Algèbre
Réduction dendomorphisme tmp

Question 1/13

Lemme de décomposision des noyaux

Réponse 1/13

$$\text{Si } (P_1, \cdots, P_n) \in \mathbb{K}[X]^n \text{ et } \forall (i,j) \in [\![1,n]\!]^2,$$
$$i \neq j \Rightarrow P_i \wedge P_j = 1$$
$$\ker\left(\left(\prod_{k=1}^{n}(P_k)\right)(u)\right) = \bigoplus_{k=1}^{n}(\ker(P_k(u)))$$

Question 2/13

Expression de $\det(A)$ avec $\mathrm{sp}(A)$

Réponse 2/13

$$\det(A) = \prod_{\lambda \in \mathrm{sp}(A)} \left(\lambda^{\mu_\lambda(A)}\right)$$

Question 3/13

Lien entre spectre et racines

Réponse 3/13

$$P(u) = 0 \Rightarrow \mathrm{sp}(u) \subset \mathrm{rac}(P(u))$$

Question 4/13

Coefficients de χ_A avec $\mathrm{tr}(A)$ et $\det(A)$

Réponse 4/13

$$\chi_A(X) = X^n - \operatorname{tr}(A)X^{n-1} + \cdots + (-1)^n \det(A)$$

Question 5/13

u est diagonalisable

Critère avec les espaces propres

Réponse 5/13

$$E = \bigoplus_{\lambda \in \mathrm{sp}(u)} \left(E_\lambda(u)\right)$$

$$\dim(E) = \sum_{\lambda \in \mathrm{sp}(u)} \left(\dim(E_\lambda(u))\right)$$

Question 6/13

Sous-espace caractéristique

Réponse 6/13

$$F_\lambda(u) = \ker\Big((u - \lambda \mathrm{id})^{\mu_\lambda(u)}\Big)$$

Question 7/13

Expression de $\mathrm{tr}(A)$ avec $\mathrm{sp}(A)$

Réponse 7/13

$$\operatorname{tr}(A) = \sum_{\lambda \in \operatorname{sp}(A)} \left(\mu_\lambda(A) \lambda \right)$$

Question 8/13

Théorème de Cayley-Hamilton

Réponse 8/13

$$\pi_A \mid \chi_A$$

Question 9/13

u est diagonalisable

Critère avec χ_u et $\mathrm{sp}(u)$

Réponse 9/13

$$\chi_u \text{ est sindé et } \forall \lambda \in \mathrm{sp}(u),$$
$$\dim(E_\lambda(u)) = \mu_\lambda(u)$$

Question 10/13

$$\chi_A(X)$$

Réponse 10/13

$$\det(XI_n - A)$$

Question 11/13

u est trigonalisable

Réponse 11/13

$$\chi_u \text{ est scindé}$$
$$P(u) = 0 \text{ avec } P \text{ scindé}$$
$$\pi_u \text{ est scindé}$$

Question 12/13

$$\mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(u) \text{ dans } \mathcal{B} \text{ adaptée à } \bigoplus_{\lambda \in \mathrm{sp}(u)} (F_\lambda(u))$$

Réponse 12/13

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 I_n + T_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_p I_n + T_p \end{pmatrix}$$

$$(T_1, \cdots, T_p) \in \mathcal{T}_n^{++}(\mathbb{K})^p$$

Question 13/13

u est diagonalisable

Critère avec un annulateur

Réponse 13/13

$P(u) = 0$ avec P scindé à racines simples

π_u est scindé à racines simples