onde  $\psi > 0$ , e  $x \geq 0$  quando  $\xi \geq 0$  ou  $0 \leq x \leq -\psi/\xi$  quando  $\xi < 0$ .

Os parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  são conhecidos respectivamente como parâmetros de forma e escala da distribuição. A GPD tem papel fundamental na teoria de  
140 valor extremo em função do teorema de Pickands-Balkema-de Haan, Pickands (1975) e Balkema & de Haan (1974), pois estes demonstram que, para um valor suficientemente alto do limiar  $u$ , a distribuição dos excessos  $F_u(x)$  pode ser aproximada por uma GPD  $G_{\xi, \psi}(x)$ .

O que este teorema prova é que para distribuições as quais os máximos em  
145 bloco normalizados convergem para uma GEV (na forma da equação (1)), então a distribuição dos excessos acima de um limiar destas mesmas distribuições convergem para uma GPD, dado um valor de limiar  $u$  adequado. Como para fins práticos basicamente todas as distribuições contínuas de fato estão no  $MDA(H_\xi)$  para algum valor de  $\xi$ , temos que a GPD é a distribuição a ser escolhida para  
150 modelar excessos acima de um limiar.

Ao se fazer esta suposição que a distribuição dos excessos *é igual* a uma GPD, pode-se então, a partir dos dados de perdas, estimar os parâmetros de forma e escala e, portanto, modelar a cauda direita da distribuição de perdas de forma parametrizada com o auxílio da equação (2).

155 Dada a parametrização de uma GPD, é interessante saber o valor esperado desta distribuição, uma vez que esta medida de valor central fornece importante informação sobre a quantidade de risco que se está medindo, assim como a informação de que a própria distribuição foi ajustada aos dados de forma satisfatória.

160 O valor esperado de uma variável aleatória não negativa pode ser computado através da integral de sua cauda,  $P(X > x) = 1 - P(X \leq x)$ . A cauda da GPD é, para  $\xi \neq 0$ ,  $(1 + \xi x/\psi)^{-1/\xi}$ .

Desta forma, o valor esperado de uma GPD,  $G_{\xi,\psi}(x)$ , converge para valores de  $\xi < 1$  e é dado pela seguinte equação:

$$E[G_{\xi,\psi}(X)] = \frac{\psi}{1 - \xi} \quad (4)$$

165 **Definição 4** (função média dos excessos). A função média dos excessos de uma variável aleatória  $X$  com média finita é dada por:

$$e(u) = E(X - u | X > u) \quad (5)$$

Ou seja, a equação (5) representa o valor esperado da função de distribuição dos excessos dada pela Definição 2. Ela representa a média de  $F_u$  como uma função do limiar  $u$ . Por vezes também é conhecida como função média de vida residual (*mean residual life function*).

170 Para uma variável distribuída na forma de uma GPD, o parâmetro de escala é uma função linear em  $u$  dado por  $\psi(u) = \psi + \xi u$ , (Embrechts et al., 1997, Teorema 3.4.13(e)). Utilizando-se deste fato e da equação (4) chegamos ao



cálculo da função média dos excessos para uma GPD, dada por:

$$e(u) = \frac{\psi + \xi u}{1 - \xi} \quad (6)$$

175 onde  $0 \leq u < \infty$  se  $0 \leq \xi < 1$  e  $0 \leq u \leq -\psi/\xi$  se  $\xi < 0$ . É possível observar que de fato a função média dos excessos em uma GPD é linear em  $u$ . Esta é uma característica importante de uma GPD e que pode ser utilizada para auxiliar a escolha de um valor adequado do limiar  $u$  de tal forma que a suposição de convergência  $F_u(x) \rightarrow G_{\xi, \psi}(x)$  seja válida.

180 Assim, quando da análise de uma determinada distribuição de perdas  $F$  e deseja-se ajustar a cauda desta, ou seja, ajustar as perdas acima de um dado valor limiar  $u$  a uma GPD  $G_{\xi, \psi}(x)$  é necessário primeiramente determinar um valor adequado de  $u$  que garanta a suposição de convergência. Um método frequentemente utilizado é o gráfico da função média dos excessos com relação a  
185  $u$ . Analisando este gráfico, escolhe-se o menor valor de  $u$  para o qual a partir deste ponto a relação  $e(u)$  vs  $u$  torna-se linear.

Deseja-se o menor valor de  $u$  para o qual a relação é linear pois, mesmo o método POT implica em grande perda de dados da série temporal, já que apenas os valores acima deste limiar são utilizados para fazer a estimação dos  
190 parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  da GPD. Portanto, existe um *trade-off* na escolha do valor limiar  $u$ , escolhendo um valor muito baixo obtém-se uma boa quantidade de dados para estimar os parâmetros da GPD, mas a própria distribuição resultante não será GPD, uma vez que não estaremos trabalhando na região onde a relação  $e(u)$  vs  $u$  é linear, e portanto os parâmetros estimados serão viesados. Por outro  
195 lado, um valor limiar muito alto impõe o custo de trabalhar com poucos dados para fazer a estimação dos parâmetros da distribuição e por conseguinte, os erros padrões dessas estimativas serão elevados.

Considerando este *trade-off*, uma saída é buscar minimizar o erro quadrado médio - MSE (*mean squared error*) do parâmetro estimado. A medida MSE pode  
200 ser decomposta entre a soma do quadrado do viés com a variância do estimador, idealmente deseja-se ter viés zero e variância mínima. Na impossibilidade de tal

realização, um estimador relativamente eficiente é aquele que possui o menor MSE. Em (McNeil et al., 2015, seção 5.2.5, p. 139) é explorada através de simulação de Monte Carlo esta relação entre a escolha do limiar  $u$  e o MSE do parâmetro  $\xi$  obtido através do método POT e também da própria medida de risco  $VaR_{99\%}$ . Chegam a conclusão que uma escolha de limiar tal que o número de excessos a este fique em torno de 100 observações é o ideal, e mais importante, a partir destas 100 observações o MSE é relativamente robusto, se elevando lentamente a partir de seu valor mínimo.

## 2.2. Estimando o $VaR$

Através da modelagem da cauda da distribuição  $F$  de perdas por uma GPD, é possível calcular a medida de risco  $VaR_\alpha$  em função dos parâmetros da GPD estimada e também fazendo uso da distribuição empírica de  $F$ .

Sob a suposição de convergência a cauda da distribuição  $F$ ,  $\bar{F}(x)$ , para  $x \geq u$  é dada por:

$$\begin{aligned}\bar{F}(x) &= P(X > u)P(X > x|X > u) \\ &= \bar{F}(u)P(X - u > x - u|X > u) \\ &= \bar{F}(u)\bar{F}_u(x - u) \\ &= \bar{F}(u) \left(1 + \xi \frac{x - u}{\psi}\right)^{-1/\xi}\end{aligned}\tag{7}$$

Aqui  $x$  são os valores a serem observados das perdas, e portanto  $x - u$  são as perdas em excesso ao limiar.

A equação (7) efetivamente separou a distribuição  $F$ , ou melhor, sua cauda, em duas partes. A primeira parte, para valores menores que  $u$ , não foi modelado analiticamente e portanto utiliza-se a distribuição empírica das perdas, aqui representada por sua cauda  $\bar{F}(u)$ , que nada mais é que o número observado de excessos de  $u$  sobre o número total de observações da amostra.

A segunda parte é justamente a modelagem através de uma GPD com

parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  dado o limiar  $u$ . Por esta modelagem paramétrica pode-se  
 225 conhecer as probabilidades de cauda para valores de  $x$  maiores que  $u$ .

O quantil  $\alpha$  é a inversa da função distribuição e retorna o valor para o qual  
 um percentual  $\alpha$  de observações da amostra é menor ou igual. Como se está  
 trabalhando com a distribuição de perdas,  $VaR_\alpha$  nada mais é que um quantil  
 alto para o qual  $\alpha\%$  das perdas devem ser menores ou iguais a este valor.

230 Como a equação (7) fornece a probabilidade de cauda, então esta é igual a  
 $1 - \alpha$  para um valor de  $\alpha \geq \bar{F}(u)$ . O valor  $1 - \alpha$  é conhecido como a cobertura da  
 medida de risco. Fazendo  $\bar{F}(x) = 1 - \alpha$  na equação (7) o valor de  $x$  representará  
 $VaR_\alpha$  e basta manipular esta equação para encontrar  $VaR_\alpha$  como função de  
 $\bar{F}(u)$ ,  $\alpha$  e dos parâmetros da GPD  $\xi$  e  $\psi$ . Que garante a equação abaixo:

$$VaR_\alpha = q_\alpha(F) = u + \frac{\psi}{\xi} \left[ \left( \frac{1 - \alpha}{\bar{F}(u)} \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (8)$$

235 Portanto, a medida de risco  $VaR_\alpha$ , para distribuições de perdas que tiveram  
 suas caudas modeladas através de uma GPD da forma  $G_{\xi, \psi(u)}$  com  $\xi < 1$  e  $\psi > 0$ ,  
 pode ser calculada através da equação dada em (8). A estimativa desta medida  
 de risco será encontrada através das estimativas dos parâmetros da GPD, assim  
 como do limiar utilizado e de uma medida empírica de  $\bar{F}(u)$  que será o número  
 240 de excessos verificados sobre o total de amostras. É claro que, ao se adotar esta  
 estimativa para  $\bar{F}(u)$  se está implicitamente supondo que o número de amostras  
 na série de perdas é significativa, assim como o número de excessos verificados.  
 Daí a importância de se utilizar um valor  $u$  adequado, conforme explicitado na  
 seção 2.1.

245 A estimativa de medida de risco desenvolvida nesta seção se qualifica como  
 uma medida incondicional, no sentido que ela não depende do estado atual das  
 coisas, mas sim de todo o histórico de eventos de forma uniforme. Em outras  
 palavras,  $VaR_\alpha$  derivado a partir da equação (8) é uma medida histórica de  
 risco associado ao ativo em análise, entretanto, não leva em consideração se  
 250 nos eventos mais recentes a volatilidade das perdas pode ser diferente do valor  
 histórico.

De fato, uma das características marcantes das perdas (ou equivalentemente, dos retornos) dos ativos financeiros é o chamado *clustering* de volatilidade, onde grandes volatilidades têm tendência a ficarem próximas ao longo da linha temporal. Em geral estes agrupamentos de volatilidades surgem a partir da autocorrelação destas, ou seja, a volatilidade em um período  $t$  é dependente das volatilidades verificadas em períodos anteriores. Um modelo bastante encontrado na literatura que busca modelar estas dependências é o modelo ARCH e suas variantes como GARCH, propostos por Engle (1982) e Bollerslev (1986) respectivamente.

Assim, ao passo que as estimativas de risco desenvolvidas nesta seção são valiosas para prazos mais longos, ainda é necessário desenvolver um modelo que lide com o fato das autocorrelações de volatilidades das perdas e, portanto, com o fato de a distribuição das perdas não ser independente e igualmente distribuída ao longo do tempo. O modelo proposto por McNeil & Frey (2000) pode ser utilizado para encontrar a medida de risco  $VaR_\alpha$  condicional que se deseja, ainda dentro da metodologia POT.

### 2.3. Modelo eGARCH-POT

Ativos financeiros possuem características de autocorrelação, senão em seus retornos propriamente ditos, ao menos em suas volatilidades ou variações absolutas. Ou seja, dada uma grande variação no momento  $t$  é de se esperar novamente uma grande variação, não necessariamente na mesma direção daquela anterior, para o momento  $t+1$  e posteriores. Desta forma, medidas de risco incondicionais, conforme aquelas derivadas em 2 podem ser adequadas somente para horizontes temporais mais longos, pois implicitamente tomam em consideração os fatos mais recentes com o mesmo valor de predição que fatos mais longínquos.

Assim, pode-se trabalhar com um modelo semelhante ao proposto por McNeil & Frey (2000) os quais fazem uma adequação dos retornos dos ativos a um modelo GARCH e posteriormente tratam os erros desta modelagem como *iid* e portanto, a metodologia de POT pode ser aplicada. Este modelo pode ser entendido como um modelo condicional para medidas de risco pois, efetivamente,

é levado em conta o estado atual da previsão para a média e principalmente para a volatilidade ao se calcular o  $Var_{\alpha}$ . Desta forma a medida responde rapidamente às variações nos humores do mercado e pode sinalizar de forma ágil  
285 uma inadequação de capital reservado pela instituição financeira.

Além desta vantagem de cunho prático, a técnica possui uma atratividade teórica. O método POT deve ser aplicado a séries *iid* que sabidamente não é o caso de perdas de ativos financeiros. Ao se utilizar a técnica POT nos resíduos padronizados de um modelo GARCH das perdas, o que se está realizando é uma  
290 pré-filtragem destas perdas que garante, ou chega próximo disto, que os resíduos deste modelo sejam *iid* e portanto, aplicável a teoria de valor extremo.

Primeiramente, neste artigo, diferentemente de McNeil & Frey (2000) ou Karmakar & Shukla (2014), foi estabelecido um mesmo modelo eGARCH para as perdas dos ativos subjacentes. Esta variação de GARCH foi proposta por  
295 Nelson (1991) e busca, além de modelar a heterocedasticidade condicional da variância, também o chamado efeito alavancagem, onde retornos positivos e negativos possuem impactos diferenciados na volatilidade do ativo. O modelo adotado foi o eGARCH(2,1) e sua variância condicional é definida por:

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^2 (\alpha_i Z_{t-i} + \gamma_i (|Z_{t-i}| - E|Z_{t-i}|)) + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 \quad (9)$$

onde os coeficientes  $\alpha_i$  capturam o efeito do sinal do erro, enquanto que os  
300 parâmetros  $\gamma_i$  o efeito magnitude destes erros. O coeficiente  $\beta_1$  continua a ser o chamado coeficiente garch.

Denotando  $L_t$  como sendo a perda observada no período  $t$ ,  $\mu_t$  e  $\sigma_t$  são respectivamente a média e o desvio padrão condicionais, e seja  $Z_t$  inovações *iid* com média zero e desvio padrão unitário, então tem-se que:

$$L_t = \mu_t + \sigma_t Z_t \quad (10)$$

305 Seja  $F_L(l)$  a distribuição marginal de  $L_t$ , então  $F_{L_{t+1}}|\mathcal{G}_t(l)$  é a distribuição

preditiva da perda para o próximo período, onde  $\mathcal{G}_t$  é o conjunto de informações disponíveis no período  $t$ , incluindo-o. Portanto, para o cálculo de  $VaR_\alpha$ , se deseja encontrar o alfa-quantil na cauda de  $F_{L_{t+1}}|\mathcal{G}_t(l)$ . Este quantil  $\alpha$  é o ínfimo  $l$  tal que o valor da distribuição preditiva seja maior ou igual a  $\alpha$ . Ou seja:

$$VaR_\alpha^t = \inf\{l \in \mathbb{R} : F_{L_{t+1}}(l) \geq \alpha\} \quad (11)$$

310      Veja, este é o preditor de  $VaR_\alpha$  calculado com as informações até o período  $t$ , inclusive. Este valor calculado deve ser comparado a perda realizada em  $t+1$ , para testar uma possível violação. Considerando que a distribuição de perdas é dada pela equação (10) e sabendo das propriedades de variáveis aleatórias e do operador de expectância, a expressão de  $VaR_\alpha^t$  subsume a:

$$VaR_\alpha^t = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} z_\alpha \quad (12)$$

315      onde  $z_\alpha$  é o quantil  $\alpha$  das inovações  $Z_t$ .

Dadas estas considerações, o modelo adotado segue um formato em dois estágios para ser implementado, como segue.

- Ajustar um modelo eGARCH para os dados de perdas, sem fazer suposições sobre a distribuição de  $Z$ . Deste modelo retira-se as estimativas de  $\mu_{t+1}$  e  
320       $\sigma_{t+1}$  e calcula-se as inovações implícitas resultantes, através da equação (10).
- Ao se considerar os resíduos padronizados como sendo as realizações da variável aleatória  $Z$ , esta pode ter sua cauda ajustada a uma GPD utilizando-se o método descrito na seção 2. Encontra-se por fim o valor de  $z_\alpha$ , com o  
325      qual é finalizado o cálculo  $VaR_\alpha$  através da equação dada em (12) para os valores de  $\alpha$  iguais a 0,975 e 0,99.

Agora é necessário escolher um processo que modele a série temporal dada

em (10), ou seja, precisa-se especificar o comportamento de  $\mu_t$  e  $\sigma_t$ . Por suposição, o comportamento destas variáveis é dependente de acontecimentos  
 330 passados, contidos no conjunto de informações  $\mathcal{G}_{t-1}$ . Pode-se estipular um modelo eGARCH(2,1) para a volatilidade condicional e um simples AR(1) para a média condicional. A ordem destes modelos foi escolhida como uma forma de compromisso entre parcimônia e o melhor ajuste dentre diversos outros modelos e ordens para os 6 ativos sob análise. Estes modelos eGARCH(2,1) e AR(1) para  
 335 as volatilidades e médias condicionais respectivamente foram aqueles que, de forma geral, se ajustaram mais adequadamente as séries dadas.

Como critérios para a escolha deste modelo de filtro no primeiro estágio, deseja-se que as inovações  $Z_t$ , através de suas realizações na forma dos resíduos padronizados estimados no modelo possuam 2 características, ausência de  
 340 autocorrelação serial em seus valores e nos seus quadrados.

Visando aplicar a teoria do valor extremo para o cálculo de  $VaR_\alpha$ , não são feitas maiores suposições acerca da distribuição das inovações, mas está implícito que esta pertence ao *MDA* de uma *GEV* e portanto a distribuição de seus excessos sobre um limiar segue aproximadamente uma *GPD*.

345 O modelo completo para a medida condicional de risco  $VaR_\alpha$  dada a distribuição de perdas  $L_t$  de um ativo será, portanto:

$$L_t = \mu + \phi_1 L_{t-1} + \epsilon_t \quad (13)$$

$$\epsilon_t = \sigma_t Z_t \quad (14)$$

$$\ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^2 (\alpha_i Z_{t-i} + \gamma_i (|Z_{t-i}| - E|Z_{t-i}|)) + \beta_1 \ln \sigma_{t-1}^2 \quad (15)$$

$$Z_t \sim \mathcal{D}(0, 1) \text{ e } \mathcal{D} \in MDA(H_\xi) \quad (16)$$

com a equação (12) fornecendo o valor de  $VaR_\alpha$ , quando utilizada em conjunto com aquela dada por (8).

Este modelo é ajustado em seu primeiro estágio utilizando-se máxima-  
 350 verossimilhança com uma distribuição normal para as inovações  $Z_t$ , mesmo

sabendo que esta distribuição não é a mais adequada. Especificamente com relação a massa das caudas, a normal, mesmo em um modelo GARCH, ainda produz pouca curtose nos resíduos padronizados. Entretanto, é demonstrado, (Gouriéroux, 1997, Capítulo 4), que é possível obter estimadores consistentes e  
 355 assintoticamente normais a partir desta técnica, devendo apenas os erros padrões serem corrigidos para a obtenção de valores robustos a má especificação do modelo.

Uma vez obtidos os resíduos padronizados do modelo eGARCH,  $\hat{Z}_t$ , aplica-se a estes a teoria do valor extremo descrita em 2.2 para se obter o quantil de interesse  
 360  $z_\alpha$ . Para tanto, considerando a definição da  $df$  de uma GPD dada na equação (3) e denotando sua  $pdf$  por  $g_{\xi,\psi}$ , a função logarítmica de verossimilhança, que deve ser maximizada para a obtenção dos parâmetros  $\xi$  e  $\psi$  é:

$$\begin{aligned} \ln L(\xi, \psi; Z_j^u) &= \sum_{j=1}^{N_u} \ln g_{\xi,\psi}(Z_j^u) \\ &= -N_u \ln \psi - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \sum_{j=1}^{N_u} \ln \left(1 + \xi \frac{Z_j^u}{\psi}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

onde  $N_u$  é o número de excessos acima do valor de limiar escolhido e  $Z_j^u$  são as inovações em excesso, de acordo com a EVT que exige as perdas em excesso ao  
 365 limiar. O quantil obtido,  $z_\alpha$  é aquele derivado de forma semi-paramétrica a partir da teoria EVT *para os resíduos padronizados*, que são tratados como realizações das inovações  $Z_t$  e portanto, ainda deve ser escalado e deslocado através da equação (12) para a obtenção da medida de risco de verdadeiro interesse,  $VarR_\alpha$ .

### 3. Dados utilizados e estatísticas descritivas

370 Neste trabalho serão analisadas as séries de retornos (e perdas) de seis principais índices de ações das Américas, Ibovespa para o Brasil, IPC do México, IPSA no Chile, Merval da Argentina, S&P TSE para o Canadá e S&P500 dos Estados Unidos. Os retornos coletados foram entre as datas de 01/01/2003 a



31/12/2008 para o período considerado dentro da amostra, no qual são feitas  
375 algumas análises preliminares. O período fora da amostra, de onde são retirados  
os resultados de *backtesting* se estende de 01/01/2009 a 30/08/2017. Em dias  
sem negociação nos mercados, os períodos iniciam-se na data útil seguinte e  
terminam em data útil imediatamente anterior.

A tabela 1 apresenta algumas das estatísticas descritivas mais importantes  
380 para as séries de *retornos* dos ativos no período completo, dentro e fora da  
amostra. É possível verificar que os retornos não podem ser considerados  
normais, com a estatística de Jarque-Bera rejeitando a hipótese nula e com o  
alto grau de curtose em excesso verificado para todos os mercados analisados.

Também é possível verificar alguma autocorrelação serial entre os retornos  
385 através da estatística  $Q(10)$  de Ljung-Box, calculadas com auxílio da metodologia  
dada por Fisher & Gallagher (2012). Entretanto, esta mesma correlação serial  
é muito mais significativa nos quadrados dos retornos, de acordo com os fatos  
estilizados de séries financeiras já conhecidos, vide Cont (2001).

Table 1: Estatísticas descritivas dos retornos (amostra completa de 01/01/2003 a 30/08/2017).

Descritivas	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Média	0.00050	0.00058	0.00045	0.00106	0.00022	0.00028
Mediana	0.00095	0.00093	0.00063	0.00149	0.00074	0.00066
Máximo	0.13677	0.10441	0.11803	0.10432	0.09370	0.10957
Mínimo	-0.12096	-0.07266	-0.07236	-0.12952	-0.09788	-0.09470
Desvp	0.01739	0.01203	0.00976	0.01981	0.01064	0.01168
Assimetria	-0.08670	0.03784	-0.01775	-0.48666	-0.71699	-0.33132
Curtose exc.	4.90756	6.58809	10.63489	3.63347	11.84413	11.61430
Jarque-Bera	3655.76824	6666.52444	17262.83228	2125.37846	21949.89333	20846.77985
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Q(10)	16.27860	42.80163	111.10837	13.32940	30.28797	59.66372
	0.00278	0.00000	0.00000	0.01350	0.00000	0.00000
$Q^2(10)$	1299.67247	1012.31695	919.76012	752.94283	2384.89328	1907.90243
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
N.obs	3632.00000	3680.00000	3658.00000	3598.00000	3696.00000	3692.00000

Na figura 1 é possível visualizar as séries de retornos logarítmicos em estudo.

390 Por inspeção visual simples é possível verificar a heterocedasticidade destes retornos, corroborando as estatísticas encontradas na tabela 1. A figura 2 é mais interessante para se apreciar a normalidade destes retornos. Tratam-se de gráficos quantil-quantil feitos entre a amostra completa dos retornos e uma curva normal de referência. Caso as séries, e por conseguinte suas amostras, fossem  
395 normalmente distribuídas, os pontos deste gráfico estariam todos sobre a reta de referência, o que não é verificado em nenhuma destas. Para todas as séries é observado um desvio da normalidade nas caudas, configurando distribuições leptocúrticas em todos os casos.

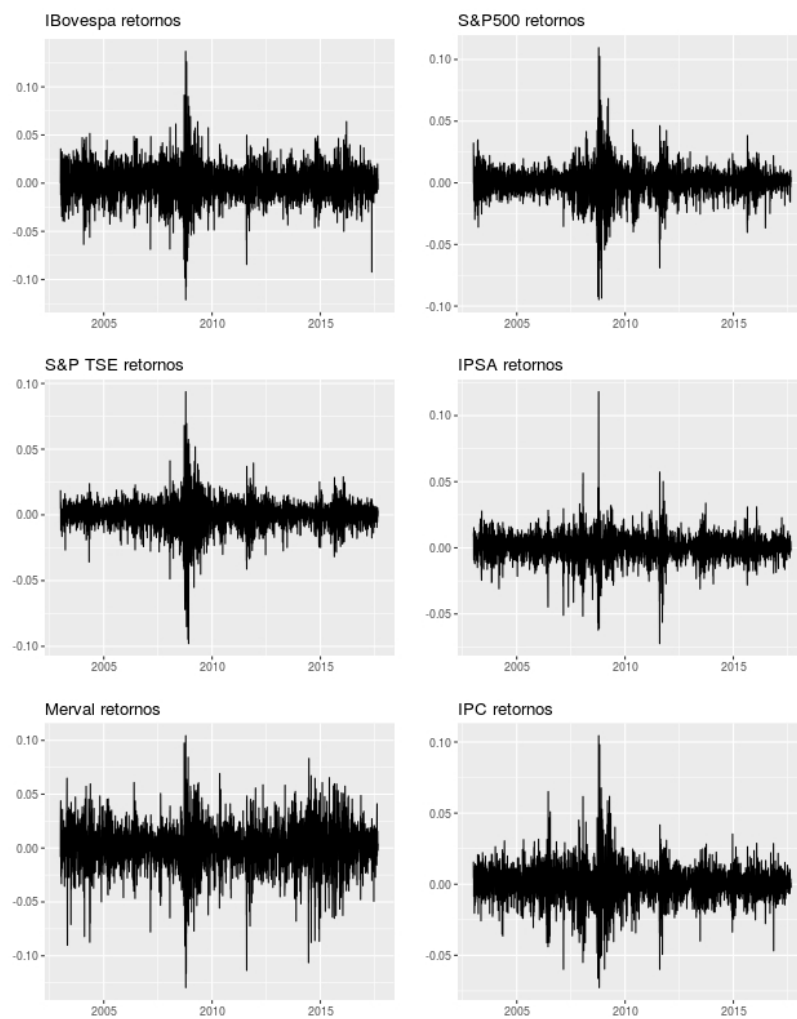


Figure 1: Retornos dos índices do estudo. Período completo entre 01/01/2003 a 30/08/2017.

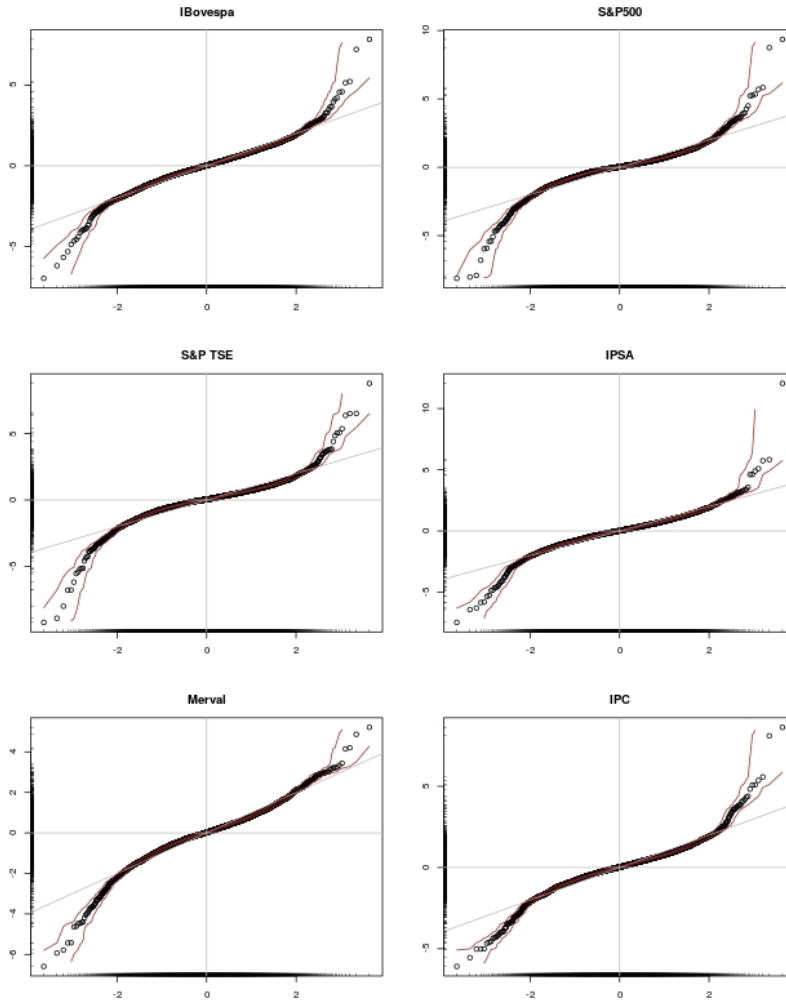


Figure 2: Análise de normalidade dos retornos através de gráficos quantil-quantil.

### 3.1. Filtro eGARCH

400 Voltando-se para o período dentro da amostra, o filtro proposto eGARCH(2,1) foi aplicado a estas séries, agora nas perdas que nada mais são que os retornos com o sinal trocado, e seus coeficientes estimados conforme a tabela 2. Os valores  $p$  de cada um destes coeficientes estão apresentados entre parênteses e foram calculados com base em erros-padrão robustos, de acordo com White (1982).

405 Como era de se esperar, nem todos os coeficientes estimados são significativos

ao nível de confiança de 5% (alguns nem mesmo a 10%), o que não invalida o modelo, sendo que para alguns índices específicos talvez fosse possível encontrar outro modelo GARCH mais adequado. A principal função do modelo eGARCH neste primeiro estágio, deve ser lembrado, é a filtragem da série de perdas, de modo que os resíduos padronizados resultantes não sejam autocorrelacionados e tampouco possuam heterocedasticidade. E neste ponto o modelo eGARCH(2,1) se saiu muito bem para todas as séries, conforme demonstrado através dos gráficos de autocorrelação nas figuras 3 a 7.

Table 2: Parâmetros estimados do modelo eGARCH. Valores p apresentados de acordo com erros padrão robustos. (amostra de trabalho entre 01/01/2003 a 31/12/2008 ).

Parâmetros	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
$\mu$	-0.00104 (0.00616)	-0.00084 (0.00102)	-0.00077 (0.00296)	-0.00079 (0.00181)	-0.00054 (0.00004)	-0.00013 (0.41963)
$\phi_1$	-0.00160 (0.93768)	0.06590 (0.00112)	0.18028 (0.00000)	-0.00235 (0.19700)	-0.01647 (0.64014)	-0.10160 (0.00000)
$\omega$	-0.30206 (0.00000)	-0.31210 (0.00000)	-0.46252 (0.00002)	-0.72657 (0.48937)	-0.07680 (0.00000)	-0.14485 (0.00000)
$\alpha_1$	0.26221 (0.00000)	0.19674 (0.00000)	0.15953 (0.00038)	0.09108 (0.25260)	0.13326 (0.00000)	0.17601 (0.00001)
$\alpha_2$	-0.15613 (0.00000)	-0.07566 (0.04774)	-0.08164 (0.03776)	-0.02310 (0.84697)	-0.08771 (0.00001)	-0.07410 (0.06315)
$\beta_1$	0.96259 (0.00000)	0.96444 (0.00000)	0.95080 (0.00000)	0.90939 (0.00000)	0.99150 (0.00000)	0.98427 (0.00000)
$\gamma_1$	-0.14167 (0.03516)	0.05800 (0.40915)	0.33726 (0.00000)	0.06958 (0.68132)	0.09419 (0.05824)	-0.16073 (0.00000)
$\gamma_2$	0.26916 (0.00015)	0.10179 (0.19510)	-0.02009 (0.72923)	0.17946 (0.04203)	0.02824 (0.60813)	0.27486 (0.00000)

Para trabalhar com o  $VaR$  em seus quantis altos e portanto, modelar a cauda direita da distribuição, passa-se a trabalhar com a distribuição das perdas dos ativos, como alertado anteriormente. Os gráficos ACF são para as distribuições

de perdas e seus quadrados na parte superior, e na parte inferior os correlogramas são apresentados para os resíduos padronizados e seus quadrados oriundos do modelo eGARCH. Através destes gráficos fica bastante evidente como a filtragem  
 420 foi bem sucedida em retirar a autocorrelação encontrada originalmente nas perdas, especialmente em seus quadrados, que demonstra claramente a natureza heterocedástica das séries sob análise.

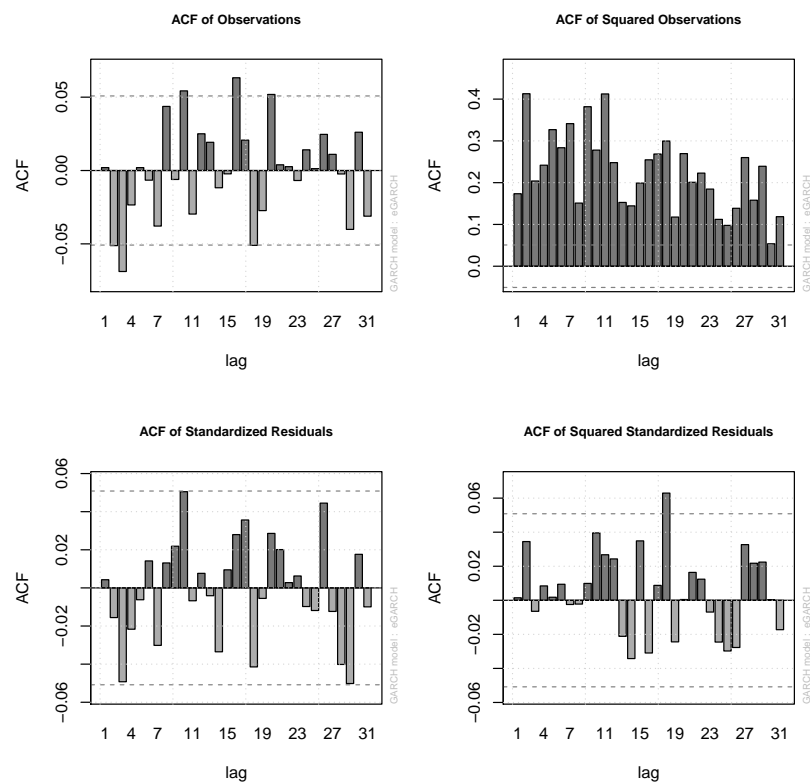


Figure 3: Ibovespa. Na parte superior está o ACF das perdas observadas e seus quadrados, enquanto que na parte inferior os resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra 01/01/2013 a 31/12/2008.

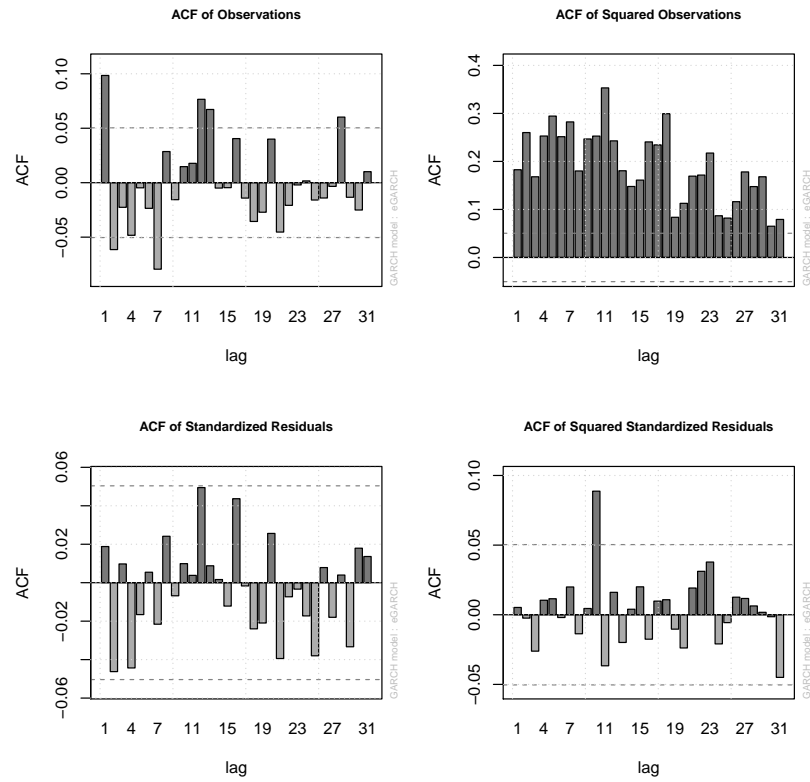


Figure 4: IPC. Na parte superior está o ACF das perdas observadas e seus quadrados, enquanto que na parte inferior os resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra 01/01/2013 a 31/12/2008.

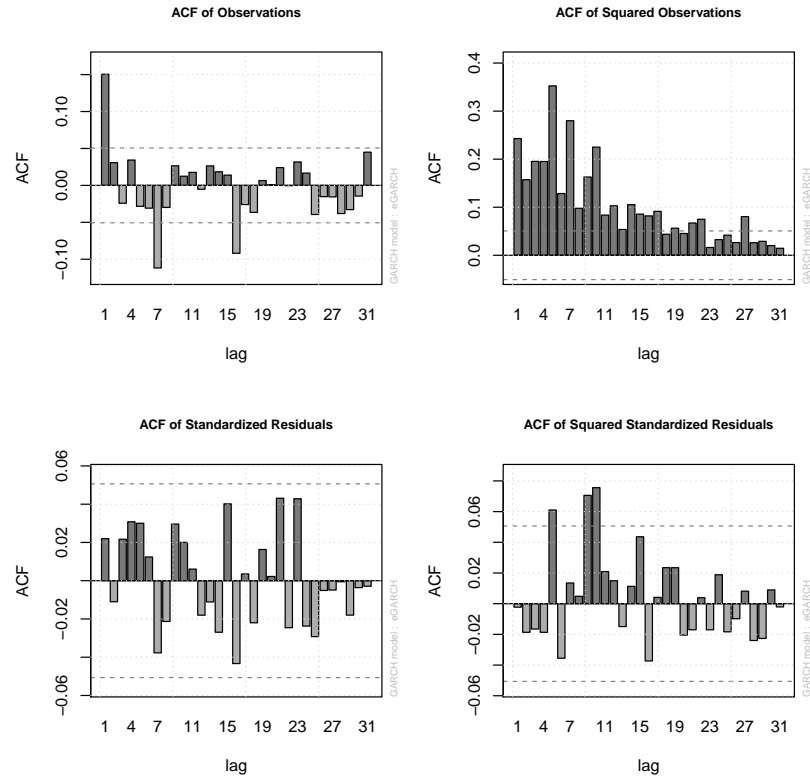


Figure 5: IPSA. Na parte superior está o ACF das perdas observadas e seus quadrados, enquanto que na parte inferior os resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra 01/01/2013 a 31/12/2008.



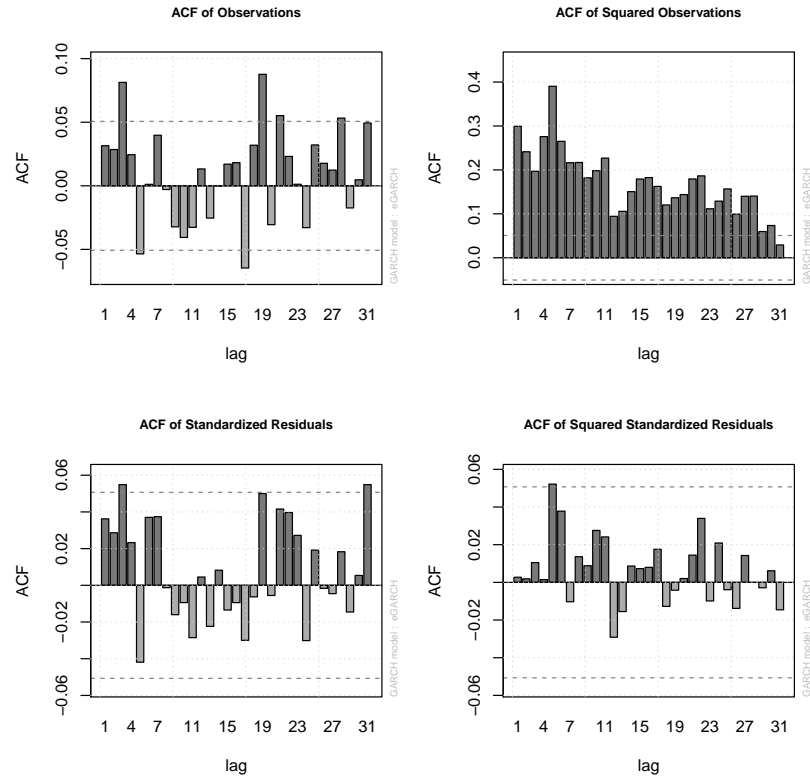


Figure 6: Merval. Na parte superior está o ACF das perdas observadas e seus quadrados, enquanto que na parte inferior os resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra 01/01/2013 a 31/12/2008.

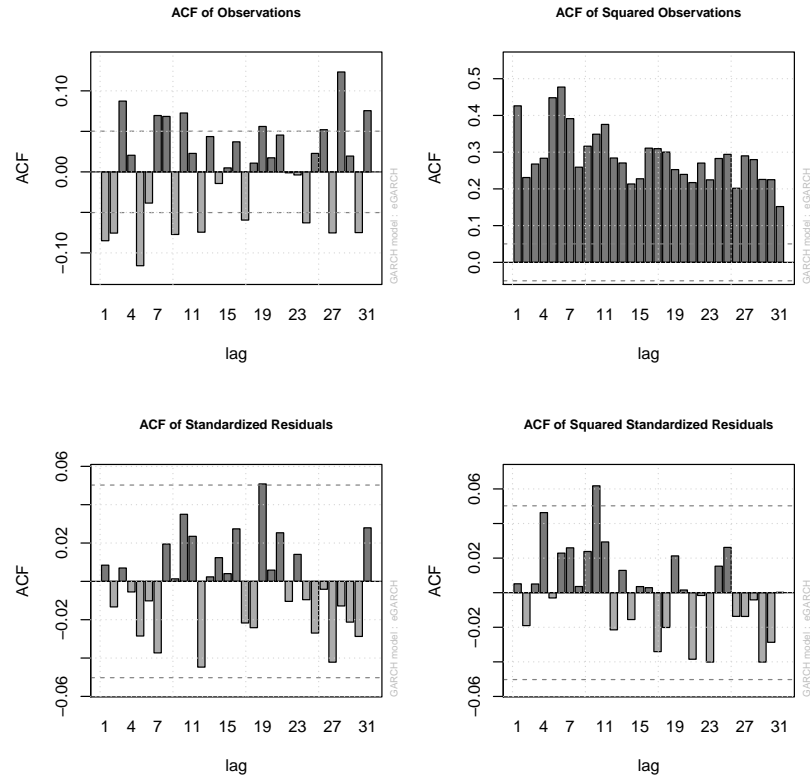


Figure 7: S&P TSE. Na parte superior está o ACF das perdas observadas e seus quadrados, enquanto que na parte inferior os resíduos padronizados e seus quadrados após a modelagem eGARCH. Período dentro da amostra 01/01/2013 a 31/12/2008.



Table 3: Estatísticas de diagnóstico para o modelo eGARCH. (Período dentro da amostra entre 01/01/2003 a 31/12/2008 ).

Estatística	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Curtose exc.	0.72736	1.09088	0.56202	3.26523	1.05074	1.50274
Jarque-Bera	49.43553	110.65485	34.73272	745.13236	140.05923	215.01842
	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Q(10)	5.06865	6.51735	4.76927	10.79627	2.48361	6.62423
	0.49583	0.30402	0.54183	0.04803	0.88760	0.29223
$Q^2(10)$	2.06331	2.65357	7.97627	3.96258	4.45027	4.68137
	0.93212	0.86672	0.17130	0.67110	0.59236	0.55562
Sign-bias	1.42255	0.01692	1.14179	0.39020	0.48399	0.34565
	0.15508	0.98650	0.25373	0.69645	0.62847	0.72966

Sendo assim, com retornos padronizados que não são normalmente distribuídos e possuem cauda longas com excesso de curtose, mas que após filtragem não apresentam mais autocorrelação ou heterocedasticidade, pode-se passar ao  
435 segundo estágio do model eGARCH-POT, ou seja, aplicar a teoria do valor extremo através do método *peaks over threshold* para parametrizar a cauda direita das distribuições de perdas dos ativos.

### 3.2. Método POT

Os resíduos padronizados são tratados como as realizações do processo de  
440 inovação no modelo eGARCH(2,1). Estas inovações serão então analisadas sob a ótica da EVT para a obtenção dos parâmetros da GPD que definem a cauda direita de sua distribuição.

Para tanto, deve ser estabelecido um limiar  $u$  adequado para cada uma das séries, de modo que seja satisfeito o teorema de Pickands-Balkema-de Haan.  
445 Este valor de limiar será diferente para cada série e sua escolha deve seguir os princípios delineados na seção 2.1 através da função média dos excessos. Entretanto, considerando o *trade-off* existente entre o viés e a variância dos parâmetros estimados da GPD com relação a escolha do valor deste limiar,

pode-se abordar o problema desta escolha de outra forma.

450 Neste artigo foi utilizado o quantil empírico a 92% para a escolha do valor do limiar. Conforme visto anteriormente, um valor de limiar que resulte em um número de excessos observados a este limiar ( $N_u$ ) entre 100 e 130 parece ser o limiar ótimo a ser escolhido. Considerando o tamanho da janela de dados dentro da amostra para os índices sob análise, este quantil resulta em número  
455 de excessos nesta magnitude.

A escolha do limiar através de um quantil empírico fixo também é mais adequada considerando-se que para a fase de *backtesting* do modelo é necessário reavaliar o valo deste limiar para cada dia dentro do período fora da amostra, o que se tornaria inviável de ser feito através da análise gráfica da função média  
460 dos excessos.

Escolhido o limiar  $u$ , trata-se de obter a série de resíduos em excesso ao limiar  $Z_t^u : Z_t^u = Z_t - u | Z_t > u$ , onde  $Z_t$  é a inovação, em que os resíduos padronizados encontrados são as realizações desta e  $Z_t^u$  é portanto, as inovações em excesso, conforme teorizado na seção 2.2.

465 A esta série de inovações em excesso é aplicada a função log-verossimilhança dada em (17) que por sua vez é maximizada em relação aos parâmetros da GPD,  $\xi$  e  $\psi$ , para a obtenção de suas estimativas.

A tabela 4 apresenta os valores destes parâmetros e seus  $p$  valores para cada um dos índices, com a estimação feita com os dados do período dentro da amostra.  
470 Também são apresentados o número de observações dentro da amostra para o total dos resíduos padronizados, assim como o número de excessos observados ( $N_u$ ) para o limiar escolhido ( $u$ ). Observa-se como o número de excessos varia de acordo com o índice (asim como o total de observações), porém todos ficam em torno de 120 excessos, que é considerado um valor ideal.

Table 4: Parâmetros estimados para o modelo EVT dos resíduos padronizados. (Período dentro da amostra entre 01/01/2003 a 31/12/2008 ).

	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Obs. dentro amostra	1487.00000	1514.00000	1498.00000	1495.00000	1522.00000	1511.00000
Limiar	1.43392	1.40554	1.40436	1.35673	1.48743	1.36357
Número de excessos	119.00000	122.00000	120.00000	120.00000	122.00000	121.00000
Parâmetro forma GPD	-0.01136	0.00287	0.00343	0.07085	-0.00749	-0.02867
Erro padrão	0.07900	0.08418	0.08475	0.08132	0.08595	0.06368
Parâmetro escala GPD	0.55190	0.61094	0.55517	0.65097	0.61939	0.72245
Erro padrão	0.06679	0.07552	0.06915	0.07947	0.07732	0.08017
Quantil 97.5%	2.07183	2.12178	2.05214	2.14835	2.20595	2.19073
Quantil 99.0%	2.56831	2.68420	2.56368	2.81771	2.76663	2.82263

#### 475 4. Resultados empíricos

Teste de sign-bias não deu nenhuma rejeição de  $H_0$ . Esquecer ou implementar modelos diferentes para cada ativo?

Table 5: Percentual de violações. (Período fora da amostra entre 02/01/2009 e 30/08/2017).

Modelo	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Cobertura = 1%						
EVT Condicional	1.21	0.97	1.25	1.28	1.06	1.06
Normal Condicional	1.45	1.94	1.71	2.24	1.79	2.11
t-Student Condicional	1.45	2.03	1.71	2.28	1.84	2.25
RiskMetrics	1.49	2.12	2.08	2.38	2.49	2.43
EVT Incond. Filtrada	0.75	0.60	0.74	1.19	1.20	1.33
Normal Incondicional	0.84	0.83	0.46	1.62	1.29	1.19
t-Student Incondicional	0.42	0.42	0.32	1.14	0.51	0.55
Cobertura = 2.5%						
EVT Condicional	2.47	2.49	2.55	2.90	2.30	2.34
Normal Condicional	2.61	3.23	2.78	3.57	3.64	3.81
t-Student Condicional	2.61	3.19	2.64	3.52	3.64	3.81
RiskMetrics	3.22	3.56	3.33	3.43	4.19	4.27
EVT Incond. Filtrada	1.73	1.39	1.95	2.52	2.58	2.29
Normal Incondicional	1.68	1.71	1.16	3.14	2.30	1.93
t-Student Incondicional	1.54	1.62	1.30	3.04	2.39	1.79

Table 6: Testes estatísticos para o VaR. Teste incondicional de Kupiec e teste de independência por duração de Christoffersen e Pelletier (Período fora da amostra entre 02/01/2009 e 30/08/2017).

Modelo	Estatística	IBovespa	IPC	IPSA	Merval	S&P TSE	S&P500
Cobertura = 1%							
cevt	uc.LRstat	0.92	0.02	1.27	1.58	0.07	0.07
cevt	uc.LRp	0.34	0.89	0.26	0.21	0.79	0.80
cevt	uLL	-135.80	-112.67	-140.76	-139.04	-122.86	-121.15
cevt	rLL	-136.29	-113.69	-140.90	-140.21	-123.04	-123.11
cevt	LRp	0.32	0.15	0.59	0.13	0.54	0.05
cnorm	uc.LRstat	3.78	15.16	9.15	24.00	11.22	20.57
cnorm	uc.LRp	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

cnorm	uLL	-156.85	-203.34	-183.37	-220.82	-191.75	-219.43
cnorm	rLL	-158.08	-203.63	-183.38	-221.81	-191.76	-219.62
cnorm	LRp	0.12	0.44	0.90	0.16	0.89	0.53
ct	uc.LRstat	3.78	17.94	9.15	25.66	12.43	25.32
ct	uc.LRp	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ct	uLL	-156.85	-211.19	-183.37	-224.15	-195.79	-231.07
ct	rLL	-158.08	-211.52	-183.38	-225.62	-195.79	-231.16
ct	LRp	0.12	0.42	0.90	0.09	0.96	0.66
riskmetrics	uc.LRstat	4.56	20.91	19.54	29.10	34.26	32.22
riskmetrics	uc.LRp	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
riskmetrics	uLL	-161.81	-219.27	-212.84	-231.60	-249.82	-245.21
riskmetrics	rLL	-162.33	-219.31	-215.30	-233.18	-249.82	-246.26
riskmetrics	LRp	0.31	0.79	0.03	0.08	0.98	0.15
uevt	uc.LRstat	1.53	4.07	1.61	0.72	0.80	2.18
uevt	uc.LRp	0.22	0.04	0.21	0.40	0.37	0.14
uevt	uLL	-88.84	-72.74	-84.35	-127.20	-118.75	-135.69
uevt	rLL	-89.44	-74.34	-89.54	-131.34	-136.62	-149.94
uevt	LRp	0.27	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00
unorm	uc.LRstat	0.59	0.66	7.85	6.82	1.67	0.77
unorm	uc.LRp	0.44	0.42	0.01	0.01	0.20	0.38
unorm	uLL	-97.99	-94.53	-54.36	-167.73	-125.06	-120.81
unorm	rLL	-99.23	-99.40	-58.32	-170.09	-145.48	-136.71
unorm	LRp	0.11	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
ut	uc.LRstat	9.33	9.57	13.51	0.41	6.54	5.32
ut	uc.LRp	0.00	0.00	0.00	0.52	0.01	0.02
ut	uLL	-52.47	-52.47	-33.24	-122.54	-58.19	-59.93
ut	rLL	-52.73	-52.81	-41.31	-126.85	-63.81	-69.18
ut	LRp	0.47	0.41	0.00	0.00	0.00	0.00
Cobertura = 2.5%							
cevt	uc.LRstat	0.01	0.00	0.02	1.33	0.36	0.24



cevt	uc.LRp	0.93	0.99	0.89	0.25	0.55	0.63
cevt	uLL	-245.20	-249.35	-253.16	-271.97	-234.63	-238.62
cevt	rLL	-245.40	-249.62	-253.17	-273.38	-234.81	-238.75
cevt	LRp	0.53	0.46	0.86	0.09	0.55	0.60
cnorm	uc.LRstat	0.11	4.38	0.67	8.71	10.10	13.21
cnorm	uc.LRp	0.74	0.04	0.41	0.00	0.00	0.00
cnorm	uLL	-256.25	-306.71	-271.21	-321.38	-337.09	-350.99
cnorm	rLL	-256.47	-306.78	-271.39	-321.65	-337.52	-350.99
cnorm	LRp	0.51	0.71	0.55	0.46	0.35	0.92
ct	uc.LRstat	0.11	3.86	0.17	7.99	10.10	13.21
ct	uc.LRp	0.74	0.05	0.68	0.00	0.00	0.00
ct	uLL	-256.25	-303.27	-260.36	-318.04	-337.09	-350.99
ct	rLL	-256.47	-303.33	-260.51	-318.29	-337.52	-350.99
ct	LRp	0.51	0.75	0.57	0.48	0.35	0.92
riskmetrics	uc.LRstat	4.17	8.79	5.60	6.63	21.18	23.10
riskmetrics	uc.LRp	0.04	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00
riskmetrics	uLL	-298.80	-329.78	-311.66	-311.05	-376.43	-381.96
riskmetrics	rLL	-302.66	-330.56	-313.45	-311.55	-376.56	-383.21
riskmetrics	LRp	0.01	0.21	0.06	0.32	0.61	0.11
uevt	uc.LRstat	5.90	13.12	2.95	0.00	0.05	0.39
uevt	uc.LRp	0.02	0.00	0.09	0.95	0.82	0.53
uevt	uLL	-174.85	-146.92	-193.25	-240.90	-242.17	-213.65
uevt	rLL	-183.13	-154.07	-203.52	-244.37	-257.21	-234.97
uevt	LRp	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
unorm	uc.LRstat	6.69	6.24	19.86	3.27	0.36	3.19
unorm	uc.LRp	0.01	0.01	0.00	0.07	0.55	0.07
unorm	uLL	-171.98	-173.97	-127.49	-284.01	-214.39	-188.30
unorm	rLL	-179.03	-183.48	-131.98	-290.96	-234.81	-203.91
unorm	LRp	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ut	uc.LRstat	9.39	7.91	15.52	2.40	0.10	5.01

ut	uc.LRp	0.00	0.00	0.00	0.12	0.75	0.03
ut	uLL	-159.78	-165.72	-141.81	-275.01	-220.98	-175.90
ut	rLL	-166.55	-175.23	-145.30	-283.97	-242.35	-191.88
ut	LRp	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00

## 5. Conclusão

### Referências

- Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, 26, 1487–1503.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1997). Thinking Coherently. *RISK*, 10, 68–71.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9, 203–228. doi:10.1111/1467-9965.00068.
- Balkema, A. A., & de Haan, L. (1974). Residual Life Time at Great Age. *The Annals of Probability*, 2, 792–804. doi:10.1214/aop/1176996548.
- on Banking Supervision, B. C. (2011). Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems. URL: <http://www.bis.org/publ/bcbs189.pdf>.
- on Banking Supervision, B. C. (2013). Basel III: The liquidity coverage ratio and liquidity risk monitoring tools. URL: <http://www.bis.org/publ/bcbs238.pdf>.
- on Banking Supervision, B. C. (2014). Basel III: The net stable funding ratio. URL: <http://www.bis.org/bcbs/publ/d295.pdf>.
- Berkowitz, J., & O'Brien, J. (2002). How accurate are value-at-risk models at commercial banks? *The Journal of Finance*, 57, 1093–1111. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/1540-6261.00455>. doi:10.1111/1540-6261.00455.

- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327. doi:10.1016/0304-4076(86)90063-1.
- 500 Byström, H. N. (2004). Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. *International Review of Financial Analysis*, 13, 133–152.
- Chavez-Demoulin, V., Embrechts, P., & Hofert, M. (2016). An Extreme Value Approach for Modeling Operational Risk Losses Depending on Covariates. *Journal of Risk and Insurance*, 83, 735–776. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/jori.12059>. doi:10.1111/jori.12059.
- 505 Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1, 223–236. URL: <http://dx.doi.org/10.1080/713665670>. doi:10.1080/713665670.
- 510 Embrechts, P., Klüppelberg, C., & Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, 987. doi:10.2307/1912773.
- 515 Fisher, R. A., & Tippett, L. H. C. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24, 180–190.
- Fisher, T. J., & Gallagher, C. M. (2012). New weighted portmanteau statistics for time series goodness of fit testing. *Journal of the American Statistical Association*, 107, 777–787.
- 520 Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and value-at-risk: Relative performance in emerging markets. *International Journal of Forecasting*, 20, 287–303.

- Gnedenko, B. V. (1941). Limit theorems for the maximal term of a variational  
525 series. *Comptes Rendus (Doklady) de L'Académie des Sciences de l'URSS*, 32,  
7–9.
- Gnedenko, B. V. (1943). Sur la distribution limite du terme maximum d'une  
série aléatoire. *Annals of Mathematics*, 44, 423–453.
- Gouriéroux, C. (1997). *ARCH Models and Financial Applications*.  
530 Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer New York.  
URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4612-1860-9>. doi:10.  
1007/978-1-4612-1860-9.
- Herrera, R., & Schipp, B. (2013). Value at risk forecasts by extreme value models  
in a conditional duration framework. *Journal of Empirical Finance*, 23, 33–47.  
535 doi:10.1016/j.jempfin.2013.05.002.
- Karmakar, M., & Paul, S. (2016). Intraday risk management in international  
stock markets: A conditional evt approach. *International Review of Financial  
Analysis*, 44, 34–55.
- Karmakar, M., & Shukla, G. K. (2014). Managing extreme risk in some major  
540 stock markets: An extreme value approach. *International Review of Economics  
and Finance*, . doi:<https://doi.org/10.1016/j.iref.2014.09.001>.
- Kuester, K., Mittnik, S., & Paoletta, M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A  
comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4,  
53–89. URL: <http://dx.doi.org/10.1093/jjfinec/nbj002>. doi:10.1093/  
545 jjfinec/nbj002.
- Longin, F. M. (2000). From value at risk to stress testing: The  
extreme value approach. *Journal of Banking & Finance*, 24,  
1097 – 1130. URL: [http://www.sciencedirect.com/science/article/  
pii/S0378426699000771](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426699000771). doi:[https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(99\)](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(99)00077-1)  
550 00077-1.

- McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*, 7, 271–300. doi:10.1016/s0927-5398(00)00012-8.
- McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management: concepts, techniques and tools*. (Revised ed ed.). Princeton University Press.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (pp. 347–370).
- O'Brien, J., & Szerszeń, P. J. (2017). An evaluation of bank measures for market risk before, during and after the financial crisis. *Journal of Banking & Finance*, 80, 215 – 234. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426617300511>. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2017.03.002>.
- Pickands, J. (1975). Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *Annals of Statistics*, 3, 119–131. doi:10.1214/aos/1176343003.
- RiskMetrics (1995). *Technical Document - 3rd Edition*. Technical Report J.P Morgan Guaranty Trust Company.
- Rocco, M. (2014). EXTREME VALUE THEORY IN FINANCE: A SURVEY. *Journal of Economic Surveys*, 28, 82–108. URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-6419.2012.00744.x>. doi:10.1111/j.1467-6419.2012.00744.x.
- White, H. (1982). Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (pp. 1–25).
- Wong, M. C. S., Cheng, W. Y., & Wong, C. Y. P. (2003). Market risk management of banks: implications from the accuracy of value-at-risk forecasts. *Journal of Forecasting*, 22, 23–33.