

**Analyse**  
***Compléments de***  
***première année***

## Question 1/8

Caractérisation ensembliste des valeurs  
d'adhérence

## Réponse 1/8

$$VA(u) = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left( \overline{\{u_k, k \geq n\}} \right)$$

## Question 2/8

Condition nécessaire simple pour réaliser un  $\mathcal{C}^n$ -difféomorphisme

## Réponse 2/8

Si  $f$  est  $\mathcal{C}^n$  et de dérivée ne s'annulant pas sur un intervalle  $I$ , alors  $f$  est un  $\mathcal{C}^n$ -difféomorphisme de  $I$  sur  $f(I)$

## Question 3/8

$\mathcal{C}^n$ -difféomorphisme

## Réponse 3/8

Si  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $B \subset \mathbb{R}$ , alors  $f: A \rightarrow B$  est un  $\mathcal{C}^n$ -difféomorphisme si c'est une application  $\mathcal{C}^n$ , bijective et dont la réciproque est  $\mathcal{C}^n$

## Question 4/8

Suite de Cauchy



## Réponse 4/8

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, |u_n - u_m| \leq \varepsilon$$

Une suite de Cauchy à valeurs dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$   
converge

## Question 5/8

Lemme de l'escalier

## Réponse 5/8

Si  $u_{n+1} - u_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$ , alors,  $u_n \sim n\ell$

Si  $u_{n+1} - u_n \rightarrow 0$ , alors,  $u_n = o(n)$

## Question 6/8

« Réciproque » du théorème de  
Bolzano-Weirstrass

## Réponse 6/8

Si  $(u_n)$  est bornée et admet une unique valeur d'adhérence, alors elle converge

## Question 7/8

$$\text{Epi}(f)$$

## Réponse 7/8

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y \geq f(x)\}$$

## Question 8/8

Caractérisation topologique des valeurs  
d'adhérence



## Réponse 8/8

$$x \in \text{VA}(u)$$
$$\forall \varepsilon > 0, \forall N \in \mathbb{N}, \exists n \geq N, |u_n - x| \leq \varepsilon$$