POLYTECH' LILLE
DÉPARTEMENT GIS.
M. MARBAC

Rappels d'algèbre linéaire.

Espace vectoriel de $\mathbb{R}^d$ si $x \in \mathbb{R}^d$ alors

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^p \end{pmatrix}.$$

Sous-espaces vectoriels supplémentaires (sev sup) E_1 et E_2 sont des sous-espaces vectoriels supplémentaires de $\mathbb{R}^d$ si E_1 et E_2 sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^d$ et que

$$E_1 \oplus E_2 = \mathbb{R}^d.$$

Produit scalaire Soit M est un matrice symétrique définie positive de taille $p \times p$, le produit scalaire associé à M est

$$< x, y >_M = x^t M y \in \mathbb{R}.$$

Matrice définie positive toutes ses valeurs propres sont positives.

Norme euclidienne Soit $\mathbb{R}^d$ muni d'un produit scalaire associé à M. La norme de x associée à M est

$$||x||_M = \sqrt{< x, x >_M}.$$

Distance euclidienne

$$d_M(x, y) = ||x - y||_M.$$

M-orthogonalité

$$x \perp_M y \Leftrightarrow < x, y >_M = 0.$$

Sous-espaces vectoriels M-orthogonaux

$$E_1 \perp_M E_2 \Leftrightarrow \{\forall x_1 \in E_1,\ \forall x_2 \in E_2 :\ x_1 \perp_M x_2\}.$$

Sous-espaces vectoriels M-orthogonaux supplémentaires E est un sev de $\mathbb{R}^d$. $E^{\perp_M}$ sev $\perp_M$ supplémentaire à E dans $\mathbb{R}^d$.

$$E^{\perp_M} = \{x \in \mathbb{R}^d,\ \forall y \in E :\ x \perp_M y\}.$$

Projection M-orthogonale étant donné $x \in \mathbb{R}^d$, on peut écrire de façon unique

$$x = x_1 + x_2,$$

avec $x_1 \in E$ et $x_2 \in E^{\perp}$. x_1 (resp. x_2) est la projection orthogonale de x sur E (resp. sur $E^{\perp}$). De plus on a

$$dist(E, x) = dist(x, x_1).$$