

**Innhold:**

- Likninger uten brøk (s. 1)
- Likninger med brøk (s. 2-3)
- **Løsningsforslag** (s. 4-)

**Vi kan bruke:**  $\Leftrightarrow$  når vi løser en likning horisontalt på arket.

**Eksempel:**

$$x + 5 = 3 \Leftrightarrow x = 3 - 5 \Leftrightarrow \underline{x = -2}$$

**Likninger uten brøk****Oppgave 1 – Uten deling på slutten (10 oppgaver)**

Løsningsforslag side: 4

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| a) $x + 4 = 19$ | b) $7 + x = 18$ |
| c) $x - 2 = -5$ | d) $2 + x = 5$  |
| e) $x + 3 = -5$ | f) $3 + x = 2$  |
| g) $x + 2 = 2$  | h) $52 + x = 2$ |
| i) $9 + x = 2$  | j) $x + 5 = 6$  |

**Oppgave 2 – Med deling på slutten (10 oppgaver)**

Løsningsforslag side: 4-5

- |                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| a) $3x + 4 = 19$   | b) $5x - 7 = 18$       |
| c) $3x + 5 = -x$   | d) $2x + 10 = 24$      |
| e) $-x + 5 = x$    | f) $4x - 3 = 2x$       |
| g) $5x = 10x - 15$ | h) $9x - 3x + 25 = -5$ |
| i) $3x - 5x = 2$   | j) $52 + 26x = 0$      |

**Oppgave 3 – Tekst oppgaver (6 oppgaver)**

Løsningsforslag side: 5-7

Sett opp en likning og løs.

- a) Kari kjøper 5 epler for 45 kroner. Hvor mye koster ett eple?
- b) Ola er tre ganger så gammel som han var for 12 år siden. Hvor gammel var Ola for 12 år siden?
- c) Jonas er dobbelt så gammel som Erik. Amund er 4 år yngre enn Erik. Til sammen er de 52 år. Kall alderen til Erik for  $x$ . Hvor gammel er Jonas, Amund og Erik?
- d) Per og Pål har 130 kr til sammen. Pål har 30 kr mer enn Per. Hvor mange kroner har de hver for seg?
- e) Laila, Heidi og Steffen har til sammen 5400 kr. Laila har dobbelt så mye som Heidi. Steffen har 300 kr mer enn Heidi. Hvor mye har de hver?
- f) Tallet mitt ganges med 4, deretter fjerner jeg 2 og resultatet blir 12. Hva er tallet mitt?

**Likninger med brøk****Oppgave 4 – Samme nevner (8 oppgaver)**

Løsningsforslag side: 8-

a)  $\frac{2x}{3} + 2 = 19$

b)  $\frac{x}{3} = 5$

c)  $\frac{x}{5} - 2 = -\frac{x}{5}$

d)  $\frac{4}{x} + \frac{5}{x} = 9$

e)  $\frac{5x}{3} + 9 = 2 - \frac{x}{3}$

f)  $\frac{x}{7} + 2 = 0$

g)  $\frac{5x}{7} = \frac{2+x}{7}$

h)  $\frac{3x}{9} + 2 = \frac{6x+3}{9}$

**Oppgave 5 – Ulike nevner (20 oppgaver)**

Løsningsforslag side:

Minste anbefaling av oppgaver:

Utfordrerne oppgaver:

a)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$

b)  $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 1$

c)  $\frac{2x+3}{3} - 5 = -\frac{x}{6}$

d)  $\frac{3x}{4} - 7 = \frac{x}{2}$

e)  $6 - \frac{2x}{3} = \frac{3x}{9} - 3$

f)  $\frac{10x}{11} = \frac{11x}{22} - 9$

g)  $\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x+2}$

h)  $\frac{x+1}{x} + \frac{3}{2} = \frac{1}{x}$  (sjekk løsningsforslag etter du har «løst» oppgaven)

i)  $\frac{x}{5} - 10 = \frac{2x}{3}$

j)  $\frac{6x}{4} - 5 = \frac{x}{8} + 5$

k)  $\frac{8}{x+2} = 2$

l)  $\frac{3x}{6} + \frac{x}{3} = 15$

m)  $-\frac{x+5}{6} - x = \frac{1}{9}(3x - 3)$

n)  $\frac{x}{6} - \frac{(2-x)}{4} = \frac{x}{3} + 1$

o)  $\frac{1}{2}\left(2x - \frac{3x+5}{2}\right) = \frac{1}{3}(2x + 1) - 7$

p)  $\frac{5x}{15} + 2 = -\frac{4x}{3}$

q)  $\frac{3x}{12} = \frac{x}{2} - 12$

r)  $\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{x}{4}$

s)  $\frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+3}$

t)  $\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} = 4\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1}\right)$

## Oppgave 6 – Tekst oppgaver (7 oppgaver)

Løsningsforslag side:

Løs ved å sette opp en likning som inneholder en brøk og løs dem.

- a) En femtedel av et tall er 10. Hva er tallet?
- b) En syklist har syklet 12km, som er to tredjedeler av turen. Hvor lang er hele turen?
- c) Halvparten av Peters sparepenger er 200 kroner. Hvor mye har han totalt?
- d) Summen av en tredjedel av et tall pluss halvparten av det samme tallet er 20. Hva er tallet?
- e) En buss har kjørt tre femtedeler av sin rute. Hvis den har 25 km igjen, hva er den totale rutelengden?
- f) En sjokoladeplate deles i fire like store deler. Hvis hver del veier 30 gram, hvor mye veier hele plata.
- g) En fabrikk har til nå produsert 200 enheter som er en tredjedel av dagens produksjonsmål. Hva er det totale produksjonsmålet for dagen?

## Løsningsforslag

## Likninger uten brøk

## Oppgave 1 – Uten deling på slutten (10 oppgaver)

a)  $x + 4 = 19$

$x = 19 - 4$

$x = 15$

c)  $x - 2 = -5$

$x = -5 + 2$

$x = -3$

e)  $x + 3 = -5$

$x = -5 - 3$

$x = -8$

g)  $x + 2 = 2$

$x = 2 - 2$

$x = 0$

i)  $9 + x = 2$

$x = 2 - 9$

$x = -7$

b)  $7 + x = 18$

$x = 18 - 7$

$x = 11$

d)  $2 + x = 5$

$x = 5 - 2$

$x = 3$

f)  $3 + x = 2$

$x = 2 - 3$

$x = -1$

h)  $52 + x = 2$

$x = 2 - 52$

$x = -50$

j)  $x + 5 = 6$

$x = 6 - 5$

$x = 1$

## Oppgave 2 – Med deling på slutten (10 oppgaver)

a)  $3x + 4 = 19$

$3x = 19 - 4$

$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$

$x = 5$

c)  $3x + 5 = -x$

$3x + x = -5$

$\frac{4x}{4} = \frac{-5}{4}$

$x = -\frac{5}{4} = -1,25$

b)  $5x - 7 = 18$

$5x = 18 + 7$

$\frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$

$x = 5$

d)  $2x + 10 = 24$

$2x = 24 - 10$

$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$

$x = 7$

## Oppgave 2 – Med deling på slutten (10 oppgaver)

e)  $-x + 5 = x$

$$-x - x = -5$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-5}{-2}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{5}{2} = 2,5}}$$

f)  $4x - 3 = 2x$

$$4x - 2x = 3$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{3}{2} = 1,5}}$$

g)  $5x = 10x - 15$

$$5x - 10x = -15$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-15}{-5}$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

h)  $9x - 3x + 25 = -5$

$$6x = -5 - 25$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{-30}{6}$$

$$\underline{\underline{x = -5}}$$

i)  $3x - 5x = 2$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{2}{-2}$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

j)  $52 + 26x = 0$

$$26x = -52$$

$$\frac{26x}{26} = \frac{-52}{26}$$

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

## Oppgave 3 – Tekst oppgaver (6 oppgaver)

Sett opp en likning og løs.

- a) Kari kjøper 5 epler for 45 kroner. Hvor mye koster ett eple?

$$5x = 45 \quad (\text{Vi tar 5 epler ganger ukjent pris som blir 45 kr})$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{45}{5} \Leftrightarrow x = 9$$

Ett eple koster 9 kr.

- b) Ola er tre ganger så gammel som han var for 12 år siden. Hvor gammel var Ola for 12 år siden?

$3x = x + 12$  (Vi sier at  $x$  er så gammel han var for 12 år siden. 3 ganger alderen hans for 12 år siden er lik hans nåværende alder pluss 12 år.  $3x$  er det samme som  $x+12$ .)

$$3x - x = 12 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \Leftrightarrow x = 6$$

Ola var 6 år for 12 år siden.

- c) Jonas er dobbelt så gammel som Erik. Amund er 4 år yngre enn Erik. Til sammen er de 52 år. Kall alderen til Erik for  $x$ . Hvor gammel er Jonas, Amund og Erik?

Erik:  $x$ , Jonas:  $2x$  (fordi han er dobbelt så gammel som Erik) og Amund:  $x - 4$  (fordi han er 4 år yngre enn Erik)

$$\text{Erik} + \text{Jonas} + \text{Amund} = 52 \text{ (fordi de er til sammen 52 år)}$$

$$x + 2x + (x - 4) = 52 \quad (\text{Puttet inn verdiene til personene som til sammen blir 52})$$

$$\text{Løser likningen:} \quad x + 2x + (x - 4) = 52 \Leftrightarrow 3x + x - 4 = 52 \Leftrightarrow 4x - 4 = 52$$

$$4x = 52 + 4 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{56}{4} \Leftrightarrow x = 14$$

Vi finner ut at Erik er 14. Jonas er dobbelt så gammel  $2 \cdot 14 = 28$  og Amund er 4 år yngre  $14 - 4 = 10$ .

Erik er 14 år, Jonas er 28 år og Amund er 10 år.

- d) Per og Pål har 130 kr til sammen. Pål har 30 kr mer enn Per. Hvor mange kroner har de hver for seg?

Vi kaller Per sine penger for  $x$ , Pål har 30 kr mer, så vi representerer Pål som  $x + 30$ .

Til sammen har de 130 kr.

$$\text{Per sine penger} + \text{Pål sine penger} = 130$$

$$x + x + 30 = 130 \quad (\text{Putter inn variablene til Per og Pål})$$

$$\text{Løser likningen:} \quad x + x + 30 = 130 \Leftrightarrow 2x + 30 = 130 \Leftrightarrow 2x = 130 - 30$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{100}{2} \Leftrightarrow x = 50$$

Per har da 50 kr og Pål har 30 kr per  $50 + 30 = 80$ .

Per har 50 kr og Pål har 80 kr.

- e) Laila, Heidi og Steffen har til sammen 5400 kr. Laila har dobbelt så mye som Heidi. Steffen har 300 kr mer enn Heidi. Hvor mye har de hver?

Vi ser at all informasjon gitt er hvor mye penger noen har i forhold til Heidi, da kaller vi Heidi for  $x$ . Laila har det dobbelte av Heidi, så Laila:  $2x$ . Steffen har 300 kr mer enn Heidi, Steffen:  $x + 300$ .

$$\text{Heidi} + \text{Laila} + \text{Steffen} = 5400$$

$$x + 2x + (x + 300) = 5400 \quad (\text{Puttet inn variablene/verdiene til personene})$$

$$\text{Løser likningen:} \quad x + 2x + (x + 300) = 5400 \Leftrightarrow x + 2x + x + 300 = 5400$$

$$4x + 300 = 5400 \Leftrightarrow 4x = 5400 - 300 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = 5100$$

$$x = 1275$$

$$\text{Heidi} = x = 1275$$

$$\text{Laila} = 2x = 2 \cdot 1275 = 2550$$

$$\text{Steffen} = x + 300 = 1275 + 300 = 1575$$

Heidi har 1275 kr, Laila har 2500 kr og Steffen har 1575.

- f) Tallet mitt ganges med 4, deretter fjerner jeg 2 og resultatet blir 12. Hva er tallet mitt?

Tallet mitt =  $x$

$$x \cdot 4 - 2 = 12 \Leftrightarrow 4x - 2 = 12 \Leftrightarrow 4x = 12 + 2 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = 14 \Leftrightarrow x = 3,5$$

Tallet er 3,5.

## Likninger med brøk

## Oppgave 4 – Samme nevner (8 oppgaver)

a)  $\frac{2x}{3} + 2 = 19$

$$3\left(\frac{2x}{3} + 2\right) = (19)3$$

*Ganger begge sider med 3 fordi det er den eneste nevneren*

$$\frac{\cancel{3} \cdot 2x}{\cancel{3}} + 3 \cdot 2 = 19 \cdot 3$$

$$2x + 6 = 57$$

$$2x = 57 - 6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{51}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 25,5}}$$

b)  $\frac{x}{3} = 5$

$$3\left(\frac{x}{3}\right) = (5)3$$

*Ganger begge sider med 3 fordi det er den eneste nevneren*

$$\frac{\cancel{3} \cdot x}{\cancel{3}} = 5 \cdot 3$$

$$\underline{\underline{x = 15}}$$

c)  $\frac{x}{5} - 2 = -\frac{x}{5}$

$$5\left(\frac{x}{5} - 2\right) = \left(-\frac{x}{5}\right)5$$

*Ganger begge sider med 5 fordi det er den eneste nevneren*

$$\frac{\cancel{5} \cdot x}{\cancel{5}} - 5 \cdot 2 = -\frac{x \cdot \cancel{5}}{\cancel{5}}$$

$$x - 10 = -x$$

$$x + x = 10$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

d)  $\frac{4}{x} + \frac{5}{x} = 9$

$$x\left(\frac{4}{x} + \frac{5}{x}\right) = (9)x$$

*Ganger begge sider med x fordi det er den eneste nevneren*

$$\frac{\cancel{x} \cdot 4}{\cancel{x}} + \frac{\cancel{x} \cdot 5}{\cancel{x}} = 9x$$

$$4 + 5 = 9x$$

$$\frac{9}{9} = \frac{9x}{9}$$

$$\underline{\underline{x = 1}}$$



$$\text{e)} \quad \frac{5x}{3} + 9 = 2 - \frac{x}{3}$$

$$3 \left( \frac{5x}{3} + 9 \right) = \left( 2 - \frac{x}{3} \right) 3 \quad \text{Ganger begge sider med 3 fordi det er den eneste nevneren}$$

$$\frac{3 \cdot 5x}{3} + 3 \cdot 9 = 2 \cdot 3 - \frac{x \cdot 3}{3}$$

$$5x + 27 = 6 - x$$

$$5x + x = 6 - 27$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{-21}{6}$$

$$\underline{\underline{x = -3,5}}$$

$$\text{f)} \quad \frac{x}{7} + 2 = 0$$

$$7 \left( \frac{x}{7} + 2 \right) = (0)7 \quad \text{Ganger begge sider med 7 fordi det er den eneste nevneren}$$

$$\frac{7 \cdot x}{7} + 7 \cdot 2 = 0$$

$$x + 14 = 0$$

$$\underline{\underline{x = -14}}$$

$$\text{g)} \quad \frac{5x}{7} = \frac{2+x}{7}$$

$$7 \left( \frac{5x}{7} \right) = \left( \frac{2+x}{7} \right) 7$$

$$\frac{7 \cdot 5x}{7} = \frac{(2+x)7}{7}$$

$$5x = 2 + x$$

$$5x - x = 2$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{1}{4} = 0,25}}$$

$$\text{h)} \quad \frac{3x}{9} + 2 = \frac{6x+3}{9}$$

$$9 \left( \frac{3x}{9} + 2 \right) = \left( \frac{6x+3}{9} \right) 9$$

$$\frac{9 \cdot 3x}{9} + 9 \cdot 2 = \frac{(6x+3)9}{9}$$

$$3x + 18 = 6x + 3$$

$$3x - 6x = 3 - 18$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-15}{-3}$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

## Oppgave 5 – Ulike nevner (20 oppgaver)

a) 
$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$$

$$6\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3}\right) = (10)6 \quad \text{Vi ganger med 6 fordi nevnerne ganget med hverandre blir 6. } 2 \cdot 3 = 6$$

$$\frac{6x}{2} + \frac{6x}{3} = 60$$

$$3x + 2x = 60$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{60}{5}$$

$$\underline{\underline{x = 12}}$$

b) 
$$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 1$$

$$20\left(\frac{x}{4} - \frac{x}{5}\right) = (1)20 \quad \text{Vi ganger med 20 fordi nevnerne ganget med hverandre blir 20. } 4 \cdot 5 = 20$$

$$\frac{20x}{4} - \frac{20x}{5} = 20$$

$$5x - 4x = 20$$

$$\underline{\underline{x = 20}}$$

c) 
$$\frac{2x+3}{3} - 5 = -\frac{x}{6}$$

$$18\left(\frac{2x+3}{3} - 5\right) = \left(-\frac{x}{6}\right)18 \quad \text{Ganger med 18 fordi produktet av nevnerne er 18. } 3 \cdot 6 = 18$$

$$\frac{18(2x+3)}{3} - 18 \cdot 5 = -\frac{18x}{6}$$

$$6(2x + 3) - 90 = -3x$$

$$12x + 18 - 90 = -3x$$

$$12x + 3x = -18 + 90$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{72}{15}$$

$$\underline{\underline{x = \frac{24}{5} = 4,8}}$$

d) 
$$\frac{3x}{4} - 7 = \frac{x}{2}$$

$$8\left(\frac{3x}{4} - 7\right) = \left(\frac{x}{2}\right)8 \quad \text{Ganger med 8 fordi produktet av nevnerne er 8. } 4 \cdot 2 = 8$$

$$\frac{24x}{4} - 8 \cdot 7 = \frac{8x}{2}$$

$$6x - 56 = 4x$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{56}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 28}}$$

e)  $6 - \frac{2x}{3} = \frac{3x}{9} - 3$

$$27\left(6 - \frac{2x}{3}\right) = \left(\frac{3x}{9} - 3\right) 27 \quad \text{Ganger med 27 fordi produktet av nevnerne er 27. } 3 \cdot 9 = 27$$

$$27 \cdot 6 - \frac{27 \cdot 2x}{3} = \frac{3x \cdot 27}{9} - 3 \cdot 27$$

$$162 - \frac{54x}{3} = \frac{81x}{9} - 81$$

$$162 - 18x = 9x - 81$$

$$-18x - 9x = -81 - 162$$

$$-27x = -243$$

$$\frac{-27x}{-27} = \frac{-243}{-27}$$

$$\underline{\underline{x = 9}}$$

f)  $\frac{10x}{11} = \frac{11x}{22} - 9$

$$242\left(\frac{10x}{11}\right) = \left(\frac{11x}{22} - 9\right) 242 \quad \text{Ganger med 242 fordi produktet av nevnerne er 242. } 11 \cdot 22 = 242$$

$$\frac{2420x}{11} = \frac{2662x}{22} - 2178 \quad \text{Bruk gjerne kalkulator}$$

$$220x = 121x - 2178$$

$$\frac{99x}{99} = \frac{-2178}{99}$$

$$\underline{\underline{x = -22}}$$

g)  $\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x+2}$

Ganger med  $(x+2)(x+1)$  fordi det er alle de forskjellige nevnerne vi har:

$$(x+2)(x+1)\left(\frac{1}{x+2} - \frac{2}{x+1}\right) = \left(\frac{3}{x+2}\right)(x+2)(x+1)$$

$$\frac{(x+2)(x+1)1}{x+2} - \frac{(x+2)(x+1)2}{x+1} = \frac{(x+2)(x+1)3}{x+2}$$

h)  $\frac{x+1}{x} + \frac{3}{2} = \frac{1}{x}$

i)  $\frac{x}{5} - 10 = \frac{2x}{3}$

j)  $\frac{6x}{4} - 5 = \frac{x}{8} + 5$

k)  $\frac{8}{x+2} = 2$

l) 
$$\frac{3x}{6} + \frac{x}{3} = 15$$

m) 
$$-\frac{x+5}{6} - x = \frac{1}{9}(3x - 3)$$

n) 
$$\frac{x}{6} - \frac{(2-x)}{4} = \frac{x}{3} + 1$$

o) 
$$\frac{1}{2}\left(2x - \frac{3x+5}{2}\right) = \frac{1}{3}(2x + 1) - 7$$

p) 
$$\frac{5x}{15} + 2 = -\frac{4x}{3}$$

q) 
$$\frac{3x}{12} = \frac{x}{2} - 12$$

r) 
$$\frac{2x}{3} - 5 = -\frac{x}{4}$$

s) 
$$\frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+3}$$

t) 
$$\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1} = 4\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1}\right)$$

**Oppgave 6 – Tekst oppgaver (7 oppgaver)**

Løs ved å sette opp en likning som inneholder en brøk og løs dem.

- a) En femtedel av et tall er 10. Hva er tallet?
- b) En syklist har syklet 12km, som er to tredjedeler av turen. Hvor lang er hele turen?
- c) Halvparten av Peters sparepenger er 200 kroner. Hvor mye har han totalt?
- d) Summen av en tredjedel av et tall pluss halvparten av det samme tallet er 20. Hva er tallet?
- e) En buss har kjørt tre femtedeler av sin rute. Hvis den har 25 km igjen, hva er den totale rutelengden?
- f) En sjokoladeplate deles i fire like store deler. Hvis hver del veier 30 gram, hvor mye veier hele plata.

- g) En fabrikk har til nå produsert 200 enheter som er en tredjedel av dagens produksjonsmål. Hva er det totale produksjonsmålet for dagen?