Analyse
Intégration

Question 1/6

Majoration convergeante

Réponse 1/6

$$\text{Si } f \in \mathrm{CM}([a,b[,\mathbb{K}) \text{ et } g \in \mathrm{CM}([a,b[,\mathbb{R}_+)$$

$$\text{telles que } f(t) = \underset{x\to b^-}{\mathrm{O}}(g(t))$$

$$\text{Si } g \text{ est intégrable en } b, \text{ alors } f \text{ aussi}$$

Question 2/6

Sommation des relations de comparaison dans
le cas divergeant
g est non intégrable

Réponse 2/6

$$f \underset{b}{=} \mathrm{O}(g) \Rightarrow \int_a^x (f(t))\,\mathrm{d}t \underset{x\to b}{=} \mathrm{O}\left(\int_a^x (g(t))\,\mathrm{d}t\right)$$

$$f \underset{b}{=} \mathrm{o}(g) \Rightarrow \int_a^x (f(t))\,\mathrm{d}t \underset{x\to b}{=} \mathrm{o}\left(\int_a^x (g(t))\,\mathrm{d}t\right)$$

$$f \underset{b}{\sim} g \Rightarrow \int_a^x (f(t))\,\mathrm{d}t \underset{x\to b}{\sim} \int_a^x (g(t))\,\mathrm{d}t$$

Dans ce dernier cas, f n'est pas intégrable

Question 3/6

Minoration divergeante

Réponse 3/6

Si $f \in \mathrm{CM}([a, b[, \mathbb{K})$ et $g \in \mathrm{CM}([a, b[, \mathbb{R}_+)$
telles que $f(t) = \underset{x \to b^-}{\mathrm{O}}(g(t))$
Si f n'est pas intégrable en b, alors g non plus

Question 4/6

Théorème de convergence dominée à paramètre continu

Réponse 4/6

Si $f_\lambda(t) \underset{\lambda \to \ell}{\longrightarrow} f(t)$, et il existe φ intégrable tel que $\forall \lambda \in J,\ t \in I,\ |f_\lambda(t)| \leqslant \varphi(t)$

Les f_λ sont intégrables et

$$\int_I (f_\lambda(t))\,\mathrm{d}t \underset{\lambda \to \ell}{\longrightarrow} \int_I (f(t))\,\mathrm{d}t$$

Question 5/6

Théorème de convergence dominée

Réponse 5/6

$$\text{Si } f_n \xrightarrow[n\to+\infty]{\text{CVS}} f, \text{ et il existe } \varphi \text{ intégrable tel que}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, t \in I, |f_n(t)| \leqslant \varphi(t)$$

$$\text{Alors, } f_n \text{ est intégrable et}$$

$$\int_I (f_n(t))\,\mathrm{d}t \xrightarrow[n\to+\infty]{} \int_I (f(t))\,\mathrm{d}t$$

Question 6/6

Intégration des relations de comparaison dans le cas convergeant

g est intégrable

Réponse 6/6

$$f \underset{b}{=} \mathrm{O}(g) \Rightarrow \int_x^b (f(t))\,\mathrm{d}t \underset{x\to b}{=} \mathrm{O}\left(\int_x^b (g(t))\,\mathrm{d}t\right)$$

$$f \underset{b}{=} \mathrm{o}(g) \Rightarrow \int_x^b (f(t))\,\mathrm{d}t \underset{x\to b}{=} \mathrm{o}\left(\int_x^b (g(t))\,\mathrm{d}t\right)$$

$$f \underset{b}{\sim} g \Rightarrow \int_x^b (f(t))\,\mathrm{d}t \underset{x\to b}{\sim} \int_x^b (g(t))\,\mathrm{d}t$$

Dans ces trois cas, f est intégrable