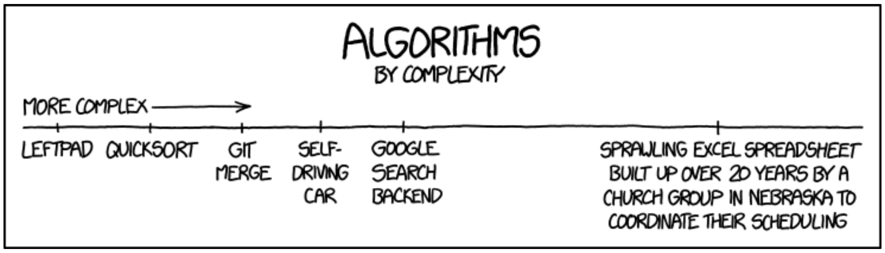
Segundo Certamen

Introducción a la Informática Teórica
Informática Teórica

9 de julio de 2016



1. Un autómata linealmente acotado (LBA, de *Linear Bounded Automaton*) es una máquina de Turing que está limitada a trabajar en la parte de la cinta que contiene los datos de entrada. Una manera común de asegurar ésto es considerar que la entrada se rodea por marcas especiales de principio y fin, símbolos que no se pueden escribir, y que leyendo los cuales M no puede moverse a la izquierda y derecha, respectivamente,

   a) Explique informalmente cómo construir un LBA M dada una gramática sensible al contexto G, de forma que $\mathscr{L}(M) = \mathscr{L}(G)$.

   b) Demuestre que los lenguajes aceptados por LBA son decidibles.

   (25 puntos)

2. Se definen máquinas de Turing rojo-azules (TM-RB) como máquinas de Turing que prenden luces rojas o azules al entrar a estados marcados con estos colores. Demuestre que no es decidible si una TM-RB alguna vez prende la luz roja.

   (25 puntos)

3. Demuestre que la reducción polinomial entre problemas es una relación de orden (es reflexiva, transitiva y antisimétrica) con "igualdad" entre problemas P y Q definida por $P =_p Q \iff (P \le_p Q) \wedge (Q \le_p P)$.

   (15 puntos)

4. El problema 3SAT consiste en determinar para una fórmula en 3CNF si hay una asignación de valores verdadero o falso a las variables que hacen que sea verdadera. El problema INDEPENDENT SET toma de datos un grafo $G = (V, E)$ y un entero k, y pregunta si hay un conjunto de vértices independientes (no hay dos vértices del conjunto que participen en el mismo arco). Demuestre que 3SAT $\le_p$ INDEPENDENT SET.
   Pista: Con la idea que un literal verdadero puede ser parte del conjunto independiente, represente cada cláusula con un K_3, un vértice por literal (tiene que haber al menos uno verdadero en cada cláusula). Una los vértices de forma de asegurar que no hayan asignaciones inconsistentes.

   (25 puntos)

5. Para una clase de complejidad C se define la clase coC como el conjunto de problemas cuyo complemento está en C. O sea, si la pregunta "¿Es $\sigma \in L$?" está en C, la pregunta "¿Es $\sigma \in \overline{L}$?"está en coC. En vista de lo anterior, demuestre:

   a) coP = P

   b) El problema FACTOR (el entero x tiene un factor primo menor que y) está en NP $\cap$ coNP.
   Pista: Considere "certificados", datos compactos que sirvan para verificar la respuesta.

   (35 puntos)

HvB / $\LaTeX\,2_\varepsilon$