

# **Algèbre 1**

## ***Formes quadratiques***

## Question 1/9

Forme polaire associée à  $q$

## Réponse 1/9

$$\pi^{-1}(q) \text{ où } \pi : \text{Bil}(E, E) \longrightarrow Q(E)$$
$$\varphi \longmapsto q_\varphi := \varphi(\cdot, \cdot)$$

$\pi$  est un isomorphisme

## Question 2/9

$q$  est une forme quadratique

## Réponse 2/9

Il existe  $\varphi \in \text{Bil}(E, E)$  tel que  $q(x) = \varphi(x, x)$

## Question 3/9

Espace quadratique

## Réponse 3/9

$(E, q)$  avec  $q$  une forme quadratique sur  $E$

## Question 4/9

Polynôme homogène associée à  $q \in Q(E)$



## Réponse 4/9

$$\rho_q: \mathbb{K}^n \longrightarrow \mathbb{K}$$

$$(x_1, \dots, x_n) \longmapsto q \left( \sum_{i=1}^n (x_i e_i) \right)$$

$\rho_q$  est homogène de degré 2 si et seulement si  
 $q \in Q(E)$

## Question 5/9

CNS pour que  $(q, q') \in Q(E)^2$  soient  
isomorphes

## Réponse 5/9

$\text{Mat}_{\mathcal{B}}(q)$  et  $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(q')$  sont congruentes

## Question 6/9

$A$  et  $A'$  sont congruentes

## Réponse 6/9

$$\exists P \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{k}), A = {}^t P A P$$

## Question 7/9

Matrice de  $q \in \mathbb{Q}(E)$  dans une base  $\mathcal{B}$  de  $E$

## Réponse 7/9

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(q) = \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(\pi^{-1}(q)) \in \mathcal{S}_n(\mathbb{k})$$

## Question 8/9

$(E, q)$  et  $(E', q')$  sont isomorphes



## Réponse 8/9

Il existe  $u: E \rightarrow E'$  un isomorphisme tel que  
 $u(E) = E'$  et  $q' = q \circ u$

## Question 9/9

$$\text{discr}(q)$$

## Réponse 9/9

$$\begin{cases} 0 & \text{si } q \text{ dégénérée} \\ \det_{\mathcal{B}}(q) \bmod (\mathbb{K}^{\times})^2 & \text{sinon} \end{cases}$$