Certamen Recuperativo
Introducción a la Informática Teórica

30 de julio de 2014

1. Explique (si es necesario, mediante una construcción informal, pero convincente) sus respuestas a las siguientes:

   a) ¿Son cerrados respecto a estrella de Kleene los lenguajes recursivamente enumerables?

   b) ¿Son cerrados respecto a intersección con lenguajes recursivos los lenguajes recursivamente enumerables?

   c) ¿Son cerrados respecto intersección los lenguajes en P?

   (25 puntos)

2. Determine si el lenguaje $L = \{\sigma : \#a = \#b = \#c\}$ sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$ es regular o de contexto libre.

   (10 puntos)

3. Se definen *máquinas de Turing de una vía* de manera que mantienen el cabezal fijo o lo mueven a la derecha. ¿Que clase de lenguajes reconocen?

   (15 puntos)

4. ¿Son decidibles los lenguajes de sensibles al contexto?

   (10 puntos)

5. Un *autómata linealmente acotado* (LBA) es una máquina de Turing que nunca abandona el espacio ocupado por sus datos de entrada. Comúnmente se describe como teniendo una cinta com símbolos especiales que marcan el comienzo y el fin, y no puede pasar de ellos. Dé un argumento informal para demostrar que lenguajes sensibles al contexto son aceptados por autómatas linealmente acotados.

   (15 puntos)

6. Demuestre que es decidible si un DFA con $\Sigma = \{a, b\}$ acepta alguna palabra con el mismo número de a que b. **Pista:** $L = \{\sigma : \#a = \#b\}$ es generado por la gramática $S \to aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$, luego use teoremas sobre lenguajes regulares y de contexto libre.

   (20 puntos)

7. La técnica de *resolución* permite determinar si puede satisfacerse una fórmula booleana. Sea la expresión $\phi = C_1 \wedge C_2 \wedge \ldots \wedge C_n$ en CNF, y $C = \{C_1, C_2, \ldots, C_n\}$ la colección de sus cláusulas. En un paso de resolución tomamos cláusulas C_a y C_b de C tales que la variable x aparece sin negar en una de ellas y negada en la otra. Vale decir, $C_a = (x \vee y_1 \vee \ldots \vee y_r)$ y $C_b = (\overline{x} \vee z_1 \vee \ldots \vee z_s)$ con y_i y z_i literales. Formamos la nueva cláusula $(y_1 \vee \ldots \vee y_r \vee z_1 \vee \ldots \vee z_s)$, eliminando literales repetidos, Reemplazamos C_a y C_b por esta nueva cláusula en C. Se repite este proceso hasta que no hayan cláusulas a las que se puede aplicar. Si la cláusula vacía $()$ aparece en C, la fórmula no es satisfacible.

   Diremos que una técnica es *sana* si no declara satisfacible ninguna fórmula que no lo es, y *completa* si determina si son satisfacibles todas las fórmulas.

   a) Demuestre que resolución es una técnica sana y completa.

   b) Usando el punto anterior, demuestre que 2SAT está en P.

   (30 puntos)

8. Usando los problemas NP-completos vistos en clase o tareas, demuestre formalmente que el problema DOUBLE SAT (¿Tiene dos o más asignaciones de verdad que satisfacen la expresión booleana E en CNF?) es NP-completo.

   (25 puntos)

HvB/LaTeX 2_ε