



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Вариант №17

Набиев Фарис, ИУ7–63Б

2020 г.

Задача №1

Проверка параметрических гипотез

Условие

Расстояние между двумя подвижными объектами определяется с помощью гамма-дальномера, точность которого характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 10\text{м}$. С интервалом 12 минут проведено 2 серии измерений, в результате чего получены значения $\bar{x}_{n_1} = 832\text{м}$, $n_1 = 5$, $\bar{y}_{n_2} = 840\text{м}$, $n_2 = 3$. Предполагая, что ошибка измерений подчиняется нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить гипотезу о том, что за указанное время расстояние между объектами не увеличилось.

Решение

Пусть случайная величина X — результат первой серии измерений, а Y — второй. По условию $X \sim N(m_1, \sigma)$, $Y \sim N(m_2, \sigma)$, где $\sigma = 10$, $m_1 = MX$, $m_2 = MY$.

Введём две гипотезы:

$$H_0 = \{\text{Расстояние не изменилось}\} = \{m_1 = m_2\}$$

$$H_1 = \{\text{Расстояние изменилось}\} = \{m_1 \neq m_2\}$$

Гипотеза H_0 является основной, тогда как H_1 — конкурирующей. Для рассматриваемого случая используем статистику

$$T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

Так же имеем определяющее критическую область условие

$$W = \left\{ (\vec{x}, \vec{y}) : \left| T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) \right| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

Тогда

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}} = t_{0.975} = 1.960$$

$$T(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{832 - 840}{\sqrt{\frac{100}{5} + \frac{100}{3}}} = -\frac{8}{\sqrt{\frac{800}{15}}} \approx -1.0954$$

Таким образом, $|-1.0954| \not\geq 1.96 \Rightarrow$ условие не выполнено, принимается гипотеза H_0 , а следовательно:

За указанное время расстояние между объектами не увеличилось.