

Table des matières

1	Listes chaînées	1
	1.1 C	1
	1.2 OCaml – Le module List	
2	Tableaux	6
	2.1 C	6
	2.2 OCaml – Le module Array	6
3	Piles	9
	3.1 C	9
	3.2 OCaml – Le module Stack	9
4		12
	4.1 Différents algorithmes de tris	12
	4.2 C	
	4.3 OCaml	
5	Tablistes	18
	5.1 C	18
	5.2 OCaml	20

1 Listes chaînées

1.1 C

```
Définition d'un type

struct cell {
    int value;
    struct cell* next;
};

typedef struct cell int_list;

/*
    Cette définition de listes chaînées ainsi que la majorité des fonctions à suivre s'adaptent également pour les autres types
*/
```

```
Fonction à implémenter : premier élément d'une liste  \begin{array}{lll} & & & \\ & \text{int } \text{fst(int\_list* lst)} & \{ & & \\ & & \text{return } \text{int\_list->value;} \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\
```

```
Fonction à implémenter : dernier élément d'une liste  \begin{array}{lll} & \text{int last(int\_list* lst) } \{ \\ & \text{while (lst->nest != NULL) } \{ \text{lst = lst->next;} \} \\ & \text{return int\_list->value;} \} \\ & \text{Description} & \text{Retourne le dernier élément d'une liste pointée par lst} \\ & \text{Complexité} & \Theta(n) \\ \end{array}
```

```
int length(int_list* lst) {
   if (lst == NULL) {
     return 0;
   }
   return 1 + length(lst->next);
}

Description Renvoie la longueur de la liste
Complexité Θ(n)
```

Fonction à implémenter : ajout d'un élément à gauche d'une liste void add_l(int elem, int_list* lst) { int_list* new_p = (int_list*)malloc(sizeof(int_list)); new_p->next = lst; new_p->value = elem; } Description Ajoute un élément elem à gauche de la liste pointée par lst Complexité Θ(1)

```
Fonction à implémenter : ajout d'un élément à droite d'une liste

void add_r(int elem, int_list* lst) {
    while (lst->next != NULL) {lst = lst->next;}
    int_list* new_p = (int_list*)malloc(sizeof(int_list));
    new_p->next = NULL;
    new_p->value = elem;
    lst->next = new_p;
}

Description    Ajoute un élément elem à droite de la liste pointée par lst
Complexité    Θ(n)
```

```
Fonction à implémenter : retournement d'une liste

voir rev(int_list* lst) {
    int_list* rev_p = NULL;
    for (int_list* ptr = p_liste; ptr != NULL; ptr = ptr->next) {
        liste_int* tmp = (int_list*)malloc(sizeof(int_list));
        tmp->value = ptr->valeur;
        tmp->next = rev_p;
        rev_p = tmp;
    }
    return rev_p;
}

Description Retourne les éléments de la liste pointée par lst
Complexité Θ(n)
```

1.2 OCaml – Le module List

OCaml

```
Fonction disponible : League League

Signature 'a list -> int

Description Renvoie la longueur de la liste

Complexité \Theta(n)
```

Fonction disponible : List iter

Signature ('a -> unit) -> 'a list -> unit

Description Applique une fonction à tous les éléments de la liste

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

```
let rec iter f = function
| [] -> ()
| h::t -> f h; iter f t;;
Signature ('a -> unit) -> 'a list -> unit
Description Applique une fonction à tous les éléments de la liste
Complexité \Theta(n)
```

Fonction disponible : List_fold_left

Signature ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a

Description Applique une fonction successivement à un élément de la liste et

au résultat de l'itération précédente en partant de la fin de la liste

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

```
let rec fold_left f acc = function

| [] -> acc
| h::t -> fold_left f (f acc h) t;;

Signature ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a

Description Applique une fonction successivement à un élément de la liste et au résultat de l'itération précédente en partant de la fin de la liste Complexité \Theta(n)
```

Fonction disponible: List map

Signature ('a \rightarrow 'b) \rightarrow 'a list \rightarrow 'b list

Description Applique une fonction à tous les éléments de la liste et renvoie

une nouvelle liste avec les résultats

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

```
let rec map f = function
| [] \rightarrow [] \\| h::t \rightarrow (f h)::(map f t);;
Signature
| ('a \rightarrow 'b) \rightarrow 'a list \rightarrow 'b list
Description
Applique une fonction à tous les éléments de la liste et renvoie une nouvelle liste avec les résultats
Complexité
| \Theta(n) \rangle
```

Fonction disponible : List rev

Signature 'a list -> 'a list

Description Inverse l'ordre des éléments d'une liste

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

Fonction disponible: List mem

Signature 'a -> 'a list -> bool

Description Vérifie si un élément appartient à une liste

Complexité O(n)

Implémentation

2 Tableaux

2.1 C

2.2 OCaml – Le module Array

```
OCaml
```

```
Fonction disponible : Assay, length

Signature 'a array -> int

Description Renvoie la longueur du tableau

Complexité \Theta(1)
```

```
Implémentation
let length arr =
    let 1 = ref 0 and count = ref true in
    while !count do
        try
            let _ = arr.(!1) in incr 1
        with
             | Invalid_argument _ -> count := false
    done;
    !1;;
Signature
              'a array -> int
Description
              Renvoie la longueur du tableau
Complexité
              \Theta(n)
```

```
Fonction disponible : We with the second state of the second stat
```

```
Implémentation

let iter f arr =
    for i = 0 to length arr-1 do
        arr.(i) <- (f arr.(i))
    done;;

Signature    ('a -> unit) -> 'a array -> unit
Description    Applique une fonction à tous les éléments du tableau
Complexité Θ(n)
```

Fonction disponible : Array fold_left

Signature ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b array -> 'a

Description Applique une fonction successivement à un élément du tableau et

au résultat de l'itération précédente en partant du début du

ableau

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

Fonction disponible: Array.fold_right

 $\Theta(n)$

Signature ('a -> 'b -> 'b) -> 'a array -> 'b -> 'b

Description Applique une fonction binaire de pliage à tous les éléments du

tableau, en partant de la droite, et renvoie un résultat plié

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

Complexité

Fonction disponible: Array map

```
Signature ('a -> 'b) -> 'a array -> 'b array
```

Description Applique une fonction à tous les éléments du tableau et renvoie

un nouveau tableau avec les résultats

Complexité $\Theta(n)$

Implémentation

```
let map f arr =
    let new_arr = Array.make (Array.length arr) (f arr.(0)) in
    for i = 1 to length arr-1 do
        new_arr.(i) <- f arr.(i)
    done;
    new_arr;;

Signature ('a -> 'b) -> 'a array -> 'b array
Description Applique une fonction à tous les éléments du tableau et renvoie
        un nouveau tableau avec les résultats
Complexité \(\Theta(n)\)
```

3 Piles

3.1 C

3.2 OCaml – Le module Stack

```
OCaml
```

```
Définition d'un type

type 'a t = {len: int ref; mutable contents: 'a list};;

exception Empty;;
```

```
Fonction disponible: Stack create
```

Signature unit -> 'a t

Description Crée une nouvelle pile vide

Complexité $\Theta(1)$

Implémentation

```
let create () = {len = ref 0; contents = []};;
```

Signature unit -> 'a t

Description Crée une nouvelle pile vide

Complexité $\Theta(1)$

Fonction disponible: Stack push

Signature 'a -> 'a t -> unit

Description Ajoute un élément au sommet de la pile

Complexité $\Theta(1)$

Implémentation

```
let push elem t = t.contents <- elem::t.contents; incr t.len;;</pre>
```

Signature 'a -> 'a t -> unit

Description Ajoute un élément au sommet de la pile

Complexité $\Theta(1)$

Fonction disponible: Stack pop

Signature 'a t -> 'a

Description Retire et renvoie l'élément au sommet de la pile

Complexité $\Theta(1)$

Implémentation

Description Retire et renvoie l'élément au sommet de la pile

Complexité $\Theta(1)$

Fonction disponible: Stack top

Signature 'a t -> 'a

Description Renvoie l'élément au sommet de la pile sans le retirer

Complexité $\Theta(1)$

Implémentation

```
let top t = let elem = pop t in push elem t; elem;;
```

Signature 'a t -> 'a

Description Renvoie l'élément au sommet de la pile sans le retirer

Complexité $\Theta(1)$

Fonction disponible: Stack is_empty

Signature 'a t -> bool

Description Renvoie vrai si la pile est vide, faux sinon

Complexité $\Theta(1)$

Implémentation

```
let is_empty t = if !(t.len) = 0 then true else false;;
```

Signature 'a t -> bool

Description Renvoie vrai si la pile est vide, faux sinon

Complexité $\Theta(1)$

Fonction disponible: Start length

Signature 'a t -> int

Description Renvoie la longueur de la pile

Complexité $\Theta(1)$

Implémentation let length t = !(t.len);; 'a t -> int Signature Renvoie la longueur de la pile Description Complexité

 $\Theta(1)$

4 Tris

Définition : Tri en place

Tri qui déplace les éléments à l'intérieur du tableau au lieu d'en créer un nouveau.

Définition: Tri stable

Tri qui préserve l'ordre des éléments (si a apparaît avant b dans le tableau initial, alors a apparaît avant b dans le tableau trié).

4.1 Différents algorithmes de tris

Définition: Tri par sélection

Tri qui sélectionne le plus petit élement du tableau non trié et l'insère au début de ce dernier.

Définition: Tri par insertion

Tri qui parcourt le tableau de gauche à droite, insérant chaque élément à sa place dans la partie triée du tableau.

Définition : Tri à bulles

Tri qui parcourt le tableau de gauche à droite en comparant chaque élément avec son voisin, et échange les deux éléments si le voisin est plus petit.

Propriété/Théorème : Tri à bulles

Le tri à bulles est stable.

Définition : Tri rapide

Tri qui sélectionne un pivot et partitionne le tableau en deux sous-tableaux : les éléments plus petits que le pivot et ceux plus grands. Cette opération est répétée récursivement sur chaque sous-tableau.

Définition: Tri mixte

Tri qui utilise plusieurs algorithmes de tri pour avoir une meilleure complexité.

4.2 C

```
Fonction à implémenter : échange de deux élements dans un tableau void array_swap(int* tab, int i, int j){ int tmp = tab[i]; tab[i] = tab[j]; tab[j] = tmp; } 

Description Échange les éléments i et j du tableau tab Complexité \Theta(1)
```

```
Fonction à implémenter : tri sélection
void tri_selection(int* tab, int n) {
    for (int i = 0; i < n-1; ++i) {
        int min = tab[i];
        int idx_min = i;
        for (int j = i+1; j < n; ++j) {
             if (tab[j] < min) {</pre>
                 min = tab[j];
                 idx_min = j;
             }
        }
        array_swap(tab, i, idx_min);
    }
}
Description
               Tri le tableau tab avec un tri sélection
Complexité
               \Theta(n^2)
```

```
Fonction à implémenter : tri insertion

void tri_insertion(int* tab, int n) {
    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        for (int j = i; j > 0 && tab[j] < tab[j-1]; --j) {
            array_swap(tab, j, j-1);
        }
    }
}

Description Tri le tableau tab avec un tri insertion
Complexité Θ(n²)</pre>
```

```
Fonction à implémenter : tri à bulles  
void tri_bulle(int* tab, int n) {
	for (int i = 0; i < n; ++i) {
	for (int j = n-1; j > i; --j) {
		if (tab[j] < tab[j-1]) {
		array_swap(tab, j, j-1);
		}
	}
}

Description Tri le tableau tab avec un tri à bulles Complexité \Theta(n^2)
```

Fonction à implémenter : partitionnement d'un tableau pour le tri rapide int partition(int* tab, int n) { int pivot = tab[0]; int d = n-1; int g = 1; while (d > g-1) { if (tab[g] < pivot) {++g;}</pre> else {array_swap(tab, g, d); --d;} } array_swap(tab, 0, g-1); return g; } Signature int* tab, int n Description Partitionne le tableau tab de taille n pour le tri rapide Complexité $\Theta(n)$

```
Fonction à implémenter : tri rapide

void tri_rapide(int* tab, int n) {
    int p = partition(tab, n);
    if (p > 1) {tri_rapide(tab, p);}
    if (n-p > 1) {tri_rapide(&tab[p], n-p);}
}

Description Trie le tableau tab avec un tri rapide
Complexité Θ(n log(n)) (en moyenne), Θ(n²) (dans le pire des cas)
```

```
Fonction à implémenter : tri rapide

void tri_mixte(int* tab, int n) {
    if (n < 10) {
        tri_bulle(tab,n);
    } else {
        int p = partition(tab, n);
        if (p > 1) {tri_mixte(tab, p);}
        if (n-p > 1) {tri_mixte(&tab[p], n-p);}
    }
}

Description Trie le tableau tab avec un tri rapide ou un tri à bulles si la liste est petite

Complexité \Theta(n \log(n)) (en moyenne), \Theta(n^2) (dans le pire des cas)
```

4.3 OCaml

```
Fonction à implémenter : retire un élément d'une liste let rec retire elem = function  | [] \rightarrow \text{failwith "Liste vide"} \\ | \text{t::q when t = elem -> q} \\ | \text{t::q -> t::retire elem q;;}  Signature | 'a list -> 'a list Description | Retire l'élément elem de la liste fournie en paramètre | Complexité \Theta(n)
```

```
Fonction à implémenter : Tri insertion

let rec tri_insertion = function

| [] \rightarrow [] |

| t::q \rightarrow

let rec insere elem = function

| [] \rightarrow [elem] |

| t::q \text{ when } t < elem \rightarrow t::insere elem } q

| lst \rightarrow elem::lst

in insere t (tri_insertion q);;

Signature

'a list \rightarrow 'a list

Description

Trie le tableau avec un tri insertion

Complexité

\Theta(n^2)
```

```
Fonction à implémenter : tri bulle
let rec tri_bulle = function
    | [] -> []
    | lst ->
        let rec bulle = function
            | [] -> []
             | t::[] -> [t]
             | t::q ->
                 let b = bulle q in
                     if List.hd b < t
                     then List.hd b::t::(List.tl b)
                     else t::b
        in let b = bulle 1st
        in List.hd b::tri_bulle (List.tl b);;
              'a list -> 'a list
Signature
Description
              Trie le tableau avec un tri bulle
              \Theta(n^2)
Complexité
```


5 Tablistes

Définition : Tabliste

Structure de données qui permet de stocker un sous-ensemble \mathcal{N} fini de \mathbb{N} (de la forme [0, n-1]), et d'effectuer des opérations sur celle-ci en $\Theta(1)$.

5.1 C

Définition d'un type

```
typedef struct {int* pos; int* values; int size;} Tablist;
```

La champ values correspond à une liste des entiers de \mathcal{N} sous la forme d'un tableau de taille n dont les size premières cases contiennent les éléments présents dans \mathcal{N} . Le champ pos est un tableau de taille n tel que : si $k \in \mathcal{N}$, pos [k] contient la position de k dans la liste values et une valeur quelconque sinon.

Fonction à implémenter : création d'une tabliste

```
Tablist init(int n) {
    Tablist t = {
        .pos = malloc(n*sizeof(int)),
        .values = malloc(n*sizeof(int)),
        .size = 0
    };
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        t.pos[i] = 0; // nécessaire à cause des nouvelles normes
        t.values[i] = 0; // facultatif
    }
    return t;
}
              Créé une tabliste vide
Description
Complexité
              \Theta(n)
```

Fonction à implémenter : appartenance à une tabliste

```
bool mem(Tablist t, int k) {
   int p = t.pos[k];
   return (p > 0 && p <= t.size && t.values[p]==k);
}

Description   Vérifie si un élement k appartient à la tabliste t
Complexité Θ(1)</pre>
```

```
Fonction à implémenter : ajout à une tabliste

void add(Tablist* ptr_t, int k) {
    if (!mem(*ptr_t, k)) {
        ptr_t->values[ptr_t->size] = k;
        ptr_t->pos[k] = ptr_t->size;
        ++ptr_t->size;
    };
}
Description Ajoute un élément k à la tabliste pointée par ptr_t
Complexité Θ(1)
```

```
Fonction à implémenter : supression d'une tabliste

void t_remove(Tablist* ptr_t, int k) {
    if (mem(*ptr_t,k)) {
        int i = ptr_t->values[ptr_t->size-1];
        int p = ptr_t->pos[k];
        ptr_t->values[p] = i;
        ptr_t->pos[i] = p;
        --ptr_t->size;
    }
}

Description Supprime l'élément k de la tabliste pointée par ptr_t
Complexité Θ(1)
```

```
Fonction à implémenter : affichage d'une tabliste

void print(Tablist t) {
	for (int i = 0; i < t.size-1; ++i) {
		printf("%d, ",t.values[i]);
	}
	printf("%d\n",t.values[t.size-1]);
}

Description Affiche les éléments de la tabliste t dans laquelle ils ont été ajoutés à celle-ci

Complexité \Theta(|\mathcal{N}|)
```

```
Fonction à implémenter : vidage d'une tabliste void empty(Tablist* ptr_t) {  ptr_t->size = 0; }  Description Supprime les éléments de la tabliste pointée par ptr_t (\mathcal{N} = \emptyset) Complexité \Theta(1)
```

5.2 OCaml



Définition d'un type

```
type tablist = {
   pos : int array;
   values : int array;
   mutable size : int
};;
```

La champ values correspond à une liste des entiers de \mathcal{N} sous la forme d'un tableau de taille n dont les size premières cases contiennent les éléments présents dans \mathcal{N} . Le champ pos est un tableau de taille n tel que : si $k \in \mathcal{N}$, pos [k] contient la position de k dans la liste values et une valeur quelconque sinon.

Fonction à implémenter : création d'une tabliste

```
let init n = {
    pos = Array.make n 0;
    values = Array.make n 0;
    size = 0
};;

Signature    int -> tablist
Description    Créé une tabliste vide
Complexité    Θ(n)
```

Fonction à implémenter : appartenance à une tabliste

```
let mem t k =
    let p = t.pos.(k) in
    p > 0 && p < t.size && t.values.(p) = k;;

Signature tablist -> int -> bool
Description Vérifie si un élement k appartient à la tabliste t
Complexité \Theta(1)
```

```
Fonction à implémenter : ajout à une tabliste

let add t k =
    if not (mem t k) then
        begin
        t.values.(t.size) <- k;
        t.pos.(k) <- t.size;
        t.size <- t.size + 1;
    end;
;;;

Signature    tablist -> int -> unit
Description    Ajoute un élément k à la tabliste pointée par ptr_t
Complexité Θ(1)
```

```
Fonction à implémenter : supression d'une tabliste
let remove t k =
    if mem t k then
        begin
             let i = t.values.(t.size - 1)
             and p = t.pos.(k) in
             t.values.(p) <- i;
             t.pos.(i) <- p;
             t.size <- t.size - 1;
        end;
    ;;
               tablist -> int -> unit
Signature
Description
               Supprime l'élément k de la tabliste pointée par ptr_t
Complexité
               \Theta(1)
```

```
Fonction à implémenter : affichage d'une tabliste

let print t =
	for i = 0 to t.size - 2 do
	print_int t.values.(i);
	print_string ", ";

done;
	print_int t.values.(t.size - 1);
	print_newline ();;

Signature tablist -> unit

Description Affiche les éléments de la tabliste t dans laquelle ils ont été
	ajoutés à celle-ci

Complexité \Theta(|\mathcal{N}|)
```

Fonction à implémenter : vidage d'une tabliste

```
let empty t = t.size <- 0;;</pre>
```

Signature tablist -> unit

Description Supprime les éléments de la tabliste pointée par $ptr_t (N = \emptyset)$

Complexité $\Theta(1)$