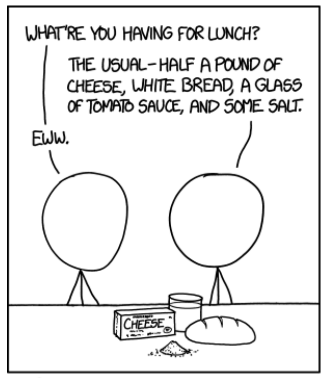
Segundo Certamen

Introducción a la Informática Teórica
Informática Teórica

19 de enero de 2016



PIZZA SEEMS WAY GROSSER IF YOU IMAGINE EATING JUST THE INGREDIENTS.

Las siguientes preguntas son independientes. Puede usar el resultado de una en las demás, aún si no la responde.

1. Las siguientes son independientes:

   a) Demuestre que los lenguajes $L_1 = \{a^m b^n a^m \colon n, m \in \mathbb{N}\}$ y $L_2 = \{a^m b^m a^n \colon n, m \in \mathbb{N}\}$ son de contexto libre.

   b) Con $L_1 \cap L_2$, demuestre que los lenguajes de contexto libre no son cerrados respecto de intersección.

   (25 puntos)

2. Demuestre que el lenguaje $L_3 = \{\omega\omega \colon \omega \in \{a, b\}^+\}$ no es de contexto libre.

   (20 puntos)

3. Demuestre que el lenguaje $\overline{L}_3$, complemento del definido en la pregunta 2, es de contexto libre. Concluya que los lenguajes de contexto libre no son cerrados respecto de complemento.
   Pista: Si $\sigma \notin L_3$, $|\sigma|$ es impar; o es $\sigma = \omega\omega'$, con $|\omega| = |\omega'|$ y $\omega \neq \omega'$. Sean $\omega = \alpha x \beta$ y $\omega' = \alpha' y \beta'$ donde $x \neq y$ con $|\alpha| = |\alpha'|$, $|\beta| = |\beta'|$ (basta asegurar *una* posición en que difieren). Podemos decir $\sigma = \alpha x \beta \alpha' y \beta' = \alpha x \alpha'' \beta'' y \beta'$ donde $|\alpha| = |\alpha''|$ $|\beta| = |\beta''|$, y $\alpha' \beta = \beta'' \alpha''$.

   (25 puntos)

4. Considere lenguajes C, que es NP-completo; N, que está en NP; P que está en P; R que es recursivamente enumerable y D que es decidible (recursivo). Usando $A \leq B$ para indicar que el problema A se reduce al problema B, y $A \leq_p B$ para reducción polinomial. Suponga que se demuestran cada una de las siguientes. En forma independiente, explique si dan información adicional a la ya indicada, y su posible alcance. Justifique.

   a) $R \leq D$ b) $C \leq_p N$ c) $P \leq_p N$ d) $\overline{R} \leq C$ e) $C \leq P$

   (30 puntos)

5. Para una clase de lenguajes C, se define la clase coC como el conjunto de los complementos de los elementos de C.

   a) Demuestre que $\mathsf{coP} = \mathsf{P}$

   b) Demuestre que $\mathsf{P} \subseteq \mathsf{NP} \cap \mathsf{coNP}$

   c) Sabemos que el problema SAT (la fórmula lógica ϕ escrita con las conectivas tradicionales es satisfacible) es NP-completo. Demuestre que $\mathsf{TAUTOLOGY}$ (fórmulas lógicas que son verdaderas para toda asignación de valores a las variables) está en coNP.

   (30 puntos)

HvB/LaTeX 2_ε