

Pauta de Corrección

Primer Certamen

Introducción a la Informática Teórica

Informática Teórica

27 de septiembre de 2014

1. Por turno.

a) $(a \mid b)^*(b \mid c)^*$

b) $ab(a \mid b \mid c)^*bc$

c) $a(a \mid c)^*b(a \mid c)^*b(a \mid c)^*c$

Puntajes

Total	15
a)	5
b)	5
c)	5

2. Por turno.

- a) Lo más simple es dar un DFA, similar al que construimos en clase para comentarios C.
- b) Puede describirse un DFA cuyos estados son los elementos de \mathbb{Z}_{17} , y la función de transición está dada por agregar el dígito del caso (multiplicar por 10 y sumar el dígito):

$$\delta(q, d) = (10 \cdot q + d) \bmod 17$$

Estado inicial y final es 0.

- c) Lo más simple es usar propiedades de clausura en este caso, siguiendo la descripción del lenguaje (lo compone de piezas que son regulares mediante operaciones bajo las cuales los lenguajes regulares son cerrados).

Puntajes

Total	25
a) DFA y porqué	7
b) DFA y explicar cómo	8
c) Usar operaciones entre conjuntos	10

3. Por turno.

a) Este es un conjunto finito, y por tanto regular¹

b) Este lenguaje no es regular, demostraremos que no cumple el lema de bombeo para lenguajes regulares.

Supongamos que fuera regular, con lo que cumple el lema de bombeo. Sea N la constante del lema, elegimos $\sigma = b^N a^{2N+1}$ parte del lenguaje, con $|\sigma| = 3N + 1 \geq N$. Por el lema de bombeo, puede escribirse $\sigma = \alpha\beta\gamma$, con $|\alpha\beta| \leq N$ donde $\beta \neq \epsilon$, tal que para todo $k \in \mathbf{N}_0$ tenemos $\alpha\beta^k\gamma$, que pertenece al lenguaje. Por la forma de σ , β está formado sólo por b ; repitiendo β suficientes veces (k suficientemente grande) tendremos más b que a (podemos tomar por ejemplo $k = 3N$), y el resultado no pertenece al lenguaje. Esto contradice la suposición que el lenguaje sea regular.

c) Podemos expresar:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} \triangle \mathcal{B} &= (\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \setminus (\mathcal{A} \cap \mathcal{B}) \\ &= (\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \overline{(\mathcal{A} \cap \mathcal{B})}\end{aligned}$$

Los lenguajes regulares son cerrados respecto de las operaciones usadas acá. En consecuencia, si L_a y L_b son regulares, lo es $L_a \triangle L_b$.

Puntajes

Total		30
a) Finito, luego regular		6
b) No regular, lema de bombeo		12
Elección de σ	6	
Elección de k , demostrar contradicción	6	
c) Regular, aplicar clausura		12
Expresar $\mathcal{A} \triangle \mathcal{B}$	8	
Conclusión	4	

¹Se propuso que quien respondiera esto incorrectamente se le diera automáticamente nota cero en el certamen. La tentación fue casi imposible de resistir...

4. Sea $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un DFA que acepta L . Una computación de M es un camino a través del digrafo que representa al autómata. La condición que define $\text{máx}(L)$ es que en la computación mediante la cual M acepta una palabra en L , el único estado final que aparece en ese camino es el último. Podemos entonces modificar M cambiando los estados finales desde los cuales se pueden alcanzar otros estados finales en no finales. (Hacer esto es una aplicación sencilla de algoritmos de recorrido de grafos.) El resultado acepta $\text{máx}(L)$.

Puntajes

Total	30
Cómputos de M para $\text{máx}(L)$ visitan un único estado final	8
Describir en términos de caminos a través del digrafo de M	10
Esbozar algoritmo para construir un DFA para $\text{máx}(L)$	12

5. Siguiendo la pista, sabemos que $L = \{a^{n^2} : n \geq 0\}$ sobre $\Sigma = \{a\}$ no es regular (se demostró en clase). Pero $a \in L$, con lo que $L^* = \Sigma^*$, que es regular.

Puntajes

Total	20
Contraejemplo basta	20