

**Concentration de la
mesure**

***Inégalités de
concentration***

Question 1/11

$$\inf_{a \in \mathbb{R}} \left(\mathbb{E} \left((X - a)^2 \right) \right)$$

Réponse 1/11

$$\mathbb{E}(|X - \mathbb{E}(X)|) = \mathbb{V}(X)$$

Question 2/11

Inégalité de Markov

Réponse 2/11

$$\mathbb{P}(X \geq t) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{t}$$

Question 3/11

$$\inf_{a \in \mathbb{R}} (\mathbb{E}(|X - a|))$$

Réponse 3/11

$\mathbb{E}(|X - m_X|)$ avec m_X une médiane de X

Question 4/11

Inégalité de Chernov

Réponse 4/11

$$\forall t > 0, \mathbb{P}(X \geq t) \leq e^{-\lambda t} \mathbb{E}(e^{\lambda X})$$

Question 5/11

Transformée log-Laplace de X

Réponse 5/11

$$\psi(\lambda) = \mathbb{E}(e^{\lambda X})$$

ψ est convexe

Question 6/11

Généralisation de l'inégalité de
Bienaymé-Tchebychev

Réponse 6/11

$$\forall t > 0, \forall a \in \mathbb{R},$$
$$\mathbb{P}(|X - a| \geq t) \leq \frac{\mathbb{E}(|X - a|^p)}{t^p}$$

Question 7/11

Inégalité de Chernov pour des variables de
Bernoulli

Réponse 7/11

Si X_1, \dots, X_n sont des variables de Bernoulli indépendantes avec X_i de paramètre p_i et si $S_n = X_1 + \dots + X_n$ et $\mu = p_1 + \dots + p_n$ alors

$$\mathbb{P}(S_n \geq t) \leq e^{-\mu} \left(\frac{e\mu}{t} \right)^t$$

Question 8/11

$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ vérifie une inégalité de concentration de concentration α

Réponse 8/11

$$\begin{aligned} &\exists a \in \mathbb{R}, \forall t \geq 0, \\ &\mu(\{x \in \mathbb{R}^n, |f(x) - a| \geq t\}) \leq \alpha(t) \end{aligned}$$

Question 9/11

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Réponse 9/11

$$\forall t > 0, \mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geq t) \leq \frac{\mathbb{V}(X)}{t^2}$$

Question 10/11

Borne de Chernov

Réponse 10/11

$$\mathbb{P}(X \geq t) \leq e^{\psi^*(t)} \text{ où}$$
$$\psi^*(t) = -\sup_{\lambda \geq 0} (\lambda t - \psi(\lambda))$$

Question 11/11

Inégalité de Hoeffding

Réponse 11/11

Si X_1, \dots, X_n sont des variables aléatoires indépendantes avec X_i à valeurs dans $[a_i, b_i]$ et si $S_n = X_1 + \dots + X_n$ alors

$$\mathbb{P}(|S_n - \mathbb{E}(S_n)| \geq t) \leq 2 \exp \left(\frac{-2t^2}{\sum_{i=1}^n (b_i - a_i)^2} \right)$$