

Algèbre 2

Anneaux euclidiens et principaux

Question 1/10

CNS sur les idéaux pour $a \mid b \wedge b \mid a$

Réponse 1/10

Pour A intègre, $(a) = (b)$
 $\exists u \in A^\times, a = bu$

Question 2/10

CNS sur les idéaux pour $a \mid b$

Réponse 2/10

Pour A intègre, $(b) \subset (a)$

Question 3/10

CNS sur les idéaux pour a et b premiers entre eux

Réponse 3/10

Pour A intègre, $(b) + (a) = (a, b) = A$

Question 4/10

Identité de Bézout

Réponse 4/10

Si $(a, b) \in A^2 \setminus \{0, 0\}$, il existe $(u, v) \in A^2$ tel
que $au + bv = a \wedge b$

Question 5/10

Anneau principal

Réponse 5/10

Un anneau est principal s'il est intègre et si tous ses idéaux sont principaux

Question 6/10

Lien entre anneau euclidien et principal

Réponse 6/10

Tout anneau euclidien est principal

Question 7/10

$$a \wedge b$$

Réponse 7/10

Pour A intègre, $a \wedge b$ est tel que $(a \wedge b) = (a, b)$

Question 8/10

CNS sur les idéaux pour $a \in A^\times$

Réponse 8/10

Pour A intègre, $(a) = (1) = A$

Question 9/10

CNS pour $a \neq 0$ irréductible dans A principal

Réponse 9/10

(a) est maximal

De manière équivalente, a est premier

Question 10/10

Anneau euclidien

Réponse 10/10

Un anneau A est euclidien s'il est intègre, avec un stathme $N:A^* \rightarrow \mathbb{Z}$ tel que pour tout $a \in A$ et tout $b \in A^*$, il existe $(q, r) \in A^2$ tel que $a = bq + r$ et $r = 0$ ou $N(r) < N(b)$