Prawdopodobieństwo, Kryminologia, Epistemologia

Rafał Urbaniak

Cel 1. (Trochę) zrozumieć prawdopodobieństwo

Cel bieżący

Wskazanie i zrozumienie typowych zastosowań prawdodobieństwa (i typowych błędów z nim związanych) w ustalaniu faktów w sądzie.

Sprawa morderstwa Meredith Kercher

Sprawa morderstwa Meredith Kercher

Sytuacja

- M. Kercher, zamordowana za pomocą noży 1.11.2007.
- Kluczowy dowód: pasujący do części ran nóż w szufladzie Rafaele Sollecito, ze śladową ilością DNA M. Kercher na ostrzu (niewystarczającą do podziału).

Sprawa morderstwa Meredith Kercher

Sytuacja

- M. Kercher, zamordowana za pomocą noży 1.11.2007.
- Kluczowy dowód: pasujący do części ran nóż w szufladzie Rafaele Sollecito, ze śladową ilością DNA M. Kercher na ostrzu (niewystarczającą do podziału).
- Ekspertyza odrzuciła badanie, twierdząc, że mógł być to materiał genetyczny z poprzednich badań za pomocą tej samej aparatury (nie wiedzieli wtedy, że odstęp wynosił 6 dni).

Sprawa morderstwa Meredith Kercher

Sytuacja

2011: lepsza aparatura, wniosek o ponowne badanie.
Odrzucone przez Sędziego Hellmana 7 września:

Sprawa morderstwa Meredith Kercher

Sytuacja

2011: lepsza aparatura, wniosek o ponowne badanie.
Odrzucone przez Sędziego Hellmana 7 września:

> *The sum of the two results, both unreliable due to not having been obtained by a correct scientific procedure, cannot give a reliable result.*

Przypadek Janet Collins

[Crim. No. 11176. In Bank. Mar. 11, 1968]

Przypadek Janet Collins

[Crim. No. 11176. In Bank. Mar. 11, 1968]

Sytuacja

- 1964: Atak i wyrwanie torebki Juanicie Brooks.

Przypadek Janet Collins

[Crim. No. 11176. In Bank. Mar. 11, 1968]

Sytuacja

- 1964: Atak i wyrwanie torebki Juanicie Brooks.
- Juanita widziała młodą blondynkę uciekającą za róg.

Przypadek Janet Collins
[Crim. No. 11176. In Bank. Mar. 11, 1968]

Sytuacja

- 1964: Atak i wyrwanie torebki Juanicie Brooks.
- Juanita widziała młodą blondynkę uciekającą za róg.
- Sąsiad widział za rogiem młodą blondynkę w kucyku wsiadającą do żółtego lincolna, prowadzonego przez Afroamerykanina z wąsami i brodą.

Przypadek Janet Collins

[Crim. No. 11176. In Bank. Mar. 11, 1968]

Sytuacja

- 1964: Atak i wyrwanie torebki Juanicie Brooks.
- Juanita widziała młodą blondynkę uciekającą za róg.
- Sąsiad widział za rogiem młodą blondynkę w kucyku wsiadającą do żółtego lincolna, prowadzonego przez Afroamerykanina z wąsami i brodą.

Śledztwo i rozprawa

- Znaleziono mieszkająca niedaleko parę pasującą do opisu: Janet i Malcolm (nie miał brody).

Śledztwo i rozprawa

- Znaleziono mieszkająca niedaleko parę pasującą do opisu: Janet i Malcolm (nie miał brody).
- Okazanie i dowody nie były rozstrzygające.

Śledztwo i rozprawa

- Znaleziono mieszkająca niedaleko parę pasującą do opisu: Janet i Malcolm (nie miał brody).
- Okazanie i dowody nie były rozstrzygające.
- Prokurator Ray Sinetar i matematyk Daniel Martinez:

Wydarzenie	**Szacowane** P
Afroamerykanin z brodą	1/10
Mężczyzna z wąsem	1/4
Biała blondynka	1/3
Kobieta z kucykiem	1/10
Para mieszana w samochodzie	1/1000
Żółty samochód	1/10

Śledztwo i rozprawa

Wydarzenie	**Szacowane** P
Afroamerykanin z brodą	1/10
Mężczyzna z wąsem	1/4
Biała blondynka	1/3
Kobieta z kucykiem	1/10
Para mieszana w samochodzie	1/1000
Żółty samochód	1/10

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Wynik

Wyrok skazujący, odwołanie uznane w 1968.

Morderstwo Diany Sylvester

Morderstwo Diany Sylvester

Sytuacja

- Morderstwo 22.12.1972, brak podejrzanych, zabezpieczono materiał genetyczny.

Morderstwo Diany Sylvester

Sytuacja

- Morderstwo 22.12.1972, brak podejrzanych, zabezpieczono materiał genetyczny.
- 2003: Policja w San Francisco otrzymuje grant na badanie DNA w starych sprawach.

Morderstwo Diany Sylvester

Sytuacja

- Morderstwo 22.12.1972, brak podejrzanych, zabezpieczono materiał genetyczny.
- 2003: Policja w San Francisco otrzymuje grant na badanie DNA w starych sprawach.
- Materiał nieco zdegradowany (5 z 13 *loci*) czytelne.

Morderstwo Diany Sylvester

Sytuacja

- Morderstwo 22.12.1972, brak podejrzanych, zabezpieczono materiał genetyczny.
- 2003: Policja w San Francisco otrzymuje grant na badanie DNA w starych sprawach.
- Materiał nieco zdegradowany (5 z 13 *loci*) czytelne.
- Jedno trafienie w bazie 338 tys. osób: John Puckett (72 lata).

Morderstwo Diany Sylvester

Sytuacja

- Morderstwo 22.12.1972, brak podejrzanych, zabezpieczono materiał genetyczny.
- 2003: Policja w San Francisco otrzymuje grant na badanie DNA w starych sprawach.
- Materiał nieco zdegradowany (5 z 13 *loci*) czytelne.
- Jedno trafienie w bazie 338 tys. osób: John Puckett (72 lata).

Random Match Probability

- Zgodność na 13 loci: ca. 1/400 trylionów.
- Zgodność 9: 1/13 miliardów.
- Zgodność 5: 1/1.1 miliona.

Morderstwo Diany Sylvester

Obrona Bicka Barlow i badania Kathryn Troyer

- W 10 tys. profili 9 przypadków zgodności na 9 *loci*. (2001)

Morderstwo Diany Sylvester

Obrona Bicka Barlow i badania Kathryn Troyer

- W 10 tys. profili 9 przypadków zgodności na 9 *loci*. (2001)
- W 65 tys. profili 122 pary zgodne na 9, 20 na 10. (2005)

Morderstwo Diany Sylvester

Obrona Bicka Barlow i badania Kathryn Troyer

- W 10 tys. profili 9 przypadków zgodności na 9 *loci*. (2001)
- W 65 tys. profili 122 pary zgodne na 9, 20 na 10. (2005)
- Skoro 1/1.1. miliona, w bazie 338 tys., to szansa zgodności to 338 tys./1.1 mln $\approx$ 1/3!

Sędzia na wstępnej rozprawie

It would be too confusing to present the different and seemingly contradictory mathematical arguments in court.

Przypadek Sally Clark

Przypadek Sally Clark

Sytuacja

- Pierwszy syn, ur. 22.09.1996 r., zmarł 13.12.1996 r.
- Drugi, urodzony 29.11.1997 r., zmarł 26.01.1998 r.

Przypadek Sally Clark

Sytuacja

- Pierwszy syn, ur. 22.09.1996 r., zmarł 13.12.1996 r.
- Drugi, urodzony 29.11.1997 r., zmarł 26.01.1998 r.
- Patolog stwierdził ślady krwawienia w gałkach ocznych i złamane żebro (nie potwierdzone przez prześwietlenie).

Przypadek Sally Clark

Sytuacja

- Pierwszy syn, ur. 22.09.1996 r., zmarł 13.12.1996 r.
- Drugi, urodzony 29.11.1997 r., zmarł 26.01.1998 r.
- Patolog stwierdził ślady krwawienia w gałkach ocznych i złamane żebro (nie potwierdzone przez prześwietlenie).
- Małżeństwo było podejrzane o podwójne morderstwo.

Przypadek Sally Clark

Sytuacja

- Pierwszy syn, ur. 22.09.1996 r., zmarł 13.12.1996 r.
- Drugi, urodzony 29.11.1997 r., zmarł 26.01.1998 r.
- Patolog stwierdził ślady krwawienia w gałkach ocznych i złamane żebro (nie potwierdzone przez prześwietlenie).
- Małżeństwo było podejrzane o podwójne morderstwo.
- Jako jedyna została oskarżona Sally Clark (męża nie było w domu za drugim razem).

Przypadek Sally Clark

Decydująca ekspertyza Sir Roya Meadow

. . .

the chance of a cot death in a family of the social status of the Clark family is about 1 in 8543 . . . that means that the chance of two such deaths occurring in the same family is equal to the square of that number: once chance in about 73 million.

Przypadek Sally Clark

Statystyki Care of Next Infants (CONI) (odrzucone)

Na 5000 SIDS w przypadku pierwszego dziecka, 8 w przypadku drugiego.

Przypadek Sally Clark

Statystyki Care of Next Infants (CONI) (odrzucone)

Na 5000 SIDS w przypadku pierwszego dziecka, 8 w przypadku drugiego.

Wyrok 2.11.1999

Sally Clark została skazana na dożywocie większością 10:2.

Przypadek Sally Clark

Statystyki Care of Next Infants (CONI) (odrzucone)

Na 5000 SIDS w przypadku pierwszego dziecka, 8 w przypadku drugiego.

Wyrok 2.11.1999

Sally Clark została skazana na dożywocie większością 10:2.

Skutek

Po długiej walce, Sally Clark 29.01.2003 r. została uniewinniona. Nie podniosła się po tych wydarzeniach i zmarła po zatruciu alkoholowym 16.03.2007.

Aksjomaty teorii prawdopodobieństwa

Dla formuł

$$\mathtt{P}(A) \geq 0 \qquad \text{(Non-0)}$$

$$\mathtt{P}(\top) = 1 \qquad \text{(Pewność)}$$

$$\mathtt{P}(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n) = \Sigma_{i=1}^{n}\mathtt{P}(A_i) \qquad \text{(Addytywność)}$$

jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ się parami wykluczają.

Aksjomaty teorii prawdopodobieństwa

Dla formuł

$$\mathtt{P}(A) \geq 0 \qquad \text{(Non-0)}$$

$$\mathtt{P}(\top) = 1 \qquad \text{(Pewność)}$$

$$\mathtt{P}(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n) = \Sigma_{i=1}^{n} \mathtt{P}(A_i) \qquad \text{(Addytywność)}$$

jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ się parami wykluczają.

Dla przestrzeni probabilistycznych

Przestrzeń: $\langle S, \mathtt{P} \rangle$, gdzie S jest zbiorem wydarzeń elementarnych, a $\mathtt{P} : \mathcal{P}(S) \mapsto [0, 1]$ (normalność).

$$\mathtt{P}(S) = 1, \;\; \mathtt{P}(\emptyset) = 0 \qquad \text{(Pewność)}$$

$$\mathtt{P}\left(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j\right) = \sum_{j=1}^{\infty} \mathtt{P}(A_j) \qquad (\sigma\text{-addytywność})$$

jeżeli $A_j, A_{j'}$ są rozłączne.

Podstawowe własności prawdopodobieństwa

Fakt

$\mathtt{P}(A^c) = 1 - \mathtt{P}(A)$

Podstawowe własności prawdopodobieństwa

Fakt

$\mathtt{P}(A^c) = 1 - \mathtt{P}(A)$

Dowód

$$\begin{aligned} \mathtt{P}(S) = P(A \cup A^c) = \mathtt{P}(A) + \mathtt{P}(A^c) &= 1 \\ \mathtt{P}(A^c) &= 1 - \mathtt{P}(A) \end{aligned}$$

Podstawowe własności prawdopodobieństwa

Fakt

$\mathtt{P}(A^c) = 1 - \mathtt{P}(A)$

Dowód

$$\mathtt{P}(S) = P(A \cup A^c) = \mathtt{P}(A) + \mathtt{P}(A^c) = 1$$
$$\mathtt{P}(A^c) = 1 - \mathtt{P}(A)$$

Fakt

$A \subseteq B \Rightarrow \mathtt{P}(A) \leq \mathtt{P}(B)$

Podstawowe własności prawdopodobieństwa

Fakt

$\mathrm{P}(A^c) = 1 - \mathrm{P}(A)$

Dowód

$$
\begin{aligned}
\mathrm{P}(S) = P(A \cup A^c) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(A^c) &= 1 \\
\mathrm{P}(A^c) &= 1 - \mathrm{P}(A)
\end{aligned}
$$

Fakt

$A \subseteq B \Rightarrow \mathrm{P}(A) \leq \mathrm{P}(B)$

Dowód

$$
\begin{aligned}
A \subseteq B \Rightarrow B &= A \cup (B \cap A^c) \\
\mathrm{P}(B) &= \mathrm{P}(A \cup (B \cap A^c)) \\
&= \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B \cap A^c) \geq \mathrm{P}(A)
\end{aligned}
$$

Addytywność a wykluczanie

$$\mathtt{P}(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n) = \Sigma_{i=1}^{n} \mathtt{P}(A_i) \qquad \text{(Addytywność)}$$

jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ się parami wykluczają

Addytywność a wykluczanie

$$\mathtt{P}(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n) = \Sigma_{i=1}^{n} \mathtt{P}(A_i) \qquad \text{(Addytywność)}$$

jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ się parami wykluczają

Przykład spełnionego warunku: rzut kością 6

$\mathtt{P}(1 \vee 2) = \mathtt{P}(1) + \mathtt{P}(2) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

Addytywność a wykluczanie

$$\mathrm{P}(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n) = \Sigma_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A_i) \qquad \text{(Addytywność)}$$

jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ się parami wykluczają

Przykład spełnionego warunku: rzut kością 6

$\mathrm{P}(1 \vee 2) = \mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

Przykład niespełnionego warunku: rzut kością 6

$\mathrm{P}(> 2 \vee \text{Nieparzysta}) =_?$

Addytywność a wykluczanie

$$\mathrm{P}(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n) = \Sigma_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A_i) \qquad \text{(Addytywność)}$$

jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ się parami wykluczają

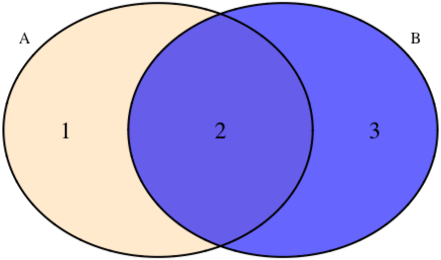
Przykład spełnionego warunku: rzut kością 6

$\mathrm{P}(1 \vee 2) = \mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

Przykład niespełnionego warunku: rzut kością 6

$\mathrm{P}(> 2 \vee \text{Nieparzysta}) =_? 4/6 + 1/2 = 7/6???$

Alternatywa bez wykluczania



$$
\begin{aligned}
\mathrm{P}(A) &= \mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2)\\
\mathrm{P}(B) &= \mathrm{P}(2) + \mathrm{P}(3)\\
\mathrm{P}(A \vee B) &\neq \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)\\
&= \mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2) + \mathrm{P}(2) + \mathrm{P}(3)\\
\mathrm{P}(A \vee B) &= \mathrm{P}(1) + \mathrm{P}(2) + \mathrm{P}(3)\\
&= \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \wedge B)
\end{aligned}
$$

Alternatywa bez wykluczania

Fakt

$$\mathtt{P}(A \cup B) = \mathtt{P}(A) + \mathtt{P}(B) - \mathtt{P}(A \cap B)$$

Alternatywa bez wykluczania

Fakt

$\mathtt{P}(A \cup B) = \mathtt{P}(A) + \mathtt{P}(B) - \mathtt{P}(A \cap B)$

Dowód

$$A \cup B = A \cup (B \cap A^c)$$
$$\mathtt{P}(A \cup B) = \mathtt{P}(A) + \underbrace{\mathtt{P}(B \cap A^c)}_{wts = \mathtt{P}(B) = \mathtt{P}(A \cap B)}$$

Alternatywa bez wykluczania

Fakt

$\mathtt{P}(A \cup B) = \mathtt{P}(A) + \mathtt{P}(B) - \mathtt{P}(A \cap B)$

Dowód

$$A \cup B = A \cup (B \cap A^c)$$

$$\mathtt{P}(A \cup B) = \mathtt{P}(A) + \underbrace{\mathtt{P}(B \cap A^c)}_{wts = \mathtt{P}(B) = \mathtt{P}(A \cap B)}$$

$$B = (A \cap B) \cup (A^c \cap B)$$

$$\mathtt{P}(B) = \mathtt{P}(A \cap B) + \mathtt{P}(A^c \cap B)$$

$$\mathtt{P}(B) - \mathtt{P}(A \cap B) = \mathtt{P}(A^c \cap B)$$

Prawdopodobieństwo warunkowe

$$\mathtt{P}(B) > 0 \Rightarrow \mathtt{P}(H|D) = \frac{\mathtt{P}(H \wedge D)}{\mathtt{P}(D)}$$

Prawdopodobieństwo warunkowe

$$\mathtt{P}(B) > 0 \Rightarrow \mathtt{P}(H|D) = \frac{\mathtt{P}(H \wedge D)}{\mathtt{P}(D)}$$

Przykład: kość 6

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(2|\text{Parzyste}) &= 1/3\\ &= \frac{\mathtt{P}(2 \wedge \text{Parzyste})}{\mathtt{P}(\text{Parzyste})}\\ &= \frac{1/6}{1/2}\end{aligned}$$

Prawdopodobieństwo warunkowe

$$\mathtt{P}(B) > 0 \Rightarrow \mathtt{P}(H|D) = \frac{\mathtt{P}(H \wedge D)}{\mathtt{P}(D)}$$

Przykład: kość 6

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(2|\text{Parzyste}) &= 1/3 \\ &= \frac{\mathtt{P}(2 \wedge \text{Parzyste})}{\mathtt{P}(\text{Parzyste})} \\ &= \frac{1/6}{1/2}\end{aligned}$$

Kolejność warunkowania się liczy!

Zwykle $\mathtt{P}(H|D) \neq \mathtt{P}(D|H)$!

Prawdopodobieństwo warunkowe

$$\mathtt{P}(B) > 0 \Rightarrow \mathtt{P}(H|D) = \frac{\mathtt{P}(H \wedge D)}{\mathtt{P}(D)}$$

Przykład: kość 6

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(2|\text{Parzyste}) &= 1/3 \\ &= \frac{\mathtt{P}(2 \wedge \text{Parzyste})}{\mathtt{P}(\text{Parzyste})} \\ &= \frac{1/6}{1/2}\end{aligned}$$

Kolejność warunkowania się liczy!

Zwykle $\mathtt{P}(H|D) \neq \mathtt{P}(D|H)$!
Przykład: $\mathtt{P}(2|\text{Parzyste}) = 1/3 \neq \mathtt{P}(\text{Parzyste}|2)$.

Prawdopodobieństwo warunkowe

Przykład: siostry

Załóżmy, że płeć drugiego dziecka jest niezależna od płci pierwszego ($\mathbb{P}(K) = 1/2$). Pytanie: jak prawdopodobne jest, że są to dwie siostry (D), jeżeli wiemy, że:

- Przynajmniej jedno dziecko jest płci żeńskiej? (P)
- Starsze dziecko jest płci żeńskiej? (S)

Prawdopodobieństwo warunkowe

Przykład: siostry

Załóżmy, że płeć drugiego dziecka jest niezależna od płci pierwszego ($\mathrm{P}(K) = 1/2$). Pytanie: jak prawdopodobne jest, że są to dwie siostry (D), jeżeli wiemy, że:

- Przynajmniej jedno dziecko jest płci żeńskiej? (P)
- Starsze dziecko jest płci żeńskiej? (S)

Odpowiedź

$$\mathrm{P}(D|P) = \frac{\mathrm{P}(D \wedge P)}{\mathrm{P}(P)} = \frac{\mathrm{P}(D)}{\mathrm{P}(P)} = \frac{1/4}{3/4} = 1/3$$

$$\mathrm{P}(D|S) = \frac{\mathrm{P}(D \wedge S)}{\mathrm{P}(S)} = \frac{\mathrm{P}(D)}{\mathrm{P}(S)} = \frac{1/4}{1/2} = 1/2$$

Koniunkcja a prawdopodobieństwo warunkowe

Fakt

$\mathtt{P}(A \cap B) = \mathtt{P}(B)\mathtt{P}(A|B) = \mathtt{P}(A)\mathtt{P}(B|A)$

Koniunkcja a prawdopodobieństwo warunkowe

Fakt

$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

Dowód

$$\mathrm{P}(A|B) =_{df} \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$$

$$\mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(A \cap B)$$

Niezależność wydarzeń

Definicja

A i B są niezależne, gdy $\mathtt{P}(A \cap B) = \mathtt{P}(A)\mathtt{P}(B)$.
(nie mylić z rozłącznością: niezależność tylko dla $\mathtt{P}(A) = 0$!)

Niezależność wydarzeń

Definicja

A i B są niezależne, gdy $\mathtt{P}(A \cap B) = \mathtt{P}(A)\mathtt{P}(B)$.
(nie mylić z rozłącznością: niezależność tylko dla $\mathtt{P}(A) = 0$!)

Fakt

Jeżeli $\mathtt{P}(A), \mathtt{P}(B) > 0$*, warunek ten jest równoważny:*

$$\mathtt{P}(A|B) = \mathtt{P}(A)$$

$$\mathtt{P}(B|A) = \mathtt{P}(B)$$

Niezależność wydarzeń

Definicja

A i B są niezależne, gdy $\mathtt{P}(A \cap B) = \mathtt{P}(A)\mathtt{P}(B)$.
(nie mylić z rozłącznością: niezależność tylko dla $\mathtt{P}(A) = 0$!)

Fakt

Jeżeli $\mathtt{P}(A), \mathtt{P}(B) > 0$, *warunek ten jest równoważny:*

$$\mathtt{P}(A|B) = \mathtt{P}(A)$$
$$\mathtt{P}(B|A) = \mathtt{P}(B)$$

Dowód

$$\Rightarrow: \quad \mathtt{P}(A|B) = \frac{\mathtt{P}(A \cap B)}{\mathtt{P}(B)} = \frac{\mathtt{P}(A)\mathtt{P}(B)}{\mathtt{P}(B)} = \mathtt{P}(A)$$

$$\Leftarrow: \quad \mathtt{P}(B|A) = \mathtt{P}(B)$$

$$\frac{\mathtt{P}(B \cap A)}{\mathtt{P}(A)} = \mathtt{P}(B)$$

$$\mathtt{P}(B \cap A) = \mathtt{P}(A)\mathtt{P}(B)$$

Niezależność i koniunkcja

Niezależność. . .

$\mathtt{P}(A|B) = \mathtt{P}(A)$

. . . a koniunkcja

$$\mathtt{P}(A \wedge B) = \mathtt{P}(A) \times \mathtt{P}(B)$$

jeżeli A i B są niezależne

Niezależność i koniunkcja

Niezależność. . .

$\mathtt{P}(A|B) = \mathtt{P}(A)$

. . . a koniunkcja

$$\mathtt{P}(A \wedge B) = \mathtt{P}(A) \times \mathtt{P}(B)$$

jeżeli A i B są niezależne

Przykład warunku spełnionego: dwa rzuty kością 6

$\mathtt{P}(1_1 \wedge 1_2) =_?$

Niezależność i koniunkcja

. . . a koniunkcja

$$\mathtt{P}(A \wedge B) = \mathtt{P}(A) \times \mathtt{P}(B)$$

jeżeli A i B są niezależne

Przykład warunku spełnionego: dwa rzuty kością 6

$\mathtt{P}(1_1 \wedge 1_2) =_? 1/6 \times 1/6$

Niezależność i koniunkcja

. . . a koniunkcja

$$\mathtt{P}(A \wedge B) = \mathtt{P}(A) \times \mathtt{P}(B)$$

jeżeli A i B są niezależne

Przykład warunku spełnionego: dwa rzuty kością 6

$\mathtt{P}(1_1 \wedge 1_2) =_? 1/6 \times 1/6$

Przykład warunku niespełnionego: jeden rzut kością 6

$$\mathtt{P}(\text{Nieparzysty} \wedge < 4) = 1/3$$
$$\neq 1/2 \times 1/2 = 1/4$$

Zmiana kierunku warunkowania

Wiemy, że zazwyczaj

$\mathtt{P}(H|D) \neq \mathtt{P}(D|H)$

Zmiana kierunku warunkowania

Wiemy, że zazwyczaj

$\mathtt{P}(H|D) \neq \mathtt{P}(D|H)$

Twierdzenie Bayesa

$$\mathtt{P}(H|D) = \frac{\mathtt{P}(D|H)\mathtt{P}(H)}{\mathtt{P}(D)}$$

Zmiana kierunku warunkowania

Twierdzenie Bayesa

$$\mathtt{P}(H|D) = \frac{\mathtt{P}(D|H)\mathtt{P}(H)}{\mathtt{P}(D)}$$

Dowód

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(H|D) &=_{df} \frac{\mathtt{P}(D \wedge H)}{\mathtt{P}(D)} \\ &=_{df} \frac{\mathtt{P}(D|H)\mathtt{P}(H)}{\mathtt{P}(D)}\end{aligned}$$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Fakt

Jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ tworzą partycję S, to:

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(B) &= \sum_{i=1}^{n} \mathtt{P}(A_i)\mathtt{P}(B|A_i) \\ &= \mathtt{P}(A_1)\mathtt{P}(B|A_1) + \mathtt{P}(A_2)\mathtt{P}(B|A_2) + \cdots + \mathtt{P}(A_n)\mathtt{P}(B|A_n)\end{aligned}$$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Fakt

Jeżeli $A_1, \ldots, A_n$ tworzą partycję S, to:

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(B) &= \sum_{i=1}^{n} \mathtt{P}(A_i)\mathtt{P}(B|A_i)\\ &= \mathtt{P}(A_1)\mathtt{P}(B|A_1) + \mathtt{P}(A_2)\mathtt{P}(B|A_2) + \cdots + \mathtt{P}(A_n)\mathtt{P}(B|A_n)\end{aligned}$$

Dowód

$$\begin{aligned}B &= (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup \cdots \cup (B \cap A_n)\\ \mathtt{P}(B) &= \mathtt{P}(B \cap A_1) + \mathtt{P}(B \cap A_2) + \cdots + \mathtt{P}(B \cap A_n)\\ &= \mathtt{P}(B|A_1)\mathtt{P}(A_1) + \mathtt{P}(B|A_2)\mathtt{P}(A_2) + \cdots = \mathtt{P}(B|A_n)\mathtt{P}(A_n)\end{aligned}$$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Przykład

Jedna moneta uczciwa, jedna nieuczciwa z $\mathtt{P}(H) = 3/4$. Losujemy monetę, rzucamy trzy razy: $H_1 H_2 H_3 = H_{1-3}$. $\mathtt{P}(U(czciwa)|H_{1-3}) = ?$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Przykład

Jednа moneta uczciwa, jedna nieuczciwa z $\mathtt{P}(H) = 3/4$. Losujemy monetę, rzucamy trzy razy: $H_1H_2H_3 = H_{1-3}$. $\mathtt{P}(U(czciwa)|H_{1-3}) = ?$

Odpowiedź

$$\begin{aligned}
\mathtt{P}(U|H_{1-3}) &= \frac{\mathtt{P}(H_{1-3}|U)\mathtt{P}(U)}{\mathtt{P}(H_{1-3})} \\
&= \frac{(\frac{1}{2})^3\frac{1}{2}}{\mathtt{P}(H_{1-3}|U)\mathtt{P}(U) + \mathtt{P}(H_{1-3}|\neg U)\mathtt{P}(\neg U)} \\
&= \frac{(\frac{1}{2})^3\frac{1}{2}}{(\frac{1}{2})^3\frac{1}{2} + (\frac{3}{4})^3\frac{1}{2}} \approx 0.23
\end{aligned}$$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Przykład

- Grupa potencjalnych ojców: p grupa $Rh-$ (S_1), $(1-p)$ grupa $Rh+$ (S_2).
- Dziecko $Rh-$: R. Matka $Rh-$: M.
- $\mathbb{P}(R|M) = ?$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Przykład

- Grupa potencjalnych ojców: p grupa $Rh-$ (S_1), $(1-p)$ grupa $Rh+$ (S_2).
- Dziecko $Rh-$: R. Matka $Rh-$: M.
- $\mathtt{P}(R|M) = ?$

Odpowiedź

$$\begin{aligned}\mathtt{P}(R|M) &= \mathtt{P}(R|M\wedge S_1)\mathtt{P}(S_1|M) + \mathtt{P}(R|M\wedge S_2)\mathtt{P}(S_2|M)\\ &= 1p + 1/2(1-p) = \frac{1+p}{2}\end{aligned}$$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Przykład

- 1991, NZ: 83.47% rasa kaukaska, 12.19% maori, 4.34% Pacific islanders
- Prawdopodobieństwo tego samego YNH24 genotypu *g* jak w materiale z miejsca przestępstwa w grupach: $0.012, 0.045, 0.039$.
- $\mathtt{P}(G) = ?$

Prawo całkowitego prawdopodobieństwa

Przykład

- 1991, NZ: 83.47% rasa kaukaska, 12.19% maori, 4.34% Pacific islanders
- Prawdopodobieństwo tego samego YNH24 genotypu g jak w materiale z miejsca przestępstwa w grupach: $0.012, 0.045, 0.039$.
- $\mathtt{P}(G) = ?$

Odpowiedź

$$\begin{aligned}
\mathtt{P}(G) &= \mathtt{P}(G|Ca)\mathtt{P}(Ca) + \mathtt{P}(G|Ma)\mathtt{P}(Ma) + \mathtt{P}(G|Pa)\mathtt{P}(Pa) \\
&= 0.012 \times 0.8347 + 0.045 \times 0.0.1219 + 0.039 \times 0.0434 \\
&= 0.017
\end{aligned}$$

Warunkowanie i myślenie życzeniowe

Monty Hall

- Troje drzwi, wybierasz jedne.
- Za dwoma koza, za jednym samochód (losowo).
- Monty wie, gdzie jest samochód.
- Monty otwiera (losowe, jeżeli to możliwe) niewybrane drzwi z kozą i proponuje zmianę na drugie nieotwarte.

Pytanie: czy należy zmienić drzwi?

Warunkowanie i myślenie życzeniowe

Monty Hall

- Troje drzwi, wybierasz jedne.
- Za dwoma koza, za jednym samochód (losowo).
- Monty wie, gdzie jest samochód.
- Monty otwiera (losowe, jeżeli to możliwe) niewybrane drzwi z kozą i proponuje zmianę na drugie nieotwarte.

Pytanie: czy należy zmienić drzwi?

Odpowiedź

Powiedzmy, zmiana po wyborze 1.

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(s) &= \mathrm{P}(s|s_1)1/3 + \mathrm{P}(s|s_2)1/3 + \mathrm{P}(s|s_3)1/3 \\ &= 0 + 1/3 + 1/3 && \text{(Zmiana)} \\ &= 1/3 + 0 + 0 && \text{(Bez zmiany)} \end{aligned}$$

Twierdzenie Bayesa c.d.

Przykład: test medyczny

$$\mathtt{P}(+|Ch) = 0.9 \qquad \text{(Czułość)}$$

$$\mathtt{P}(-|\neg Ch) = 0.9 \qquad \text{(Specyficzność)}$$

$$\mathtt{P}(Ch) = 0.1 \qquad \text{(Pr. bazowe)}$$

$$\mathtt{P}(Ch|+) = ?$$

Twierdzenie Bayesa c.d.

Przykład: test medyczny

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(+|Ch) &= 0.9 && \text{(Czułość)} \\ \mathrm{P}(-|\neg Ch) &= 0.9 && \text{(Specyficzność)} \\ \mathrm{P}(Ch) &= 0.1 && \text{(Pr. bazowe)} \\ \mathrm{P}(Ch|+) &=? \end{aligned}$$

Odpowiedź

$$\mathrm{P}(Ch|+) \neq 0.9!!!$$

$$\begin{aligned} \mathrm{P}(Ch|+) &= \frac{\mathrm{P}(+|Ch)\mathrm{P}(Ch)}{\mathrm{P}(+)} \\ &= \frac{0.9 \times 0.1}{0.9 \times 0.1 + 0.1 \times 0.9} \\ &= 0.5! \end{aligned}$$

Gleba!

Darroch, *Criminal and Environmental Soil Forensics*

Sytuacja

- Gwałt w miasteczku. 10 000 zdolnych do tego mężczyzn.

Gleba!

Darroch, *Criminal and Environmental Soil Forensics*

Sytuacja

- Gwałt w miasteczku. 10 000 zdolnych do tego mężczyzn.
- 200 pracuje w kopalni.

Gleba!

Darroch, *Criminal and Environmental Soil Forensics*

Sytuacja

- Gwałt w miasteczku. 10 000 zdolnych do tego mężczyzn.
- 200 pracuje w kopalni.
- Gleba znaleziona na miejscu przestępstwa zawiera minerał obecny tylko w kopalni.

Gleba!

Darroch, *Criminal and Environmental Soil Forensics*

Sytuacja

- Gwałt w miasteczku. 10 000 zdolnych do tego mężczyzn.
- 200 pracuje w kopalni.
- Gleba znaleziona na miejscu przestępstwa zawiera minerał obecny tylko w kopalni.
- Określony zostaje podejrzany, u którego znajdujemy glebę z tym samym minerałem.
- Pytanie: zakładając, że wszyscy pracownicy kopalni będą mieli odrobiny tej gleby, jak oceniamy taki dowód?

Gleba!

Darroch, *Criminal and Environmental Soil Forensics*

Sytuacja

- Gwałt w miasteczku. 10 000 zdolnych do tego mężczyzn.
- 200 pracuje w kopalni.
- Gleba znaleziona na miejscu przestępstwa zawiera minerał obecny tylko w kopalni.
- Określony zostaje podejrzany, u którego znajdujemy glebę z tym samym minerałem.
- Pytanie: zakładając, że wszyscy pracownicy kopalni będą mieli odrobiny tej gleby, jak oceniamy taki dowód?

Odpowiedź

$$\mathtt{P}(E|\neg G) = 199/9999 \approx 0.02$$
$$\mathtt{P}(\neg G|E) = 199/200 = 0.995$$

Włosy

Gaudette & Keeping, *...probabilities in human scalp hair comparison*

Przykładowy wynik

Prawdopodobieństwo, że przy porównaniach jednego włosa z 9 z innego źródła przynajmniej jeden będzie nieodróżnialny wynosi 1/4500.

Włosy

Gaudette & Keeping, *. . . probabilities in human scalp hair comparison*

Przykładowy wynik

Prawdopodobieństwo, że przy porównaniach jednego włosa z 9 z innego źródła przynajmniej jeden będzie nieodróżnialny wynosi 1/4500.

Opis

It is estimated that if one human scalp hair found at the scene of a crime is indistinguishable from at least one of a group of about nine dissimilar hairs from a given source the probability that it could have originated from another source is very small, about 1 in 4500.

Powtarzanie niepewnych testów

Przykład

- Moneta uczciwa (U) lub nie ($\neg U$).
- $\mathtt{P}(U) = 0.5$
- $\mathtt{P}(O|\neg U) = 0.7$

Powtarzanie niepewnych testów

Przykład

- Moneta uczciwa (U) lub nie ($\neg U$).
- $\mathtt{P}(U) = 0.5$
- $\mathtt{P}(O|\neg U) = 0.7$

Pytania

$$\mathtt{P}(U|O) = ?$$
$$\mathtt{P}(U|O_1 \wedge O_2) = ?$$

Powtarzanie niepewnych testów

Przykład

- Moneta uczciwa (U) lub nie ($\neg U$).
- $\mathtt{P}(U) = 0.5$
- $\mathtt{P}(O|\neg U) = 0.7$

Odpowiedzi

$$\mathtt{P}(U|O) \approx 0.4166$$
$$\mathtt{P}(U|O_1 \wedge O_2) \approx 0.337$$

Problem urodzin

Birthday problem

Ile osób wystarczy mieć w pokoju, by szansa na to, że co najmniej dwie mają urodziny tego samego dnia była co najmniej 0.5?

Problem urodzin

Birthday problem

Ile osób wystarczy mieć w pokoju, by szansa na to, że co najmniej dwie mają urodziny tego samego dnia była co najmniej 0.5?

Odpowiedź

$$\mathrm{P}(match) = 1 - \mathrm{P}(no\ match)$$
$$= 1 - \frac{\overbrace{365 \cdots (365 - k + 1)}^{k}}{365^k}$$
$$k \geq 23 \Rightarrow \mathrm{P}(match) \geq 0.5$$

Problem urodzin

Birthday problem

Ile osób wystarczy mieć w pokoju, by szansa na to, że co najmniej dwie mają urodziny tego samego dnia była co najmniej 0.5?

Odpowiedź

$$\mathrm{P}(match) = 1 - \mathrm{P}(no\ match)$$

$$= 1 - \frac{\overbrace{365 \cdots (365 - k + 1)}^{k}}{365^k}$$

$$k \geq 23 \Rightarrow \mathrm{P}(match) \geq 0.5$$

Zupełnie inne pytanie

Od jakiego k, prawdopodobieństwo, że ktoś ma urodziny tego samego dnia, co ja, wzrasta powyżej 0.5?

Problem urodzin

Birthday problem

Ile osób wystarczy mieć w pokoju, by szansa na to, że co najmniej dwie mają urodziny tego samego dnia była co najmniej 0.5?

Odpowiedź

$$\mathtt{P}(match) = 1 - \mathtt{P}(no\ match)$$
$$= 1 - \frac{\overbrace{365 \cdots (365 - k + 1)}^{k}}{365^k}$$
$$k \geq 23 \Rightarrow \mathtt{P}(match) \geq 0.5$$

Zupełnie inne pytanie

Od jakiego k, prawdopodobieństwo, że ktoś ma urodziny tego samego dnia, co ja, wzrasta powyżej 0.5? 183!

Wracamy do przypadków

Meredith Kercher

Sędzia Hellman

> *The sum of the two results, both unreliable due to not having been obtained by a correct scientific procedure, cannot give a reliable result.*

Wracamy do przypadków

Meredith Kercher

Sędzia Hellman

> *The sum of the two results, both unreliable due to not having been obtained by a correct scientific procedure, cannot give a reliable result.*

Odpowiedź

Powtarzanie niepewnych testów (o ile są niezależne) daje więcej informacji.

Wracamy do przypadków

Janet Collins

Wydarzenie	**Szacowane** P
Afroamerykanin z brodą	1/10
Mężczyzna z wąsem	1/4
Biała blondynka	1/3
Kobieta z kucykiem	1/10
Para mieszana w samochodzie	1/1000
Żółty samochód	1/10

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Wracamy do przypadków

Janet Collins

Wydarzenie	**Szacowane** P
Afroamerykanin z brodą	1/10
Mężczyzna z wąsem	1/4
Biała blondynka	1/3
Kobieta z kucykiem	1/10
Para mieszana w samochodzie	1/1000
Żółty samochód	1/10

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Skąd szacowania?

Wracamy do przypadków

Janet Collins

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Skąd szacowania?

Intuicja + *pytałem sekretarek w kancelarii*

Wracamy do przypadków

Janet Collins

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Skąd szacowania?

Intuicja + *pytałem sekretarek w kancelarii*

Czemu mnożenie?

Wracamy do przypadków

Janet Collins

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Skąd szacowania?

Intuicja + *pytałem sekretarek w kancelarii*

Czemu mnożenie?

Te czynniki nie są niezależne.

Wracamy do przypadków

Janet Collins

Prawdopodobieństwo koincydencji?

$$1/10 \times 1/4 \times 1/3 \times 1/10 \times 1/1000 \times 1/10 = 1/12 \text{ mln.}$$

Skąd szacowania?

Intuicja + *pytałem sekretarek w kancelarii*

Czemu mnożenie?

Te czynniki nie są niezależne.

Nawet gdyby (błąd prokuratora)

$$\mathtt{P}(\text{Opis}|\text{Niewinni}) = 1/12 \text{ mln.}$$
$$\mathtt{P}(\text{Niewinni}|\text{Opis}) \neq 1/12 \text{ mln.}$$

Wracamy do przypadków

Inny przykład dot. błędu prokuratora

Kristen Gilbert: Anioł Śmierci

- Veteran's Affairs Medical Center, Northampton, Massachusetts.
- 33-letnia pielęgniarka: renoma ratującej życie.
    - Często pierwsza uruchamia *code blue*.
    - Spokojna, panuje nad sytuacją.
    - Nieraz podaje epinefrynę przed przybyciem lekarza, ratując pacjenta.

Wracamy do przypadków

Inny przykład dot. błędu prokuratora

Kristen Gilbert: Anioł Śmierci

- Veteran's Affairs Medical Center, Northampton, Massachusetts.
- 33-letnia pielęgniarka: renoma ratującej życie.
    - Często pierwsza uruchamia *code blue*.
    - Spokojna, panuje nad sytuacją.
    - Nieraz podaje epinefrynę przed przybyciem lekarza, ratując pacjenta.
- Trzy inne pielęgniarki niezależnie zgłaszają wątpliwości władzom szpitala: częstotliwość, pacjenci to mężczyźni w średnim wieku, chłopak pracuje w szpitalu.

Wracamy do przypadków

Inny przykład dot. błędu prokuratora

Testowanie hipotez

- Rzucamy monetą dziesięć razy, by sprawdzić, czy jest uczciwa. Zakładamy, że jest i liczymy:
- $\mathtt{P}$(co najmniej 6 reszek)$=0.38$.
- $\mathtt{P}$(co najmniej 7 reszek)$=0.17$.
- $\mathtt{P}$(co najmniej 9 reszek)≈ 0.01.
- $\mathtt{P}$(co najmniej 9 reszek)≈ 0.001.

Pytanie: jak nieprawdopodobny jest wynik, przy założeniu uczciwości?

Wracamy do przypadków

Inny przykład dot. błędu prokuratora

Ekspertyza Stephena Gehlbacha (University of Massachusetts)

Gilbert obecna	Śmierć na zmianie		
	Tak	Nie	Razem
Tak	40	217	257
Nie	34	1350	1384
Razem	74	1567	1641

- Przy założeniu losowości, P(śmierć na zmianie)$= 74/1641 = 0.045$.
- , oczekiwana ilość śmierci na zmianie Gilbert: $0.045 \times 257 = 11.6$.
- , $\mathrm{P}(\geq$ 40 z 74 śmierci na zmianie Gilbert)$= 1/100mln$.
- Uznano za powód by wytoczyć oskarżenie.

Wracamy do przypadków

Inny przykład dot. błędu prokuratora

Ekspertyza Stephena Gehlbacha (powód, by oskarżyć)

- $\mathtt{P}$(śmierć na zmianie)$= 74/1641 = 0.045$.
- Oczekiwana ilość śmierci na zmianie G.: $0.045 \times 257 = 11.6 = 11.6$.
- $\mathtt{P}(\geq 40$ z 74 śmierci na zmianie G.$) = 1/100\mathit{mln}$..

Drugi statystyk: George Cobb (Mount Holyoke College)

- OK: raczej różnica nie jest czysto losowa.
- Ale to nie dowodzi przyczynowości, zwł. winy Gilbert.
- Nie: prawdopodobieństwo niewinności ze względu na dane.
- Sąd nie dopuścił dowodów statystycznych.
- Wyrok skazujący 8-4, za trzy morderstwa pierwszego stopnia, jedno drugiego stopnia, dwie próby morderstwa. Dożywocie.

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

Random Match Probability

- Zgodność na 13 loci: ca. 1/400 trylionów.
- Zgodność 9: 1/13 miliardów.
- Zgodność 5: 1/1.1 miliona.

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

Random Match Probability

- Zgodność na 13 loci: ca. 1/400 trylionów.
- Zgodność 9: 1/13 miliardów.
- Zgodność 5: 1/1.1 miliona.

Obrona Bicka Barlow i badania Kathryn Troyer

- W 10 tys. profili 9 przypadków zgodności na 9 *loci*. (2001)
- W 65 tys. profili 122 pary zgodne na 9, 20 na 10. (2005)
- Skoro 1/1.1. miliona, w bazie 338 tys., to szansa zgodności to 338 tys./1.1 mln $\approx$ 1/3!

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

Random Match Probability

- Zgodność na 13 loci: ca. 1/400 trylionów.
- Zgodność 9: 1/13 miliardów.
- Zgodność 5: 1/1.1 miliona.

Obrona Bicka Barlow i badania Kathryn Troyer

- W 10 tys. profili 9 przypadków zgodności na 9 *loci*. (2001)
- W 65 tys. profili 122 pary zgodne na 9, 20 na 10. (2005)
- Skoro 1/1.1. miliona, w bazie 338 tys., to szansa zgodności to 338 tys./1.1 mln $\approx$ 1/3!

Pytanie

Co to ma wspólnego z problemem urodzin?

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

- 1/1.1 mln.: szansa (**jeżeli nic więcej nie wiemy**), że losowa osoba będzie miała zgodne DNA z mordercą.

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

- 1/1.1 mln.: szansa (**jeżeli nic więcej nie wiemy**), że losowa osoba będzie miała zgodne DNA z mordercą.
- Populacja USA wtedy: 310 mln.

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

- 1/1.1 mln.: szansa (**jeżeli nic więcej nie wiemy**), że losowa osoba będzie miała zgodne DNA z mordercą.
- Populacja USA wtedy: 310 mln.
- Około 300 zgodnych przypadków w kraju.

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

- 1/1.1 mln.: szansa (**jeżeli nic więcej nie wiemy**), że losowa osoba będzie miała zgodne DNA z mordercą.
- Populacja USA wtedy: 310 mln.
- Około 300 zgodnych przypadków w kraju.
- Szansa niewinności: 299/300! (Na pewno?)

Wracamy do przypadków

Morderstwo Diany Sylvester

- 1/1.1 mln.: szansa (**jeżeli nic więcej nie wiemy**), że losowa osoba będzie miała zgodne DNA z mordercą.
- Populacja USA wtedy: 310 mln.
- Około 300 zgodnych przypadków w kraju.
- Szansa niewinności: 299/300! (Na pewno?)

Wydarzenie	**Szacowane** $\mathbb{P}$
Zgodne DNA	0.0000009
Biały	0.72
Z Kaliforni	0.12
>65 male sex offender	0.0006175
Razem	0.000000000048
Na 310 mln.	≈1/70

Błąd obrońcy

Uważanie, że dowody jedynie umieszczają podejrzanego w jakiejś grupie, i że prawdopodobieństwo jego winy to $1/N$, gdzie N jest rozmiarem grupy.

Błąd obrońcy

Uważanie, że dowody jedynie umieszczają podejrzanego w jakiejś grupie, i że prawdopodobieństwo jego winy to $1/N$, gdzie N jest rozmiarem grupy.

Wydarzenie	**Szacowane** P
Razem (z DNA)	0.000000000048
Na 310 mln.	≈1/70
Razem (bez DNA)	0.0053352
Na 310 mln.	$1/1653912$

Wracamy do przypadków

Przypadek Sally Clark

> *. . . the chance of a cot death in a family of the social status of the Clark family is about 1 in 8,543 . . . that means that the chance of two such deaths occurring in the same family is equal to the square of that number: once chance in about 73 million.*

Mnożenie

$\mathrm{P}(SIDS_1) = \mathrm{P}(SIDS_2) = 1/8543$ nie daje
$\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2) = 1/(8543)^2$ [Dlaczego?]

Wracamy do przypadków

Przypadek Sally Clark

Mnożenie

$\mathrm{P}(SIDS_1) = \mathrm{P}(SIDS_2) = 1/8543$ nie daje
$\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2) = 1/(8543)^2$ [Dlaczego?]

Obracanie

$$\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2|\text{Niewinna}) = 1/73 \text{ mln.}$$
$$\mathrm{P}(\text{Niewinna}|SIDS_1 \wedge SIDS_2) = ??$$

Wracamy do przypadków

Przypadek Sally Clark

Mnożenie

$\mathrm{P}(SIDS_1) = \mathrm{P}(SIDS_2) = 1/8543$ nie daje
$\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2) = 1/(8543)^2$ [Dlaczego?]

Obracanie

$$\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2 | \text{Niewinna}) = 1/73 \text{ mln.}$$

$$\mathrm{P}(\text{Niewinna} | SIDS_1 \wedge SIDS_2) = ??$$

$$= \frac{\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2 | \text{Niewinna})\mathrm{P}(\text{Niewinna})}{\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2)}$$

$$= \frac{1/73 \text{ mln.} \times \mathrm{P}(\text{Niewinna})}{\mathrm{P}(SIDS_1 \wedge SIDS_2)}$$

Waga dowodów: intuicje ogólne

Zasada Locarda (1920) i *transfer evidence*

…albo złoczyńca pozostawił ślady na miejscu przestępstwa, albo, z drugiej strony, zabrał ślady ze sobą – na swojej osobie, albo odzieniu – wskaźniki tego, gdzie był, albo co zrobił…

Waga dowodów: intuicje ogólne

Zasada Locarda (1920) i *transfer evidence*

…albo złoczyńca pozostawił ślady na miejscu przestępstwa, albo, z drugiej strony, zabrał ślady ze sobą – na swojej osobie, albo odzieniu – wskaźniki tego, gdzie był, albo co zrobił…

Pytanie o wagę *transfer evidence*

Powiedzmy, że znajdujemy podobieństwo pomiędzy materiałem znalezionym na miejscu przestępstwa (krew, szkło, włókna itd.), a materiałem znalezionym u podejrzanego. Jaka jest waga dowodowa tego podobieństwa?

Waga dowodów: metody 70’-80’

Na przykładzie

- 5 fragmentów szkła z odzieży podejrzanego vs. 10 fragmentów z okna zbitego na miejscu przestępstwa.

Waga dowodów: metody 70'-80'

Na przykładzie

- 5 fragmentów szkła z odzieży podejrzanego vs. 10 fragmentów z okna zbitego na miejscu przestępstwa.
- Etap porównania: wyliczamy jakąś statystykę (np. współczynnik załamania) i porównujemy odległość, przy wartości progowej.

Waga dowodów: metody 70'-80'

Na przykładzie

- 5 fragmentów szkła z odzieży podejrzanego vs. 10 fragmentów z okna zbitego na miejscu przestępstwa.
- Etap porównania: wyliczamy jakąś statystykę (np. współczynnik załamania) i porównujemy odległość, przy wartości progowej.
- Ocena doniosłości: ustalamy prawdopodobieństwo takiego podobieństwa, przy założeniu pochodzenia z różnych źródeł.

Waga dowodów: metody 70’-80’

Na przykładzie

- 5 fragmentów szkła z odzieży podejrzanego vs. 10 fragmentów z okna zbitego na miejscu przestępstwa.
- Etap porównania: wyliczamy jakąś statystykę (np. współczynnik załamania) i porównujemy odległość, przy wartości progowej.
- Ocena doniosłości: ustalamy prawdopodobieństwo takiego podobieństwa, przy założeniu pochodzenia z różnych źródeł.

Trudności

- Próg na etapie porównania może dać nieuzasadniony krok jakościowy.

Waga dowodów: metody 70'-80'

Na przykładzie

- 5 fragmentów szkła z odzieży podejrzanego vs. 10 fragmentów z okna zbitego na miejscu przestępstwa.
- Etap porównania: wyliczamy jakąś statystykę (np. współczynnik załamania) i porównujemy odległość, przy wartości progowej.
- Ocena doniosłości: ustalamy prawdopodobieństwo takiego podobieństwa, przy założeniu pochodzenia z różnych źródeł.

Trudności

- Próg na etapie porównania może dać nieuzasadniony krok jakościowy.
- Wynik nie daje prawdopodobieństwa dowodów przy założeniu niewinności vs. prawdopdopodobieństwa dowodów przy założeniu winy, i trudno go zinterpretować.

Waga dowodów: metody 70'-80'

Na przykładzie

- 5 fragmentów szkła z odzieży podejrzanego vs. 10 fragmentów z okna zbitego na miejscu przestępstwa.
- Etap porównania: wyliczamy jakąś statystykę (np. współczynnik załamania) i porównujemy odległość, przy wartości progowej.
- Ocena doniosłości: ustalamy prawdopodobieństwo takiego podobieństwa, przy założeniu pochodzenia z różnych źródeł.

Trudności

- Próg na etapie porównania może dać nieuzasadniony krok jakościowy.
- Wynik nie daje prawdopodobieństwa dowodów przy założeniu niewinności vs. prawdopdopodobieństwa dowodów przy założeniu winy, i trudno go zinterpretować.
- To tylko prawdopodobieństwo tych dowodów, których nie wyeliminowaliśmy.

Szanse

Definicja

$Odds(A) =_{df} \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)}$
(uwaga: nie mylić z *chances*!)

Szanse

Definicja

$Odds(A) =_{df} \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)}$
(uwaga: nie mylić z *chances*!)

Przykład

Jeżeli $\mathrm{P}(A) = 2/3$, $Odds(A) = \frac{2/3}{1/3} = 2/1 = 2$.

Od szans do prawdopodobieństwa

Fakt

$$\mathtt{P}(A) = \frac{Odds(A)}{1+Odds(A)}$$

Od szans do prawdopodobieństwa

Fakt

$\mathrm{P}(A) = \frac{Odds(A)}{1+Odds(A)}$

Dowód

$$
\begin{aligned}
\frac{Odds(A)}{1+Odds(A)} &=_{df} \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)} : \left(1 + \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)}\right) \\
&= \frac{\mathrm{P}(A)}{1-\mathrm{P}(A)} : \left(1 + \frac{\mathrm{P}(A)}{1-\mathrm{P}(A)}\right) \\
&= \frac{\mathrm{P}(A)}{1-\mathrm{P}(A)} : \left(\frac{1-\mathrm{P}(A)}{1-\mathrm{P}(A)} + \frac{\mathrm{P}(A)}{1-\mathrm{P}(A)}\right) \\
&= \frac{\mathrm{P}(A)}{1-\mathrm{P}(A)} : \frac{1}{1-\mathrm{P}(A)} \\
&= \mathrm{P}(A)
\end{aligned}
$$

Twierdzenie Bayesa dla szans

Fakt

$$\underbrace{\frac{\mathtt{P}(A|B)}{\mathtt{P}(A^c|B)}}_{\textit{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\mathtt{P}(B|A)}{\mathtt{P}(B|A^c)}}_{\textit{likelihood}} \times \underbrace{\frac{\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(A^c)}}_{\textit{prior odds}}$$

Twierdzenie Bayesa dla szans

Fakt

$$\underbrace{\frac{\mathtt{P}(A|B)}{\mathtt{P}(A^c|B)}}_{\textit{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\mathtt{P}(B|A)}{\mathtt{P}(B|A^c)}}_{\textit{likelihood}} \times \underbrace{\frac{\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(A^c)}}_{\textit{prior odds}}$$

Dowód

$$\begin{aligned}
\frac{\mathtt{P}(A|B)}{\mathtt{P}(A^c|B)} &= \frac{\mathtt{P}(B|A)\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(B)} : \frac{\mathtt{P}(B|A^c)\mathtt{P}(A^c)}{\mathtt{P}(B)} \\
&= \frac{\mathtt{P}(B|A)\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(B)} \times \frac{\mathtt{P}(B)}{\mathtt{P}(B|A^c)\mathtt{P}(A^c)} \\
&= \frac{\mathtt{P}(B|A)\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(B|A^c)\mathtt{P}(A^c)} \\
&= \frac{\mathtt{P}(B|A)}{\mathtt{P}(B|A^c)} \times \frac{\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(A^c)}
\end{aligned}$$

Twierdzenie Bayesa dla szans

Fakt

$$\underbrace{\frac{\mathrm{P}(A|B)}{\mathrm{P}(A^c|B)}}_{\textit{posterior odds}} = \underbrace{\frac{\mathrm{P}(B|A)}{\mathrm{P}(B|A^c)}}_{\textit{likelihood}} \times \underbrace{\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)}}_{\textit{prior odds}}$$

Fakt (Uogólniony Bayes dla szans)

$$\frac{\mathrm{P}(A|X)}{\mathrm{P}(B|X)} = \frac{\mathrm{P}(X|A)}{\mathrm{P}(X|B)} \times \frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B)}$$

Twierdzenie Bayesa dla szans

Przykład

- Niebieskie taksówki: 15; czarne taksówki: 75.
- Wypadek z taksówką, gdy wszystkie są aktywne (nie ma jak śledzić trasy).
- Świadek mówi, że taksówka była niebieska.
- Badania świadka wskazują, że 4/5 razy identyfikuje poprawnie.
- Jaka taksówka była najprawdopodobniej odpowiedzialna?

Twierdzenie Bayesa dla szans

Przykład

- Niebieskie taksówki: 15; czarne taksówki: 75.
- Wypadek z taksówką, gdy wszystkie są aktywne (nie ma jak śledzić trasy).
- Świadek mówi, że taksówka była niebieska.
- Badania świadka wskazują, że 4/5 razy identyfikuje poprawnie.
- Jaka taksówka była najprawdodobniej odpowiedzialna?

Odpowiedź

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{P}(N|S)}{\mathrm{P}(C|S)} &= \frac{\mathrm{P}(S|N)}{\mathrm{P}(S|C)} \times \frac{\mathrm{P}(N)}{\mathrm{P}(C)}\\ &= \frac{4}{1} \times \frac{15}{75} = 0.8\end{aligned}$$

Twierdzenie Bayesa dla szans

Odpowiedź

$$\frac{\mathtt{P}(N|S)}{\mathtt{P}(C|S)} = \frac{\mathtt{P}(S|N)}{\mathtt{P}(S|C)} \times \frac{\mathtt{P}(N)}{\mathtt{P}(C)} = \frac{4}{1} \times \frac{15}{75} = 0.8$$

$$\mathtt{P}(N|S) = \frac{0.8}{1+0.8} \approx 0.44$$

Pojęcie *relevant evidence*

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

. . . evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

. . . evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Rule 401 of Federal Rules of Evidence

. . . evidence having any tendency to make the existence of any fact that is of consequence to the determination of the action more probable or less probable than it would be without the evidence

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

. . . evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Rule 401 of Federal Rules of Evidence

. . . evidence having any tendency to make the existence of any fact that is of consequence to the determination of the action more probable or less probable than it would be without the evidence

Eksplikacja definicji

- *of consequence to the determination*: groźba kolistości.

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

...evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Rule 401 of Federal Rules of Evidence

...evidence having any tendency to make the existence of any fact that is of consequence to the determination of the action more probable or less probable than it would be without the evidence

Eksplikacja definicji

- *of consequence to the determination*: groźba kolistości.
- Czytajmy: jest częścią tego, co trzeba rozstrzygnąć: $C = \{A_1, \ldots, A_n\}$.

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

...evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Rule 401 of Federal Rules of Evidence

...evidence having any tendency to make the existence of any fact that is of consequence to the determination of the action more probable or less probable than it would be without the evidence

Eksplikacja definicji

- *of consequence to the determination*: groźba kolistości.
- Czytajmy: jest częścią tego, co trzeba rozstrzygnąć: $C = \{A_1, \ldots, A_n\}$.
- Powiedzmy, że kwantyfikacja jest na zewnątrz – dla pewnego A_i będącego częścią sprawy.

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

. . . evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Rule 401 of Federal Rules of Evidence

. . . evidence having any tendency to make the existence of any fact that is of consequence to the determination of the action more probable or less probable than it would be without the evidence

Eksplikacja definicji

- *of consequence to the determination*: groźba kolistości.
- Czytajmy: jest częścią tego, co trzeba rozstrzygnąć: $C = \{A_1, \ldots, A_n\}$.
- Powiedzmy, że kwantyfikacja jest na zewnątrz – dla pewnego A_i będącego częścią sprawy.
- Pomińmy kwestię interpretacji *having any tendency*.

Pojęcie *relevant evidence*

Klasyczna definicja

. . . evidence that is more likely to appear if any fact of consequence to the determination of the action existed than if it didn't

Rule 401 of Federal Rules of Evidence

. . . evidence having any tendency to make the existence of any fact that is of consequence to the determination of the action more probable or less probable than it would be without the evidence

Eksplikacja definicji

$$\mathrm{P}(E|A) > \mathrm{P}(E|\neg A) \qquad \text{(Trad)}$$

$$\mathrm{P}(A|E) \neq \mathrm{P}(A) \qquad \text{(401)}$$

Relewantność (pozytywna)

Opcje

$$\mathtt{P}(E|A) > \mathtt{P}(E|\neg A) \tag{Trad}$$

$$\mathtt{P}(A|E) > \mathtt{P}(A) \tag{401}$$

Co wybrać?

- Tradycyjne pasuje do ekspertyz (np. pr. raka u palaczy).
- W kontekstach prawnych, chodzi jednak o ocenę hipotezy!

Relewantność (pozytywna)

Opcje

$$\mathtt{P}(E|A) > \mathtt{P}(E|\neg A) \tag{Trad}$$

$$\mathtt{P}(A|E) > \mathtt{P}(A) \tag{401}$$

Fakt

Warunki te są równoważne.

Relewantność (pozytywna)

(401) $\Rightarrow$ (Trad)

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)}{\mathrm{P}(A)} > 1 \tag{Z 401}$$

$$1 - \mathrm{P}(A|E) < 1 - \mathrm{P}(A) \tag{Z 401}$$

$$\frac{1 - \mathrm{P}(A|E)}{1 - \mathrm{P}(A)} < 1 \tag{Mniejsze}$$

$$\frac{\mathrm{P}(\neg A|E)}{\mathrm{P}(\neg A)} < 1 \tag{Neg}$$

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)}{\mathrm{P}(A)} > 1 > \frac{\mathrm{P}(\neg A|E)}{\mathrm{P}(\neg A)} \tag{Razem}$$

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)\mathrm{P}(E)}{\mathrm{P}(A)} > \frac{\mathrm{P}(\neg A|E)\mathrm{P}(E)}{\mathrm{P}(\neg A)} \tag{$\times \mathrm{P}(E)$}$$

$$\mathrm{P}(E|A) > \mathrm{P}(E|\neg A) \tag{Z tw. Bayesa}$$

Relewantność (pozytywna)

(Trad) $\Rightarrow$ (401)

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)\mathrm{P}(E)}{\mathrm{P}(A)} > \frac{\mathrm{P}(\neg A|E)\mathrm{P}(E)}{\mathrm{P}(\neg A)} \tag{Bayes}$$

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)}{\mathrm{P}(A)} > \frac{\mathrm{P}(\neg A|E)}{\mathrm{P}(\neg A)} \tag{ :E}$$

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)}{\mathrm{P}(A)} > \frac{1-\mathrm{P}(A|E)}{1-\mathrm{P}(A)} \tag{Neg}$$

$$\mathrm{P}(A|E) \leq \mathrm{P}(A) \tag{Reductio}$$

$$\frac{1-\mathrm{P}(A|E)}{1-\mathrm{P}(A)} \geq 1 \tag{Proporcje}$$

$$\frac{\mathrm{P}(A|E)}{\mathrm{P}(A)} > 1 \tag{Razem}$$

$$\mathrm{P}(A|E) > \mathrm{P}(A) \tag{Osobno}$$

Podnosimy razem, ale nie równo!

People vs. Risley, 214 N.Y. 75 (1915)

- Prawnik oskarżony o podłożenie pisanego na maszynie listu do dokumentów sprawy.

Podnosimy razem, ale nie równo!

People vs. Risley, 214 N.Y. 75 (1915)

- Prawnik oskarżony o podłożenie pisanego na maszynie listu do dokumentów sprawy.
- Profesor matematyki miał obliczyć szanse, że losowa maszyna do pisania spowodowałaby te same nieregularności (11) w tekście.

Podnosimy razem, ale nie równo!

People vs. Risley, 214 N.Y. 75 (1915)

- Prawnik oskarżony o podłożenie pisanego na maszynie listu do dokumentów sprawy.
- Profesor matematyki miał obliczyć szanse, że losowa maszyna do pisania spowodowałaby te same nieregularności (11) w tekście.
- Strzelił pojedyncze, pomnożył, ocenił 1/4 mld.
- Wyrok skazujący.

Podnosimy razem, ale nie równo!

People vs. Risley, 214 N.Y. 75 (1915)

- Prawnik oskarżony o podłożenie pisanego na maszynie listu do dokumentów sprawy.
- Profesor matematyki miał obliczyć szanse, że losowa maszyna do pisania spowodowałaby te same nieregularności (11) w tekście.
- Strzelił pojedyncze, pomnożył, ocenił 1/4 mld.
- Wyrok skazujący.

Odwołanie uznane (New York Court of Appeals)

The fact to be established in this case was not the probability of a future event, but whether an occurrence asserted by the People to have happened had actually taken place.

Podnosimy razem, ale nie równo!

People vs. Risley, 214 N.Y. 75 (1915)

- Prawnik oskarżony o podłożenie pisanego na maszynie listu do dokumentów sprawy.
- Profesor matematyki miał obliczyć szanse, że losowa maszyna do pisania spowodowałaby te same nieregularności (11) w tekście.
- Strzelił pojedyncze, pomnożył, ocenił 1/4 mld.
- Wyrok skazujący.

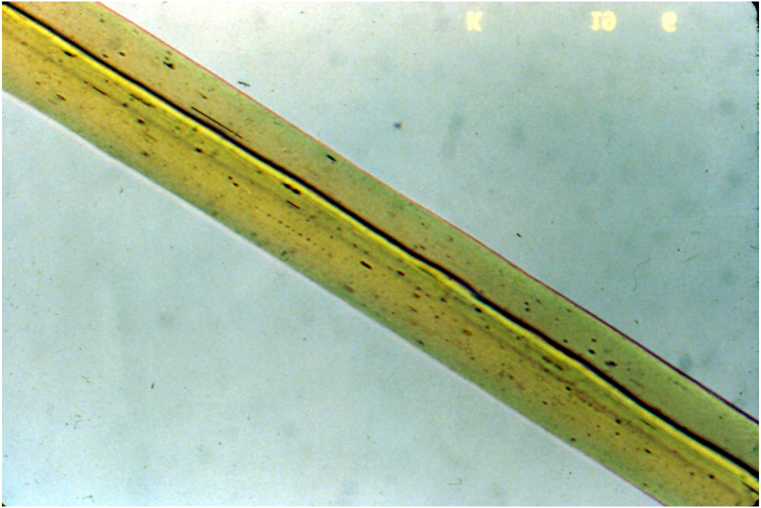
Odwołanie uznane (New York Court of Appeals)

The fact to be established in this case was not the probability of a future event, but whether an occurrence asserted by the People to have happened had actually taken place.

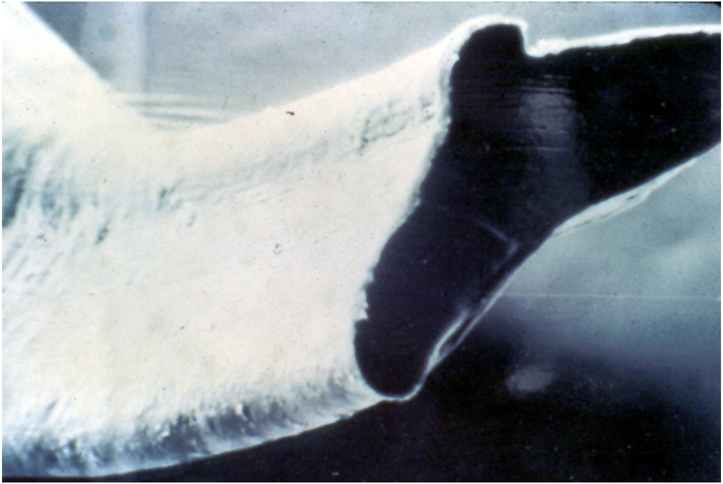
Nikt nie miał racji

$$\mathtt{P}(\mathit{Cechy}|\mathit{Niewinny}) < \mathtt{P}(\mathit{Cechy}|\mathit{Winny})$$
$$\mathtt{P}(\mathit{Winny}) < \mathtt{P}(\mathit{Winny}|\mathit{Cechy})$$

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)



Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)



tri-lobal green nylon fibre

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Kwestia włókien

- Na 27 ofiarach dość nietypowe włókna.
- Pasowały do dywanu w domu Williamsa.
- Ekspertyza: 82 z 638,992 domów w Atlancie, ok. 1/8,000.

Oskarżenie

…there would be only one chance in 8,000 that there would be another house in Atlanta that would have the same kind of carpeting as the Williams home.

Skutek odwołania (the Georgia Court of Appeals)

…the prosecution was not precluded from suggesting inferences to be drawn from the probabilistic evidence.

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Oskarżenie

. . . there would be only one chance in 8,000 that there would be another house in Atlanta that would have the same kind of carpeting as the Williams home.

Jakie prawdopodobieństwo

- Że inny dom ma taki dywan (j.w.?)

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Oskarżenie

. . . there would be only one chance in 8,000 that there would be another house in Atlanta that would have the same kind of carpeting as the Williams home.

Jakie prawdopodobieństwo

- Że inny dom ma taki dywan (j.w.?) Nie! Wiadomo, że 81 ma!

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Oskarżenie

. . . there would be only one chance in 8,000 that there would be another house in Atlanta that would have the same kind of carpeting as the Williams home.

Jakie prawdopodobieństwo

- Że inny dom ma taki dywan (j.w.?) Nie! Wiadomo, że 81 ma!
- Że zgodność, jeżeli niewinny?

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Oskarżenie

. . . there would be only one chance in 8,000 that there would be another house in Atlanta that would have the same kind of carpeting as the Williams home.

Jakie prawdopodobieństwo

- Że inny dom ma taki dywan (j.w.?) Nie! Wiadomo, że 81 ma!
- Że zgodność, jeżeli niewinny? Może, ale przejście od danych o populacji do tego jest nietrywialne.

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Oskarżenie

. . . there would be only one chance in 8,000 that there would be another house in Atlanta that would have the same kind of carpeting as the Williams home.

Jakie prawdopodobieństwo

- Że inny dom ma taki dywan (j.w.?) Nie! Wiadomo, że 81 ma!
- Że zgodność, jeżeli niewinny? Może, ale przejście od danych o populacji do tego jest nietrywialne.
- Potrzebne ekspertyzy, które podają prawdopodobieństwa warunkowe!

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Sierść psa

University of California, Davis: Sheba (pies Williamsa) ma DNA zgodne z sierścią na zwłokach, szansa zgodności losowego psa 1/100.

Włosy Williamsa

Z 1,148 próbek włosów w bazie danych FBI, tylko 29 miało DNA zgodne z Williamsem (≈ 0.025).

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Sierść psa

University of California, Davis: Sheba (pies Williamsa) ma DNA zgodne z sierścią na zwłokach, szansa zgodności losowego psa 1/100.

Włosy Williamsa

Z 1,148 próbek włosów w bazie danych FBI, tylko 29 miało DNA zgodne z Williamsem (≈ 0.025).

Włosy Williamsa pośród innych ras

130/1 przeciw innemu pochodzeniu włosów, przy bazie rozszerzonej.

Georgia vs. Wayne Williams (1979-1981)

Sierść psa

University of California, Davis: Sheba (pies Williamsa) ma DNA zgodne z sierścią na zwłokach, szansa zgodności losowego psa 1/100.

Włosy Williamsa

Z 1,148 próbek włosów w bazie danych FBI, tylko 29 miało DNA zgodne z Williamsem (≈ 0.025).

Włosy Williamsa pośród innych ras

130/1 przeciw innemu pochodzeniu włosów, przy bazie rozszerzonej.

Film dokumentalny

Wayne Williams - 28 victims serial killer: The Atlanta child murders

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathtt{P}(A|E)$?

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathtt{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathtt{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathtt{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathtt{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathtt{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathtt{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.
- Zależy od $\frac{\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(E)}$, co do których ekspert może nie mieć prawa głosu.

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathbb{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathbb{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.
- Zależy od $\frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(E)}$, co do których ekspert może nie mieć prawa głosu.

$\mathbb{P}(A|E \wedge \textit{reszta dowodów})$?

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathtt{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathtt{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.
- Zależy od $\frac{\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(E)}$, co do których ekspert może nie mieć prawa głosu.

$\mathtt{P}(A|E \wedge \textit{reszta dowodów})$?

Ocena reszty dowodów i roli E w całości nie leży w zakresie kompetencji czy obowiązków eksperta.

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathrm{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathrm{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.
- Zależy od $\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(E)}$, co do których ekspert może nie mieć prawa głosu.

$\mathrm{P}(A|E \wedge \textit{reszta dowodów})$?

Ocena reszty dowodów i roli E w całości nie leży w zakresie kompetencji czy obowiązków eksperta.

$\mathrm{P}(E|A)$?

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathrm{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathrm{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.
- Zależy od $\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(E)}$, co do których ekspert może nie mieć prawa głosu.

$\mathrm{P}(A|E \wedge \textit{reszta dowodów})$?

Ocena reszty dowodów i roli E w całości nie leży w zakresie kompetencji czy obowiązków eksperta.

$\mathrm{P}(E|A)$?

Czasem nie wystarcza do oceny, czy E wspiera, czy podważa A.

Jaka forma informacji jest najlepsza?

$\mathtt{P}(A|E)$?

- Nie jest tożsame z $\mathtt{P}(A|\textit{wszystkie dowody})$, może być mylone.
- Nie wystarcza do oceny roli E pośród wszystkich dowodów.
- Zależy od $\frac{\mathtt{P}(A)}{\mathtt{P}(E)}$, co do których ekspert może nie mieć prawa głosu.

$\mathtt{P}(A|E \wedge \textit{reszta dowodów})$?

Ocena reszty dowodów i roli E w całości nie leży w zakresie kompetencji czy obowiązków eksperta.

$\mathtt{P}(E|A)$?

Czasem nie wystarcza do oceny, czy E wspiera, czy podważa A.

Rozwiązanie: likelihood

$$\frac{\mathtt{P}(E|A)}{\mathtt{P}(E|\neg A)}$$

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Federal Aviation Administration

- Profilowanie oparte na danych statystycznych, wyszukujące osób, które mogą próbować porwać samolot za pomocą niemetalowej broni.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Federal Aviation Administration

- Profilowanie oparte na danych statystycznych, wyszukujące osób, które mogą próbować porwać samolot za pomocą niemetalowej broni.
- Załóżmy: czułość 90%, specyficzność 99.95%, częstotliwość 1/25000.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Federal Aviation Administration

- Profilowanie oparte na danych statystycznych, wyszukujące osób, które mogą próbować porwać samolot za pomocą niemetalowej broni.
- Założmy: czułość 90%, specyficzność 99.95%, częstotliwość 1/25000.

Policzmy

$$\frac{\mathrm{P}(P)}{\mathrm{P}(\neg P)} = \frac{1/2500}{2499/25000} = \frac{1}{2499} \qquad \text{(Prior odds)}$$

$$\frac{\mathrm{P}(R|P)}{\mathrm{P}(R|\neg P)} = \frac{0.9}{0.0005} = 1800 \qquad \text{(Likelihood)}$$

$$\frac{\mathrm{P}(P|R)}{\mathrm{P}(\neg P|R)} = 1/2499 \times 1800 = 0.072 \qquad \text{(Posterior odds)}$$

$$\mathrm{P}(P|R) = 0.072/1.072 = 0.067 \qquad \text{(Posterior probability)}$$

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Lopez, 328 F. Supp. 1077 (E.D.N.Y. 1971)

- Z 500,000 pasażerów 1,406 pasowało do profilu, 0.28%. 712, 0.14%, przesłuchanych, 283, 0.05% przeszukanych. 1/15 nie mogła wsiąść, 16 aresztowano.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Lopez, 328 F. Supp. 1077 (E.D.N.Y. 1971)

- Z 500,000 pasażerów 1,406 pasowało do profilu, 0.28%. 712, 0.14%, przesłuchanych, 283, 0.05% przeszukanych. 1/15 nie mogła wsiąść, 16 aresztowano.
- Z 226,000 0.57% pasowało, 0.28% przesłuchanych, 0.13% przeszukanych, 24 odmówiono wstępu.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Lopez, 328 F. Supp. 1077 (E.D.N.Y. 1971)

- Z 500,000 pasażerów 1,406 pasowało do profilu, 0.28%. 712, 0.14%, przesłuchanych, 283, 0.05% przeszukanych. 1/15 nie mogła wsiąść, 16 aresztowano.
- Z 226,000 0.57% pasowało, 0.28% przesłuchanych, 0.13% przeszukanych, 24 odmówiono wstępu.
- Średnio, ok. 14/15 przeszukanych nie ma broni.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Lopez, 328 F. Supp. 1077 (E.D.N.Y. 1971)

- Z 500,000 pasażerów 1,406 pasowało do profilu, 0.28%. 712, 0.14%, przesłuchanych, 283, 0.05% przeszukanych. 1/15 nie mogła wsiąść, 16 aresztowano.
- Z 226,000 0.57% pasowało, 0.28% przesłuchanych, 0.13% przeszukanych, 24 odmówiono wstępu.
- Średnio, ok. 14/15 przeszukanych nie ma broni.
- Lopez: wyłapany przez profil, bilet na inne nazwisko, przeszukanie: heroina.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Lopez, 328 F. Supp. 1077 (E.D.N.Y. 1971)

- Z 500,000 pasażerów 1,406 pasowało do profilu, 0.28%. 712, 0.14%, przesłuchanych, 283, 0.05% przeszukanych. 1/15 nie mogła wsiąść, 16 aresztowano.
- Z 226,000 0.57% pasowało, 0.28% przesłuchanych, 0.13% przeszukanych, 24 odmówiono wstępu.
- Średnio, ok. 14/15 przeszukanych nie ma broni.
- Lopez: wyłapany przez profil, bilet na inne nazwisko, przeszukanie: heroina.

Obrona Lopeza

The constitutional issue raised by the decision to exclude the defendant from the inquiry on the profile, while permitting his counsel to attend and cross-examine witnesses, is obvious. Defendant has both a right to confront witnesses against him and to a public trial.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Ocena profilowania

...guilt or innocence is not directly in issue and the informer's name or information bears only on the legality of the method of obtaining the evidence [...] the instant case actually presents a stronger case for nondisclosure to the defendant because the informant is an objective system, not an individual who might be known to the defendant. He could not, by his presence, hope to impugn its credibility. Furthermore, since the level of probability required to justify a frisk is lower than "probable cause" there is a corresponding lower necessity for disclosure.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Ocena profilowania

. . . guilt or innocence is not directly in issue and the informer's name or information bears only on the legality of the method of obtaining the evidence [. . .] the instant case actually presents a stronger case for nondisclosure to the defendant because the informant is an objective system, not an individual who might be known to the defendant. He could not, by his presence, hope to impugn its credibility. Furthermore, since the level of probability required to justify a frisk is lower than "probable cause" there is a corresponding lower necessity for disclosure.

Porażka w konkretnym przypadku

One of the characteristics added introduced an ethnic element for which there is no experimental basis, thus raising serious equal protection problems. The second added criterion called for an act of individual judgment on the part of airline employees. The effect of these changes was to destroy the essential neutrality and objectivity of the approved profile.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Problem pojęciowy

- W dyskusji, niskie *posterior probability* uznawano za wskaźnik słabości testu.
- Tymczasem, test 1800-krotnie zwiększa prawdopodobieństwo!

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Scheffer 523 U.S. 303 (1998)

- Edward Scheffer jest informatorem w spr. śledztwa dot. narkotyków w March Air Force Base California.
- Któregoś dnia nie pojawia się w bazie.
- Policja zatrzymuje go przy rutynowej kontroli, test na narkotyki jest pozytywny.
- Proponuje badanie wariografem ("nie wziął świadomie").

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

United States v. Scheffer 523 U.S. 303 (1998)

- Edward Scheffer jest informatorem w spr. śledztwa dot. narkotyków w March Air Force Base California.
- Któregoś dnia nie pojawia się w bazie.
- Policja zatrzymuje go przy rutynowej kontroli, test na narkotyki jest pozytywny.
- Proponuje badanie wariografem (“nie wziął świadomie”).

Military Rule of Evidence 707

Notwithstanding any other provision of law, the results of a polygraph examination, the opinion of a polygraph examiner, or any reference to an offer to take, failure to take, or taking of a polygraph examination, shall not be admitted into evidence.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Ocena wariografu

The contentions of respondent and the dissent notwithstanding, there is simply no consensus that polygraph evidence is reliable. To this day, the scientific community remains extremely polarized about the reliability of polygraph techniques.

Wyrok

Zwolnienie ze służby, 30 miesięcy więzienia, degradacja.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Odwołanie

Motywacja

as Justice Stevens points out, there is much inconsistency between the Government's extensive use of polygraphs to make vital security determinations and the argument it makes here, stressing the inaccuracy of these tests.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Odwołanie

Motywacja

as Justice Stevens points out, there is much inconsistency between the Government's extensive use of polygraphs to make vital security determinations and the argument it makes here, stressing the inaccuracy of these tests.

Federal Rule of Evidence 704(b)

No expert witness testifying with respect to the mental state or condition of a defendant in a criminal case may state an opinion or inference as to whether the defendant did or did not have the mental state or condition constituting an element of the crime charged or of a defense thereto. Such ultimate issues are matters for the trier of fact alone.

Bayes, szanse, wrażliwość na *base rates*

Odwołanie

Porównanie

Studies indicate that handwriting analysis, and even fingerprint identifications, may be less trustworthy than polygraph evidence in certain cases. And, of course, even highly dubious eyewitness testimony is, and should be, admitted and tested in the crucible of cross-examination. The Court's reliance on potential unreliability as a justification for a categorical rule of inadmissibility reveals that it is overly pessimistic about the capabilities of the jury and of the adversary system generally.

Sprzeczność?

Polygraph screening vs. criminal cases

- 1997: przebadano 7616 potencjalnych pracowników, 176 zidentyfikowano jako potencjalne zagrożenie, 6 z nich straciło uprawnienia, 16 w toku.

Sprzeczność?

Polygraph screening vs. criminal cases

- 1997: przebadano 7616 potencjalnych pracowników, 176 zidentyfikowano jako potencjalne zagrożenie, 6 z nich straciło uprawnienia, 16 w toku.
- Załóżmy, wszyscy stracili 22 ze 176, i załóżmy, że wariograf ma 0.5 szansy na identyfikowanie zagrożenia, więc 22 dodatkowo nie wykrytych. Prawdopodobieństwo, że osoba przepuszczona nie jest zagrożeniem: 7418/7440=0.997.

Sprzeczność?

Polygraph screening vs. criminal cases

- 1997: przebadano 7616 potencjalnych pracowników, 176 zidentyfikowano jako potencjalne zagrożenie, 6 z nich straciło uprawnienia, 16 w toku.
- Załóżmy, wszyscy stracili 22 ze 176, i załóżmy, że wariograf ma 0.5 szansy na identyfikowanie zagrożenia, więc 22 dodatkowo nie wykrytych. Prawdopodobieństwo, że osoba przepuszczona nie jest zagrożeniem: 7418/7440=0.997.
- Negatywne szanse: 0.997/0.03=332.

Sprzeczność?

Polygraph screening vs. criminal cases

- 1997: przebadano 7616 potencjalnych pracowników, 176 zidentyfikowano jako potencjalne zagrożenie, 6 z nich straciło uprawnienia, 16 w toku.
- Załóżmy, wszyscy stracili 22 ze 176, i załóżmy, że wariograf ma 0.5 szansy na identyfikowanie zagrożenia, więc 22 dodatkowo nie wykrytych. Prawdopodobieństwo, że osoba przepuszczona nie jest zagrożeniem: 7418/7440=0.997.
- Negatywne szanse: 0.997/0.03=332.
- Ogółem: 44 podmioty ryzykowne z 7616, więc uprzednie prawdopodobieństwo nie bycia ryzykiem to 7572/7616=0.994. Uprzednie szanse negatywne: 166.

Sprzeczność?

Polygraph screening vs. criminal cases

- 1997: przebadano 7616 potencjalnych pracowników, 176 zidentyfikowano jako potencjalne zagrożenie, 6 z nich straciło uprawnienia, 16 w toku.
- Załóżmy, wszyscy stracili 22 ze 176, i załóżmy, że wariograf ma 0.5 szansy na identyfikowanie zagrożenia, więc 22 dodatkowo nie wykrytych. Prawdopodobieństwo, że osoba przepuszczona nie jest zagrożeniem: 7418/7440=0.997.
- Negatywne szanse: 0.997/0.03=332.
- Ogółem: 44 podmioty ryzykowne z 7616, więc uprzednie prawdopodobieństwo nie bycia ryzykiem to 7572/7616=0.994. Uprzednie szanse negatywne: 166.
- Zatem unniewiniające badanie wariografem ma likelihood ok. 2. (gdyby wariograf miał 0.87 czułości i specyficzności, likelihood byłoby ok. 8).

Sprzeczność?

A co z wagą obciążającą?

Sprzeczność?

A co z wagą obciążającą?

- Analogicznie, oskarżająca moc: 3.4% -12.5%.
- Likelikood 25-43, zależnie od czułości i specyficzności przypisanej.

Sprzeczność?

A co z wagą obciążającą?

- Analogicznie, oskarżająca moc: 3.4% -12.5%.
- Likelikood 25-43, zależnie od czułości i specyficzności przypisanej.

Morał

W przypadku kwestii kryminalnych, czułość i specyficzność mogą być nawet wyższe, nasze oszacowanie jest dość konserwatywne. Dowód co najmniej dwukrotnie zwiększa szanse niewinności i powinien zostać dopuszczony. Czy to wystarczy do unniewinienia? Zależy od uprzednich itd.

Przykład błędu obrońcy

Regina v. Alan Doheny & Gary Adams,
[1996] EWCA Crim. 728 (July 31, 1996)

Ofiara gwałtu nie rozpoznała sprawców na okazaniu, jedyny dowód to zgodność DNA i brak alibi.

Przykład błędu obrońcy

Regina v. Alan Doheny & Gary Adams,
[1996] EWCA Crim. 728 (July 31, 1996)

Ofiara gwałtu nie rozpoznała sprawców na okazaniu, jedyny dowód to zgodność DNA i brak alibi.

Pierwsza sprawa

...random occurrence ratios for matching DNA stains taken from crime semen and the defendants are 1 in 40 million in Doheny and 1 in 27 million in Adams.

Przykład błędu obrońcy

Po odwołaniu

If one person in a million has a DNA profile which matches that obtained from the crime stain, then the suspect will be one of perhaps 26 men in the United Kingdom who share that characteristic. If no fact is known about the Defendant other than that he was in the United Kingdom at the time of the crime the DNA evidence tells us no more that there is a statistical probability that he was the criminal of 1 in 26.

Błędy prokuratora i obrońcy jako dwie skrajności

Błąd prokuratora dla $1/1000$ w populacji

$$
\begin{aligned}
\text{posterior odds} &= \overbrace{1000}^{\textit{likelihood}} \times \frac{0.5}{0.5} \\
\text{posterior prob.} &= \frac{1000}{1001} = 0.999
\end{aligned}
$$

Błędy prokuratora i obrońcy jako dwie skrajności

Błąd prokuratora dla $1/1000$ w populacji

$$\begin{array}{lcccc} \text{posterior odds} & = & \overbrace{1000}^{\textit{likelihood}} & \times & \frac{0.5}{0.5} \\ \text{posterior prob.} & = & \frac{1000}{1001} & = & 0.999 \end{array}$$

Błąd obrońcy dla $1/1000$ w populacji 1 mln

$$\frac{\mathrm{P}(H|E)}{\mathrm{P}(\neg H|E)} = \frac{1/1000}{999/1000} = 1/999 \qquad \text{(Posterior odds)}$$

$$\frac{\mathrm{P}(E|H)}{\mathrm{P}(E|\neg H)} = \frac{1}{1/1000} = 1000 \qquad \text{(Likelihood)}$$

$$\frac{1}{999} = 1000 \times \text{prior odds} \qquad \text{(Bayes)}$$

$$\text{prior odds} = \frac{1}{999} \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{999000} \qquad \text{(Priors)}$$

Szybkie spojrzenie wstecz

- Podstawy teorii prawdopodobieństwa i formalnego filozofowania o dowodach

Szybkie spojrzenie wstecz

- Podstawy teorii prawdopodobieństwa i formalnego filozofowania o dowodach
- Przykłady stosowalności tych rozważań: błędy w przypadkach rzeczywistych, lepsze rozumienie sytuacji

Szybkie spojrzenie wstecz

- Podstawy teorii prawdopodobieństwa i formalnego filozofowania o dowodach
- Przykłady stosowalności tych rozważań: błędy w przypadkach rzeczywistych, lepsze rozumienie sytuacji
- Przykłady udanych zastosowań

Szybkie spojrzenie wstecz

- Podstawy teorii prawdopodobieństwa i formalnego filozofowania o dowodach
- Przykłady stosowalności tych rozważań: błędy w przypadkach rzeczywistych, lepsze rozumienie sytuacji
- Przykłady udanych zastosowań
- Likelihood jako narzędzie oceny wagi dowodowej

Szybkie spojrzenie wstecz

- Podstawy teorii prawdopodobieństwa i formalnego filozofowania o dowodach
- Przykłady stosowalności tych rozważań: błędy w przypadkach rzeczywistych, lepsze rozumienie sytuacji
- Przykłady udanych zastosowań
- Likelihood jako narzędzie oceny wagi dowodowej
- Jednolite rozumienie błędów obrońcy i prokuratora

Day v. Boston & Maine R.R. 96 Me. 207 (1902)

Kwestia wypadku kolejowego

Quantitative probability . . . is only the greater chance. It is not proof, nor even probative evidence, of the proposition to be proved. That in one throw of dice there is a quantitative probability, or greater chance, that a less number of spots than sixes will fall uppermost [the probability is 35/36] is no evidence whatever, that in a given throw such was the actual result . . . The slightest real evidence that sixes did in fact fall uppermost would out weigh all the probability otherwise.

Toledo, St. L. & W. R. Co. v. Howe

191 F. 776, 782-83 (6th Cir. 1911)

Orzeczenie

No man’s property should be taken from him on the mere guess that he has committed a wrong. . . because of a probability among other probabilities that the accident for which recovery is sought might have happened in the way charged. . .

Sargent v. Massachusetts Accident Company

307 Mass. 246 (1940)

Odrzucenie prawdopodobieństwa

It has been held not enough that mathematically the chances somewhat favor a proposition to be proved; for example, the fact that colored automobiles made in the current year outnumber black ones would not warrant a finding that an undescribed automobile of the current year is colored and not black, nor would the fact that only a minority of men die of cancer warrant a finding that a particular man did not die of cancer. The weight or preponderance of the evidence is its power to convince the tribunal which has the determination of the fact, of the actual truth of the proposition to be proved. After the evidence has been weighed, that proposition is proved by a preponderance of the evidence if it is made to appear more likely or probable in the sense that actual belief in its truth, derived from the evidence, exists in the mind or minds of the tribunal notwithstanding any doubts that may linger there.

Sargent v. Massachusetts Accident Company

307 Mass. 246 (1940)

Orzeczenie

The weight or ponderance of evidence is its power to convince the tribunal which has the determination of the fact, of the actual truth of the proposition to be proved. After the evidence has been weighed, that proposition is proved by a preponderance of the evidence if it is made to appear more likely or probable in the sense that actual belief in its truth, derived from the evidence, exists in the mind or minds of the tribunal notwithstanding any doubts that may still linger there.

Betty Smith vs. Rapid Transit Inc., 317 Mass. 469

Sprawa

- Autobus zmusił Smith do zjechania z drogi i uderzenia w zaparkowany samochód.
- Rapid Transit było jedyną znaną linią obsługującą tę trasę.
- Nie można wykluczyć, że autobusy linii prywatnych też używają tej drogi.

Betty Smith vs. Rapid Transit Inc., 317 Mass. 469

Sprawa

- Autobus zmusił Smith do zjechania z drogi i uderzenia w zaparkowany samochód.
- Rapid Transit było jedyną znaną linią obsługującą tę trasę.
- Nie można wykluczyć, że autobusy linii prywatnych też używają tej drogi.

Orzeczenie, z powołaniem na *Sargent*

It is not enough that mathematically the chances somewhat favor a proposition to be proved.

State v. Boyd 1983

331 N.W. 2d 480

Teza

The testimony, which the state wants to use to prove that defendant sexually penetrated the victim, is that the complainant has given birth to a child after the alleged act of penetration and that blood test results indicate that defendant is the father of the child.

State v. Boyd 1983

331 N.W. 2d 480

Teza

The testimony, which the state wants to use to prove that defendant sexually penetrated the victim, is that the complainant has given birth to a child after the alleged act of penetration and that blood test results indicate that defendant is the father of the child.

Dr. H. F. Polesky, M.D.

- the use of the 15 genetic systems will provide evidence of nonpaternity in 94% to 97% of the cases in which the man in fact is not the father of the child.
- in this case the results do not provide evidence of nonpaternity.
- 1,121 unrelated men would have to be randomly selected from the general population of men before another man would be found with all the appropriate genes to have fathered the child in question.
- the index (1121.39) can be converted to a percent (99.911%) to determine the likelihood that defendant in fact is the father of the child.

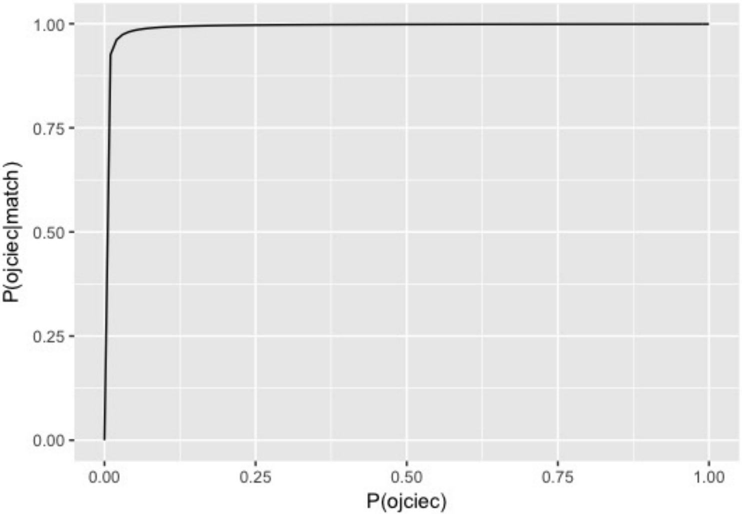
State v. Boyd 1983

331 N.W. 2d 480

$$
\begin{aligned}
1/1121 &= \mathrm{P}(\mathit{Match}|\neg \mathit{Ojciec})\\
\mathrm{P}(\mathit{Ojciec}|\mathit{Match}) &= \frac{\mathrm{P}(\mathit{Match}|\mathit{Ojciec})\mathrm{P}(\mathit{Ojciec})}{\mathrm{P}(\mathit{Match})}\\
&= \frac{1 \times 0.01}{\mathrm{P}(\mathit{Match}|\mathit{Ojciec})\mathrm{P}(\mathit{Ojciec}) + \mathrm{P}(\mathit{Match}|\neg \mathit{Ojciec})\mathrm{P}(\neg \mathit{Ojciec})}\\
&= \frac{1 \times 0.01}{1 \times 0.01 + 1/1121 \times 0.99}\\
&= 0.9256813
\end{aligned}
$$

State v. Boyd 1983

331 N.W. 2d 480



State v. Boyd 1983

331 N.W. 2d 480

Decyzja sądu

Shortly before trial was to begin, defense counsel moved for an order limiting the expert testimony on two grounds: first, that the expected testimony was inadmissible evidence of statistical probability; second, that Dr. Polesky's opinion would be based on an assumption that defendant had sexually penetrated the complainant, and yet whether defendant had sexually penetrated the complainant was the ultimate issue in the case. The trial court granted defendant's motion.

State vs. Joon Kyu Kim 1987

398 N.W.2d 544 (Minn. 1987)

State vs. Joon Kyu Kim 1987

398 N.W.2d 544 (Minn. 1987)

The analyst was prepared to testify that 96.4 percent of males in the Twin Cities metropolitan population, but not Kim, could be excluded on the basis of this combination of blood factors as possible sources of the semen found on the bed sheet.

State vs. Joon Kyu Kim 1987

398 N.W.2d 544 (Minn. 1987)

The analyst was prepared to testify that 96.4 percent of males in the Twin Cities metropolitan population, but not Kim, could be excluded on the basis of this combination of blood factors as possible sources of the semen found on the bed sheet.

Minnesota Supreme Court

The danger we recognized [. . .] is that statistics on the frequency with which certain blood type combinations occur in a population will be understood by the jury to be a quantification of the likelihood that the defendant, who shares that unique combination of blood characteristics, is guilty. This danger exists as much in an inclusion as in an exclusion figure because, as the trial court noted, faced with an exclusion percentage, a jury will naturally convert it into an inclusion percentage.

Powody odrzucenia

- *Day*, *Toledo*, *Sargent*: brak rzeczywistych danych i silnego prawdopodbieństwa.
- *Boyd*: błędne założenie o błędnym założeniu.
- *Kim*: ryzyko błędu prokuratora.

Powody odrzucenia

- *Day*, *Toledo*, *Sargent*: brak rzeczywistych danych i silnego prawdopodbieństwa.
- *Boyd*: błędne założenie o błędnym założeniu.
- *Kim*: ryzyko błędu prokuratora.

Ogólnie

Głownie sytuacje, w których dowody były sugerujące, ale nie przekonujące, a do tego przedstawione były jako wskazujące prawdopodbieństwo. Wina nie po stronie użycia pojęć związanych z prawdopodobieństwem, tylko z niewystarczalnością dowodów lub niewłaściwym użyciem narzędzi.

Powody odrzucenia

- *Day*, *Toledo*, *Sargent*: brak rzeczywistych danych i silnego prawdopodbieństwa.
- *Boyd*: błędne założenie o błędnym założeniu.
- *Kim*: ryzyko błędu prokuratora.

Ogólnie

Głownie sytuacje, w których dowody były sugerujące, ale nie przekonujące, a do tego przedstawione były jako wskazujące prawdopodbieństwo. Wina nie po stronie użycia pojęć związanych z prawdopodobieństwem, tylko z niewystarczalnością dowodów lub niewłaściwym użyciem narzędzi.

Obserwacja

Kluczowe precedensy nie były sprzeczne z podejściem Bayesiańskim.

Narodziny pojęcia *particular evidence*

Judge Posner (*Smith*)

...the plaintiff needs an incentive to ferret out *case-specific evidence*, in addition to the statistics, so he must lose unless he shows that it was infeasible for him to get *more particular evidence*. Unless he makes that showing, his failure to produce more evidence must be due to the fact either that the other evidence was adverse or that he failed to make an investigation – and in either case he should lose.

Narodziny pojęcia *particular evidence*

Judge Posner (*Smith*)

. . . the plaintiff needs an incentive to ferret out *case-specific evidence*, in addition to the statistics, so he must lose unless he shows that it was infeasible for him to get *more particular evidence*. Unless he makes that showing, his failure to produce more evidence must be due to the fact either that the other evidence was adverse or that he failed to make an investigation – and in either case he should lose.

Posner w *Howad v. Wal-Mart Stores Inc., 1998*

These objections to basing a decision on thin evidence do not apply to the present case. Not only is there no reason to suspect that the plaintiff is holding back unfavorable evidence; it would have been unreasonable, given the stakes, to expect her to conduct a more thorough investigation. This is a tiny case. . .

Przykład zamieszania pojęciowego

Justice Lummus, *Sargent* [co myślimy?]

...nor would the fact that only a minority of men die of cancer warrant a finding that a particular man did not die of cancer.

Przykład zamieszania pojęciowego

Justice Lummus, *Sargent* [co myślimy?]

. . . nor would the fact that only a minority of men die of cancer warrant a finding that a particular man did not die of cancer.

Justice Lummus, *Commonwealth v. Clark*, 292 Mass. 409, 415 (1935)

. . . the fact that a great majority of men are sane, and the probability that any particular man is sane, may be deemed by the jury to outweigh, in evidential value, testimony that he is insane . . . it is not . . . the presumption of sanity that may be weighed as evidence, but rather the rational probability on which the presumption rests. . .

Przykład zamieszania pojęciowego

State v. Spann, 130 N.J. 484 (1993)

- Strażnik więzienny oskarżony o stosunek seksualny z uwięzioną.
- Kluczowy: test ojcostwa. Exclusion rate 98-99%. Przy uprzednim 0.5, ekspert szacuje posterior ojcostwa jako 96.55%.

Przykład zamieszania pojęciowego

State v. Spann, 130 N.J. 484 (1993)

- Strażnik więzienny oskarżony o stosunek seksualny z uwięzioną.
- Kluczowy: test ojcostwa. Exclusion rate 98-99%. Przy uprzednim 0.5, ekspert szacuje posterior ojcostwa jako 96.55%.

Wisconsin Supreme Court

It is antithetical to our system of criminal justice to allow the state, through the use of statistical evidence which assumes that the defendant committed the crime, to prove that the defendant committed the crime.

Przykład zamieszania pojęciowego

State v. Spann, 130 N.J. 484 (1993)

- Strażnik więzienny oskarżony o stosunek seksualny z uwięzioną.
- Kluczowy: test ojcostwa. Exclusion rate 98-99%. Przy uprzednim 0.5, ekspert szacuje posterior ojcostwa jako 96.55%.

Wisconsin Supreme Court

It is antithetical to our system of criminal justice to allow the state, through the use of statistical evidence which assumes that the defendant committed the crime, to prove that the defendant committed the crime.

Co z uprzednim?

Założenie 0.5 było rzekomo stronnicze i należało przedstawić szereg opcji dla różnych uprzednich.

Przykład zamieszania pojęciowego

State v. Spann, 130 N.J. 484 (1993)

- Strażnik więzienny oskarżony o stosunek seksualny z uwięzioną.
- Kluczowy: test ojcostwa. Exclusion rate 98-99%. Przy uprzednim 0.5, ekspert szacuje posterior ojcostwa jako 96.55%.

Wisconsin Supreme Court

It is antithetical to our system of criminal justice to allow the state, through the use of statistical evidence which assumes that the defendant committed the crime, to prove that the defendant committed the crime.

Co z uprzednim?

Założenie 0.5 było rzekomo stronnicze i należało przedstawić szereg opcji dla różnych uprzednich.
Uwagi: (1) co by to zmieniło? (2) m.in. dlatego likelihood jest lepsze

Wyzwanie?

Pojęciowe

Jasno wyjaśnić na czym polega rozróżnienie na *naked statistical evidence* i *particular evidence*.

Wyzwanie?

Pojęciowe

Jasno wyjaśnić na czym polega rozróżnienie na *naked statistical evidence* i *particular evidence*.

Epistemologiczne

Pokazać, że to rozróżnienie odgrywa istotną rolę w uzasadnianiu wersji wydarzeń.

Those who find "bare" statistical evidence intrinsically insufficient must explain why it somehow should become magically sufficient if there is even a smidgeon of case-specific evidence to support it. [Finkelstein, 16]

Szybkie wyjaśnienie identyfikacji DNA

Ogólnie

- DNA: podwójna helisa, zbudowana z dwóch nici.
- U ludzi: podzielona na 23 chromosomy.
- Gen: locus na chromosomie.
- Różne “wersje” genu: allele.
- Pewne loci różnią się znacznie allelami między ludźmi.
- Dla każdego takiego, istnieją ludzie z tym samym profilem.
- Powszechnie uznaje się ich niezależność: koniunkcja i mnożenie dają dużą moc.

Szybkie wyjaśnienie identyfikacji DNA

CODIS (COmbined DNA Index System - od 1990)

- Cztery kategorie:
  - Convicted offenders
  - Forensic (z miejsc przestępstwa)
  - Unidentified Human Remains
  - Relatives of Missing Persons
- + anonimowy plik populacji
- Ok. 3 mln. wpisów
- Oparty na 13 loci

Szybkie wyjaśnienie identyfikacji DNA

Aspekt matematyczny

- Zgodność na jednym locus $\mathtt{P} \approx 0.1$, loci niezależne.

Szybkie wyjaśnienie identyfikacji DNA

Aspekt matematyczny

- Zgodność na jednym locus $\mathtt{P} \approx 0.1$, loci niezależne.
- Szansa że ktoś byłby zgodny z losową próbką na 3 loci: $(1/10)^3 = 0.001$.

Szybkie wyjaśnienie identyfikacji DNA

Aspekt matematyczny

- Zgodność na jednym locus $\mathtt{P} \approx 0.1$, loci niezależne.
- Szansa że ktoś byłby zgodny z losową próbką na 3 loci: $(1/10)^3 = 0.001$.
- Szansa na zgodność na 13: $(1/10)^{13}$ (1/10 trylionów).

USA V. Raymond Jenkins

Sytuacja

- 4.6.1999 Dennis Dolinger, l. 51, znaleziony martwy w domu.
- Liczne rany od śrubokręta (≥ 25), w tym śmiertelna w głowie.
- Lokalny polityk, bardzo przeciwny narkotykom w okolicy.
- Znaleziono też inną krew, na wszystkich piętrach domu.
- Brak biżuterii, portfela etc.

USA V. Raymond Jenkins

Rozwój wydarzeń

- Stephen Watson użył karty u fryzjera i w sklepie 15 godzin później.
- S.W.: narkoman z wieloma wyrokami.
- Widziany w pobliżu domu D.D. w dniu morderstwa, trzymał w ręku kilka kart kredytowych.
- Rewizja: rzeczy D.D. w domu S.W.

USA V. Raymond Jenkins

Rozwój wydarzeń

- Stephen Watson użył karty u fryzjera i w sklepie 15 godzin później.
- S.W.: narkoman z wieloma wyrokami.
- Widziany w pobliżu domu D.D. w dniu morderstwa, trzymał w ręku kilka kart kredytowych.
- Rewizja: rzeczy D.D. w domu S.W.
- Analiza DNA; brak zgodności.
- Uwolnienie S.W.

USA V. Raymond Jenkins

Rozwiązanie sprawy

- Przepuszczenie DNA z miejsca przestępstwa przez CODIS bez efektów.
- 6 miesięcy później: Virginia Division of Forensic Science, zgodność w bazie 101905 rejestrowanych przestępców, zgodność na 8 loci: Robert P. Garrett aka Raymond Anthony Jenkins (wtedy już w więzieniu za włamanie).

USA V. Raymond Jenkins

Rozwiązanie sprawy

- Przepuszczenie DNA z miejsca przestępstwa przez CODIS bez efektów.
- 6 miesięcy później: Virginia Division of Forensic Science, zgodność w bazie 101905 rejestrowanych przestępców, zgodność na 8 loci: Robert P. Garrett aka Raymond Anthony Jenkins (wtedy już w więzieniu za włamanie).
- Świadek: kilka dni po śmierci D.D. widział Jenkinsa z biżuterią i zadrapaniami na twarzy.

USA V. Raymond Jenkins

Rozwiązanie sprawy

- Przepuszczenie DNA z miejsca przestępstwa przez CODIS bez efektów.
- 6 miesięcy później: Virginia Division of Forensic Science, zgodność w bazie 101905 rejestrowanych przestępców, zgodność na 8 loci: Robert P. Garrett aka Raymond Anthony Jenkins (wtedy już w więzieniu za włamanie).
- Świadek: kilka dni po śmierci D.D. widział Jenkinsa z biżuterią i zadrapaniami na twarzy.
- Pobrano krew Jenkinsa, zgodność na 13 loci, z prawdopodobieństwem $1/(26 \times 10^{18})$.

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

- Morderstwo Diany Sylvester, cold hit: sąd nie dopuszcza argumentów matematycznych dot. *cold hit*.

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

- Morderstwo Diany Sylvester, cold hit: sąd nie dopuszcza argumentów matematycznych dot. *cold hit*.
- Sally Clark: sąd skazuje głównie na podstawie obliczenia prawdopodobieństwa.

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

- Morderstwo Diany Sylvester, cold hit: sąd nie dopuszcza argumentów matematycznych dot. *cold hit*.
- Sally Clark: sąd skazuje głównie na podstawie obliczenia prawdopodobieństwa.
- Kristen Gilbert: probabilistyczny argument wystarcza do rozpoczęcia sprawy, ale nie do skazania.

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

- Morderstwo Diany Sylvester, cold hit: sąd nie dopuszcza argumentów matematycznych dot. *cold hit*.
- Sally Clark: sąd skazuje głównie na podstawie obliczenia prawdopodobieństwa.
- Kristen Gilbert: probabilistyczny argument wystarcza do rozpoczęcia sprawy, ale nie do skazania.
- Stephen Watson: brak zgodności wystarcza do uniewinnienia (asymetria?).

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

- Morderstwo Diany Sylvester, cold hit: sąd nie dopuszcza argumentów matematycznych dot. *cold hit*.
- Sally Clark: sąd skazuje głównie na podstawie obliczenia prawdopodobieństwa.
- Kristen Gilbert: probabilistyczny argument wystarcza do rozpoczęcia sprawy, ale nie do skazania.
- Stephen Watson: brak zgodności wystarcza do uniewinnienia (asymetria?).
- Robert Garrett: cold hit wymaga wsparcia świadka itp.

Aspekt epistemologiczny

Mieszana postawa w praktyce

- Morderstwo Diany Sylvester, cold hit: sąd nie dopuszcza argumentów matematycznych dot. *cold hit*.
- Sally Clark: sąd skazuje głównie na podstawie obliczenia prawdopodobieństwa.
- Kristen Gilbert: probabilistyczny argument wystarcza do rozpoczęcia sprawy, ale nie do skazania.
- Stephen Watson: brak zgodności wystarcza do uniewinnienia (asymetria?).
- Robert Garrett: cold hit wymaga wsparcia świadka itp.

Pytania

Dlaczego samo cold hit (czy dowód statystyczny) nie wystarcza? (I czy rzeczywiście?)

Mieszana postawa w teorii

NRC I

1989 National Research Council tworzy Committee on DNA Technology in Forensic Science.
1992, raport: *DNA Technology in Forensic Science*

> *The distinction between finding a match between an evidence sample and a suspect sample and finding a match between an evidence sample and one of many entries in a DNA profile databank is important. The chance of finding a match in the second case is considerably higher [. . .] The initial match should be used as probable cause to obtain a blood sample from the suspect, but only the statistical frequency associated with the additional loci should be presented at trial (to prevent the selection bias that is inherent in searching a databank).*

Mieszana postawa w teorii

NRC II (Database Match Probability (DMP))

1996, raport: *The Evaluation of Forensic DNA Evidence*

> *That is a sound procedure, but it wastes information, and if too many loci are used for identification of the suspect, not enough might be left for an adequate subsequent analysis . . . When the suspect is found by a search of DNA databases, the random-match probability should be multiplied by N, the number of persons in the database.*

Mieszana postawa w teorii

NRC II (Database Match Probability (DMP))

1996, raport: *The Evaluation of Forensic DNA Evidence*

> *That is a sound procedure, but it wastes information, and if too many loci are used for identification of the suspect, not enough might be left for an adequate subsequent analysis . . . When the suspect is found by a search of DNA databases, the random-match probability should be multiplied by N, the number of persons in the database.*

Obserwacja

DMP nie jest prawdopodobieństwem!

$$RMP = 1/1mln.$$

$$Baza = 1mln.$$

$$DMP = 1/1mln. \times 1mln. = 1$$

$$\mathtt{P}(random\ match) \approx 0.6312$$

Kolejność?

(Devlin and Lorden, 2007, 98-99)

To illustrate the problems inherent in the cold hit procedure, consider the following analogy. In a typical state lottery, the probability of winning a major jackpot is around 1 in 35,000,000. To any single individual, buying a ticket is clearly a waste of time. Those odds are effectively nil. But suppose that each week, at least 35,000,000 people actually do buy a ticket. (This is a realistic example.) Then, every one to three weeks, on average, someone will win. The news reporters will go out and interview that lucky person. What is special about that person? Absolutely nothing. The only thing you can say about that individual is that he or she is the one who had the winning numbers. You can make absolutely no other conclusion. The 1 in 35,000,000 odds tell you nothing about any other feature of that person. The fact that there is a winner reflects the fact that 35,000,000 people bought a ticket — and nothing else.

Kolejność?

(Devlin and Lorden, 2007, 98-99)

Compare this to a reporter who hears about a person with a reputation of being unusually lucky, accompanies them as they buy their ticket, and sits alongside them as they watch the lottery result announced on TV Lo and behold, that person wins. What would you conclude? Most likely, that there has been a swindle. With odds of 1 in 35,000,000, it's impossible to conclude anything else in this situation.

In the first case, the long odds tell you nothing about the winning person, other than that they won. In the second case, the long odds tell you a lot.

A cold hit measured by RMP is like the first case. All it tells you is that there is a DNA profile match. It does not, in and of itself, tell you anything else, and certainly not that that person is guilty of the crime.

Kolejność?

(Devlin and Lorden, 2007, 98-99)

On the other hand, if an individual is identified as a crime suspect by means other than a DNA match, then a subsequent DNA match is like the second case. It tells you a lot. Indeed, assuming the initial identification had a rational, relevant basis (such as a reputation for being lucky in the lottery case), the long RMP odds against a match could be taken as conclusive. But as with the lottery example, in order for the long odds to have any weight, the initial identification has to be before the DNA comparison is run (or at least demonstrably independent thereof). Do the DNA comparison first, and those impressive-sounding long odds could be meaningless.

Kolejność?

Główna teza

. . . in order for the long odds to have any weight, the initial identification has to be before the DNA comparison is run [. . .] Do the DNA comparison first, and those impressive-sounding long odds could be meaningless.

Kolejność?

Główna teza

. . . in order for the long odds to have any weight, the initial identification has to be before the DNA comparison is run [. . .] Do the DNA comparison first, and those impressive-sounding long odds could be meaningless.

Problem z realizmem

W przypadkach Diany Sylvester i Roberta Garreta cold hits były pierwsze!

Kolejność?

Główna teza

...in order for the long odds to have any weight, the initial identification has to be before the DNA comparison is run [...] Do the DNA comparison first, and those impressive-sounding long odds could be meaningless.

Problem z realizmem

W przypadkach Diany Sylvester i Roberta Garreta cold hits były pierwsze!

Problem intuicyjny

Kolejność otrzymywania informacji nie powinna wpływać na obraz całościowy.

Kolejność?

Techniczny korelat intuicji

Aktualizacja Bayesiańska

Dla **każdego** X:

$$\begin{array}{lrr} \ldots, \mathrm{P}_0(X), \mathrm{P}_0(E|X), \mathrm{P}_0(\mathrm{P}_0(E)), \ldots & \overbrace{\Rightarrow}^{Bayes} \mathrm{P}_0(X|E) & \text{(Prior)} \\ & \Downarrow E & \text{(Informacja)} \\ \ldots, & \mathrm{P}_1(X) = \mathrm{P}_0(X|E) & \text{(Posterior)} \end{array}$$

Kolejność?

Techniczny korelat intuicji

Aktualizacja Bayesiańska

Dla **każdego** X:

$$\ldots, \mathrm{P}_0(X), \mathrm{P}_0(E|X), \mathrm{P}_0(\mathrm{P}_0(E)), \ldots \quad \overbrace{\Rightarrow}^{\textit{Bayes}} \mathrm{P}_0(X|E) \qquad \text{(Prior)}$$

$$\Downarrow E \qquad \text{(Informacja)}$$

$$\ldots, \qquad \mathrm{P}_1(X) = \mathrm{P}_0(X|E) \qquad \text{(Posterior)}$$

Fakt

$$\begin{array}{c|c}
\mathrm{P}_0(X|E_1) = \dfrac{\mathrm{P}_0(E_1|X)\mathrm{P}_0(X)}{\mathrm{P}_0(E_1)} & \mathrm{P}_0(X|E_2) = \dfrac{\mathrm{P}_0(E_2|X)\mathrm{P}_0(X)}{\mathrm{P}_0(E_2)} \\
\Downarrow\ E_1 & \Downarrow\ E_2 \\
\mathrm{P}_1(X) = \mathrm{P}_0(X|E_1) & \mathrm{P}_{1'}(X) = \mathrm{P}_0(X|E_2) \\
\Downarrow\ E_2 & \Downarrow\ E_1 \\
\mathrm{P}_2(X) = \mathrm{P}_1(X|E_2) & \mathrm{P}_{2'}(X) = \mathrm{P}_{1'}(X|E_1)
\end{array}$$

$$\mathrm{P}_2(X) = \mathrm{P}_{2'}(X)$$

Fakt

$$\mathrm{P}_0(X|E_1) = \frac{\mathrm{P}_0(E_1|X)\mathrm{P}_0(X)}{\mathrm{P}_0(E_1)} \qquad \mathrm{P}_0(X|E_2) = \frac{\mathrm{P}_0(E_2|X)\mathrm{P}_0(X)}{\mathrm{P}_0(E_2)}$$

$$\Downarrow E_1 \qquad \Downarrow E_2$$

$$\mathrm{P}_1(X) = \mathrm{P}_0(X|E_1) \qquad \mathrm{P}_{1'}(X) = \mathrm{P}_0(X|E_2)$$

$$\Downarrow E_2 \qquad \Downarrow E_1$$

$$\mathrm{P}_2(X) = \mathrm{P}_1(X|E_2) \qquad \mathrm{P}_{2'}(X) = \mathrm{P}_{1'}(X|E_1)$$

$$\mathrm{P}_2(X) = \mathrm{P}_{2'}(X)$$

Dowód

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}_2(X) &= \mathrm{P}_1(X|E_2) \\
&= \frac{\mathrm{P}_1(X\wedge E_2)}{\mathrm{P}_1(E_2)} \\
&= \frac{\mathrm{P}_0(X\wedge E_2|E_1)}{\mathrm{P}_0(E_2|E_1)} \\
&= \frac{\frac{\mathrm{P}_0(X\wedge E_2\wedge E_1)}{\mathrm{P}_0(E_1)}}{\frac{\mathrm{P}_0(E_2\wedge E_1)}{\mathrm{P}_0(E_1)}} \\
&= \frac{\mathrm{P}_0(X\wedge E_2\wedge E_1)}{\cancel{\mathrm{P}_0(E_1)}} \times \frac{\cancel{\mathrm{P}_0(E_1)}}{\mathrm{P}_0(E_2\wedge E_1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}_{2'}(X) &= \mathrm{P}_{1'}(X|E_1) \\
&= \frac{\mathrm{P}_{1'}(X\wedge E_1)}{\mathrm{P}_{1'}(E_1)} \\
&= \frac{\mathrm{P}_0(X\wedge E_1|E_2)}{\mathrm{P}_0(E_1|E_2)} \\
&= \frac{\frac{\mathrm{P}_0(X\wedge E_1\wedge E_2)}{\mathrm{P}_0(E_2)}}{\frac{\mathrm{P}_0(E_1\wedge E_2)}{\mathrm{P}_0(E_2)}} \\
&= \frac{\mathrm{P}_0(X\wedge E_1\wedge E_2)}{\cancel{\mathrm{P}_0(E_2)}} \times \frac{\cancel{\mathrm{P}_0(E_2)}}{\mathrm{P}_0(E_1\wedge E_2)}
\end{aligned}$$

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Wprowadzenie daktyloskopii

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Wprowadzenie daktyloskopii

- Predecesor: XIX w. system Bertillona. 11 pomiarów. (Lambert Quetelet: RMP wzrostu – 12:56 itd. do 11 pomiarów. Razem: 1:4191304.)

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Wprowadzenie daktyloskopii

- Predecesor: XIX w. system Bertillona. 11 pomiarów. (Lambert Quetelet: RMP wzrostu – 12:56 itd. do 11 pomiarów. Razem: 1:4191304.)
- Francis Galton, „Finger Prints” (1892). Odciski: umożliwiają pozyskanie profilu pod nieobecność.

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Wprowadzenie daktyloskopii

- Predecesor: XIX w. system Bertillona. 11 pomiarów. (Lambert Quetelet: RMP wzrostu – 12:56 itd. do 11 pomiarów. Razem: 1:4191304.)
- Francis Galton, „Finger Prints” (1892). Odciski: umożliwiają pozyskanie profilu pod nieobecność.
- Początkowo: problemy z przeszukiwaniem danych (w przeciwieństwie do B.)

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Wprowadzenie daktyloskopii

- Predecesor: XIX w. system Bertillona. 11 pomiarów. (Lambert Quetelet: RMP wzrostu – 12:56 itd. do 11 pomiarów. Razem: 1:4191304.)
- Francis Galton, „Finger Prints” (1892). Odciski: umożliwiają pozyskanie profilu pod nieobecność.
- Początkowo: problemy z przeszukiwaniem danych (w przeciwieństwie do B.)
- Lata 50 XXw: liczbowa reprezentacja odcisków palców.

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Wprowadzenie daktyloskopii

- Predecesor: XIX w. system Bertillona. 11 pomiarów. (Lambert Quetelet: RMP wzrostu – 12:56 itd. do 11 pomiarów. Razem: 1:4191304.)
- Francis Galton, „Finger Prints” (1892). Odciski: umożliwiają pozyskanie profilu pod nieobecność.
- Początkowo: problemy z przeszukiwaniem danych (w przeciwieństwie do B.)
- Lata 50 XXw: liczbowa reprezentacja odcisków palców.
- Podstawa wiarygodności: nieznany przypadek pełnej zgodności, a eksperci są zwykle całkowicie pewni zgodności, jeżeli taką zaobserwowali.

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Minucje (minutiae)

- Opisuje się za pomocą minucji.
- Do ustalenia tożsamości: kilka/kilkanaście chech wspólnych. Niemcy: 8-12, Francja 17, Polska 12.

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Minucje (minutiae)

- Opisuje się za pomocą minucji.
- Do ustalenia tożsamości: kilka/kilkanaście chech wspólnych. Niemcy: 8-12, Francja 17, Polska 12.

Problem

Nie ma rzeczywistych badań ustalających wiarygodność metody.

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Minucje (minutiae)

- Opisuje się za pomocą minucji.
- Do ustalenia tożsamości: kilka/kilkanaście chech wspólnych. Niemcy: 8-12, Francja 17, Polska 12.

Problem

Nie ma rzeczywistych badań ustalających wiarygodność metody.

Ale przecież . . .

. . . 0 zgodności w 150 mln pełnych profili w bazie FBI!

Daktyloskopia i jej wartość epistemiczna

Minucje (minutiae)

- Opisuje się za pomocą minucji.
- Do ustalenia tożsamości: kilka/kilkanaście chech wspólnych. Niemcy: 8-12, Francja 17, Polska 12.

Problem

Nie ma rzeczywistych badań ustalających wiarygodność metody.

Ale przecież ...

...0 zgodności w 150 mln pełnych profili w bazie FBI!

Właściwe pytanie

Jak często mylą się eksperci uznając zgodność pomiędzy pełnym profilem a pozyskanym częściowym odciskiem?

Przykłady

Commonwealth vs. Terry L. Patterson (2005) (6 na jednym, dwa na innym, pięć na trzecim)

. . . we conclude that the underlying theory and process of latent fingerprint identification, and the ACE-V [analysis, comparison, evaluation, verification] method in particular, are sufficiently reliable to admit expert opinion testimony regarding the matching of a latent impression with a full fingerprint. In this case, however, the Commonwealth needed to establish more than the general reliability of latent fingerprint identification. It needed to establish that the theory, process, and method of latent fingerprint identification could be applied reliably to simultaneous impressions not capable of being individually matched to any of the fingers that supposedly made them.

Przykłady

USA vs. Byron Mitchell (2003)

- Oskarżony o napad z bronią.
- Podważa identyfikację w oparciu o dwa niepełne profile.
- FBI: wysyła materiały do 53 różnych laboratoriów.

Przykłady

USA vs. Byron Mitchell (2003)

- Oskarżony o napad z bronią.
- Podważa identyfikację w oparciu o dwa niepełne profile.
- FBI: wysyła materiały do 53 różnych laboratoriów.
- 39 odpowiada, w tym 9 (23%) przeczy zgodności.
- Mitchell i tak skazany, ale FBI nigdy więcej nie zrobiło nic podobnego.

Przykłady

Brandon Mayfield

- Madrid train bombings 2004 (192 ofiary śmiertelne)
- Hiszpania dzieli się odciskami z FBI i Interpolem.

Przykłady

Brandon Mayfield

- Madrid train bombings 2004 (192 ofiary śmiertelne)
- Hiszpania dzieli się odciskami z FBI i Interpolem.
- FBI znajduje 20 zgodności, w tym B.M.
- Mayfield nawrócony na Islam, bronił członka *Portland 7*.

Przykłady

Brandon Mayfield

- Madrid train bombings 2004 (192 ofiary śmiertelne)
- Hiszpania dzieli się odciskami z FBI i Interpolem.
- FBI znajduje 20 zgodności, w tym B.M.
- Mayfield nawrócony na Islam, bronił członka *Portland 7*.
- Po ok. 2 tygodniach, hiszpanie informują FBI że nie potwierdzają zgodności, FBI nie wspomina o tym prawnikom B.M.

Przykłady

Brandon Mayfield

- Madrid train bombings 2004 (192 ofiary śmiertelne)
- Hiszpania dzieli się odciskami z FBI i Interpolem.
- FBI znajduje 20 zgodności, w tym B.M.
- Mayfield nawrócony na Islam, bronił członka *Portland 7*.
- Po ok. 2 tygodniach, hiszpanie informują FBI że nie potwierdzają zgodności, FBI nie wspomina o tym prawnikom B.M.
- Kilka dni później hiszpanie aresztują Ouhnane Daoud, identyfikują jego odciski, i to upubliczniają.
- B.M. po kilku latach rozprawy dostaje 2 mln. dolarów odszkodowania.

Podejście eksperymentalne

G. L. Wells. Naked statistical evidence of liability: Is subjective probability enough? Journal of Personality and Social Psychology, 62(5):739–752, 1992.

Podejście eksperymentalne

G. L. Wells. Naked statistical evidence of liability: Is subjective probability enough? Journal of Personality and Social Psychology, 62(5):739–752, 1992.

Pojęcie: próba definicji

Naked statistical evidence is ill defined in the legal literature but typically refers to probabilities that are not case specific in the sense that the evidence was not created by the event in question but rather existed prior to or independently of the particular case being tried.

Podejście eksperymentalne

G. L. Wells. Naked statistical evidence of liability: Is subjective probability enough? Journal of Personality and Social Psychology, 62(5):739–752, 1992.

Pojęcie: próba definicji

Naked statistical evidence is ill defined in the legal literature but typically refers to probabilities that are not case specific in the sense that the evidence was not created by the event in question but rather existed prior to or independently of the particular case being tried.

Strategia

Zbadajmy eksperymentalnie intuicje ludzi w różnych przypadkach, i zobaczmy, czy proponowane hipotezy filozoficzne dobrze je wyjaśniają.

Kilka eksperymentów

Standard dowodowy

According to the general rule of civil litigation for suits of this type, a court should rule for the plaintiff (i.e., against the Blue Bus Company) if after considering all the evidence in the case, the jurors believe that what is sought to be proved on that issue is more likely true than not true or more likely so than not so.

Kilka eksperymentów

Eksperyment 0

- Pies potrącony przez autobus o 11:40.

Kilka eksperymentów

Eksperyment 0

- Pies potrącony przez autobus o 11:40.
- Właściciel jest daltonistą.

Kilka eksperymentów

Eksperyment 0

- Pies potrącony przez autobus o 11:40.
- Właściciel jest daltonistą.
- Urzędnik 1: tylko dwie linie mają tam trasy: niebieska i szara.

Kilka eksperymentów

Eksperyment 0

- Pies potrącony przez autobus o 11:40.
- Właściciel jest daltonistą.
- Urzędnik 1: tylko dwie linie mają tam trasy: niebieska i szara.
- Urzędnik 2: 80% autobusów i ruchu autobusowego to autobusy niebieskie.

Kilka eksperymentów

Eksperyment 0

- Pies potrącony przez autobus o 11:40.
- Właściciel jest daltonistą.
- Urzędnik 1: tylko dwie linie mają tam trasy: niebieska i szara.
- Urzędnik 2: 80% autobusów i ruchu autobusowego to autobusy niebieskie.

Pytania

1. Czy orzekłabyś (orzekłbyś) winę firmy niebieskiej?
2. Oszacuj swój stopień przekonania, że winny jest niebieski autobus (0-100).

Kilka eksperymentów

Eksperyment 1

Urzędnik 2: osoba ważąca autobusy odnotowała niebieski o 11:30.
Obrona: Sprawdziliśmy historię, poprawne 80%.

Pytania

1. Czy orzekłabyś (orzekłbyś) winę firmy niebieskiej?
2. Oszacuj swój stopień przekonania, że winny jest niebieski autobus (0-100).

Kilka eksperymentów

Eksperyment 2

Urzędnik 2: Autobusy niebieskie są odpowiedzialne za 80% wypadków z udziałem autobusu w tym mieście.

Pytania

1. Czy orzekłabyś (orzekłbyś) winę firmy niebieskiej?
2. Oszacuj swój stopień przekonania, że winny jest niebieski autobus (0-100).

Kilka eksperymentów

Eksperyment 3

Urzędnik 2: Ślady opon zdjęte z psa, pasują do 80% niebieskich, 20% szarych autobusów (jest ich po 10).

Pytania

1. Czy orzekłabyś (orzekłbyś) winę firmy niebieskiej?
2. Oszacuj swój stopień przekonania, że winny jest niebieski autobus (0-100).

Kilka eksperymentów

Eksperyment 4

Ekspert: porównałem ślady opon techniką, która jest poprawna w 80% przypadków, i w oparciu o wynik uważam, że odpowiedzialny jest autobus niebieski.

Pytania

1. Czy orzekłabyś (orzekłbyś) winę firmy niebieskiej?
2. Oszacuj swój stopień przekonania, że winny jest niebieski autobus (0-100).

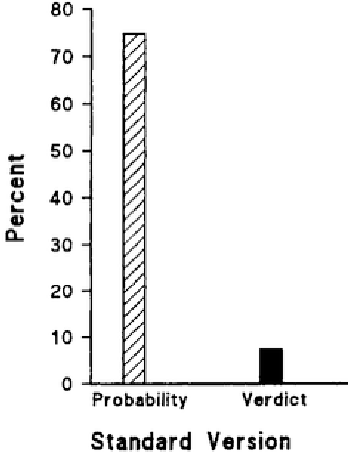
Eksperymenty a hipotezy

L. H. Tribe. Trial by mathematics: Precision and ritual in the legal process. Harvard Law Review, 84(6):1329–1393, 1971.

Hipoteza Tribe’a

Werdykt oparty jest na prawdopodobieństwie subiektywnym, raczej niż na szansach matematycznych.

Eksperymenty a hipotezy

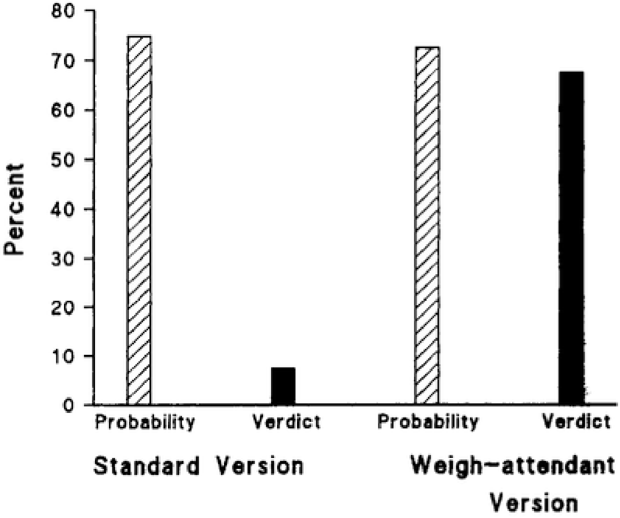


Eksperymenty a hipotezy

Hipoteza druga

Ludzie nieświadomie stosują wyższy próg niż 50%.

Eksperymenty a hipotezy



Eksperymenty a hipotezy

I. Ajzen. Intuitive theories of events and the effects of base-rate information on prediction. Journal of Personality and Social Psychology, 35(5):303, 1977.

Hipoteza Ajzena

The use of statistical evidence is greater when there is causal relevance to the statistics.

Eksperymenty a hipotezy

I. Ajzen. Intuitive theories of events and the effects of base-rate information on prediction. Journal of Personality and Social Psychology, 35(5):303, 1977.

Hipoteza Ajzena

The use of statistical evidence is greater when there is causal relevance to the statistics.

R. Posner, Economic analysis of the law, 1972

Hipoteza Posnera

The ruling would dislocate the market by disproportionately burdening larger companies and subsidizing their smaller competitors.

Eksperymenty a hipotezy

I. Ajzen. Intuitive theories of events and the effects of base-rate information on prediction. Journal of Personality and Social Psychology, 35(5):303, 1977.

Hipoteza Ajzena

The use of statistical evidence is greater when there is causal relevance to the statistics.

R. Posner, Economic analysis of the law, 1972

Hipoteza Posnera

The ruling would dislocate the market by disproportionately burdening larger companies and subsidizing their smaller competitors.

Walster, E., Walster, G., Berscheid, E., Equity: theory and research, 1978

Hipoteza WWB

The company would have to pay 100% cases, while it would be responsible for only 80%.

Eksperymenty a hipotezy

I. Ajzen. Intuitive theories of events and the effects of base-rate information on prediction. Journal of Personality and Social Psychology, 35(5):303, 1977.

Hipoteza Ajzena

The use of statistical evidence is greater when there is causal relevance to the statistics.

R. Posner, Economic analysis of the law, 1972

Hipoteza Posnera

The ruling would dislocate the market by disproportionately burdening larger companies and subsidizing their smaller competitors.

Walster, E., Walster, G., Berscheid, E., Equity: theory and research, 1978

Hipoteza WWB

The company would have to pay 100% cases, while it would be responsible for only 80%.

J. J. Thomson. Liability and individualized evidence. Law and Contemporary Problems, 49(3):199–219, 1986.

Hipoteza Thomson

What is missing is a piece of individualized evidence.

Eksperymenty a hipotezy

Hipoteza Ajzena

The use of statistical evidence is greater when there is causal relevance to the statistics.

Hipoteza Posnera

The ruling would dislocate the market by disproportionately burdening larger companies and subsidizing their smaller competitors.

Hipoteza WWB

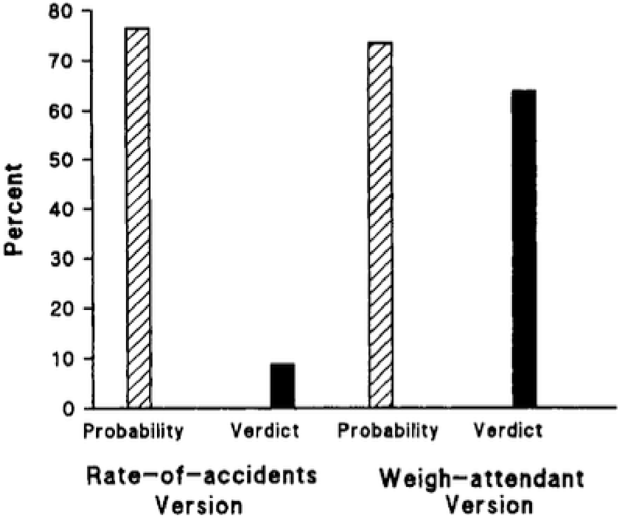
The company would have to pay 100% cases, while it would be responsible for only 80%.

Hipoteza Thomson

What is missing is a piece of individualized evidence.

E0	80% niebieskich	volume-of-traffic
E1	80% poprawnych zapisów	weigh-attendant
E2	80% wypadków	rate-of-accidents

Eksperymenty a hipotezy



Eksperymenty a hipotezy

- Rate of accidents: brak uprzywilejowania silniejszych.

Eksperymenty a hipotezy

- Rate of accidents: brak uprzywilejowania silniejszych.
- Rate of accidents: dalej kara za 100%

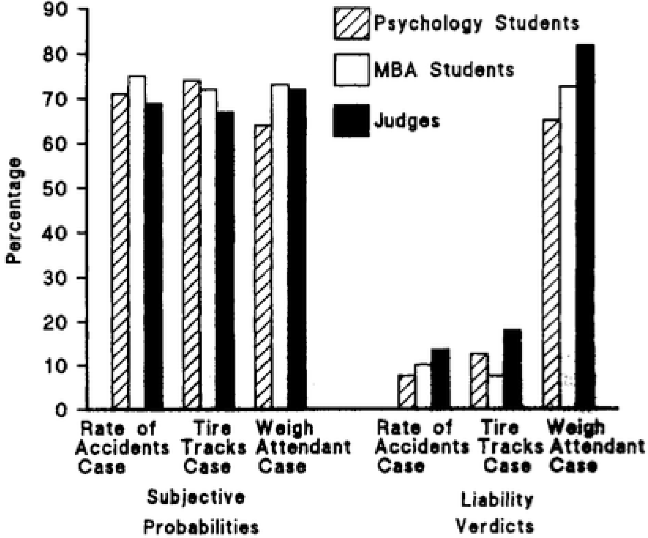
Eksperymenty a hipotezy

- Rate of accidents: brak uprzywilejowania silniejszych.
- Rate of accidents: dalej kara za 100%
- Equity pasuje do weigh-attendant

Eksperymenty a hipotezy

- Rate of accidents: brak uprzywilejowania silniejszych.
- Rate of accidents: dalej kara za 100%
- Equity pasuje do weigh-attendant
- Co z equity i tire tracks?

Eksperymenty a hipotezy



Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Spoilation inference

Lack of incentive to present further evidence.
[Sytuacja jest symetryczna!]

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Spoilation inference

Lack of incentive to present further evidence.
[Sytuacja jest symetryczna!]

Sample size (3 ROA, 5 TT)

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Spoilation inference

Lack of incentive to present further evidence.
[Sytuacja jest symetryczna!]

Sample size (3 ROA, 5 TT)

Nie ma tu próbkowania z populacji!

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Spoilation inference

Lack of incentive to present further evidence.
[Sytuacja jest symetryczna!]

Sample size (3 ROA, 5 TT)

Nie ma tu próbkowania z populacji!

Time frame (4 ROA)

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Spoilation inference

Lack of incentive to present further evidence.
[Sytuacja jest symetryczna!]

Sample size (3 ROA, 5 TT)

Nie ma tu próbkowania z populacji!

Time frame (4 ROA)

Tylko czemu nie w WA?

Wyjaśnienia sędziów

19 rate-of-accident, 18 tire-tracks

Naked statistical evidence/mere probability

Dla obu, chociaż w *tire tracks* mamy *particular evidence*.

Spoilation inference

Lack of incentive to present further evidence.
[Sytuacja jest symetryczna!]

Sample size (3 ROA, 5 TT)

Nie ma tu próbkowania z populacji!

Time frame (4 ROA)

Tylko czemu nie w WA?

Either-or (7 ROA, 8 TT)

Z 15, 5 dalej oceniało prawdopodobieństwo na 80%.
(no i: principle of indifference?)

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Hipoteza Wellsa (HW)

In order for evidence to have a significant impact on people’s verdict preferences, one’s hypothetical belief about the ultimate fact must affect one’s belief about the evidence.

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Hipoteza Wellsa (HW)

In order for evidence to have a significant impact on people’s verdict preferences, one’s hypothetical belief about the ultimate fact must affect one’s belief about the evidence.

HW a volume-of-traffic

To, czy winni są niebiescy, nie wydaje się wpływać na wiarygodność informacji o statystykach przejazdów.

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Hipoteza Wellsa (HW)

In order for evidence to have a significant impact on people's verdict preferences, one's hypothetical belief about the ultimate fact must affect one's belief about the evidence.

HW a volume-of-traffic

To, czy winni są niebiescy, nie wydaje się wpływać na wiarygodność informacji o statystykach przejazdów.

HW a tire-tracks

Wina niebieskich nie wpływa na statystyki dot. pasujących kół.

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Hipoteza Wellsa (HW)

In order for evidence to have a significant impact on people’s verdict preferences, one’s hypothetical belief about the ultimate fact must affect one’s belief about the evidence.

HW a volume-of-traffic

To, czy winni są niebiescy, nie wydaje się wpływać na wiarygodność informacji o statystykach przejazdów.

HW a tire-tracks

Wina niebieskich nie wpływa na statystyki dot. pasujących kół.

HW a weigh-attendant

A person cannot believe both that the bus was gray and also believe that the weigh attendand was correct…

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Hipoteza Wellsa (HW)

The evidence must be presented in a form that makes that evidence believable or not believable depending on what one assumes about the ultimate fact.

Rozumowanie od hipotezy do danych?

Hipoteza Wellsa (HW)

The evidence must be presented in a form that makes that evidence believable or not believable depending on what one assumes about the ultimate fact.

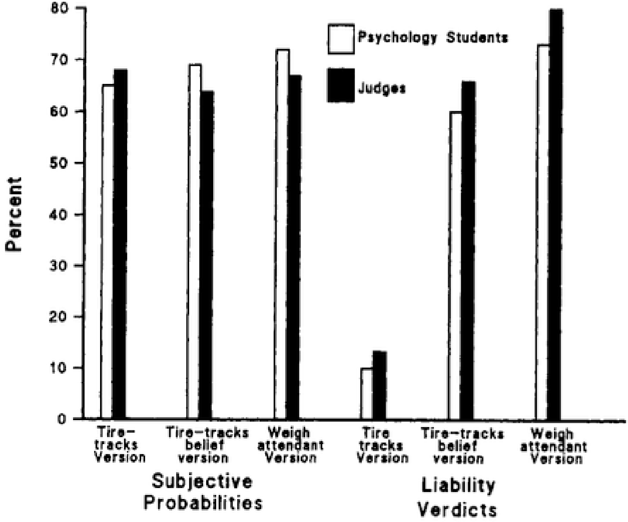
Eksperyment 3

Urzędnik 2: Ślady opon zdjęte z psa, pasują do 80% niebieskich, 20% szarych autobusów (jest ich po 10).

Eksperyment 4

Ekspert: porównałem ślady opon techniką, która jest poprawna w 80% przypadków, i w oparciu o wynik, uważam, że odpowiedzialny jest autobus niebieski.

Rozumowanie od hipotezy do danych?



Sokolim okiem nietoperza

Type	P	V	Tribe subjective	higher threshold	Ajzen causal	Posner burden	WWB equity	Thomson individualized
rate of traffic	H	L	x	v	v	v	v	v
weigh-attendant	H	H	v	x	x	v	v	v
rate of accidents	H	L	x	v	v	x	v	v
tire tracks	H	L	x	v	v	x	x	x
tire tracks belief	H	H	v	x	x	x	x	x

Trzy instrukcje

Trzy instrukcje

Preponderance

Find for the plaintiff if there is a preponderance of the evidence in her favor.

Trzy instrukcje

Preponderance

Find for the plaintiff if there is a preponderance of the evidence in her favor.

More likely than not

Find for the plaintiff if it is more likely than not that a Blue Bus company bus ran over Ms. Prob’s dog.

Trzy instrukcje

Preponderance

Find for the plaintiff if there is a preponderance of the evidence in her favor.

More likely than not

Find for the plaintiff if it is more likely than not that a Blue Bus company bus ran over Ms. Prob’s dog.

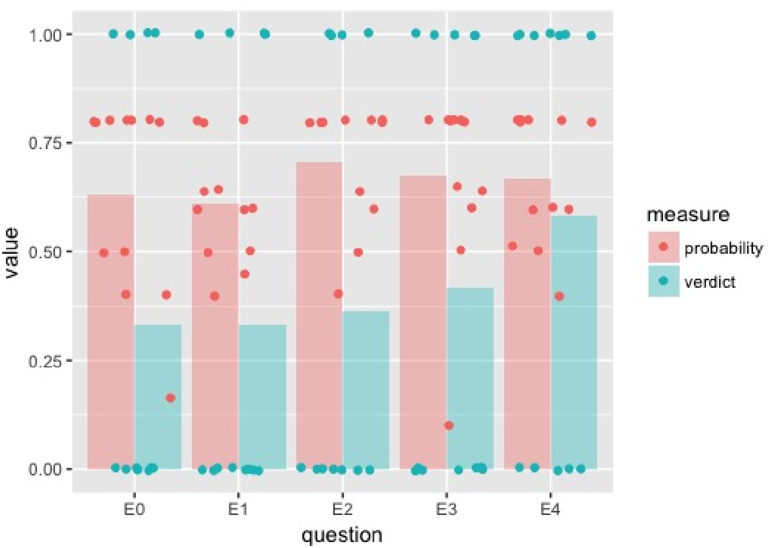
Greater than 50%

Rule for the plaintiff if the chances that Ms. Prob’s dog was run over by a Blue Bus Company bus are greater than 50%, however slightly.

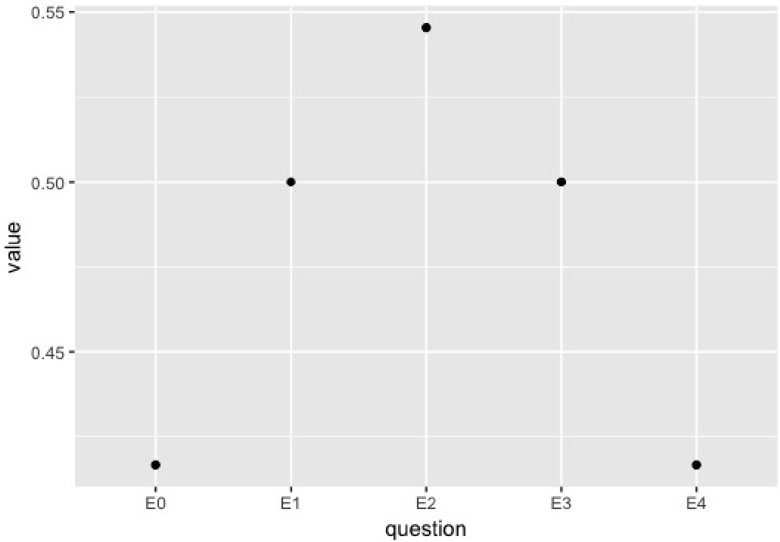
Trzy instrukcje a *proporition-of-accidents* ($n = 90$)

Instrukcje	Prawdopodobieństwa	Werdykty (%)
Preponderance	.71	17
More likely	.61	37
Greater than 50%	.58	47

Wyniki


1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
value
E0
E1
E2
E3
E4
question
measure
probability
verdict

Wyniki



Probabilizm prawny

Pojęcie ogólne

Uzasadnianie zdań faktywnych w kontekstach kryminologicznych i prawnych najlepiej modelować za pomocą narzędzi probabilistycznych.

Probabilizm prawny

Pojęcie ogólne

Uzasadnianie zdań faktywnych w kontekstach kryminologicznych i prawnych najlepiej modelować za pomocą narzędzi probabilistycznych.

Klasyczny probabilizm prawny dodaje:

Orzeczenie zdania faktywnego rozumianego jako stwierdzenie winy jest uzasadnione, gdy jego prawdopodobieństwo, biorąc pod uwagę wszystkie dowody, przekracza pewien próg (niekoniecznie ten sam dla wszystkich spraw).

Jakie prawdopodobieństwo?

Jakie prawdopodobieństwo?

Co rozumiesz przez prawdopodobieństwo?

- Interpretacja frekwentystyczna: czasem działa, często nie.

Stopnie przekonań

Dlaczego stopnie przekonań?

Stopnie przekonań

Dlaczego stopnie przekonań?

- Introspekcja: mamy różne stopnie poczucia pewności.

Stopnie przekonań

Dlaczego stopnie przekonań?

- Introspekcja: mamy różne stopnie poczucia pewności.
- Potwierdzanie przez dane: zwykle jest stopniowalne.

Stopnie przekonań

Dlaczego stopnie przekonań?

- Introspekcja: mamy różne stopnie poczucia pewności.
- Potwierdzanie przez dane: zwykle jest stopniowalne.
- Konsekwencje dla działań: są one istotne dla naszych decyzji.

Stopnie przekonań

Stopnie przekonań a liczby

Stopnie przekonań

Stopnie przekonań a liczby

- Obecność porządku.

Stopnie przekonań

Stopnie przekonań a liczby

- Obecność porządku.
- Pewne rzeczy pewne – kres górny.

Stopnie przekonań

Stopnie przekonań a liczby

- Obecność porządku.
- Pewne rzeczy pewne – kres górny.
- Pewne rzeczy z pewnością fałszywe – kres dolny.

Stopnie przekonań

Stopnie przekonań a liczby

- Obecność porządku.
- Pewne rzeczy pewne – kres górny.
- Pewne rzeczy z pewnością fałszywe – kres dolny.
- Dużo rzeczy pomiędzy, w różnym stopniu.

Stopnie przekonań

Stopnie przekonań a liczby

- Obecność porządku.
- Pewne rzeczy pewne – kres górny.
- Pewne rzeczy z pewnością fałszywe – kres dolny.
- Dużo rzeczy pomiędzy, w różnym stopniu.
- Wygodnie: *kredencje* w przedziale $[0, 1]$.

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

- Kredencji nie widać.

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

- Kredencji nie widać.
- Załóżmy, że ktoś oferuje Ci zakład:
  - 1 tys. PLN jeżeli kosmici istnieją.
  - 0 PLN, jeżeli kosmici nie istnieją.

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

- Kredencji nie widać.
- Załóżmy, że ktoś oferuje Ci zakład:
  - 1 tys. PLN jeżeli kosmici istnieją.
  - 0 PLN, jeżeli kosmici nie istnieją.
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że nie istnieją?

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

- Kredencji nie widać.
- Załóżmy, że ktoś oferuje Ci zakład:
  - 1 tys. PLN jeżeli kosmici istnieją.
  - 0 PLN, jeżeli kosmici nie istnieją.
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że nie istnieją?
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że kosmici istnieją?

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

- Kredencji nie widać.
- Załóżmy, że ktoś oferuje Ci zakład:
  - 1 tys. PLN jeżeli kosmici istnieją.
  - 0 PLN, jeżeli kosmici nie istnieją.
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że nie istnieją?
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że kosmici istnieją?
- Za ile kupisz taki zakład w przypadkach pośrednich?

Kredencje a zakłady

Standardowa metoda diagnozy

- Kredencji nie widać.
- Załóżmy, że ktoś oferuje Ci zakład:
  - 1 tys. PLN jeżeli kosmici istnieją.
  - 0 PLN, jeżeli kosmici nie istnieją.
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że nie istnieją?
- Za ile kupisz taki zakład, jeżeli jesteś pewna, że kosmici istnieją?
- Za ile kupisz taki zakład w przypadkach pośrednich?
- Kredencje odpowiadają proporcji akceptowalnej ceny do stawki.

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

E potwierdza H dla S w t	znaczy	$\mathtt{P}_{S,t}(H\vert E) > \mathtt{P}_{S,t}(H)$
E podważa H dla S w t	znaczy	$\mathtt{P}_{S,t}(H\vert E) < \mathtt{P}_{S,t}(H)$
E jest niezależne od H dla S w t	znaczy	$\mathtt{P}_{S,t}(H\vert E) = \mathtt{P}_{S,t}(H)$

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

E potwierdza H dla S w t	znaczy	$\mathtt{P}_{S,t}(H\vert E) > \mathtt{P}_{S,t}(H)$
E podważa H dla S w t	znaczy	$\mathtt{P}_{S,t}(H\vert E) < \mathtt{P}_{S,t}(H)$
E jest niezależne od H dla S w t	znaczy	$\mathtt{P}_{S,t}(H\vert E) = \mathtt{P}_{S,t}(H)$

Przykład

S = Jutro będzie słonecznie.

$\mathtt{P}(S) = 0.4 \quad \mathtt{P}(C) = 0.2$

C = Jutro będzie dość ciepło.

$\mathtt{P}(S \wedge C) = 0.1 \quad \mathtt{P}(C|S) = 0.25$

$\mathtt{P}(C|S) > \mathtt{P}(C)$

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy hipoteza zawsze potwierdza dane, które ją potwierdzają?

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy hipoteza zawsze potwierdza dane, które ją potwierdzają?

Symetryczność potwierdzania

$$\mathtt{P}_{S,t}(H|E) > \mathtt{P}_{S,t}(H) \qquad \text{założenie}$$

$$\mathtt{P}_{S,t}(H)\frac{\mathtt{P}_{S,t}(E|H)}{\mathtt{P}_{S,t}(E)} > \mathtt{P}_{S,t}(H) \qquad \text{Bayes po lewej}$$

$$\frac{\mathtt{P}_{S,t}(E|H)}{\mathtt{P}_{S,t}(E)} > 1 \qquad \text{dzielenie obu stron przez } P(H)$$

$$\mathtt{P}_{S,t}(E|H) > \mathtt{P}_{S,t}(E) \qquad \text{mnożenie stron przez mianownik}$$

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy potwierdzenie musi czynić hipotezę bardzo prawdopodobną?

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy potwierdzenie musi czynić hipotezę bardzo prawdopodobną?
Nie! Podniesienie nie musi być na wyżyny!

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy potwierdzenie musi czynić hipotezę bardzo prawdopodobną?
Nie! Podniesienie nie musi być na wyżyny!

Pytanie

Czy te same dane mogą potwierdzać wykluczające się hipotezy?

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy potwierdzenie musi czynić hipotezę bardzo prawdopodobną?
Nie! Podniesienie nie musi być na wyżyny!

Pytanie

Czy te same dane mogą potwierdzać wykluczające się hipotezy?

Tak!	**Parzysta**	**potwierdza**	**wypadnie 2**
	Parzysta	**potwierdza**	**wypadnie 4**

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy potwierdzenie musi czynić hipotezę bardzo prawdopodobną?
Nie! Podniesienie nie musi być na wyżyny!

Pytanie

Czy te same dane mogą potwierdzać wykluczające się hipotezy?

Tak!	**Parzysta**	**potwierdza**	**wypadnie 2**
	Parzysta	**potwierdza**	**wypadnie 4**

Pytanie

Czy potwierdzanie hipotezy wskazuje na przyczynowość pomiędzy danymi a hipotezą?

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy potwierdzenie musi czynić hipotezę bardzo prawdopodobną?
Nie! Podniesienie nie musi być na wyżyny!

Pytanie

Czy te same dane mogą potwierdzać wykluczające się hipotezy?

Tak!

Parzysta	**potwierdza**	**wypadnie 2**
Parzysta	**potwierdza**	**wypadnie 4**

Pytanie

Czy potwierdzanie hipotezy wskazuje na przyczynowość pomiędzy danymi a hipotezą?
Nie! Tylko korelacja!

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy można potwierdzać hipotezę bez potwierdzania jej konsekwencji?

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy można potwierdzać hipotezę bez potwierdzania jej konsekwencji?

Tak!

E = zwierzak Rafała nie ma futra
H = zwierzak Rafała to peruwiański pies bez sierści
P = zwierzak Rafała to pies

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy można potwierdzać hipotezę bez potwierdzania jej konsekwencji?

Tak!

E = zwierzak Rafała nie ma futra

H = zwierzak Rafała to peruwiański pies bez sierści

P = zwierzak Rafała to pies

0.5	E	Węże, jaszczurki, . . . ($\neg P$) 0.4	H 0.1
0.5	$\neg E$	Większość psów 0.3	inne futrzaki 0.2

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy można potwierdzać hipotezę bez potwierdzania jej konsekwencji?

Tak!

E = zwierzak Rafała nie ma futra

H = zwierzak Rafała to peruwiański pies bez sierści

P = zwierzak Rafała to pies

0.5	E	Węże, jaszczurki, … ($\neg P$) 0.4	H 0.1
0.5	$\neg E$	Większość psów 0.3	inne futrzaki 0.2

- E potwierdza H, bo $\mathrm{P}(H|E) = \frac{0.1}{0.5} = 0.2 > 0.1 = \mathrm{P}(H)$.

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy można potwierdzać hipotezę bez potwierdzania jej konsekwencji?

Tak!

E = zwierzak Rafała nie ma futra
H = zwierzak Rafała to peruwiański pies bez sierści
P = zwierzak Rafała to pies

0.5	E	Węże, jaszczurki, ... ($\neg P$) 0.4	H 0.1
0.5	$\neg E$	Większość psów 0.3	inne futrzaki 0.2

- E potwierdza H, bo $\mathrm{P}(H|E) = \frac{0.1}{0.5} = 0.2 > 0.1 = \mathrm{P}(H)$.
- H pociąga P, bo peruwiański pies to dalej pies.

Przekonaniowo-podnoszeniowa teoria konfirmacji

Pytanie

Czy można potwierdzać hipotezę bez potwierdzania jej konsekwencji?

Tak!

E = zwierzak Rafała nie ma futra
H = zwierzak Rafała to peruwiański pies bez sierści
P = zwierzak Rafała to pies

0.5	E	Węże, jaszczurki, … ($\neg P$) 0.4	H 0.1
0.5	$\neg E$	Większość psów 0.3	inne futrzaki 0.2

- E potwierdza H, bo $\mathtt{P}(H|E) = \frac{0.1}{0.5} = 0.2 > 0.1 = \mathtt{P}(H)$.
- H pociąga P, bo peruwiański pies to dalej pies.
- E podważa P, bo
$$\mathtt{P}(P|E) = \mathtt{P}(H|E) = 0.2 < 0.4 = 0.1 + 0.3 = \mathtt{P}(P).$$

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Każdy chce akceptacji?

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Każdy chce akceptacji?

- **Tradycyjna epistemologia:**
  akceptacja, odrzucenie, zawieszenie sądu.

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Każdy chce akceptacji?

- **Tradycyjna epistemologia:**
  akceptacja, odrzucenie, zawieszenie sądu.
- **Wygląda intuicyjnie:**
  język potoczny i zachowanie ludzi.

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Każdy chce akceptacji?

- **Tradycyjna epistemologia:**
  akceptacja, odrzucenie, zawieszenie sądu.
- **Wygląda intuicyjnie:**
  język potoczny i zachowanie ludzi.
- **Czynniki pragmatyczne:**
  Przydaje się ze względu na nasze ograniczenia poznawcze (nie damy rady wszystkiego wyliczać).

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Każdy chce akceptacji?

- **Tradycyjna epistemologia:**
  akceptacja, odrzucenie, zawieszenie sądu.
- **Wygląda intuicyjnie:**
  język potoczny i zachowanie ludzi.
- **Czynniki pragmatyczne:**
  Przydaje się ze względu na nasze ograniczenia poznawcze (nie damy rady wszystkiego wyliczać).
- **Pytanie:**
  Jak powiązać akceptację ze stopniami przekonań?

Pojęcie akceptacji a paradoks loterii

Każdy chce akceptacji?

- **Tradycyjna epistemologia:**
  akceptacja, odrzucenie, zawieszenie sądu.
- **Wygląda intuicyjnie:**
  język potoczny i zachowanie ludzi.
- **Czynniki pragmatyczne:**
  Przydaje się ze względu na nasze ograniczenia poznawcze (nie damy rady wszystkiego wyliczać).
- **Pytanie:**
  Jak powiązać akceptację ze stopniami przekonań?

Teoria progu (Teza Locke'a)

Podmiot A racjonalnie akceptuje H wtw
kredencja A w H jest wyższa niż jakiś próg t (np. 0.95).

Teza Locke'a a paradoks loterii

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Paradoks Loterii (Kyburg 1961)

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Paradoks Loterii (Kyburg 1961)

- 100 losów, jeden wygrywa. $\mathtt{P}(\text{Los } i \text{ nie wygra}) = \mathtt{P}(\neg L_i) = 0.99$.

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Paradoks Loterii (Kyburg 1961)

- 100 losów, jeden wygrywa. $\mathtt{P}(\text{Los } i \text{ nie wygra}) = \mathtt{P}(\neg L_i) = 0.99$.
- $\forall i\, \mathtt{P}(\neg L_i) > 0.95$, więc (na mocy Tezy Locke'a) A racjonalnie powinna uznać wszystkie $\neg L_i$.

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Paradoks Loterii (Kyburg 1961)

- 100 losów, jeden wygrywa. $\mathtt{P}(\text{Los } i \text{ nie wygra}) = \mathtt{P}(\neg L_i) = 0.99$.
- $\forall i\, \mathtt{P}(\neg L_i) > 0.95$, więc (na mocy Tezy Locke'a) A racjonalnie powinna uznać wszystkie $\neg L_i$.
- Na mocy domknięcia akceptacji, A powinna uznać:

$$\neg L_1 \wedge \cdots \wedge \neg L_{100}$$

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Paradoks Loterii (Kyburg 1961)

- 100 losów, jeden wygrywa. $\mathtt{P}(\text{Los } i \text{ nie wygra}) = \mathtt{P}(\neg L_i) = 0.99$.
- $\forall i\, \mathtt{P}(\neg L_i) > 0.95$, więc (na mocy Tezy Locke'a) A racjonalnie powinna uznać wszystkie $\neg L_i$.
- Na mocy domknięcia akceptacji, A powinna uznać:
$$\neg L_1 \wedge \cdots \wedge \neg L_{100}$$
- Na mocy informacji o strukturze loterii, A powinna uznać:
$$L_1 \vee \cdots \vee L_{100}$$

Teza Locke'a a paradoks loterii

Domknięcie akceptacji

Jeżeli A racjonalnie akceptuje H_1 i racjonalnie akceptuje H_2, A powinna racjonalnie akceptować $H_1 \wedge H_2$.

Paradoks Loterii (Kyburg 1961)

- 100 losów, jeden wygrywa. $\mathtt{P}(\text{Los } i \text{ nie wygra}) = \mathtt{P}(\neg L_i) = 0.99$.
- $\forall i\, \mathtt{P}(\neg L_i) > 0.95$, więc (na mocy Tezy Locke'a) A racjonalnie powinna uznać wszystkie $\neg L_i$.
- Na mocy domknięcia akceptacji, A powinna uznać:
$$\neg L_1 \wedge \cdots \wedge \neg L_{100}$$
- Na mocy informacji o strukturze loterii, A powinna uznać:
$$L_1 \vee \cdots \vee L_{100}$$
- A powinna więc uznać sprzeczność!

Praktyczny wymiar paradoksu loterii

Praktyczny wymiar paradoksu loterii

Klasyczny probabilizm prawniczy

Standard dowodu kryminalnego to pewien bardzo wysoki próg prawdopodobieństwa, biorąc pod uwagę dowody.

Praktyczny wymiar paradoksu loterii

Klasyczny probabilizm prawniczy

Standard dowodu kryminalnego to pewien bardzo wysoki próg prawdopodobieństwa, biorąc pod uwagę dowody.

The gatecrasher paradox (Cohen, 1977)

- Powiedzmy, że próg to 0.99.
- 1000 fanów wchodzi na mecz.
- 999 wbija bez biletu.
- Łapiemy losowego widza.
- Prawdopodobieństwo, że nie zapłacił, przekracza 0.99.
- Intuicyjnie, nie powinniśmy mu tylko dlatego wypisać mandatu.

Praktyczny wymiar paradoksu loterii

Klasyczny probabilizm prawniczy

Standard dowodu kryminalnego to pewien bardzo wysoki próg prawdopodobieństwa, biorąc pod uwagę dowody.

The gatecrasher paradox (Cohen, 1977)

- Powiedzmy, że próg to 0.99.
- 1000 fanów wchodzi na mecz.
- 999 wbija bez biletu.
- Łapiemy losowego widza.
- Prawdopodobieństwo, że nie zapłacił, przekracza 0.99.
- Intuicyjnie, nie powinniśmy mu tylko dlatego wypisać mandatu.

Wyzwanie

Jeżeli pewność jest nieosiągalna, a wysokie prawdodobieństwo nie wystarcza, dlaczego skazujemy?

Unikanie paradoksu loterii

Podnieść próg powyżej 0.99?

Unikanie paradoksu loterii

Podnieść próg powyżej 0.99?

Dopóki < 1, można paradoks zmodyfikować.

Unikanie paradoksu loterii

Podnieść próg powyżej 0.99?

Dopóki < 1, można paradoks zmodyfikować.

Może akceptacja to pewność?

Unikanie paradoksu loterii

Podnieść próg powyżej 0.99?

Dopóki < 1, można paradoks zmodyfikować.

Może akceptacja to pewność?

- Mielibyśmy te same kredencje we wszystko co uznajemy. Fałsz!

Unikanie paradoksu loterii

Podnieść próg powyżej 0.99?

Dopóki < 1, można paradoks zmodyfikować.

Może akceptacja to pewność?

- Mielibyśmy te same kredencje we wszystko co uznajemy. Fałsz!
- Akceptujemy rzeczy, co do których nie mamy pewności.

Unikanie paradoksu loterii

Podmioty rzeczywiste i idealne

- Nie chodzi o deskrypcję zachowań rzeczywistych ludzi, tylko o opis ideału poznawczego.

Unikanie paradoksu loterii

Podmioty rzeczywiste i idealne

- Nie chodzi o deskrypcję zachowań rzeczywistych ludzi, tylko o opis ideału poznawczego.
- Argumenty za stosowaniem pojęcia akceptacji opierają się na tym, co robią wadliwe podmioty rzeczywiste.

Unikanie paradoksu loterii

Podmioty rzeczywiste i idealne

- Nie chodzi o deskrypcję zachowań rzeczywistych ludzi, tylko o opis ideału poznawczego.
- Argumenty za stosowaniem pojęcia akceptacji opierają się na tym, co robią wadliwe podmioty rzeczywiste.
- Idealne podmioty mogą tego niejasnego pojęcia unikać.

Probabilizm

Sformułowanie

Kredencje racjonalnego podmiotu powinny być probabilistyczne.

Probabilizm

Sformułowanie

Kredencje racjonalnego podmiotu powinny być probabilistyczne.

- Niech $X, Y \in B$ (B to zbiór przekonań podmiotu).

Probabilizm

Sformułowanie

Kredencje racjonalnego podmiotu powinny być probabilistyczne.

- Niech $X, Y \in B$ (B to zbiór przekonań podmiotu).
- Nienegatywność: $\mathtt{P}(X) \geq 0$.

Probabilizm

Sformułowanie

Kredencje racjonalnego podmiotu powinny być probabilistyczne.

- Niech $X, Y \in B$ (B to zbiór przekonań podmiotu).
- Nienegatywność: $\mathtt{P}(X) \geq 0$.
- Normalizacja: $\mathtt{P}(\top) = 1$ dla dowolnego $\top \in B$.

Probabilizm

Sformułowanie

Kredencje racjonalnego podmiotu powinny być probabilistyczne.

- Niech $X, Y \in B$ (B to zbiór przekonań podmiotu).
- Nienegatywność: $\mathtt{P}(X) \geq 0$.
- Normalizacja: $\mathtt{P}(\top) = 1$ dla dowolnego $\top \in B$.
- Skończona addytywność: $\mathtt{P}(X \vee Y) = \mathtt{P}(X) + \mathtt{P}(Y)$ dla dowolnych $X, Y \in B$, które się wykluczają.

Probabilizm

Uwagi

Probabilizm

Uwagi

- Nienegatywność jest dość oczywista.

Probabilizm

Uwagi

- Nienegatywność jest dość oczywista.
- Normalizacja też, chociaż wiąże się z wszechwiedzą logiczną (ale może to nie boli, bo myślimy o ideale, a poza tym to dużo upraszcza).

Probabilizm

Uwagi

- Nienegatywność jest dość oczywista.
- Normalizacja też, chociaż wiąże się z wszechwiedzą logiczną (ale może to nie boli, bo myślimy o ideale, a poza tym to dużo upraszcza).
- Skończona addytywność: na prostych przykładach brzmi intuicyjnie.

Probabilizm

Strategie obrony

Probabilizm

Strategie obrony

Zakład Holenderski (*Dutch Book Argument*) i jego depragmatyzacje

Podmiot nieprobabilistyczny podatny jest na serię zakładów, w której przegra, niezależnie co się stanie.

Probabilizm

Strategie obrony

Zakład Holenderski (*Dutch Book Argument*) i jego depragmatyzacje

Podmiot nieprobabilistyczny podatny jest na serię zakładów, w której przegra, niezależnie co się stanie.

Argumenty z trafności

Podmiot nieprobabilistyczny, w zasadzie, zawsze będzie dalej od prawdy, bardziej podatny na błąd.

Probabilizm

Strategie obrony

Zakład Holenderski (*Dutch Book Argument*) i jego depragmatyzacje

Podmiot nieprobabilistyczny podatny jest na serię zakładów, w której przegra, niezależnie co się stanie.

Argumenty z trafności

Podmiot nieprobabilistyczny, w zasadzie, zawsze będzie dalej od prawdy, bardziej podatny na błąd.

Twierdzenia o reprezentacji

Jeżeli spełnione są dość proste wymogi na relację porządku siły przekonań, można podmiot opisać *jako* posługujący się funkcjami probabilistycznymi.

Zarzut z subiektywności

Zarzut

Zarzut z subiektywności

Zarzut

- W rzeczywistych sytuacjach brakuje nam danych liczbowych, by obiektywnie ocenić prawdopodobieństwo wszystkich elementów sprawy.

Zarzut z subiektywności

Zarzut

- W rzeczywistych sytuacjach brakuje nam danych liczbowych, by obiektywnie ocenić prawdopodobieństwo wszystkich elementów sprawy.
- Opcja: personalne kredencje podmiotów oceniających sprawę.

Zarzut z subiektywności

Zarzut

- W rzeczywistych sytuacjach brakuje nam danych liczbowych, by obiektywnie ocenić prawdopodobieństwo wszystkich elementów sprawy.
- Opcja: personalne kredencje podmiotów oceniających sprawę.
- Problem: dlaczego nie owocuje to niesprawiedliwym subiektywizmem?

Zarzut z subiektywności

Zarzut

- W rzeczywistych sytuacjach brakuje nam danych liczbowych, by obiektywnie ocenić prawdopodobieństwo wszystkich elementów sprawy.
- Opcja: personalne kredencje podmiotów oceniających sprawę.
- Problem: dlaczego nie owocuje to niesprawiedliwym subiektywizmem?

Właściwe pytania:

- Czy nie posługiwanie się szacunkami tego typu poprawia trafność?
- Czy i jak brać poprawkę na ten subiektywizm?

Zarzut z subiektywności

Przykład

- Zwłoki kobiety znalezione w rowie, zmarła od ciosów zadanych nożem, który został znaleziony na miejcu.

Zarzut z subiektywności

Przykład

- Zwłoki kobiety znalezione w rowie, zmarła od ciosów zadanych nożem, który został znaleziony na miejcu.
- Główny podejrzany: jej partner — wiadomo, że często się kłócili, i że był skłonny do przemocy.

Zarzut z subiektywności

Przykład

- Zwłoki kobiety znalezione w rowie, zmarła od ciosów zadanych nożem, który został znaleziony na miejcu.
- Główny podejrzany: jej partner — wiadomo, że często się kłócili, i że był skłonny do przemocy.
- Oceńcie subiektywne prawdopodobieństwo tego, że jest winien.

Zarzut z subiektywności

Przykład

- Zwłoki kobiety znalezione w rowie, zmarła od ciosów zadanych nożem, który został znaleziony na miejcu.
- Główny podejrzany: jej partner — wiadomo, że często się kłócili, i że był skłonny do przemocy.
- Oceńcie subiektywne prawdopodobieństwo tego, że jest winien.

Dodajmy dane probabilistyczne

- Częściowe odciski palców na nożu, zgodność, ale 1/1000 osób jest zgodna.

Zarzut z subiektywności

Przykład

- Zwłoki kobiety znalezione w rowie, zmarła od ciosów zadanych nożem, który został znaleziony na miejcu.
- Główny podejrzany: jej partner — wiadomo, że często się kłócili, i że był skłonny do przemocy.
- Oceńcie subiektywne prawdopodobieństwo tego, że jest winien.

Dodajmy dane probabilistyczne

- Częściowe odciski palców na nożu, zgodność, ale 1/1000 osób jest zgodna.
- Oceń teraz subiektywnie prawdopodobieństwo winy, przy założeniu, że test nie ma błędu, i że odcisk na nożu pociąga winę.

Zarzut z subiektywności

Wyliczenie dla uprzedniego =0.25

$$
\begin{aligned}
333.33 &= \frac{1}{1/1000} \times \frac{0.25}{0.75} \\
&= 100 \times \frac{1}{3} \\
\frac{333.33}{334.33} &= 0.997
\end{aligned}
$$

Zarzut z subiektywności

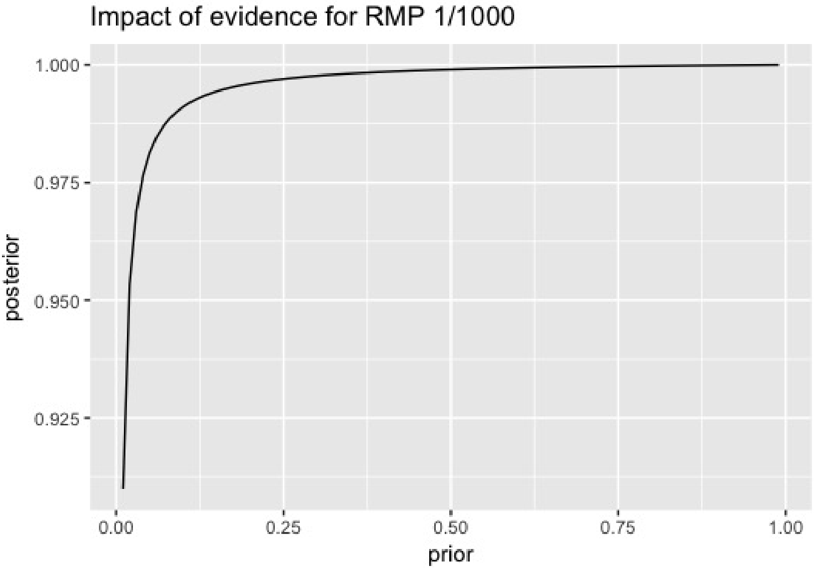
Wyliczenie dla uprzedniego =0.25

$$\begin{aligned} 333.33 &= \frac{1}{1/1000} \times \frac{0.25}{0.75} \\ &= 100 \times \frac{1}{3} \\ \frac{333.33}{334.33} &= 0.997 \end{aligned}$$

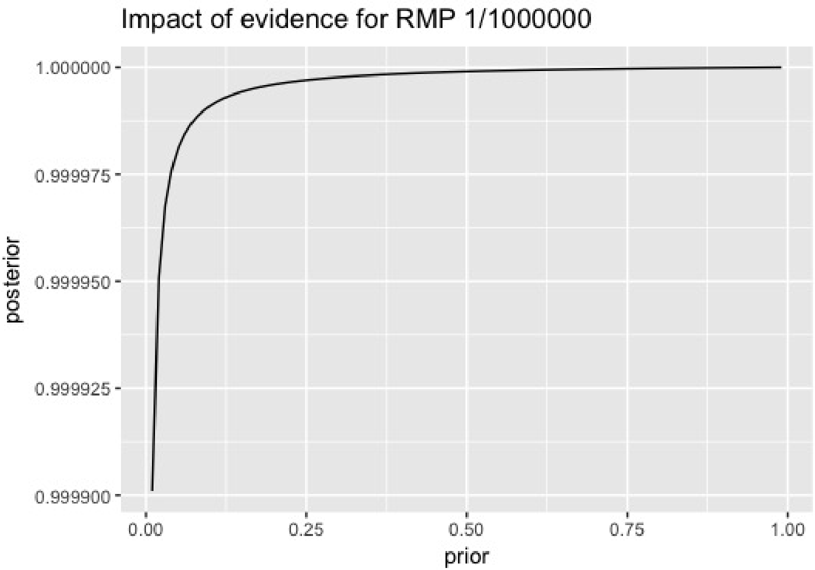
Wyliczenie dla uprzedniego =0.75

$$\begin{aligned} 3000 &= \frac{1}{1/1000} \times \frac{0.75}{0.25} \\ &= 100 \times \frac{3}{1} \\ \frac{3000}{3001} &\approx 0.9997 \end{aligned}$$

Zarzut z subiektywności



Zarzut z subiektywności



Zarzut z subiektywności

Morał ogólny

Dowody statystyczne i tak musimy uwzględnić, i lepiej zrobimy to szacując subiektywnie prawdopodobieństwo (dokonawszy analizy zmienności), niż oceniając intuicyjnie.

Atak Cohena

Zupełność

J. Cohen. The probable and the provable. Oxford University Press, 1977.

Atak Cohena

Zupełność

J. Cohen. The probable and the provable. Oxford University Press, 1977.

Complementational principle for negation (CPN)

$\mathrm{P}(H|E) = 1 - \mathrm{P}(\neg H|E)$.

Atak Cohena

Zupełność

J. Cohen. The probable and the provable. Oxford University Press, 1977.

Complementational principle for negation (CPN)

$\mathtt{P}(H|E) = 1 - \mathtt{P}(\neg H|E)$.

Weight of evidence

$\mathtt{P}(H|E)$ measures evidential support of H by E.

Atak Cohena

Zupełność

J. Cohen. The probable and the provable. Oxford University Press, 1977.

Complementational principle for negation (CPN)

$\mathrm{P}(H|E) = 1 - \mathrm{P}(\neg H|E)$.

Weight of evidence

$\mathrm{P}(H|E)$ measures evidential support of H by E.

Irrelevance

Co, jeżeli E jest zupełnie nieistotne dla H?

Atak Cohena

Zupełność

J. Cohen. The probable and the provable. Oxford University Press, 1977.

Complementational principle for negation (CPN)

$\mathtt{P}(H|E) = 1 - \mathtt{P}(\neg H|E)$.

Weight of evidence

$\mathtt{P}(H|E)$ measures evidential support of H by E.

Irrelevance

Co, jeżeli E jest zupełnie nieistotne dla H?

Opcje

- Przyjęcie $\mathtt{P}(H|E) = \mathtt{P}(\neg H|E) = 0$ koliduje z (CPN).

Atak Cohena

Zupełność

J. Cohen. The probable and the provable. Oxford University Press, 1977.

Complementational principle for negation (CPN)

$\mathrm{P}(H|E) = 1 - \mathrm{P}(\neg H|E)$.

Weight of evidence

$\mathrm{P}(H|E)$ measures evidential support of H by E.

Irrelevance

Co, jeżeli E jest zupełnie nieistotne dla H?

Opcje

- Przyjęcie $\mathrm{P}(H|E) = \mathrm{P}(\neg H|E) = 0$ koliduje z (CPN).
- Przyjęcie $\mathrm{P}(H|E) = \mathrm{P}(\neg H|E) = 0.5$ koliduje z założeniem niewinności.

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

$$\mathrm{P}(A \wedge B|K) = \mathrm{P}(A|K) \times \mathrm{P}(B|A, K) \tag{1}$$

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

$$\mathtt{P}(A \wedge B|K) = \mathtt{P}(A|K) \times \mathtt{P}(B|A, K) \tag{1}$$

Założenie niezależności:

$$\mathtt{P}(B|A, K) = \mathtt{P}(B|K) \tag{2}$$

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

$$\mathtt{P}(A \wedge B|K) = \mathtt{P}(A|K) \times \mathtt{P}(B|A, K) \tag{1}$$

Założenie niezależności:

$$\mathtt{P}(B|A, K) = \mathtt{P}(B|K) \tag{2}$$

Zatem dostajemy:

$$\mathtt{P}(A \wedge B|K) = \mathtt{P}(A|K) \times \mathtt{P}(B|K). \tag{3}$$

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

$$\mathtt{P}(A \wedge B|K) = \mathtt{P}(A|K) \times \mathtt{P}(B|A, K) \tag{1}$$

Założenie niezależności:

$$\mathtt{P}(B|A, K) = \mathtt{P}(B|K) \tag{2}$$

Zatem dostajemy:

$$\mathtt{P}(A \wedge B|K) = \mathtt{P}(A|K) \times \mathtt{P}(B|K). \tag{3}$$

Milcząco pomińmy K:

$$\mathtt{P}(A \wedge B) = \mathtt{P}(A) \times \mathtt{P}(B). \tag{4}$$

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Difficulty about conjunction (DAC)

- Sprawa cywilna: oceniamy wedle balansu prawdopodobieństwa.

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Difficulty about conjunction (DAC)

- Sprawa cywilna: oceniamy wedle balansu prawdopodobieństwa.
- Tradycyjny probabilizm: próg 0.5.

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Difficulty about conjunction (DAC)

- Sprawa cywilna: oceniamy wedle balansu prawdopodobieństwa.
- Tradycyjny probabilizm: próg 0.5.
- Załóżmy, powód broni $A \wedge B$ (niezależne).

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Difficulty about conjunction (DAC)

- Sprawa cywilna: oceniamy wedle balansu prawdopodobieństwa.
- Tradycyjny probabilizm: próg 0.5.
- Załóżmy, powód broni $A \wedge B$ (niezależne).
- Czego ma dowieść?

Wymóg 1	$\mathtt{P}(A \wedge B) > 0.5$
Wymóg 2	$\mathtt{P}(A) > 0.5$ and $\mathtt{P}(B) > 0.5$

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Wymóg 1	$\mathrm{P}(A \wedge B) > 0.5$
Wymóg 2	$\mathrm{P}(A) > 0.5$ and $\mathrm{P}(B) > 0.5$

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Wymóg 1	$\mathrm{P}(A \wedge B) > 0.5$
Wymóg 2	$\mathrm{P}(A) > 0.5$ and $\mathrm{P}(B) > 0.5$

Zauważmy

- Jeżeli wymagamy $\mathrm{P}(A \wedge B) = \mathrm{P}(A) \times \mathrm{P}(B) > 0.5$, spełnienie **Wymogu 2** nie wystarcza.
- Gdy $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) = 0.51$, $\mathrm{P}(A) \times \mathrm{P}(B) \approx 0.26$.
- Wymóg 2 pociąga balansowanie.

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Wymóg 1	$\mathrm{P}(A \wedge B) > 0.5$
Wymóg 2	$\mathrm{P}(A) > 0.5$ and $\mathrm{P}(B) > 0.5$

Problem z **Wymogiem 1**

Justice would hardly be done if a plaintiff were to win on a case that, when considered as a whole, was more probably false than true. (Cohen, 1977, 59)

Atak Cohena

Problem z koniunkcją

Wymóg 1	$\mathrm{P}(A \wedge B) > 0.5$
Wymóg 2	$\mathrm{P}(A) > 0.5$ and $\mathrm{P}(B) > 0.5$

Problem z **Wymogiem 1**

Justice would hardly be done if a plaintiff were to win on a case that, when considered as a whole, was more probably false than true. (Cohen, 1977, 59)

Problem z **Wymogiem 2**

...for a mathematicist to evade the difficulty by claiming that the outcome of a complex civil case should not be evaluated as a whole, is rather like closing one's eyes in order to pretend that what one does not see does not exist. For, if nevertheless, such an outcome were to be evaluated as a whole in accordance with the principles of mathematical probability, the result that would emerge in very many cases would be the opposite of what the courts themselves would declare. (Cohen, 1977, 66)

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Kwestia niezależności

W rzeczywistości, rzadko składniki są niezależne.

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Kwestia niezależności

W rzeczywistości, rzadko składniki są niezależne.

Nic nie szkodzi

O ile nie ma pełnej korelacji ($\mathtt{P}(A|B) = 1$)), dalej będzie spadek.

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Kwestia niezależności

W rzeczywistości, rzadko składniki są niezależne.

Nic nie szkodzi

O ile nie ma pełnej korelacji ($\mathtt{P}(A|B) = 1$)), dalej będzie spadek.

Kwestia zupełności

Może raczej porównujmy $\mathtt{P}(H_\sqcap|E)$ z $\mathtt{P}(H_\Delta|E)$, gdzie H_Δ to nie $H_\sqcap$? (Wtedy można wygrać nawet poniżej 0.5.)

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Kwestia niezależności

W rzeczywistości, rzadko składniki są niezależne.

Nic nie szkodzi

O ile nie ma pełnej korelacji ($\mathtt{P}(A|B) = 1$)), dalej będzie spadek.

Kwestia zupełności

Może raczej porównujmy $\mathtt{P}(H_\Pi|E)$ z $\mathtt{P}(H_\Delta|E)$, gdzie H_Δ to nie H_Π? (Wtedy można wygrać nawet poniżej 0.5.)

Odpowiedź

[This . . .] scarcely its the standard type of two-party civil case, where the defendant wins if he disproves the plaintiff's allegation. To suppose it fits these cases would be to suppose that the defendant is always required there not merely to counter the plaintiff's aleggation, however he may do this, but also to establish some positive claim of his own. Such a supposition introduces a general category of *onus probandi* that does not at present exist, and belongs to a system of law based on inquisitorial objectives rather than to one based on the adversary procedure.

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Teoria potwierdzeniowa

Wymagajmy $\mathtt{P}(H|E) > \mathtt{P}(H)$.

(Bo $\mathtt{P}(A|E) > \mathtt{P}(A), \mathtt{P}(B|E) > \mathtt{P}(B)$ pociąga $\mathtt{P}(A \wedge B|E) > \mathtt{P}(A \wedge B)$.)

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Teoria potwierdzeniowa

Wymagajmy $\mathrm{P}(H|E) > \mathrm{P}(H)$.

(Bo $\mathrm{P}(A|E) > \mathrm{P}(A), \mathrm{P}(B|E) > \mathrm{P}(B)$ pociąga $\mathrm{P}(A \wedge B|E) > \mathrm{P}(A \wedge B)$.)

Odpowiedź Cohena

Możliwa wygrana bez dowiedzenia wszystkich elementów.

claim	prior	posterior
S_1	.5	.9
S_2	.5	.9
S_3	.5	.9
S_4	.5	.4
$\bigwedge S_i$	0.0625	0.2916

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Teoria potwierdzeniowa

Wymagajmy $\mathtt{P}(H|E) > \mathtt{P}(H)$.

(Bo $\mathtt{P}(A|E) > \mathtt{P}(A), \mathtt{P}(B|E) > \mathtt{P}(B)$ pociąga $\mathtt{P}(A \wedge B|E) > \mathtt{P}(A \wedge B)$.)

Nasze uwagi

Atak Cohena

Potencjalne odpowiedzi na DAC

Teoria potwierdzeniowa

Wymagajmy $\mathtt{P}(H|E) > \mathtt{P}(H)$.

(Bo $\mathtt{P}(A|E) > \mathtt{P}(A), \mathtt{P}(B|E) > \mathtt{P}(B)$ pociąga $\mathtt{P}(A \wedge B|E) > \mathtt{P}(A \wedge B)$.)

Nasze uwagi

- Podnoszenie może być nieznaczne.
- Potwierdzać można sprzeczne hipotezy.

Atak Cohena

Inference upon inference

Atak Cohena

Inference upon inference

Rozumowanie etapami

- Wywodzimy R z Q.
- Wywodzimy S z R.

Atak Cohena

Inference upon inference

Rozumowanie etapami

- Wywodzimy R z Q.
- Wywodzimy S z R.

Probabilistycznie: kiedy $\mathrm{P}(S|Q) > 0.5$?

$$\mathrm{P}(R \wedge S|Q) = \mathrm{P}(S|Q) \times \mathrm{P}(R|Q \wedge S) \tag{5}$$

$$\mathrm{P}(S|Q) = \frac{\mathrm{P}(R \wedge S|Q)}{\mathrm{P}(R|Q \wedge S)} \tag{6}$$

$$\mathrm{P}(S|Q) \geq \mathrm{P}(R \wedge S|Q) \tag{7}$$

$$\mathrm{P}(R \wedge S|Q) = \mathrm{P}(R|Q) \times \mathrm{P}(S|Q \wedge R) \tag{8}$$

$$\mathrm{P}(S|Q) \geq \mathrm{P}(R|Q) \times \mathrm{P}(S|Q \wedge R) \tag{9}$$

$$.504 \geq .71 \times .71 \tag{10}$$

Atak Cohena

Inference upon inference

Oficjalna doktryna

. . . the Courts have, with few exceptions, held in substance, though not usually in terms, that all prior links in the chain of inferences bust be shown with the same certainty as is required in criminal cases, in order to support a final inference of the probability of the ultimate fact in issue.
J. H. Wigmore, A treatise on the Anglo-American system of Evidence in Trials at Common Law, p. 439

Atak Cohena

Inference upon inference

Problem z innym podejściem probabilistycznym

Możliwe, że $\mathtt{P}(R|Q), \mathtt{P}(S|R)$ jest wysokie, a $\mathtt{P}(S|Q)$ niskie.

Atak Cohena

Inference upon inference

Problem z innym podejściem probabilistycznym

Możliwe, że $\mathtt{P}(R|Q)$, $\mathtt{P}(S|R)$ jest wysokie, a $\mathtt{P}(S|Q)$ niskie.

Przykład: staram się o pracę

Jeżeli nie dostanę pracy, upiję się wieczorem.

Atak Cohena

Inference upon inference

Problem z innym podejściem probabilistycznym

Możliwe, że $\mathtt{P}(R|Q), \mathtt{P}(S|R)$ jest wysokie, a $\mathtt{P}(S|Q)$ niskie.

Przykład: staram się o pracę

Jeżeli nie dostanę pracy, upiję się wieczorem.
Jeżeli porwą mnie kosmici, nie dostanę pracy.

Atak Cohena

Inference upon inference

Problem z innym podejściem probabilistycznym

Możliwe, że $\mathtt{P}(R|Q), \mathtt{P}(S|R)$ jest wysokie, a $\mathtt{P}(S|Q)$ niskie.

Przykład: staram się o pracę

Jeżeli nie dostanę pracy, upiję się wieczorem.
Jeżeli porwą mnie kosmici, nie dostanę pracy.
Jeżeli porwą mnie kosmici, upiję się wieczorem.

Inne problemy z probabilizmem

- Inne "paradoksy" (Cohen, 1977)
- Interakcja pomiędzy stronami (Stein, 2005)
- Rozumowanie od hipotezy do danych (Wells, 1992) (Allen and Pardo, 2007)
- Rozumowanie do najlepszego wyjaśnienia (Dant, 1988; Allen and Pardo, 2007)

Teoria narracyjna

Teoria narracyjna (Allen and Leiter, 2001; Allen, 2010; Ho, 2008)

Plausible narration of a crime with no plausible alternative.

Teoria narracyjna

Teoria narracyjna (Allen and Leiter, 2001; Allen, 2010; Ho, 2008)

Plausible narration of a crime with no plausible alternative.

Zalety

- Brzmi sensownie!
- Wsparcie w badaniach psychologicznych. (Pennington and Hastie, 1991)
- Gatecrasher: nie ma narracji!
- DAC: nie ma progu!

Teoria narracyjna

Teoria narracyjna (Allen and Leiter, 2001; Allen, 2010; Ho, 2008)

Plausible narration of a crime with no plausible alternative.

Zalety

- Brzmi sensownie!
- Wsparcie w badaniach psychologicznych. (Pennington and Hastie, 1991)
- Gatecrasher: nie ma narracji!
- DAC: nie ma progu!

Słabości

Comparative plausibility is a primitive notion "the meaning of which is determined by its context in the explanation of trials."
(Allen, 2010, 10)

New Legal Probabilism (NLP) (Di Bello, 2013)

Warunki na przekonujące narracje

Wsparcie Prawdopodobieństwo winy powinno osiągać odpowiednio wysoki próg prawdopodobieństwa ze względu na dowody.

Zupełność Dowody przedstawione powinny być zupełne, w stosunku do tego, czego oczekiwałby racjonalny podmiot.

Odporność Narracja oskarżenia oparta na dostępnych dowodach powinna być odporna (niepodatna na łatwe obalenie przez przyszłe dowody lub argumenty).

Narracyjność Narracja proponowana przez oskarżyciela powinna odpowiadać na wszystkie naturalne i racjonalne pytania, jakie w tej kwestii mogą się nasuwać.

Wyzwanie

The probabilists can enrich their framework by adding probability-based accounts of evidential completeness, resiliency, and narrativity. To my knowledge, no legal probabilist has undertaken the task in any systematic way.

Marcello Di Bello, *Statistics and Probability in Criminal Trials*, 2013

Literatura I

Allen, R. J. (2010). No plausible alternative to a plausible story of guilt as the rule of decision in criminal cases. In Juan Cruz, L. L., editor, *Proof and standards of proof in the law*, pages 10–27. Northwestern University School of Law.

Allen, R. J. and Leiter, B. (2001). Naturalized epistemology and the law of evidence. *Virginia Law Review*, 87(8):1491–1550.

Allen, R. J. and Pardo, M. S. (2007). The problematic value of mathematical models of evidence. *The Journal of Legal Studies*, 36(1):107–140.

Cohen, J. (1977). *The probable and the provable*. Oxford University Press.

Dant, M. (1988). Gambling on the truth: the use of purely statistical evidence as a basis for civil liability. *Columbia Journal of Law and Social Problems*, 22:31–70.

Literatura II

Devlin, K. and Lorden, G. (2007). *The numbers behind numbers*. A Plume Book.

Di Bello, M. (2013). *Statistics and Probability in Criminal Trials*. PhD thesis, University of Stanford.

Ho, H. L. (2008). *A philosophy of evidence law: Justice in the search for truth*. Oxford University Press.

Pennington, N. and Hastie, R. (1991). A cognitive theory of juror decision making: The story model. *Cardozo Law Review*, 13:519–557.

Stein, A. (2005). *Foundations of Evidence Law*. Oxford University Press.

Wells, G. L. (1992). Naked statistical evidence of liability: Is subjective probability enough? *Journal of Personality and Social Psychology*, 62(5):739–752.