

Probabilités

Variables aléatoires

Question 1/38

Inégalité de Cauchy-Schwarz pour \mathbb{E}

Réponse 1/38

$$|\mathbb{E}(XY)| \leq \sqrt{\mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)}$$

Question 2/38

Moment d'ordre k

Moment centré d'ordre k

Réponse 2/38

$$\mathbb{E}(X^k)$$
$$\mathbb{E}\left((X - \mathbb{E}(X))^k\right)$$

Question 3/38

Formule de Koenig-Huyghens

Réponse 3/38

$$\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$$

Question 4/38

Loi conjointe de (X_1, \dots, X_n)

Réponse 4/38

$\mathbb{P}(X_1, \dots, X_n)$ définie sur $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n)$

Question 5/38

Espérance conditionnelle

Réponse 5/38

$$\mathbb{E}(X \mid A) = \sum_{x \in X(\Omega)} (x \mathbb{P}(X = x \mid A))$$

Question 6/38

Application mesurable

Réponse 6/38

Si (E, \mathcal{S}) et (F, \mathcal{T}) sont deux espaces mesurables et $f: E \rightarrow F$
 $\forall B \in \mathcal{T}, f^{-1}(B) \in \mathcal{S}$

Question 7/38

Variable centrée réduite associée à X

Réponse 7/38

$$X^* = \frac{X - \mathbb{E}(X)}{\sigma(X)}$$

Question 8/38

Structure des variables aléatoires de \mathbb{R}^{Ω}

Réponse 8/38

Sous-algèbre de \mathbb{R}^{Ω}

Question 9/38

$$\mathbb{P}_{f(X)}$$

Réponse 9/38

$$\mathbb{P}_X \circ \widehat{f^{-1}}$$

Question 10/38

Variable réduite

Réponse 10/38

$$\mathbb{V}(X) = 1$$

Question 11/38

Formule de polarisation

Réponse 11/38

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{2}(\mathbb{V}(X + Y) - \mathbb{V}(X) - \mathbb{V}(Y))$$

Question 12/38

Vecteur aléatoire réel

Réponse 12/38

Variable aléatoire à valeurs dans $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n)$

Question 13/38

Matrice des variances-covariances

Réponse 13/38

$$\underline{\mathbb{V}}(X_1, \dots, X_n) = (\text{cov}(X_i, X_j))_{(i,j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2}$$

Question 14/38

Coefficient de corrélation

Réponse 14/38

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{cov}(X, \text{cov}(), Y)}$$

Question 15/38

Variable centrée

Réponse 15/38

$$\mathbb{E}(X) = 0$$

Question 16/38

Variables décorrélées

Réponse 16/38

$$\text{cov}(X, Y) = 0$$

Question 17/38

$$\mathbb{E}(\lambda X + Y)$$

Réponse 17/38

$$\lambda \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$$

Question 18/38

$$\mathbb{V}(X + Y)$$

Réponse 18/38

$$\mathbb{V}(X) + \mathbb{V}(Y) - 2 \operatorname{cov}(X, Y)$$

Question 19/38

Fonction de répartition de $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

Réponse 19/38

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$$

Question 20/38

$$\mathbb{E}(XY)$$

Réponse 20/38

$$\mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y) \text{ si } X \perp\!\!\!\perp Y$$

Question 21/38

$$\mathbb{V}(X)$$

Réponse 21/38

$$\mathbb{E}\left((X - \mathbb{E}(X))^2\right)$$

Question 22/38

k -ième loi marginale de (X_1, \dots, X_n)

Réponse 22/38

Loi de X_k

Question 23/38

Variable aléatoire

Réponse 23/38

Application mesurable $X : (\Omega, \mathcal{T}) \rightarrow (E; \mathcal{T}')$

Si $\Omega' \in \mathcal{T}$ tel que $\mathbb{P}(\Omega') = 1$, on peut définir X
sur Ω'

Question 24/38

Lemme des coalitions

Réponse 24/38

Si (X_1, \dots, X_n) sont mutuellement indépendantes, alors $f(X_1, \dots, X_m)$ et $g(X_{m+1}, \dots, X_n)$

Question 25/38

$$\mathbb{E}(X)$$

Réponse 25/38

$$\sum_{x \in X(\Omega)} (x \mathbb{P}(X = x)) = \sum_{\omega \in \Omega} (\mathbb{P}(\{\omega\}) X(\omega))$$

Question 26/38

$$\text{Si } X : (\Omega, \mathcal{T}) \xrightarrow{\mathcal{T}_X} (E; \mathcal{T}')$$

Réponse 26/38

$$\{X^{-1}(A), A \in \mathcal{T}'\}$$

Question 27/38

$$\mathbb{V}(\lambda X + \mu)$$

Réponse 27/38

$$\lambda^2 \mathbb{V}(X)$$

Question 28/38

$$\mathbb{V}(X_1 + \cdots + X_n)$$

Réponse 28/38

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n (\mathbb{V}(X)_i) - 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} (\text{cov}(X_i, X_j)) \\ &= (1 \cdots 1) \underline{\mathbb{V}}(X_1, \cdots, X_n) \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Question 29/38

Inégalité de Cauchy-Schwarz pour cov

Réponse 29/38

$$|\text{cov}(X, Y)| \leq \sigma(X)\sigma(Y)$$

Question 30/38

Loi d'une variable aléatoire

Réponse 30/38

$$\mathbb{P}_X(A) = \mathbb{P}(x^{-1}(A))$$

Question 31/38

Formule de l'espérance totale

Réponse 31/38

Si (A_i) est un système quasi-complet
d'événements au plus dénombrable

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{i \in I} (\mathbb{E}(X \mid A_i) \mathbb{P}(A_i))$$

Question 32/38

$$\text{cov}(X, Y)$$

Réponse 32/38

$$\mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))) = \\ \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$$

Question 33/38

$$\mathbb{P}(f(X) = x)$$

Réponse 33/38

$$\sum_{y \in f^{-1}(x) \cap X(\Omega)} (\mathbb{P}(X = y))$$

Question 34/38

Variable aléatoire réelle

Réponse 34/38

Variable aléatoire à valeurs dans $(\mathbb{R}, \mathcal{B}^1)$

Question 35/38

Variables indépendantes

Réponse 35/38

$$X \perp\!\!\!\perp Y$$

$$\forall (A_1, A_2) \in \mathcal{T}_1 \times \mathcal{T}_2$$

$$\mathbb{P}(X \in A, Y \in B) = \mathbb{P}(X \in A)\mathbb{P}(Y \in B)$$

Question 36/38

Cas d'égalité de l'inégalité de Cauchy-Schwarz
pour cov

Réponse 36/38

Il existe $(a, b) \neq (0, 0)$ tel que $aX + bY = c$
presque sûrement

Question 37/38

Variable aléatoire discrète

Réponse 37/38

$X(\Omega)$ est fini

Question 38/38

$$\sigma(X)$$

Réponse 38/38

$$\sqrt{\mathbb{V}(X)}$$