

Innhold:

- Definisjon av eksponentialfunksjoner (med eksempel) (s. 1)
- Hvordan forskjellige verdier påvirker grafen (s. 2)
- Eksponentialfunksjon eksempel (s. 3)
- Lage funksjonsuttrykk fra tekst (s. 4)
- Oppgaver (s. 4)
- Løsningsforslag (s. 5)

Definisjon av eksponentialfunksjoner (med eksempel)

Ekspontentialfunksjoner kan defineres som en funksjon med x i eksponenten.

Ekspontialfunksjoner har også en prosentvis endring, som vil si at hvis noe øker med 50%, og verdien til funksjonen ved $x = 0$ er 100, så vil den ved neste x ($x = 1$) øke med 50% og bli 150.

Strukturen til en eksponentialfunksjon er: $f(x) = a \cdot v f^x$

De forskjellige variablene og hva de står for:

- a står for startverdien ved $x = 0$, altså også y-akse skjæringen.
I eksemplet vi brukte ville $a = 100$.
- vf står for vekstfaktor er hvor mye noe vokser eller minker gitt i desimalversjonen av prosent.
I eksemplet vi brukte ville $vf = 1,5$
- x er bare variabelen til funksjonen.

Det betyr at funksjonen som hadde beskrevet eksemplet ville blitt gitt som:

$$f(x) = 100 \cdot 1,5^x$$



Hvordan forskjellige verdier påvirker grafen

I forklaringene vil det refereres til dette eksemplet:



$>$ Større enn
 $<$ Mindre enn
 \leq Større eller lik
 \geq Mindre eller lik

Variabel	Påvirkning
a	<p>a påvirker hvor funksjonen krysser y-aksen (som vi vet er y-aksen langs $x = 0$, så vi putter bare 0 i funksjonen for å finne skjæring med y-aksen). Dette er fordi:</p> $f(0) = a \cdot vf^0 \quad (\text{Alt opphøyd i null blir 1 dette gjelder ikke 0})$ $= a \cdot 1$ $= a$ <p>Vi kaller a for startverdien.</p> <p>I eksemplet hos den oransje ser vi at $a = 10$ og i den lilla ser vi at $a = 50$</p>
vf	<p>vf påvirker om grafen går oppover (oransje) eller nedover (lilla).</p> <ul style="list-style-type: none"> - $vf > 1$ betyr at grafen går oppover (oransje) - $vf < 1$ betyr at grafen går nedover (lilla) <p>Disse stemmer så lenge $a > 0$. Hvis $a < 0$ så bytter den, altså det motsatte av de to nevnt.</p>

Eksponentialfunksjon eksempel

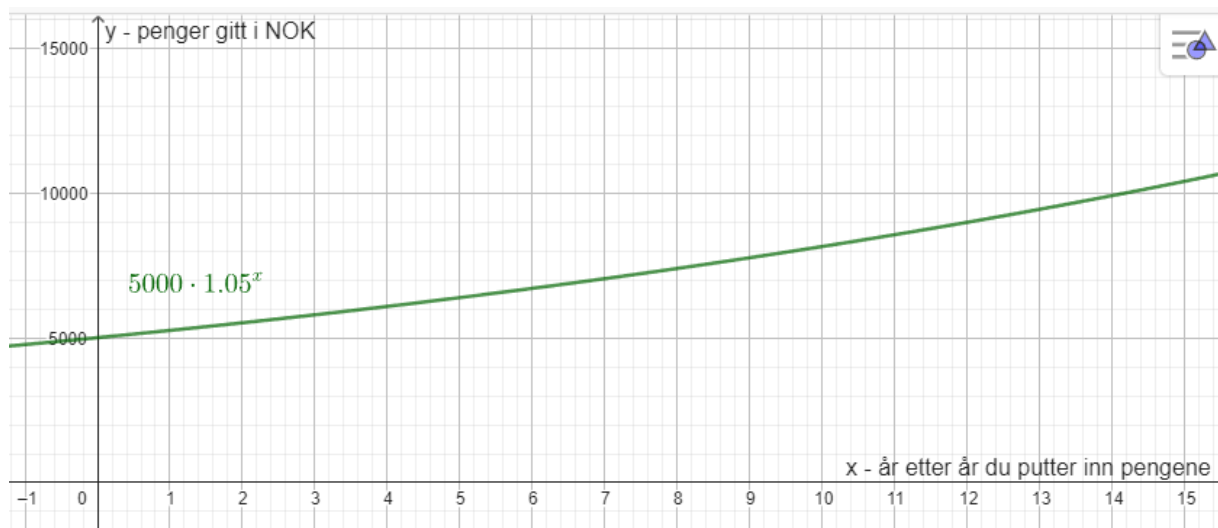
La oss si du bestemmer deg for å putte inn 5000kr inn på en sparekonto med 5% rente per år, derfor velger vi også at x -asken er «år etter du putter inn pengene». F.eks. ved $x = 5$ så er det 5 år etter du satt inn pengene. y -aksen skal være gitt i norske kroner.

Nå må vi finne variablene sine verdier:

- $a = 5000$ fordi det er startverdien
- $vf = 1 + \text{prosentFaktor} = 1 + 0,05 = 1,05$ (hvis det er minking så er det $1 - pf$)

Da får vi funksjonen: $f(x) = 5000 \cdot 1,05^x$

Da vil dette bli grafen:



(I GeoGebra bruker man punktum i stedet for komma. Grafen er ikke lineær, det er bare lite økning og veldig zoomet inn på)

Noe viktig å passe på er at grafen er ikke gyldig ved negative x -verdier i dette eksemplet. x -asken her beskriver tid etter vi puttet inn pengene. Da kan vi ikke se hvor mye vi hadde i kontoen ett år før vi opprettet den.

Funksjonen er kun gyldig når $x \geq 0$.

Lage funksjonsuttrykk fra tekst

En god oppskrift hvis man ikke har noen anelse er:

1. Identifiser a
2. Identifiser vf
3. Putt verdiene i funksjonen: $f(x) = a \cdot vf^x$

Her er noen oppgaver, etterfulgt av løsningsforslag på de neste side. Se på løsningen hvis du er usikker, og prøv å forstå fremgangsmåten.

Oppgaver

Lag en eksponentialfunksjon som beskriver teksten.

- a) En bakteriekultur starter med 500 individer og doubler seg hver time. Lag en funksjon, $f(x)$ som viser mengde bakterier, x er gitt i timer.
- b) Verdien av en bil som koster 200 000 *kr* synker 15% årlig. Lag en eksponentialfunksjon som viser bilen sin verdi etter x år.
- c) Joakim skal putte 10 000 *kr* inn på en sparekonto med 4,5% rente er år.
- d) En by med 50 000 innbyggere øker med 3% hvert år.
- e) Henrik har 10 følgere på TikTok, hver uke øker mengden følgere med 13%, dette pågår for et helt år.
- f) Det er en uendelig positiv mengde lagrer. I den første ligger det en pakke, for resten doubles det. x representerer direkte hvilken rute den står på. Hva blir funksjonen?

(Ekstra utfordrende)

Løsningsforslag

Lag en eksponentialfunksjon som beskriver teksten.

- a) En bakteriekultur starter med 500 individer og doubler seg hver time. Lag en funksjon, $f(x)$ som viser mengde bakterier, x er gitt i timer.

Vi er ute etter a og vf

$$a = 500$$

$$vf = 1 + \text{prosentFaktor} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{Setter det inn i funksjonen: } \underline{f(x) = 500 \cdot 2^x}$$

- b) Verdien av en bil som koster 200 000 kr synker 15% årlig. Lag en eksponentialfunksjon som viser bilen sin verdi etter x år.

$$a = 200\,000$$

$$vf = 1 - \text{prosentFaktor} = 1 - 0,15 = 0,85$$

$$\text{Funksjonen blir: } \underline{f(x) = 200\,000 \cdot 0,85^x}$$

- c) Joakim skal putte 10 000 kr inn på en sparekonto med 4,5% rente er år.

$$a = 10\,000$$

$$vf = 1 + \text{prosentFaktor} = 1 + 0,045 = 1,045$$

$$\text{Funksjonen blir: } \underline{f(x) = 10\,000 \cdot 1,045^x}$$

- d) En by med 50 000 innbyggere øker med 3% hvert år.

$$a = 50\,000$$

$$vf = 1 + \text{prosentFaktor} = 1 + 0,03$$

$$\text{Funksjonen blir: } \underline{f(x) = 50\,000 \cdot 1,03^x}$$

- e) Henrik har 10 følgere på TikTok, hver uke øker mengden følgere med 13%, dette pågår for et helt år.

$$a = 10$$

$$vf = 1 + 0,13 = 1,13$$

$$\text{Funksjonen blir: } \underline{f(x) = 10 \cdot 1,13^x}$$

- f) Det er en uendelig positiv mengde lagrer. I den første ligger det en pakke, for resten doubles det. x representerer direkte hvilken rute den står på. Hva blir funksjonen?

$$a = 1 \text{ (en pakke i starten)}$$

$$b = 1 + \text{prosentFaktor} = 1 + 1 = 2$$

Putter inn: $f(x) = 1 \cdot 2^x = 2^x$ (Denne viser for et lager fremover, så vi må minke x med en for å gå ett lager tilbake)

$$\text{Funksjonen blir da: } \underline{f(x) = 2^{x-1}}$$