

Analyse

Dérivation de fonctions

Question 1/15

Fonction L-lipschitzienne

$$f : I \rightarrow \mathbb{R}$$

Réponse 1/15

$$\forall (x, y) \in I^2, |f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

Question 2/15

$$\left(\prod_{k=1}^n (f_k) \right)' (x)$$

Réponse 2/15

$$\sum_{k=1}^n \left(f'_k(x) \prod_{i \in \llbracket 1, n \rrbracket \setminus \{k\}} (f_i(x)) \right)$$

Question 3/15

DL₁

f est dérivable de dérivée p en x_0

Réponse 3/15

$$\exists \varepsilon : \mathcal{V}(x_0) \rightarrow \mathbb{R} \text{ et } \lim_{x \rightarrow x_0} (\varepsilon(x)) = 0$$

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)p + (x - x_0)\varepsilon(x)$$

Question 4/15

Inégalité des accroissements finis
 f est une application continue sur $[a, b]$ et
dérivable sur $]a, b[$
 $\forall x \in]a, b[, m \leq f'(x) \leq M$

Réponse 4/15

$$m \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq M$$

Question 5/15

$$\text{Si } \forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, f_i(x) \neq 0$$
$$\left(\prod_{i=1}^n (f_i) \right)'(x)$$

Réponse 5/15

$$\left(\prod_{i \in \llbracket 1, n \rrbracket} (f_i(x)) \right) \sum_{k=1}^n \left(\frac{f'_i(x)}{f_i(x)} \right)$$

Question 6/15

Si f est bijective
 $(f^{-1})'(x)$

Réponse 6/15

$$\frac{1}{(f' \circ f^{-1})(x)}$$

Question 7/15

Inégalité des accroissements finis
 f est une application continue sur $[a, b]$ et
dérivable sur $]a, b[$
 $\forall x \in]a, b[, |f'(x)| \leq M$

Réponse 7/15

$$|f(b) - f(a)| \leq M|b - a|$$

Question 8/15

Description topologique—topologique des
limites

Soit $a \in \overline{X}$, $b \in \overline{\mathbb{R}}$

f admet une limite b lorsque x tend vers a

Réponse 8/15

$$\forall V \in \mathcal{V}(b), \exists U \in \mathcal{V}(a), f(U \cap X) \subset V$$

Question 9/15

Description métrique–métrique des limites

Soit $a \in \overline{X}$, $b \in \overline{\mathbb{R}}$

f admet une limite b lorsque x tend vers a

Réponse 9/15

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0, |x - a| < \eta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$$

Question 10/15

$$\text{Si } \exists i \in \llbracket 1, n \rrbracket, f_i(x) = 0$$
$$\left(\prod_{i=1}^n (f_i) \right)'(x)$$

Réponse 10/15

$$f'_i(x) \times \prod_{k \in \llbracket 1, n \rrbracket \setminus \{i\}} (f_k(x))$$

Question 11/15

$f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est concave sur I

Réponse 11/15

$$\forall (x, y) \in I^2, \forall \lambda \in [0, 1]$$
$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

Question 12/15

$f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est convexe sur I

Réponse 12/15

$$\forall (x, y) \in I^2, \forall \lambda \in [0, 1]$$
$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

Question 13/15

$$(f_1 \circ \cdots \circ f_n)'(x)$$

Réponse 13/15

$$\prod_{k=1}^n ((f'_k \circ f_{k-1} \circ \cdots \circ f_1)(x))$$

Question 14/15

Inégalité de Jensen
 f est convexe sur I

Réponse 14/15

$$\forall (\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}_+^n, \sum_{k=1}^n (\lambda_k) = 1$$
$$f\left(\sum_{k=1}^n (\lambda_k x_k)\right) \leq \sum_{k=1}^n (\lambda_k f(x_k))$$

Question 15/15

Théorème des accroissements finis
 f est une application continue sur $[a, b]$ et
dérivable sur $]a, b[$

Réponse 15/15

$$\exists c \in]a, b[, \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$