

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

УДК № 004.822

№ госрегистрации \_\_\_\_\_

Инв. № \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ

Проректор университета  
по научной работе

\_\_\_\_\_ В.Н. Зимин.

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

ОТЧЁТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

по теме:

Моделирование и визуализация спиральной галактики  
(промежуточный)

Руководитель темы

\_\_\_ Анатолий Сергеевич Ваулин

Москва 2019





## РЕФЕРАТ

Курсовой проект представляет собой приложение для моделирования и визуализации спиральной галактики.

В данной работе рассмотрены алгоритмы синтеза сложных динамических изображений, астрономические и физические законы, связанные с движением и распределением звёзд в галактиках, разработан алгоритм моделирования спиральной галактики.

Используется язык программирования C++ и библиотека Qt.

Приложение может использоваться для синтеза реалистических изображений космоса, например, в интерактивных картах или видеоиграх.

Отчет содержит 39 стр., 11 рис., 9 источн..

## СОДЕРЖАНИЕ

Реферат .....	4
Введение .....	7
1 Аналитический раздел .....	8
1.1 Структура и типы галактик .....	8
1.2 Формализация объектов сцены .....	10
1.2.1 Система частиц .....	11
1.3 Анализ теорий движения звёзд .....	11
1.3.1 Дифференциальное вращение .....	12
1.3.2 Твердотельное вращение .....	13
1.3.3 Теория волн плотности .....	13
1.3.4 Вывод .....	14
1.4 Анализ способов распределения звёзд в пространстве .....	15
1.4.1 Плоскость диска .....	15
1.4.2 Вертикальная составляющая .....	16
1.5 Кривая вращения галактики .....	17
1.6 Окрашивание звёзд .....	18
1.7 Синтез изображения .....	18
1.7.1 Координаты наблюдателя .....	19
1.7.2 Пирамида отсечения .....	19
1.8 Вывод .....	20
2 Конструкторский раздел .....	21
2.1 Функциональная модель .....	21
2.2 Описание алгоритмов .....	22
2.2.1 Вычисление траекторий движения звёзд .....	22
2.2.2 Размещение звёзд в пространстве .....	24

2.2.3	Создание модели галактики типа Sa .....	24
2.2.4	Визуализация модели галактики типа Sa .....	25
2.3	Выбор используемых типов и структур данных .....	26
2.4	Структура программы .....	27
2.5	Вывод .....	27
3	Технологический раздел .....	28
3.1	Выбор и обоснование языка программирования .....	28
3.2	Описание используемых классов .....	28
3.3	Диаграмма Сущность-Связь .....	33
3.4	Описание пользовательского интерфейса .....	33
3.5	Тестирование .....	34
3.6	Вывод .....	35
4	Исследовательский раздел .....	36
4.1	Эксперимент по замеру частоты кадров .....	36
4.2	Вывод .....	37
	Заключение .....	38
	Список использованных источников .....	39

## ВВЕДЕНИЕ

Астрономия является областью естествознания, которая изучает невероятно большую, комплексную и важную сущность — вселенную. Охватывая собой мегамир, вселенная имеет сложную структуру. Компоненты мегамира по своей природе сложны для человеческого восприятия, что обусловлено куда большими масштабами космоса, особенностями физических явлений, протекающих в нем, и прочими качественными его отличиями от макромира, непосредственной частью которого являются люди. Но, тем не менее, границы, разделяющие необъятную всеобщность на отдельные части, эфемерны, размыты, так как представляют собой продукт человеческого мышления. Доказательством этого как раз и является астрономия — продукт изучения мегамира макромиром.

В контексте изучения чего-либо зачастую встречается вопрос визуализации, и тут астрономия исключением не является. Помимо исследования, визуализация космических тел или систем может быть необходима при распространении информации о них, моделировании их поведения, использовании их образов в массовой культуре и ещё множестве других ситуаций. Компьютерная графика предоставляет наиболее простую, практичную и эффективную возможность решения этой проблемы.

В данной работе ставятся следующие задачи:

- а) разработать алгоритм моделирования спиральной галактики на основе физических законов;
- б) разработать алгоритм синтеза динамического изображения спиральной галактики;
- в) реализовать разработанные алгоритмы для работы в реальном времени;
- г) исследовать работу приложения.

## 1 Аналитический раздел

Для решения поставленных задач необходимо чётко формализовать, чем является спиральная галактика, какими свойствами, поведением она обладает, из чего состоит.

### 1.1 Структура и типы галактик

Галактика представляет собой гравитационно-связанную систему объектов и множеств объектов, таких как звёзды, звёздные скопления, планеты и так далее. Данное понятие само по себе абстрактно, поэтому необходимо представить классификацию галактик для конкретизации задания.

Заметно большие отличия между различными галактиками видны даже при поверхностном анализе их фотографий. По внешнему виду галактики делятся на неправильные, линзовидные, эллиптические и спиральные[1]. Данная курсовая работа посвящена последнему типу.

Структура спиральных галактик характерна наличием спиральных ветвей. Эти ветви выделяются на общем фоне диска за счёт высокой светимости и высокой плотности объектов внутри. Все спиральные галактики имеют схожее строение, в основе которого можно выделить три составляющих: звёздный диск, сфероидальная составляющая, плоская составляющая. Толщина звёздного диска в пять-десять раз меньше диаметра самой галактики. Толщина же плоской составляющей галактики меньше толщины звёздного диска в несколько раз. Балдж — это яркая область внутри сфероидальной составляющей галактики. В самом центре находится ядро. Спиральные галактики обозначаются литерой S[1].

Во многих спиральных галактиках во внутренней области звёздами образуется так называемый бар — вытянутая перемычка. От концов бара отходят спиральные ветви. Примером такой галактики является наша, Млечный Путь. Спиральные галактики с баром обозначаются литерами SB.

По виду спиральной структуры галактики выделяют следующие подтипы:



— галактики с туго закрученными спиральными ветвями. К обозначению данного подтипа галактик в конец добавляется литера a;

— галактики с широко раскрытыми спиральными ветвями. В зависимости от особенностей строения таких галактик к их обозначению добавляется либо литера c, либо литера d;

— галактики, обладающие промежуточными свойствами описанных выше подтипов. К их обозначению добавляется литера b.

Для упрощения решения задачи моделирования, далее под спиральными галактиками будут подразумеваться галактики типа Sa.

Даже внутри одного типа галактики имеют серьёзные визуальные отличия друг от друга. Это обусловлено различием их параметров. Перечислим их:

- радиус ядра;
- радиус диска;
- количество составных объектов;
- скорость вращения спиральных рукавов;
- температуры составных объектов.

На основе проделанного анализа можем выявить подзадачи, которые необходимо решить, чтобы добиться реалистической модели спиральной галактики:

- определение состава галактики;
- распределение объектов системы в пространстве;
- определение принципов движения объектов галактики;
- вычисление характеристик составных частей галактики: скорость, температура.

## 1.2 Формализация объектов сцены

Состав спиральной галактики разнообразен, в него входят звёзды, планеты, шаровые скопления, звёздная пыль и так далее. Очевидно, эти объекты имеют серьёзные различия как в контексте визуализации, так и в контексте моделирования. Но так же существует и то, что их объединяет. Например - Первый закон Кеплера: каждая планета Солнечной Системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. Этот закон был подобран эмпирически, а его обобщение применимо не только к звёздным системам, но и к галактикам, где на роль планет приходят объекты галактики, а на место Солнца - её центр[2].

Так как поведенческий аспект составных частей звездной системы приблизительно совпадает, то в ущерб визуальной составляющей ограничим состав формируемой модели только звёздами. Такое решение обусловлено тем, что визуализация именно таких небесных тел или систем тел, как шаровые скопления, звёздная пыль, является отдельной, требующей глубокого анализа, темой.

Важно отметить, что каждая звезда является источником света. Но в контексте данной работы реализация модели освещения для сцены не влияет на реалистичность итогового изображения, но при этом требует использования аппаратных ресурсов, поэтому было принято решение не осуществлять её.

Говорить о чётком значении количества звёзд в галактике довольно тяжело. По современным оценкам Млечный Путь насчитывает 200-400 миллиардов звёзд, Туманность Андромеды — около 1 триллиона. Даже карликовые галактики насчитывают несколько миллиардов звёзд. Безусловно, система частиц из столь большого количества элементов требует колоссальных аппаратных ресурсов для обработки. Кроме того, никакое ныне поддерживаемое разрешение экрана не способно отобразить такое огромное количество элементов. А ведь помимо звёзд в состав галактик входят многие другие объекты, такие как планеты, их спутники. Очевидно, что требуется упрощение, жертвующее детализацией и реалистичностью в угоду производительности. Таким

упрощением может послужить система частиц, состоящая из элементов, количество которых лежит на отрезке  $[1 \cdot 10^2, 3 \cdot 10^4]$ .

### **1.2.1 Система частиц**

Так как галактика по своей природе не имеет чётких границ и по определению является системой космических объектов, целесообразно использовать для её виртуального представления систему частиц. Система частиц состоит из определённого некоторым образом количества частиц, математически представляемых как материальные точки. Для абстрактной частицы этой системы выделяются атрибуты[3], например:

- положение в пространстве;
- скорость;
- внешний вид;
- время жизни.

Для любой частицы системы существует единый закон, определяющий принципы и модель поведения этой частицы. Общепринятых способов визуализации, как и многих других аспектов реализации системы частиц, нет. Использование системы частиц предполагает, что количество этих самых частиц в системе велико. Данная особенность означает, что применение к системе частиц методов, требующих трудоёмкие или ресурсоёмкие вычисления, влечёт за собой огромные потери во времени или в памяти соответственно. Поэтому для системы частиц существует ряд упрощений. Например, частицы не поглощают свет и не отбрасывают тень[3].

### **1.3 Анализ теорий движения звёзд**

Рассматриваемый тип галактик имеет нетривиальный динамический спиральный узор. Чтобы воссоздать его, необходимо определить, каковы траектории движения звёзд.

Обратим внимание на структуру узора спиральных галактик и её особенности. На по большей части тусклом диске выделяются яркие линии — спиральные рукава. Этот факт можно объяснить разными способами.

Во-первых, молодые звёзды излучают свет большей интенсивности, чем старые звёзды. Значит, в состав спиральных ветвей входят по большей части молодые звёзды, выделяя таким образом их на общем узоре галактического диска.

Во-вторых, повышенная яркость спиральных рукавов может объясняться повышенной кучностью входящих в их состав звёзд.

Для реалистичной имитации спиральной галактики необходимо определить природу спиральных рукавов, и как их наличие сказывается на закон, определяющий движение звёзд в галактике.

### **1.3.1 Дифференциальное вращение**

Как было сказано ранее, Первый закон Кеплера применим к галактикам. То есть, каждая звезда в галактике движется по эллипсу, в фокусе которого находится центр этой галактики.

Чтобы определить, какую роль в этом движении занимают спиральные ветви, нужно обозначить их природу. Допустим, что спиральные рукава имеют материальную природу, то есть помимо звёзд они состоят из какого-то вещества.

Если это вещество имеет жидкую или газообразную структуру, то галактика вращается дифференциально, то есть различные её составляющие имеют различную угловую скорость. Но у данной идеи есть явный недостаток: при дифференциальном вращении вследствие нескольких оборотов спиральные рукава галактики превратятся в очень туго закрученные, несмотря на свою начальное состояние. Таким образом, структура галактики будет нарушена, что является противоречием.

### 1.3.2 Твердотельное вращение

Чтобы поддерживать спиральный узор, вещество, образующее ветви, должно иметь устойчивую структуру, а значит спиральные ветви вращаются твердотельно. В этом случае происходит визуальное несоответствие с действительностью — спиральные рукава не только устойчивы в своей структуре, но и в пространстве. Несмотря на то, что звёзды в галактике движутся, спиральные ветви не меняют своего положения относительно центра галактики. Следовательно, данное предположение о природе спиральных ветвей так же ложно.

### 1.3.3 Теория волн плотности

Усложнение материальной природы спиральных ветвей неуместно, так как это может повлиять на остальные законы поведения космических тел. Следовательно, справедливо предположение, что природа спиральных рукавов нематериальна.

К такому же выводу пришли американские учёные китайского происхождения Цзя-цзяо Линь и Фрэнк Шу. По их мнению, спиральные ветви — это области повышенной звёздной плотности. Можно привести известный и наглядный пример с движением автомобилей на дорогах: в какой-то момент времени машины движутся свободно, их кучность мала, но иногда образуется автомобильный затор, который впоследствии сходит на нет и транспорт снова движется свободно. То есть спиральные рукава — это такие же «пробки».

Более формальное определение спиральных ветвей согласно вышеописанной теории обозначает их как долгоживущие квазистационарные волны повышенной плотности, находящиеся на звёздном диске галактики[4].

Таким образом, мы получаем модель, которая обеспечивает достаточно постоянную структуру спиральных ветвей, так как траектории движения звёзд в галактике устойчивы.

Как было сказано ранее, каждая звезда движется по эллипсу, в фокусе каждого из этих эллипсов находится центр галактики. Теория волн плотности

позволяет сделать вывод о том, что эти эллипсы имеют последовательную взаимосвязь. Чтобы области повышенной плотности на галактическом диске были возможны, нужно, чтобы каждая следующая траектория-эллипс была повернута относительно предыдущей на некоторый переменный угол. Пример такой картины можно увидеть на рисунке 1.1.

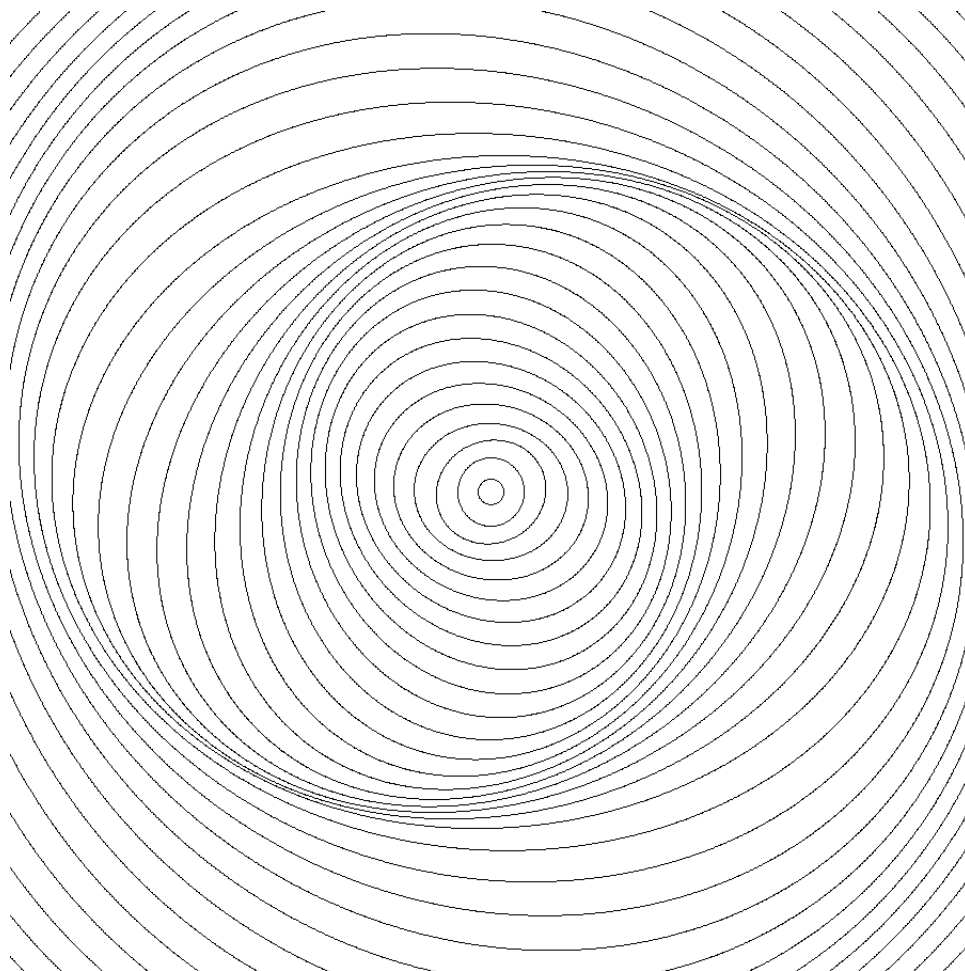


Рисунок 1.1 — Волны плотности

Тут отчётливо видны области повышенной плотности, другими словами, спиральные ветви.

#### 1.3.4 Вывод

Как итог, единственный способ создать реалистическую модель спиральной галактики — это использование теории волн плотности при вычислении траекторий движений звёзд. Все остальные способы не подходят.

## 1.4 Анализ способов распределения звёзд в пространстве

Распределение звёзд в пространстве можно разбить на два этапа: размещение в плоскости диска и размещение по вертикали.

### 1.4.1 Плоскость диска

Плотность звёзд на поверхности диска галактики уменьшается с увеличением расстояния до её центра. Для того, чтобы разместить звёзды в пространстве, необходимо знать функцию распределения вероятности, где случайной величиной является расстояние до центра галактики. В этом случае можно было бы прибегнуть к уже известным законам распределения, но лучше обратиться к закону распределения, связанному с физикой самой галактики.

Концентрация звёзд на некотором участке влияет на испускаемую на этом участке светимость. Так же существует закон де Вокулёра, изображающий зависимость поверхностной яркости эллиптической галактики от видимого расстояния до его центра[4]:

$$I(R) = I_0 \cdot e^{-k \cdot R^{\frac{1}{4}}} \quad (1.1)$$

здесь  $I$  - поверхностная яркость,  $I_0$  - значение поверхностной яркости в центре галактики,  $R$  - расстояние до центра,  $k$  - эмпирически подбираемая константа, которая может быть равна, например, 0.02.

Особенность ядра спиральной галактики заключается в том, что яркость на его поверхности имеет приблизительно такую же зависимость от  $R$ , как и яркость на поверхности эллиптической галактике. Существует так же обобщение закона де Вокулёра для галактик разных типов, закон Серсика[4]:

$$I(R) = I_0 \cdot e^{-v_n \left(\frac{R}{R_0}\right)^{\frac{1}{n}}} \quad (1.2)$$

тут  $n$  - параметр, являющийся натуральным числом и определяющий тип галактики. Для диска спиральной галактики  $n = 1$ . Значение  $v_n$  подбирается так, чтобы в пределах  $R_0$  излучалась половина всей светимости галактики,  $v_1 = 1.67834699$ .

Таким образом можем записать функцию поверхностной яркости от расстояния до центра галактики:

$$I(R) = \begin{cases} I_0 \cdot e^{-k \cdot R^{\frac{1}{4}}}, & R \leq R_c \\ I_0 \cdot e^{-v_n (\frac{R}{R_0})^{\frac{1}{n}}} & \text{Иначе} \end{cases} \quad (1.3)$$

где  $R_c$  - радиус ядра галактики.

Полученная функция является убывающей, в то время как функция распределения вероятностей - неубывающая. Тогда пусть -  $F_I(x)$  - интересующая нас функция распределения, так же  $R_{min}$ ,  $R_{max}$  - минимальное и максимальное расстояния от центра галактики, где могут быть звёзды, и:

$$F_I(x) = \begin{cases} 0, & x \leq R_{min} \\ \frac{\int_{R_{min}}^x I(t) dt}{\int_{R_{min}}^{R_{max}} I(t) dt}, & R_{min} < x \leq R_{max} \\ 1, & x > R_{max} \end{cases} \quad (1.4)$$

Полученную функцию распределения вероятностей можно использовать для размещения звёзд в плоскости диска спиральной галактики.

#### 1.4.2 Вертикальная составляющая

Так как диск спиральной галактики имеет форму, приближенную к окружности, то на любой плоскости, перпендикулярной плоскости диска, проекция звёзд будет очерчивать приблизительно одну и ту же форму - форму эллипса, у которого одна полуось в 5-10 раз больше другой. На рисунке 1.2 изображён пример в виде Млечного Пути.

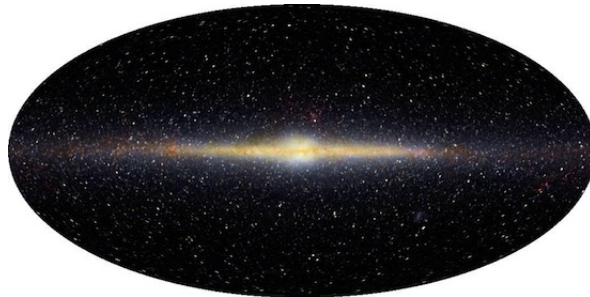


Рисунок 1.2 — Инфракрасное изображение Млечного Пути

Здесь чётко видно, что, чем больше расстояние до плоскости диска, проходящей через центр галактики, тем меньше плотность звёзд. Чтобы



добиться такого эффекта необходимо воспользоваться некоторым законом распределения, где случайной величиной является только что упомянутое расстояние.

Наиболее подходящим таким законом является нормальное распределение. Распределение Гаусса очень часто встречается в природе (характеристики и модели поведения живых организмов, статистические наблюдения, отклонение при стрельбе и многие другие ситуации), благодаря чему и получило название "нормальное".

## 1.5 Кривая вращения галактики

Скорость вращения звезды вычисляется по формуле[7]:

$$v(r) = \sqrt{r \cdot \frac{d\Phi(r)}{dr}} \quad (1.5)$$

где  $r$  - расстояние до центра галактики,  $\Phi$  - гравитационный потенциал[6]:

$$\Phi(r) = -\frac{GM(r)}{r} \quad (1.6)$$

тут  $G$  - гравитационная постоянная,  $M$  - точечная масса, расположенная в центре системы. Спиральная галактика - сложная система. Если учитывать влияние только звёзд, такая масса равна:

$$M_{sg}(r) = \rho_{sg}(r) \cdot V_{sg}(r) = \rho_{sg0} \cdot e^{-\frac{r}{R_h}} \cdot V_{sg}(r) \quad (1.7)$$

где  $\rho_{sg}(r)$  - плотность звёзд на расстоянии  $r$  от центра,  $\rho_{sg0} = \rho_{sg}(0)$ ,  $V_{sg}(r)$  - объём, охватываемый галактикой на расстоянии  $r$ .

Существует проблема вращения галактик - массы видимой части галактики недостаточно для достижения звёздами наблюдаемой скорости. Поэтому в наше время считается, что в галактике присутствует некая невидимая тёмная материя, имеющая массу:

$$M_{dm}(r) = \rho_{dm}(r) \cdot V_{dm}(r) \quad (1.8)$$

где  $\rho_{dm}$  плотность тёмной материи:

$$\rho_{dm}(r) = \rho_{dm0} \cdot \left(1 + \left(\frac{r}{R_c}\right)^2\right)^{-1} \quad (1.9)$$

$\rho_{dm0}$  - плотность тёмной материи в центре системы,  $V_{dm}$  - объём гало, сферической оболочки, тёмной материи в галактике.

Тогда имеем формулу:

$$M(r) = M_{sg}(r) + M_{dm}(r) \quad (1.10)$$

## 1.6 Окрашивание звёзд

Цвет звезды зависит от её температуры, которая меняется на протяжении всей её жизни. Так как в разрабатываемой системе частиц время жизни частицы не ограничено её внутренними свойствами, справедливо допущение, при котором температура отдельно взятой звезды постоянна.

Чтобы получить цветовой спектр излучения звезды в соответствии с её температурой, необходимо обратиться к закону Планка[5]. Результат изображён на рисунке 1.3.

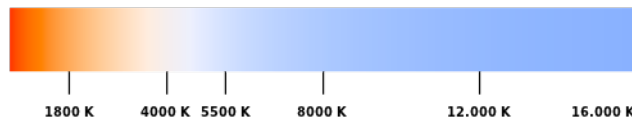


Рисунок 1.3 — Цветовой спектр температур в соответствии с законом Планка

## 1.7 Синтез изображения

С точки зрения визуализации поставленная задача состоит в рисовании точечных объектов системы частиц. Применение алгоритмов удаления невидимых линий и поверхностей, закрашивания нецелесообразно. Таким образом, синтез изображения сводится к следующим шагам:

- а) разработка трёхмерной математической модели синтезируемой визуальной обстановки;
- б) задание положения наблюдателя, картинной плоскости, размеров окна вывода;
- в) преобразование координат объектов в координаты наблюдателя;
- г) отсечение объектов по границам пирамиды отсечения;

- д) вычисление двумерных перспективных проекций объектов сцены на картинную плоскость;
- е) вывод полученного изображения на экран.

### 1.7.1 Координаты наблюдателя

Наблюдатель задаётся тремя векторами:

- $\vec{A}$  - положение наблюдателя;
- $\vec{B}$  - точка, в которую обращён взгляд наблюдателя;
- $\vec{C}$  - нормированная нормаль, указывающая, где верх камеры.

На основе этих векторов получим:

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} \quad (1.11)$$

$$\vec{E} = \vec{C} \times \vec{D} \quad (1.12)$$

$$\vec{E}_n = \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} \quad (1.13)$$

Тогда, чтобы перейти к координатам наблюдателя, необходимо все точки системы умножить на матрицу[9]:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_n.x & \vec{E}_n.y & \vec{E}_n.z & 0 \\ \vec{C}.x & \vec{C}.y & \vec{C}.z & 0 \\ \vec{D}.x & \vec{D}.y & \vec{D}.z & 0 \\ \vec{A}.x & \vec{A}.y & \vec{A}.z & 1 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Для перемещения наблюдателя в пространстве сцены необходимо использовать аффинные преобразования относительно центра галактики.

### 1.7.2 Пирамида отсечения

Пусть  $\alpha$  - угол обзора (в радианах),  $k$  - соотношение сторон экрана,  $n$  - расстояние до ближней плоскости отсечения,  $f$  - расстояние до дальней плоскости отсечения. Умножая координаты объектов системы на матрицу[8]:

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{k \cdot tg(\alpha)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{tg(\alpha)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{f+n}{f-n} & -1 \\ 0 & 0 & -2 \cdot \frac{f \cdot n}{f-n} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

можно получить однородные координаты, в которых достаточно просто отсесть точки по границам пирамиды отсечения: точки, у которых значение хотя бы одной координаты  $\notin [-w, w]$ , отбрасываются.  $w$  - это последняя компонента вектора в однородных координатах.

## 1.8 Вывод

Анализ физических законов и алгоритмов синтеза сложных динамических изображений закладывает основы в разработке реалистической модели спиральной галактики и её визуализации.

## 2 Конструкторский раздел

В этом разделе будут разработаны алгоритмы моделирования и визуализации галактики типа Sa.

### 2.1 Функциональная модель

На рисунках 2.1, 2.2 изображены функциональные модели верхнего уровня для создания модели галактики и её визуализации соответственно.

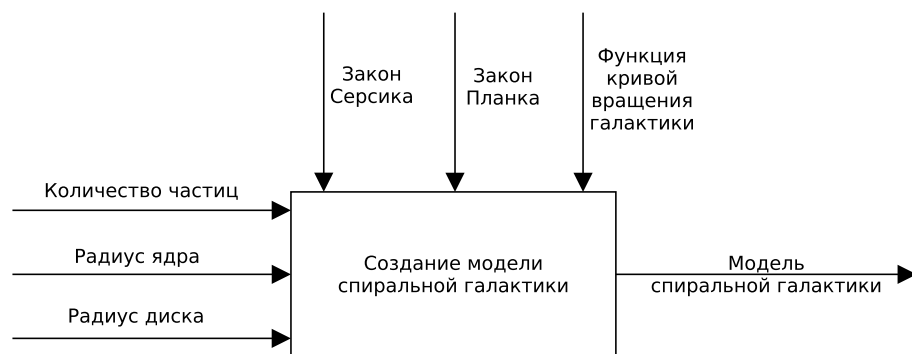


Рисунок 2.1 — Функциональная модель IDEF0 верхнего уровня для создания модели галактики

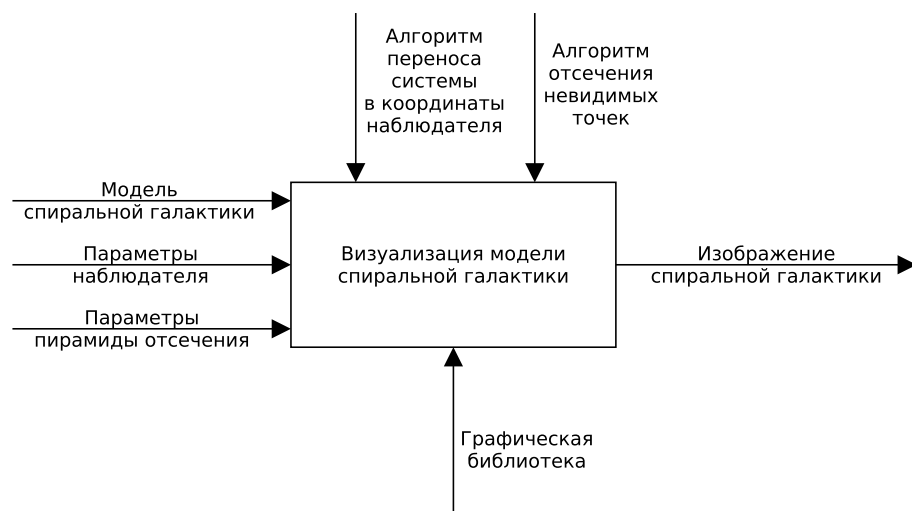


Рисунок 2.2 — Функциональная модель IDEF0 верхнего уровня для визуализации модели галактики

## 2.2 Описание алгоритмов

Ниже приведено описание используемых алгоритмов.

### 2.2.1 Вычисление траекторий движения звёзд

Траекторией звезды является эллипс, который задаётся большой полуосью  $a$ , эксцентриситетом  $e$  и углом поворота вокруг своего центра  $\alpha$ . Тогда малую полуось  $b$  можно будет найти по формуле:

$$b = \sqrt{a^2 \cdot (1 - e^2)} \quad (2.1)$$

Ядро спиральной галактики в некоторых аспектах похоже на эллиптическую галактику. Ранее уже говорилось, что к нему применим закон де Вокулёра, но, кроме этого, траектории звёзд внутри ядра приближены к окружностям, как и траектории звёзд внутри эллиптических галактик. Для окружности эксцентриситет равен 0. С увеличением расстояния от центра галактики растёт и эксцентриситет:

$$e(r) = \begin{cases} 0, & r < 0 \\ 0 + e_c \cdot \frac{r}{R_c}, & r \in [0, R_c] \\ e_c + e_d \cdot \frac{r - R_c}{R_d - R_c}, & r > R_d \end{cases} \quad (2.2)$$

здесь  $e_c$  - эксцентриситет на границе ядра галактики,  $e_d$  - эксцентриситет на конце её диска.

Так же необходимо установить зависимость угла поворота  $\alpha$  от значения полуосей. Так как малая и большая полуось уже связаны, достаточно выбрать только одну из них, например, большую. Пусть  $f_{angle}(r)$  - функция угла поворота, зависящая от значения большей полуоси. Скорость роста этой функции влияет на закрученность спиральных ветвей:

$$f_{angle}(r) = \begin{cases} 0, & r < 0 \\ 0 + \pi \cdot \frac{r}{R_c}, & r \in [0, R_c] \\ f_{angle}(R_c) + \pi \cdot \frac{r - R_c}{R_d - R_c}, & r > R_d \end{cases} \quad (2.3)$$

здесь  $R_c$  - радиус ядра спиральной галактики,  $R_d$  - радиус диска.

Данные, полученные при измерении процессов, протекающих в природе, характерны своей неточностью. Это означает, что, безусловно, звезды в галактике движутся по траекториям-эллипсам, но очертания этих эллипсов искажены, что следует учитывать при моделировании галактики. Положение звезды на диске задаётся системой параметрических уравнений её траектории:

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos(t) \\ y = b \cdot \sin(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

Чтобы получить немного искажённые значения координат добавим небольшие возмущения:

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos(t) + \frac{a}{n} \cdot \cos(r \cdot t) \\ y = b \cdot \sin(t) + \frac{b}{n} \cdot \sin(r \cdot t) \end{cases} \quad (2.5)$$

здесь  $n$  и  $r$  - параметры возмущения. В качестве примера можно взять  $n = 40$ ,  $r = 4$ . На рисунке 2.3 приведены траектории движения звёзд с искажёнными траекториями.

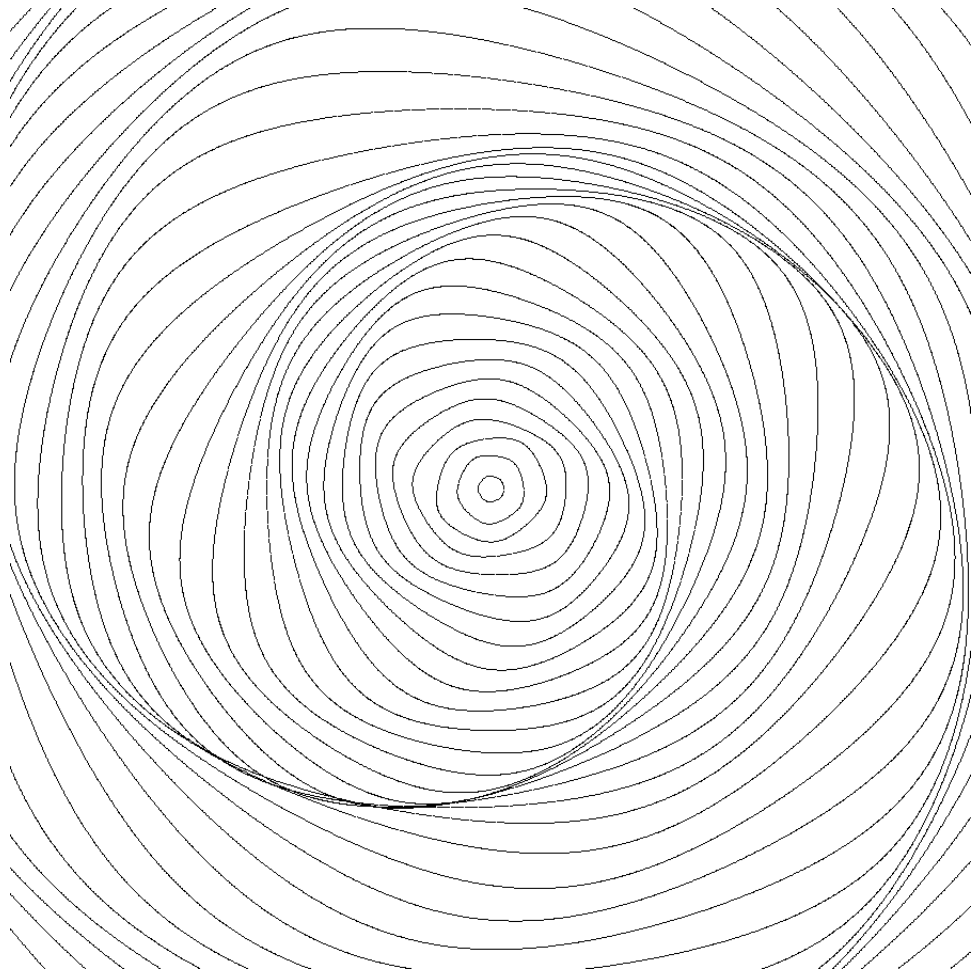


Рисунок 2.3 — Искражённые волны плотности

### 2.2.2 Размещение звёзд в пространстве

По вертикали звёзды распределяются по нормальному закону. Необходимо определить параметры этого распределения.

Как уже упоминалось, толщина спиральной галактики меньше радиуса её диска в 5-10 раз. Обозначим это число как  $k$ . Случайной величиной в данном случае является вертикальная составляющая расстояния от звёзды до центра. Следовательно, математическое ожидание такой случайной величины равно 0. По правилу трёх сигм, с вероятностью приблизительно 0.9973 значение нормально распределённой находится в интервале  $(m - 3\sigma, m + 3\sigma)$ . Тогда среднеквадратичное отклонение составляет  $\frac{R_d}{3 \cdot k}$ , где  $R_d$  - радиус спиральной галактики.

Распределение звёзд по галактическому диску подчиняется закону распределения, функция которого приведена в формуле 1.4. Для её вычисления потребуется применить метод численного интегрирования. Для ускорения вычисления положения звёзд целесообразно заранее просчитать значения этой функции для набора аргументов от  $R_{min}$  до  $R_{max}$  с фиксированным шагом, получив таким образом ряд дискретной случайной величины, которую впоследствии можно интерполировать до непрерывной.

### 2.2.3 Создание модели галактики типа Sa

На рисунке 2.4 приведена схема алгоритма создания модели спиральной галактики.



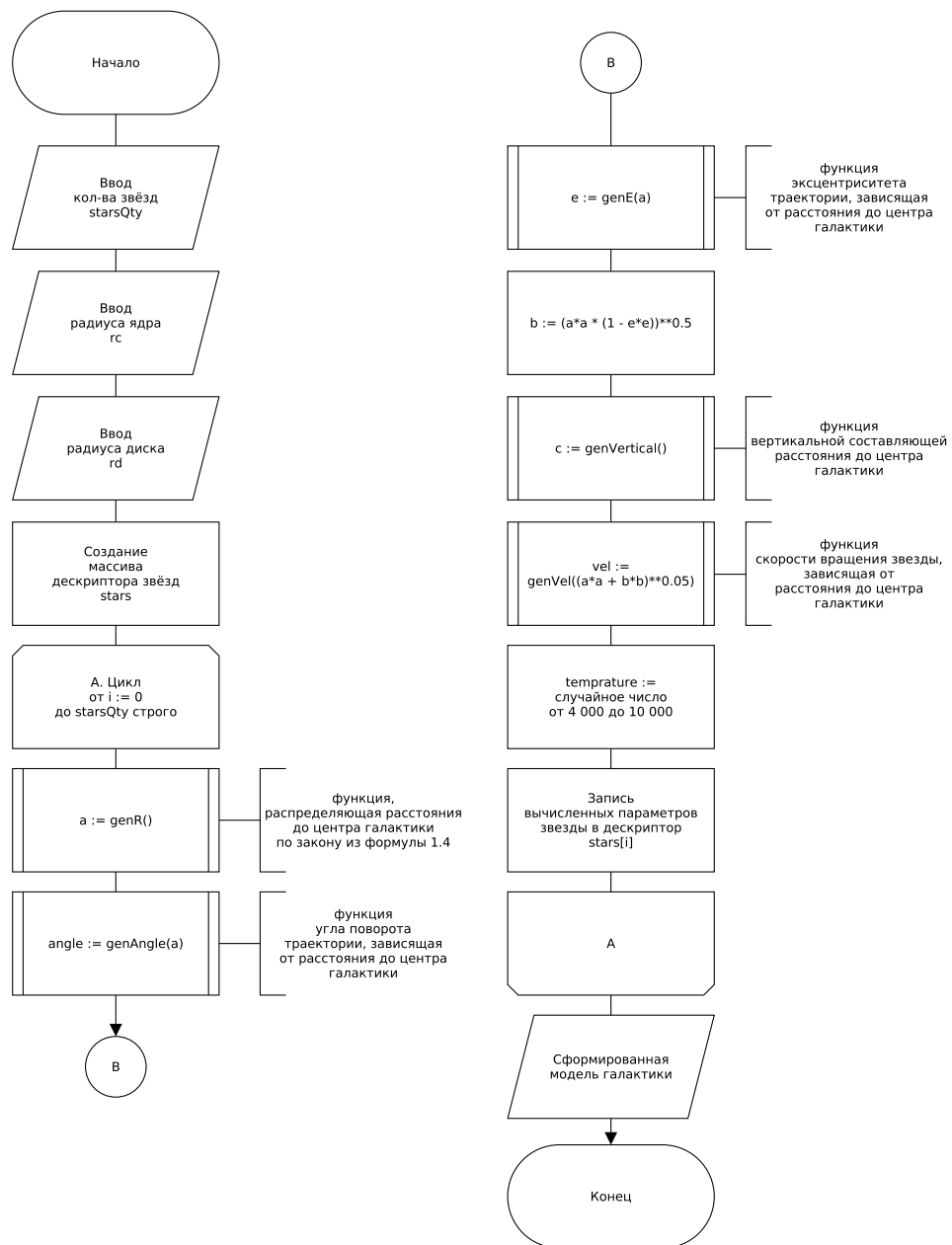


Рисунок 2.4—Схема алгоритма создания модели спиральной галактики

## 2.2.4 Визуализация модели галактики типа Sa

На рисунке 2.5 приведена схема алгоритма визуализации модели спиральной галактики.

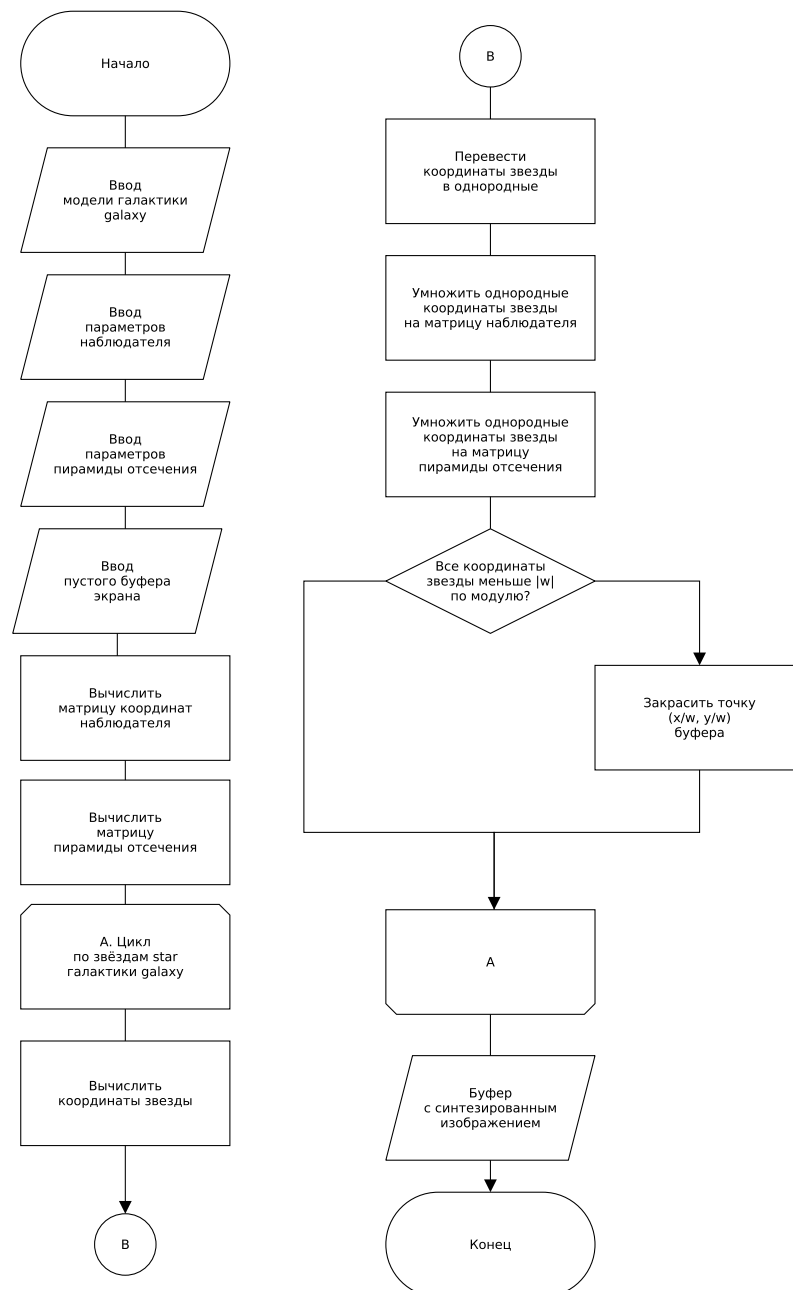


Рисунок 2.5 — Схема алгоритма визуализации модели спиральной галактики

## 2.3 Выбор используемых типов и структур данных

Пиксель — это элементарный логический элемент растрового изображения, единица растра. Пиксель характеризуется каким-то определённым цветом, а одна из наиболее удобных и популярных цветовых моделей — RGB, согласно которой цвет определяются тремя целочисленными кодами. Поэтому наиболее удобный тип данных для хранения цвета — сложный тип, объединяющий три

целочисленные переменные. В Си-подобных языках программирования такие типы данных называются структурами.

Для хранения информации о изображении нужен некоторый буфер. В качестве буфера удобно использовать обычную матрицу, так как она обладает удобной и быстрой адресацией, а код с её использованием легко читать.

Частицы следует представлять в виде точек, а систему частиц, то есть галактику, в виде структуры, хранящей массив со всеми частицами, количество частиц, радиус звёздного диска, радиус ядра галактики и другие параметры галактики.

## **2.4 Структура программы**

Логически программа разделяется на следующие составляющие:

- ядро — реализует базовый, низкоуровневый функционал, который необходим для создания высокоуровневых методов и компонент;
- модель — предоставляет доступ к данным и методам, реализует высокоуровневую функциональность;
- вид — отправляет данные, полученные от пользователя, и отправляет их пользователю, не взаимодействуя при этом с моделью напрямую;
- представитель — отвечает за взаимодействие между пользователем и всей системой, является посредником между моделью и видом.

Данная структура программы призвана обеспечить чёткое разграничение интерфейса и бизнес-логики программы, безопасность потока данных и простоту модифицирования компонент. При этом объектно ориентированный подход является главенствующим при разработки программы.

## **2.5 Вывод**

Таким образом, были разработаны алгоритмы создания реалистической модели спиральной галактики и её визуализации, выбраны используемые типы и структуры данных, организована структура программы.

### 3 Технологический раздел

В данном разделе произведен выбор средств программной реализации, проведено тестирование.

#### 3.1 Выбор и обоснование языка программирования

В качестве используемого языка программирования был выбран язык C++, а его компилятора - clang++. Данный язык программирования имеет ряд достоинств:

- поддержка парадигм объектно-ориентированного программирования. Данная особенность значительно упрощает проектировку гибкой и широко настраиваемой системы;
- полная компиляция исходного кода, что означает высокую скорость исполнения программы;
- статическая типизация, которая позволяет строго структурировать код и повышает его читаемость, а так же лишена недостатка в скорости обработки данных по сравнению с динамической типизацией;
- встраиваемые на этапе компиляции динамические анализаторы кода, проводящие поиск ошибок обращения с памятью во время выполнения программы.

Выбор компилятора обоснован тем, что clang++ помимо всего прочего специализируется на статическом анализе кода.

На место системы автоматизации сборки была выбрана CMake, потому что она является платформонезависимой, а в качестве системы сборки - Ninja Build System, так как обладает наиболее высокими показателями скорости в своей области применения.

#### 3.2 Описание используемых классов

В листинге 3.1 приведён текст классов реализующих трёхмерный декартовый вектор, трёхмерный однородный вектор, четырёхмерную матрицу.

Защита полей и использование аксессоров и мутаторов для доступа к ним лишь усложнит чтение текста программы, где используются эти классы, поэтому было принято решение объявить все поля как публичные.

### Листинг 3.1 — Математические абстракции

```
1  class Vector3d;
2  class Vector4d;
3  class Matrix4d;
4
5  class Vector3d
6  {
7  public:
8      Vector3d(double x=0, double y=0, double z=0);
9      Vector3d(const Vector3d &other);
10     Vector3d(const Vector4d &other);
11
12     Vector3d &operator=(const Vector3d &other);
13
14     Vector3d operator+(double num);
15     Vector3d operator+(const Vector3d &other);
16
17     Vector3d operator-(double num);
18     Vector3d operator-(const Vector3d &other);
19
20     Vector3d operator*(double num);
21     Vector3d operator/(double num);
22
23     Vector3d operator*(const Vector3d &other); // cross
24     double operator&(const Vector3d &other); // dot
25
26     Vector3d &normalize();
27
28     double len();
29
30     double x;
31     double y;
32     double z;
33 };
34
35
36 class Vector4d
37 {
38 public:
39     Vector4d(double x=0, double y=0, double z=0, double w=1);
```

```

40     Vector4d(const Vector3d &other, double w=1);
41     Vector4d(const Vector4d &other);
42
43     Vector4d &operator=(const Vector4d &other);
44
45     Vector4d operator+(double num);
46     Vector4d operator+(const Vector4d &other);
47
48     Vector4d operator-();
49     Vector4d operator-(double num);
50     Vector4d operator-(const Vector4d &other);
51
52     Vector4d operator*(double num);
53     Vector4d operator/(double num);
54
55     Vector4d operator*(const Matrix4d &matrix);
56
57     Vector4d &normalize();
58
59     double len();
60
61     double x;
62     double y;
63     double z;
64     double w;
65 };
66
67 #include <initializer_list>
68
69 class Matrix4d
70 {
71 public:
72     Matrix4d();
73     Matrix4d(std::initializer_list<double> l);
74
75     Matrix4d operator*(const Matrix4d &m);
76
77     double data[4][4];
78
79 };

```

В листингах 3.2, 3.3 приведён текст классов звезды и спиральной галактики соответственно.

### Листинг 3.2 — Класс звезды в спиральной галактике

```
1 #include "SGObject.h"
2
3 class SGStar : public SGObject
4 {
5 public:
6     void accept(SGObjectHandler &handler) override;
7
8     inline void setA(double a)
9     { this->a = a; }
10    inline double getA() const
11    { return a; }
12
13    // ...
14
15    inline void setColorRatio(double colorRatio)
16    { this->colorRatio = colorRatio; }
17    inline double getColorRatio()
18    { return colorRatio; }
19
20 private:
21     double a;
22     double b;
23     double c;
24
25     double rotationAngle;
26     double azimuth;
27     double velocity;
28     double temperature;
29 };
```

### Листинг 3.3 — Класс спиральной галактики

```
1 #include "SGIterator.h"
2
3 class Galaxy
4 {
5 public:
6     ~Galaxy() = default;
7
8     virtual inline size_t
9     getStarsQty() const = 0;
10
11 };
12
```

```

13 class SpiralGalaxy : public Galaxy
14 {
15 public:
16     SpiralGalaxy(
17         const Vector3D &pos,
18         double radiusCore,
19         double radiusDisk,
20         double ecctyInnerst,
21         double ecctyOuterst,
22         size_t starsQty,
23         Perturbation pert
24     );
25     ~SpiralGalaxy();
26
27     using iterator = SGIterator;
28
29     inline double
30     getRadiusCore() const { return radiusCore; }
31     inline double
32     getRadiusDisk() const { return radiusDisk; }
33
34     // ...
35
36     iterator begin();
37     iterator end();
38
39     // ...
40
41     void timeStep(double t);
42
43 private:
44     void initStars();
45
46     Vector3D pos;
47
48     double radiusCore;
49     double radiusDisk;
50     double ecctyInnerst;
51     double ecctyOuterst;
52
53     size_t starsQty;
54     Perturbation pert;
55
56     SGStar *stars;
57 };

```



### 3.3 Диаграмма Сущность-Связь

На рисунке 3.1 приведена диаграмма Сущность-Связь используемого в программе шаблона Модель-Вид-Представитель.

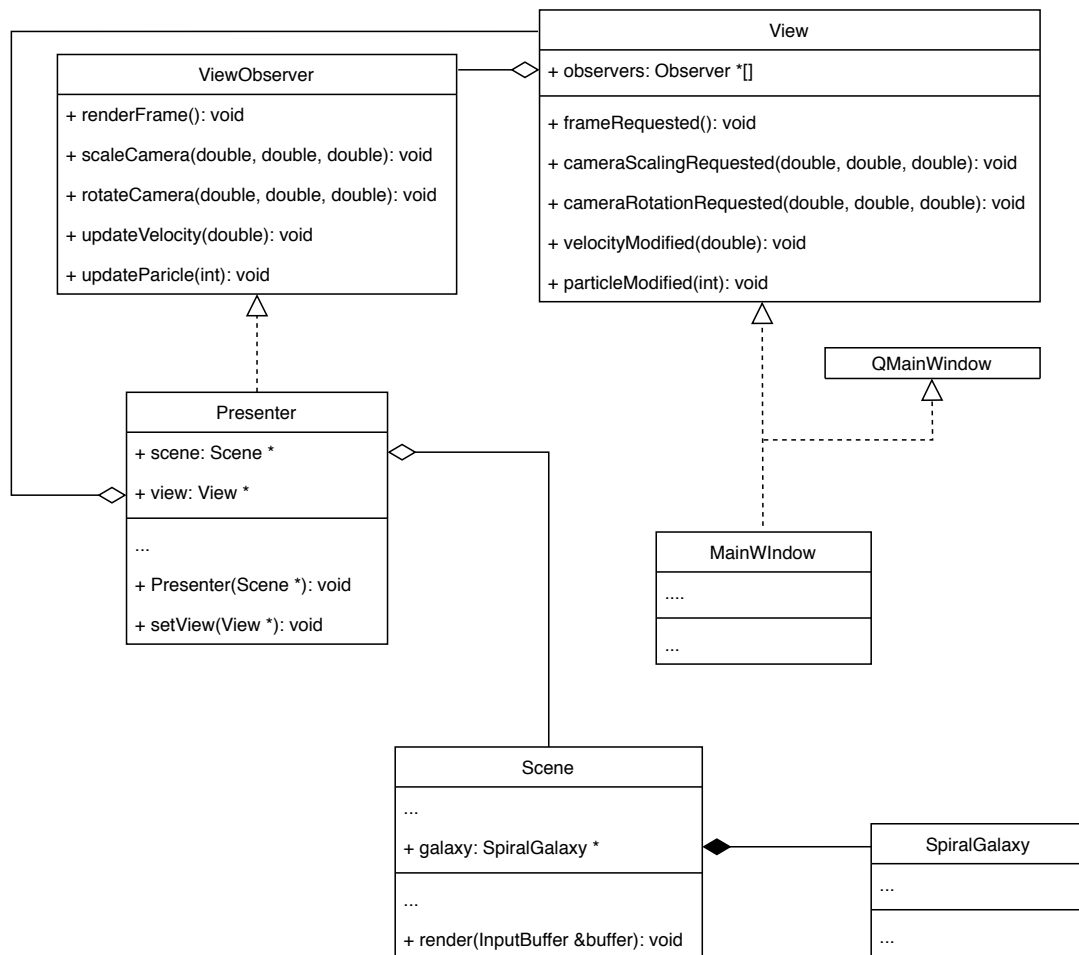


Рисунок 3.1 — Диаграмма Сущность-Связь приложения

### 3.4 Описание пользовательского интерфейса

На рисунке 3.2 изображён снимок экрана с интерфейсом готового приложения, который позволяет пользователю изменить скорость вращения спиральных рукавов или количество частиц в системе.

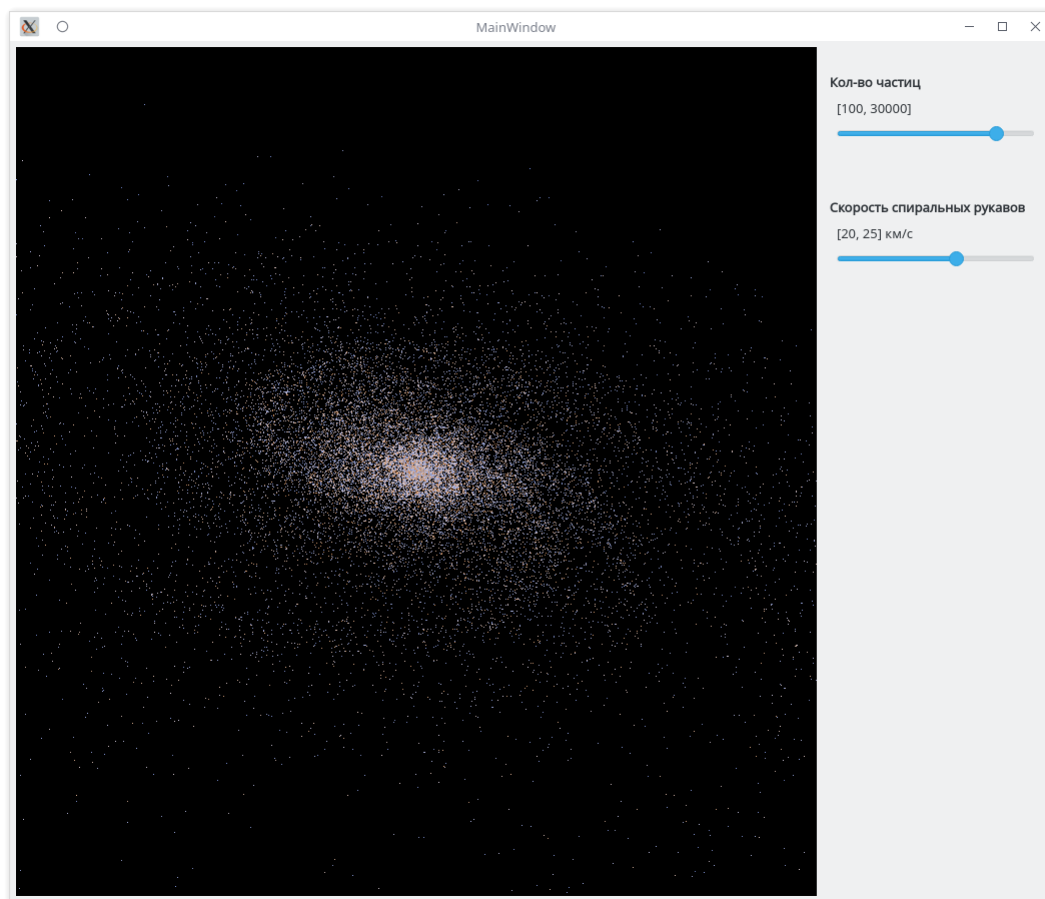


Рисунок 3.2 — Интерфейс разработанного приложения

Для приближения предназначена клавиша “=”, для отдаления - “-”. Вращения вокруг оси Z осуществляется при помощи клавиш “Q” и “E”, вокруг оси Y - “W” и “S”, вокруг оси X - “A” и “D”.

### 3.5 Тестирование

Было проведено функциональное тестирование белого ящика, в ходе которого программа отработала правильно. Также проведено тестирование пользовательского интерфейса, все элементы интерфейса реагируют корректно.

### 3.6 Вывод

На языке C++ были реализованы алгоритмы моделирования и визуализации спиральной галактики. Программа полностью прошла функциональное тестирование и тестирование интерфейса.

## 4 Исследовательский раздел

Исследование программы проводилось на ноутбуке, подключённом к сети питания. Модель процессора ноутбука: Intel i5-8400H с максимальной тактовой частотой 2.5000 ГГц в обычном режиме и 8 логическими ядрами. Разрешение экрана: 1920×1080.

### 4.1 Эксперимент по замеру частоты кадров

На рисунке 4.1 изображён график зависимости количества кадров в секунду от количества частиц в системе. Для проведения данного эксперимента программный предел частоты кадров был повышен до 60 в секунду.

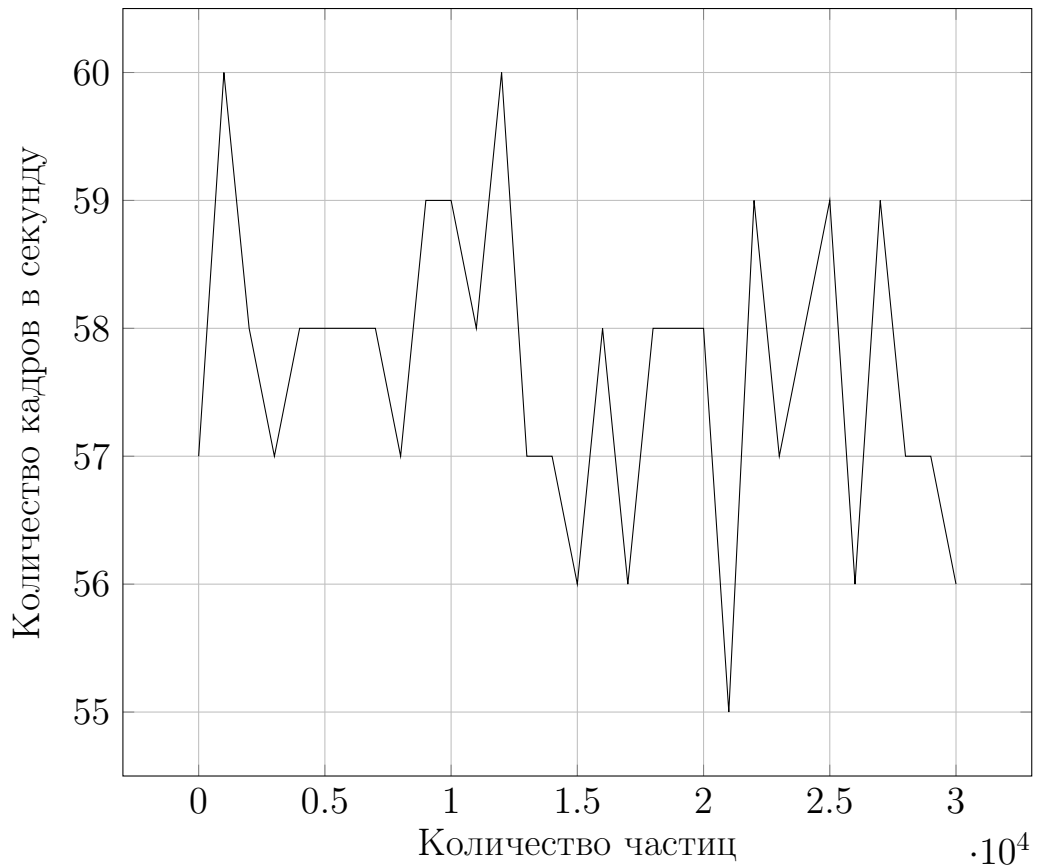


Рисунок 4.1 — График зависимости количества кадров в секунду от количества частиц в системе

## 4.2 Вывод

Как показывает график, система, количество частиц в которой  $\in [1000, 30000]$ , успевает рисоваться практически с максимальной частотой - 60 кадров в секунду.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были выполнены следующие задачи:

- а) разработан алгоритм моделирования спиральной галактики на основе физических законов;
- б) разработан алгоритм синтеза динамического изображения спиральной галактики;
- в) реализованы разработанные алгоритмы для работы в реальном времени;
- г) исследована работа приложения.

Достигнута цель визуализации созданной модели галактики типа Sa. Реализация осуществлена на языке программирования C++ при использовании библиотеки Qt.

Система, количество частиц в которой  $\in [1000, 30000]$ , успевает рисоваться практически с максимальной частотой - 60 кадров в секунду при разрешении  $1920 \times 1080$ .

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кононович Э.В. Общий курс астрономии. Учебник. / Кононович Э.В., Мороз В.И. – М.: Едиториал УРСС, 2004. - 544 с.;
2. Кеплера законы // Энциклопедический словарь юного астронома / Н. П. Ерпылев. — 2-е изд. — М.: Педагогика, 1986. — С. 121–122. — 336 с.;
3. Particle Systems / W. T. Reeves. <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=357357> (01.07.2019)
4. Rendering a Galaxy with the density wave theory / Ingo Berg. [https://beltoforion.de/article.php?a=spiral\\_galaxy\\_renderer](https://beltoforion.de/article.php?a=spiral_galaxy_renderer) (01.07.2019);
5. Colour Rendering of Spectra / John Walker. <http://www.fourmilab.ch/documents/specrend/> (10.10.2019);
6. L. Volders. Neutral hydrogen in M 33 and M 101 (англ.) // Astronomy and Astrophysics : journal. — Vol. 14. — P. 323–334.;
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, учебное пособие для вузов, в 10 т. / т. 2, «Теория поля», 8-е изд., стереотип., М.: Физматлит.— 2001.— 536 с., ISBN 5-9221-0056-4 (т. 2), гл. 10 «Частица в гравитационном поле», п. 81 «Гравитационное поле в нерелятивистской механике», с. 304–306; гл. 12 «Поле тяготеющих тел», п. 99 «Закон Ньютона», с. 397–401;
8. OpenGL Projection Matrix / Song Ho Ahn. [http://www.songho.ca/opengl/gl\\_projectionmatrix.html](http://www.songho.ca/opengl/gl_projectionmatrix.html) (20.11.2019);
9. Understanding the View Matrix / Jeremiah. <https://www.3dgep.com/understanding-the-view-matrix/> (20.11.2019).