Concentration de la mesure

Inégalités de concentration

Question 1/10

Borne de Chernov

Réponse 1/10

$$\mathbb{P}(X \geqslant t) \leqslant \mathrm{e}^{\psi^*(t)} \text{ où}$$
$$\psi^*(t) = -\sup_{\lambda \geqslant 0}(\lambda t - \psi(\lambda))$$

Question 2/10

Inégalité de Hoeffding

Réponse 2/10

Si $X_1, \cdots, X_n$ sont des varaibles aléatoires indépendantes avec X_i à valeurs dans $[a_i, b_i]$ et si $S_n = X_1 + \cdots + X_n$ alors

$$\mathbb{P}(|S_n - \mathbb{E}(S_n)| \geqslant t) \leqslant 2\exp\left(\frac{-2t^2}{\sum_{i=1}^{n}(b_i - a_i)^2}\right)$$

Question 3/10

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Réponse 3/10

$$\forall t > 0,\ \mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geqslant t) \leqslant \frac{\mathbb{V}(X)}{t^2}$$

Question 4/10

Inégalité de Chernov

Réponse 4/10

Si $X_1, \cdots, X_n$ sont des varaibles de Bernoulli indépendantes avec X_i de paramètre p_i et si $S_n = X_1 + \cdots + X_n$ et $\mu = p_1 + \cdots + p_n$ alors

$$\mathbb{P}(S_n \geqslant t) \leqslant \mathrm{e}^{-\mu} \left(\frac{\mathrm{e}\mu}{t} \right)^t$$

Question 5/10

$$\inf_{a\in\mathbb{R}}\left(\mathbb{E}\left((X-a)^2\right)\right)$$

Réponse 5/10

$$\mathbb{E}(|X - \mathbb{E}(X)|) = \mathbb{V}(X)$$

Question 6/10

Inégalité de Markov

Réponse 6/10

$$\mathbb{P}(X \geqslant t) \leqslant \frac{\mathbb{E}(X)}{\lambda}$$

Question 7/10

Généralisation de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Réponse 7/10

$$\forall t > 0,\ \forall a \in \mathbb{R},$$
$$\mathbb{P}(|X - a| \geqslant t) \leqslant \frac{\mathbb{E}(|X - a|^p)}{t^p}$$

Question 8/10

$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ vérifie une inégalité de concentration de concentration α

Réponse 8/10

$$\exists a \in \mathbb{R},\ \forall t \geqslant 0,$$
$$\mu(\{x \in \mathbb{R}^n, |f(x) - a| \geqslant t\}) \leqslant \alpha(t)$$

Question 9/10

Transformée log-Laplace de X

Réponse 9/10

$$\psi(\lambda) = \mathbb{E}\left(\mathrm{e}^{\lambda X}\right)$$

ψ est convexe

Question 10/10

$$\inf_{a \in \mathbb{R}} \left(\mathbb{E}(|X - a|) \right)$$

Réponse 10/10

$$\mathbb{E}(|X - m_X|) \text{ avec } m_X \text{ une médiane de } X$$