

Pauta de Corrección

Certamen Recuperativo

Introducción a la Informática Teórica

Informática Teórica

12 de julio de 2016

1. Podemos simular un NFA (el caso más general de autómatas finitos) mediante un PDA que acepta por estado final que en cada movida simplemente reemplaza el símbolo del tope del stack por ese mismo símbolo.

Podemos simular un PDA mediante una máquina de Turing de dos cintas, una de las cuales hace de stack. Como las TM multicinta pueden simularse con una única cinta, esto cumple lo prometido. La estrategia es que en la cinta del stack el cabezal siempre se mantiene en el símbolo del tope, sobrescribiendo con B y moviéndose a la izquierda si el símbolo del tope se reemplaza por ϵ , o sobrescribiendo hacia la derecha con la palabra que reemplaza el tope (usando estados adicionales para ir guiando lo que debe escribirse).

Puntajes

Total	20
Simular NFA con PDA	7
Simular PDA con TM multicinta	8
TM multicinta es equivalente a una cinta	5

2. Demostramos por contradicción que L no es de contexto libre, con lo que tampoco es regular.

Supongamos que L sea de contexto libre, con lo que cumple el lema de bombeo para lenguajes de contexto libre. Sea N la constante del lema, elegimos:

$$\sigma = 10^N 10^N 10^N$$

Vemos que $|\sigma| = 3N+3 \geq N$, el lema de bombeo asegura que podemos escribir:

$$\sigma = uvwxy$$

donde $|vwx| \leq N$, $vx \neq \epsilon$, y para todo $k \in \mathbb{N}_0$ es:

$$uv^k wx^k y \in L$$

Por la condición sobre el largo de vwx , esto puede contener a lo más un 1. Consideremos cada caso por separado.

- Si vwx contiene un uno, este puede estar en vx o en w . Si está en v o x , eligiendo $k = 0$ resulta una palabra con dos 1, imposible que sea una palabra repetida tres veces, el resultado no está en L .

Si el 1 está en w , al repetir u y x (elegir $k = 1$) queda una palabra de una de las formas:

$$\begin{aligned} &10^{N+|v|} 10^{N+|x|} 10^N \\ &10^N 10^{N+|v|} 10^{N+|x|} \end{aligned}$$

Como $vx \neq \epsilon$, ninguno de los dos tiene la forma de una palabra que se repite tres veces.

- Si vwx no contiene 1, repetir u y x (elegir $k = 1$) queda una palabra de una de las formas:

$$\begin{aligned} &10^{N+|vx|} 10^N 10^N \\ &10^N 10^{N+|vx|} 10^N \\ &10^N 10^N 10^{N+|vx|} \end{aligned}$$

Siendo $|vx| > 0$, ninguna de las tres formas es una palabra que se repite tres veces.

En resumen, no cumple el lema de bombeo, una contradicción. L no es de

contexto libre.

Puntajes

Total		25
Si no es CFL, tampoco es regular	5	
Mostrar por contradicción que L no es CFL	20	
– Lema de bombeo para CFL	5	
– N constante del lema	5	
– Elegir σ que cumple las condiciones	5	
– Demostrar que ninguna subdivisión funciona	5	

3. La idea básica es aplicar producciones “en reversa” partiendo de la palabra dada. No determinísticamente elegimos un punto en la cinta en el cual comienza el lado derecho de una producción, y lo reemplazamos por el lado izquierdo respectivo. Esto puede requerir correr la cola de la cinta hacia la izquierda o derecha, si los largos no coinciden. Si en la cinta queda solo el símbolo de partida, acepta.

Puntajes

Total	20
Discusión informal	20

4. Para demostrar equivalencia, demostraremos implicancia en ambas direcciones.

De nuestra a certificado: Si un problema está en NP, hay una secuencia de pasos de la TM de largo polinomial en ω que lleva a que la TM acepte. Esta secuencia de pasos sirve de certificado. Una TM determinista puede verificar en tiempo polinomial en el largo del certificado propuesto si realmente corresponde a movidas legales de la TM (básicamente, trazando su funcionamiento).

De certificado a nuestro: Podemos usar nuestra definición de “adivinar” el certificado (cosa que toma tiempo lineal en el largo del certificado) y luego aplicar la verificación polinomial. Esto constituye una TM no determinista que acepta en tiempo polinomial.

Puntajes

Total	30
Nuestro \Rightarrow certificado	15
Certificado \Rightarrow nuestro	15

5. En tiempo polinomial una TM no puede escribir más que una cantidad polinomial de celdas de la cinta.

Puntajes

Total	25
Explicación	25