Probabilités

Espaces probabilisés

Question 1/13

σ-algèbre

Tribu

Réponse 1/13

Une σ-algèbre $\mathcal{T}$ est un sous-ensemble de $\mathcal{P}(\Omega)$ vérifiant

$$\Omega \in \mathcal{T}$$

$$A \in \mathcal{T} \Rightarrow \overline{A} \in \mathcal{T}$$

Si I est dénombrable et $(A_i)_{i \in I}$ une famille d'éléments de $\mathcal{T}$, $\bigcup_{i \in I} (A_i) \in \mathcal{T}$

Question 2/13

$$\lim\inf(A_n)$$

Réponse 2/13

$$\bigcup_{n\in\mathbb{N}}\left(\bigcap_{k=n}^{+\infty}(A_k)\right)$$

Question 3/13

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}}(A_n)\right)$$

Réponse 3/13

$$\lim_{N \to +\infty} \left(\mathbb{P} \left(\bigcup_{n=0}^{N} (A_n) \right) \right)$$

Question 4/13

Tribu engendrée par une famille

Réponse 4/13

$$\sigma\left((A_i)_{i\in I}\right) \text{ avec } A_i \text{ des éléments de } \mathcal{P}(\Omega)$$

Plus petite σ-algèbre de Ω contenant $(A_i)_{i\in I}$

Question 5/13

Intersection de tribus

Réponse 5/13

Si $(\mathcal{T}_i)_{i\in I}$ est une famille de σ-algèbres sur Ω,

alors $\bigcap_{i\in I}(\mathcal{T}_i)$ est une σ-algèbre sur Ω

Question 6/13

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{n\in\mathbb{N}}(A_n)\right)$$

Réponse 6/13

$$\lim_{N \to +\infty} \left(\mathbb{P}\left(\bigcap_{n=0}^{N} (A_n) \right) \right)$$

Question 7/13

Espace probabilisable

Réponse 7/13

$$(\mathcal{T}, \Omega)$$

$\mathcal{T}$ est une σ-algèbre sur Ω

Question 8/13

Mesure de probabilités

Réponse 8/13

Application $\mathbb{P}\colon\ \mathcal{T} \to \mathbb{R}$ vérifiant

$$0 \leqslant \mathbb{P}(A) \leqslant 1$$

$$\mathbb{P}(\Omega) = 1$$

$$\mathbb{P}\left(\biguplus_{n\in\mathbb{N}} (A_n)\right) = \sum_{n\in\mathbb{N}} (\mathbb{P}(A_n))$$

Question 9/13

Système complet d'événements

Réponse 9/13

Famille $\{A_i,\ i \in I\}$ formant une partition de Ω

Question 10/13

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n}(A_i)\right)$$

Réponse 10/13

$$\sum_{\substack{I\subset[\![1,n]\!]\\ I\neq\varnothing}}\left((-1)^{|I|-1}\mathbb{P}\left(\bigcap_{i\in I}(A_i)\right)\right)$$

Question 11/13

Tribu des boréliens

Réponse 11/13

$$\mathcal{B}^1 \text{ ou } \mathcal{B}$$

$$\sigma\left(\left(\left]-\infty, a\right[\right)_{a\in\mathbb{R}}\right)$$

$\mathcal{B}^1$ est aussi engendrée par n'importe quel type d'intervalle de $\mathbb{R}$

Question 12/13

Tribu des boréliens sur $\mathbb{R}^n$

Réponse 12/13

$$\mathcal{B}^n$$

Tribu engendrée par les $I_1 \times \cdots \times I_n$ où les I_k sont des intervalles

Question 13/13

$$\limsup(A_n)$$

Réponse 13/13

$$\bigcap_{n\in\mathbb{N}}\left(\bigcup_{k=n}^{+\infty}(A_k)\right)$$