

Analyse  
*Équations*  
*différentielles*

## Question 1/12

Solution de l'équation  $y' = ay + b$  telle que  
 $y(x_0) = y_0$

## Réponse 1/12

$$y : x \mapsto \left( \frac{b}{a} + y_0 \right) e^{a(x-x_0)} - \frac{b}{a}$$

## Question 2/12

Solutions de l'équation  $y' = ay + b$

## Réponse 2/12

$$\mathcal{S} = \left\{ y : x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a} \right\}$$

## Question 3/12

Solution particulière  $y_P$  pour un second membre  $Q(x)e^{\lambda x}$  avec  $m$  la multiplicité de  $\lambda$  comme racine du polynôme caractéristique de l'équation différentielle

## Réponse 3/12

$$x^m R(x) e^{\lambda x}$$

## Question 4/12

Solutions réelles de l'équation différentielle  
 $y'' + ay' + by = 0$  si  $\Delta > 0$  où  $\Delta$  est le  
discriminant du polynôme caractéristique et  $r$   
et  $s$  sont ses racines



## Réponse 4/12

$$\mathcal{S} = \{y : x \mapsto ce^{rx} + de^{sx}\}, \quad (c, d) \in \mathbb{R}^2$$

## Question 5/12

Solutions de l'équation différentielle

$$y'' + ay' + by = 0 \text{ si } \Delta \neq 0 \text{ où } \Delta \text{ est le}$$

discriminant du polynôme caractéristique et  $r$   
et  $s$  sont ses racines

## Réponse 5/12

$$\mathcal{S} = \{y : x \mapsto ce^{rx} + de^{sx}\}, \quad (c, d) \in \mathbb{C}^2$$

## Question 6/12

Solutions de l'équation différentielle  
 $y'' + ay' + by = 0$  si  $\Delta = 0$  où  $\Delta$  est le  
discriminant du polynôme caractéristique et  $r$   
sa racine double

## Réponse 6/12

$$\mathcal{S} = \{y : x \mapsto (c + dx)e^{rx}\}, \quad (c, d) \in \mathbb{C}^2$$

## Question 7/12

Solutions réelles de l'équation différentielle  
 $y'' + ay' + by = 0$  si  $\Delta = 0$  où  $\Delta$  est le  
discriminant du polynôme caractéristique et  $r$   
sa racine double

## Réponse 7/12

$$\mathcal{S} = \{y : x \mapsto (c + dx)e^{rx}\}, \quad (c, d) \in \mathbb{R}^2$$

## Question 8/12

$$\mathcal{S}_{\mathbb{R}}$$



## Réponse 8/12

$$\{\Re(y), \ y \in \mathcal{S}_{\mathbb{C}}\}$$

## Question 9/12

Théorème de Cauchy-Lipschitz pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2

Soit  $f(x)$  continue

## Réponse 9/12

Il existe une unique solution  $y$  de l'équation différentielle  $y'' + ay + b = f(x)(x)$  telle que  $y(x_0) = y_0$  et  $y'(x_0) = y_1$

## Question 10/12

Solutions réelles de l'équation différentielle

$y'' + ay' + by = 0$  si  $\Delta < 0$  où  $\Delta$  est le discriminant du polynôme caractéristique,

$$\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2} \text{ et } \alpha = \frac{-a}{2}$$

## Réponse 10/12

$$\mathcal{S} = \left\{ y : x \mapsto e^{\alpha x} (c \cos(\omega x) + d \sin(\omega x)) \right\} \\ (c, d) \in \mathbb{R}^2$$

## Question 11/12

Solutions de l'équation  $y' = a(x)y$

## Réponse 11/12

$$x \mapsto C_e(f(a))(x)$$

## Question 12/12

Théorème de Cauchy-Lipschitz pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1



## Réponse 12/12

Il existe une unique solution  $y$  de l'équation différentielle  $y' = a(x)y + b(x)$  telle que

$$y(x_0) = y_0$$