Estatística I

Lista 05 - Distribuições de Probabilidades Discretas
Gabarito

Distribuição de Probabilidade Discreta

Questão 1

VERDADEIRO, FALSO, VERDADEIRO, FALSO, FALSO, VERDADEIRO, FALSO, VERDADEIRO, VERDADEIRO, FALSO

Questão 2

a) $b = 2$

b) $b = 2k$

Questão 3

VERDADEIRO, FALSO

Questão 4

Binomial. $P(X = 8) = 0,1201$

Questão 5

a) $P(X = 5) = 0,1968$

b) $P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 0,91$

c) $P(X = 0) = 0,00312$

Questão 6

Distribuição de Poisson

a) $f_{3h}(k = 10|gripada) = \frac{9^{10}e^{-9}}{10!} = 0.1185801$

b) $f_{2h}(k \geq 1|gripada) = 1 - f_{2h}(k = 0|gripada) = 0.9975212$

c) $P_{1h}(gripada|3espirros) = \frac{P_{1h}(3espirros|gripada)P_{1h}(gripada)}{P_{1h}(3espirros)}$. Teorema de Bayes

Logo $P_{1h}(gripada|3espirros) = 0.7851335$.

Reforçando a importância do Teorema de Bayes. Como vimos nesse problema, sem saber que a aluna espirrou 3 vezes (ou seja, a *priori*), sabemos que ela tem 0,5 de probabilidade de estar gripada. No momento em que recebemos a informação de que ela espirrou 3 vezes, podemos **atualizar** nossa crença de acordo com a nova informação e calcular a probabilidade a *posteriori*. Para tanto, utilizamos o Teorema de Bayes, que é o pilar da Econometria Bayesiana. Recomendo o vídeo do canal `3blue1brown` sobre Teorema de Bayes que está neste link.

Questão 7

a) Para $Y = y$, precisamos de $y - 1$ fracassos antes de conseguirmos um acerto. Como um fracasso tem probabilidade $(1 - p)$ e os eventos são independentes, temos: $P(Y = y) = p(1 - p)^{y-1}$

b) $M_Y(t) = \frac{pe^t}{1-e^t(1-p)}$

c) $M'(t) = \frac{pe^t}{(1-e^t+pe^t)^2}$ e $E[Y] = M'(0)$. Logo:

$E[Y] = \frac{pe^0}{(1-e^0+pe^0)^2} = 1/p$

d) $\frac{d^2M}{dt^2} = \frac{-pe^t[(p-1)e^t-1]}{[(p-1)e^t+1]^3}$.

$Var[Y] = M''(0) - E[Y]^2 = \frac{2-p}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{1-p}{p^2}$