

Analyse en composantes principales.

Travaux dirigés (statistiques exploratoires).

On dispose du classement de 11 individus sur 3 matières : math, musique et français. Le classement en math revient à numéroté les individus. Le tableau des classements selon les trois matières est le suivant :

math	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
musique	6	1	4	5	3	2	9	7	8	10	11
français	2	6	1	3	4	5	8	9	7	10	11

TABLE 1 – Tableau des données.

Partie 1 : effectuer l'ACP

1. Définir le nuage pesant.
2. Calculer le centre de gravité du nuage des individus.
3. Calculer le tableau centré Y.
4. (a) Calculer la matrice d'association V du nuage des individus.
- (b) Quelle est l'inertie du nuage ?
- (c) Quelle est la métrique à utiliser de préférence ?
5. (a) Démontrer que les trois valeurs propres peuvent-être : 25.358, 3.373 et 1.269.

(b) Retrouver par le calcul le vecteur $u_1 = \begin{pmatrix} -0.600 \\ -0.552 \\ -0.581 \end{pmatrix}$.

On donne $u_2 = \begin{pmatrix} 0.236 \\ -0.814 \\ 0.530 \end{pmatrix}$ et $u_3 = \begin{pmatrix} 0.766 \\ -0.180 \\ -0.617 \end{pmatrix}$.

6. On note c_i^k la coordonnée de l'individu i sur l'axe factoriel k . Les c_i^k sont donc une réalisation d'une variable aléatoire. Définissez l'espérance et la variance de cette variable aléatoire.
7. (a) Quel est le pourcentage d'inertie extrait par le premier axe factoriel ?
- (b) Quelle est la meilleure représentation à une dimension du nuage ?
- (c) Quelle est la meilleure représentation plane ?

Partie 2 : Représentation des individus et des variables

1. Compléter dans le tableau ci-dessous les composantes principales (coordonnées des individus).
2. Quelle est la contribution de l'individu à la construction du premier axe factoriel ?
3. Calculer les coordonnées de la variable math sur les différents axes et compléter le tableau.
4. Effectuer la représentation graphique des variables sur le premier plan factoriel. Que constatez-vous ?

	Coordonnées			CO2		
ind1	?	?	?	0.689	0.266	?
ind2	?	?	?	0.647	?	0.114

TABLE 2 – Sorties de l'ACP concernant les individus

	Coordonnées			CTR		
math	?	?	?	?	5.539	58.861
musi	-2.779	-1.495	-0.203	30.545	?	3.246
fran	-2.927	0.974	-0.695	33.787	28.141	?

TABLE 3 – Sorties de l'ACP concernant les variables

Individu supplémentaire

Un auditeur libre a eu des notes qui l'auraient classé 8ème en math, 2ème en musique et 1er en français. Situer cet individu par rapport à l'ensemble des 11 autres dans le premier plan factoriel. Cet individu est-il bien représenté sur le premier axe factoriel?