# Analyse

Développements

limités

#### Question 1/24

Développement limité au sens fort (définition)  $P_n \in \mathbb{R}[X]$ 

#### Réponse 1/24

$$f(x) = P_n(x) + O((x - x_0)^{n+1})$$

# Question 2/24

Développement limité de ch(x)

# Réponse 2/24

$$ch(x) = \sum_{k=0}^{n} \left( \frac{x^{2k}}{(2k)!} \right) + o(x^{n})$$

# Question 3/24

Développement limité de  $\arctan(x)$ 

#### Réponse 3/24

$$\arctan(x) = \sum_{k=0}^{n} \left( (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + o(x^{2n+2}) \right)$$

# Question 4/24

Développement limité de  $\frac{1}{1+x}$ 

# Réponse 4/24

$$\frac{1}{1+x} = \sum_{k=0}^{n} \left( (-1)^k x^k \right) + o(x^n)$$

# Question 5/24

Développement limité de tan(x)

# Réponse 5/24

$$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + o(x^6)$$

# Question 6/24

Développement limité de cos(x)

# Réponse 6/24

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{n} \left( (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \right) + o(x^{2n+1})$$

# Question 7/24

Développement limité (définition)  $P_n \in \mathbb{R}[X]$ 

# Réponse 7/24

$$f(x) = P_n(x) + o((x - x_0)^n)$$

# Question 8/24

Reste de Taylor à l'ordre n

#### Réponse 8/24

$$R_n(x) = f(x) - \sum_{k=0}^n \left( \frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \right)$$

# Question 9/24

Formule de Taylor-Young à l'ordre n au point  $x_0$ 

# Réponse 9/24

$$f(x) = \sum_{x \to x_0}^{n} \left( \frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \right) + o((x - x_0)^n)$$

#### Question 10/24

Développement limité de sin(x)

#### Réponse 10/24

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{n} \left( (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right) + o(x^{2n+2})$$

#### Question 11/24

Restriction d'un développement limité  $T_{m,x_0}(P)$  est la troncature à l'ordre m au voisinage de  $x_0$  du polynôme P

# Réponse 11/24

$$f(x) = P(x) + o((x - x_0)^n)$$

$$\Rightarrow f(x) = (T_{m,x_0}(P))(x) + o((x - x_0)^m)$$

# Question 12/24

Développement limité de  $\frac{1}{1-x}$ 

# Réponse 12/24

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{n} (x^k) + o(x^n)$$

#### Question 13/24

Développement limité de  $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ 

# Réponse 13/24

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + o(x^3)$$

# Question 14/24

Développement limité de  $\exp(x)$ 

# Réponse 14/24

$$e^x = \sum_{k=0}^n \left(\frac{x^k}{k!}\right) + o(x^n)$$

#### Question 15/24

Si f est une fonction dérivable au voisinage de 0 avec  $f'(x) = a_0 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + o(x^{n-1})$ 

#### Réponse 15/24

$$f(x) = f(0) + a_0 x + \dots + \frac{an-1}{n} x^n + o(x^n)$$

# Question 16/24

Développement de Taylor de f

# Réponse 16/24

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} \left( \frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \right)$$

# Question 17/24

Développement limité de  $(1+x)^{\alpha}$ 

# Réponse 17/24

$$(1+x)^{\alpha} = \sum_{x\to 0}^{n} \left( \frac{\prod_{j=0}^{k-1} (\alpha - j)}{k!} x^{k} \right) + o(x^{n})$$

# Question 18/24

Développement asymptotique de f sur une échelle de comparaison  $\mathcal{E}$  au voisinage de  $x_0$  à la précision  $\varphi \in \mathcal{E}$ 

#### Réponse 18/24

$$f(x) = \sum_{\substack{\psi \in \mathcal{E} \\ \varphi = o(\psi) \lor \varphi = \psi}} \left( a_{\psi} \psi(x) + o(\varphi(x)) \right)$$

# Question 19/24

Développement limité de sh(x)

## Réponse 19/24

$$\operatorname{sh}(x) = \sum_{k=0}^{n} \left( \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right) + o(x^{2n+2})$$

## Question 20/24

Développement limité de  $\sqrt{1+x}$ 

# Réponse 20/24

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + o(x^3)$$

## Question 21/24

Développement limité de th(x)

## Réponse 21/24

$$th(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + o(x^6)$$

# Question 22/24

Développement limité de ln(1+x)

# Réponse 22/24

$$\ln(1+x) = \sum_{x\to 0}^{n} \left( (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} \right) + o(x^n)$$

# Question 23/24

Développement limités d'un inverse

# Réponse 23/24

Identifier les coefficients avec  $x = (f^{-1} \circ f)(x) + o(x^n)$  avec le développement limité de f

#### Question 24/24

Si f est une fonction de classe  $C^n$  au voisinage de 0 avec  $f(x) = f(0) + a_0 x + \dots + a_0 x^n + o(x^n)$ 

# Réponse 24/24

$$f'(x) = a_1 + \dots + na_n x^{n-1} + o(x^{n-1})$$