

Algèbre 1

Table des caractères

Question 1/7

Relations sur la première colonne

Réponse 1/7

$$|G| = \sum_{i=1}^r \left(\dim(V_i)^2 \right)$$
$$\dim(V_i) \mid |G|$$

Question 2/7

Propriété des colonnes de M_G en fonction des classes de conjugaison

Réponse 2/7

Si $C_i = Ci^{-1}$ alors la colonne i de M_G est réelle

En particulier, si tout élément est conjugué à son inverse alors M_G est réelle

Question 3/7

Irréductibilité d'une torsion

Réponse 3/7

Si χ est un caractère irréductible et ϵ un caractère linéaire alors $\epsilon\chi$ est un caractère irréductible

Question 4/7

Table des caractères du groupe fini G

Réponse 4/7

$$M_G(\chi_i(C_j))_{(i,j) \in \llbracket 1, r \rrbracket^2}$$

$\{C_1, \dots, C_r\}$ les classes d'équivalence avec

$$C_1 = \{e\}$$

$\{\chi_1, \dots, \chi_r\}$ les caractères irréductibles de G
dans \mathbb{C} avec $\chi_1 = \mathbb{1}$

Question 5/7

Relations matricielles sur M_G

Réponse 5/7

$$M_G \times \text{diag}(|C_1|, \dots, |C_r|) \times M_G^* = |G|I_r$$

$$M_G^* M_G = \text{diag}(|C_1|, \dots, |C_r|)$$

En particulier, les colonnes sont orthogonales
pour le produit scalaire hermitien

Question 6/7

Lien entre les lignes de M_G

Réponse 6/7

Les lignes complexes sont deux à deux
conjuguée

En particulier, si G admet une seule
représentation irréductible de degré 1 alors son
caractère est réel

Question 7/7

Lien entre les sous-groupes distingués et les caractères

Réponse 7/7

Les sous-groupes distingués de G sont exactement les noyaux des caractères

$$\ker(\chi) = \{g \in G, \chi(g) = \chi(1)\}$$