

**Entrega: 05/04/2016, antes de las 23:55 en moodle.**

## 1 Contexto

Actualmente los sistemas informáticos se usan para una infinidad de aplicaciones en distintos campos ya sea de la industria como de la investigación. Una de las grandes aristas es el modelamiento y las simulaciones, las cuales son construidas para representar de la forma más real posible una situación en el mundo real, con muchos propósitos dependiendo de la situación a modelar. Sin embargo, es natural que estas simulaciones y modelos requieran representar lo más cerca posible a la realidad. Es aquí donde entra el concepto de precisión, donde para situaciones cuyas magnitudes numéricas sean muy grandes o muy pequeñas (por ejemplo, mediciones planetarias y representaciones microscópicas, respectivamente) la computadora posee un límite en los valores que puede almacenar. No se pueden representar números infinitamente grandes o infinitamente pequeños. Por lo tanto, lo primero que debes aprender de computación científica será cuáles son los límites en la precisión (utilizando *double precision*) y cómo la máquina almacena estos valores.

## 2 Preguntas

### {I} Representación punto flotante

- Programe la función  $\text{next}(x)$  que retorne el siguiente número representable después de  $x$ .
- Defina el concepto de  $\epsilon_{mach}$  y la diferencia con el valor retornado por la función anterior.
- Calcule con la función implementada, los valores representables de los primeros 1000 enteros (desde el 0 al 999). Grafique estos valores y comente. ¿A qué se debe la forma del gráfico, y cómo esta habla de los valores representables?
- Dada la siguiente expresión:

$$5 - 2^{-53} \tag{1}$$

¿Puede representarse esta cantidad exactamente utilizando doble precisión? Realizando el cálculo de forma manual muestre el signo, exponente y mantisa.

- Ha llegado un investigador experto en computación y le dice que utilizando doble precisión solo pueden ser representados números mayores a  $\epsilon_{mach}$ . Más aun, dice que si a cualquier valor le sumamos un número menor a  $\epsilon_{mach}$ , este no será representable. ¿Está de acuerdo con él?
- Calcule las siguientes expresiones teóricamente equivalentes de forma manual y en python:
  - $(2^{53} + (-2^{53})) + (1 + 0.5 + 0.25)$
  - $(2^{53} + (1 + 0.5 + 0.25)) - 2^{53}$

Explique las razones de su resultado.

### {II} Pérdida de significancia

- Dentro del marco de una importante simulación, se ha detectado un error que no permite obtener los resultados necesarios. Es por esto que se les ha pedido evaluar la siguiente expresión:

$$\log(1 - (\cos(x) - x)) \tag{2}$$

donde  $x = 10^{-p}$ , con  $p \in \{1, 2, \dots, 20\}$  y  $\log(\cdot)$  es el logaritmo natural.

Explique la razón del error y proponga un método para resolver el problema eliminando los errores de cancelación.

b) Explique las diferencias en los resultados obtenidos al reemplazar la expresión

$$1 - (\cos(x) - x) \tag{3}$$

por

$$1 - \cos(x) + x \tag{4}$$

para los mismos valores de  $x$  y  $p$  presentes en el problema anterior.

Adicionalmente, proponga una tercera forma de representar la expresión en donde no hayan errores de cancelación.

- c) Calcule y grafique los errores relativos entre el valor aritmético y las representaciones obtenidas (las dos otorgadas y aquella propuesta por usted) de la expresión analizada en b).
- d) ¿En qué se relaciona  $\epsilon_{mach}$  con lo obtenido anteriormente?

## Instrucciones:

- (a) La estructura del laboratorio es la siguiente:
  - (a) Título, nombre(s) de estudiante(s), email(s) y rol(s).
  - (b) Introducción.
  - (c) Desarrollo y análisis de resultados.
  - (d) Conclusiones.
  - (e) Referencias.
- (b) El laboratorio debe ser realizado en `IPython` notebook (con `Python2` o `Python3`).
- (c) Se evaluará la correcta utilización de librerías `NumPy` y `SciPy`, así como la correcta implementación de algoritmos vectorizados cuando se indique.
- (d) El archivo de entrega debe denominarse `Lab1-apellido1-apellido2.tar.gz`, y debe contener un directorio con todos los archivos necesarios para ejecutar el notebook, junto con un archivo `README` indicando explícitamente la versión utilizada de `Python`.
- (e) El descuento por día de atraso será de 30 puntos, con un máximo de 1 día de atraso. No se recibirán entregas después de este día.
- (f) El trabajo es personal o en grupos de a 2, no se permite compartir código, aunque sí se sugiere discutir aspectos generales con sus compañeros. Copias exactas serán sancionadas con nota 0.
- (g) El no seguir estas instrucciones, implica descuentos en su nota obtenida.