

# Certamen Recuperativo

## Introducción a la Informática Teórica

30 de septiembre de 2014



1. Defina los siguientes términos:

- a) Lenguaje recursivo y recursivamente enumerable
- b) Problema NP-duro
- c) Reducción de un problema a otro
- d) Problema no decidable

(20 puntos)

2. Demuestre que los lenguajes recursivamente enumerables son cerrados respecto de intersección con lenguajes regulares.

(15 puntos)

3. Un *autómata linealmente acotado* (LBA) es una máquina de Turing (posiblemente no determinista) que nunca abandona su entrada. Puede imaginarse que la entrada viene entre paréntesis, y que el autómata no puede avanzar a la izquierda con ( ni a la derecha con ).

- a) Demuestre que los lenguajes sensibles al contexto son aceptados por LBA.
- b) Demuestre que los lenguajes aceptados por LBA son cerrados respecto de intersección.  
**Pista:** Use una cinta con varias pistas, copie la entrada a otra pista y procese esa luego de la primera.
- c) ¿Puede concluir de las anteriores que los lenguajes sensibles al contexto son cerrados respecto de intersección?

(30 puntos)

4. Demuestre que es decidable si un DFA con  $\Sigma = \{a, b\}$  acepta alguna palabra con el mismo número de  $a$  que  $b$ .  
**Pista:**  $L = \{\sigma : \#a = \#b\}$  es generado por la gramática  $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \epsilon$ , luego use teoremas sobre lenguajes regulares y de contexto libre.

(20 puntos)

5. El problema SET COVER dado un conjunto  $\mathcal{U}$ , subconjuntos  $\mathcal{S}_i \subseteq \mathcal{U}$  para  $0 \leq i \leq n$  y un entero  $k$  es determinar si hay una colección de  $k$  conjuntos  $\mathcal{S}_i$  tales que su unión es  $\mathcal{U}$ . El problema VERTEX COVER dado un grafo  $G = (V, E)$  y un entero  $k$  es determinar si hay un conjunto  $C$  de vértices de cardinalidad  $k$  tal que todos los arcos de  $G$  inciden en al menos un vértice en  $C$ . Sabemos que VERTEX COVER es NP-completo. Demuestre que SET COVER también lo es.

**Pista:** Considere conjuntos de arcos incidentes en cada vértice.

(35 puntos)