

Analyse

Calcul asymptotique

Question 1/25

$$u_n = o(v_n)$$

Définition avec un epsilon

Réponse 1/25

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \leq \varepsilon |v_n|$$

Question 2/25

$$(u_n) \sim (u'_n)$$

$$a \in \mathbb{R}$$

Réponse 2/25

$$(u_n^a) \sim (v_n^a)$$

Question 3/25

$$u_n = l + o(1)$$

Réponse 3/25

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = l$$

Question 4/25

$$(u_n) \sim (u'_n) \wedge (v_n) \sim (v'_n)$$

$$u_n = o(v_n)$$

Réponse 4/25

$$u'_n = o(v'_n)$$

Question 5/25

$$u_n = O(1)$$

Réponse 5/25

(u_n) est borné

Question 6/25

$$(u_n) \sim (u'_n) \wedge (v_n) \sim (v'_n)$$

Réponse 6/25

$$(u_n v_n) \sim (u'_n v'_n)$$

Question 7/25

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec un majorant

Réponse 7/25

$$\exists (M, M') \in (\mathbb{R}_+)^2, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0$$
$$M|v_n| \leq |u_n| \leq M'|v_n|$$

Question 8/25

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec O et Ω

Réponse 8/25

$$u_n = O(v_n) \wedge u_n = \Theta(v_n)$$

Question 9/25

Implication entre o et O

Réponse 9/25

$$u_n = o(v_n) \Rightarrow u_n = O(v_n)$$

Question 10/25

$$u_n = O(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 10/25

$$\exists(\mu_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) majorée

Question 11/25

Produits de o et O

Réponse 11/25

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = o(x_n) \Rightarrow u_n v_n = o(w_n x_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = o(x_n) \Rightarrow u_n v_n = o(w_n x_n)$$

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = O(x_n) \Rightarrow u_n v_n = o(w_n x_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = O(x_n) \Rightarrow u_n v_n = O(w_n x_n)$$

$$w_n o(x_n) = o(w_n x_n)$$

$$w_n O(x_n) = O(w_n x_n)$$

Question 12/25

$$u_n = o(1)$$

Réponse 12/25

(u_n) tend vers 0

Question 13/25

Sommes de o et O

Réponse 13/25

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = o(w_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = O(w_n)$$

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = O(w_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = O(w_n)$$

Question 14/25

Formule de Stirling

Réponse 14/25

$$(n!)_{+\infty} \sim \left(\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^n \right)$$

Question 15/25

Équivalents classiques

Réponse 15/25

$$(\ln(1+x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

$$(e^x - 1) \underset{0}{\sim} (x)$$

Pour $a \neq 0$

$$((1+x)^a) \underset{0}{\sim} (1+ax)$$

$$(\sin(x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

$$(\cos(x)) \underset{0}{\sim} \left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$$

$$(\tan(x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

$$(\operatorname{sh}(x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

$$(\operatorname{ch}(x)) \underset{0}{\sim} \left(1 + \frac{x^2}{2}\right)$$

$$(\operatorname{th}(x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

$$(\arcsin(x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

$$(\arctan(x)) \underset{0}{\sim} (x)$$

Question 16/25

$$(u_n) \sim (u'_n) \wedge (v_n) \sim (v'_n)$$

Avec (v_n) qui ne s'annule pas à partir d'un certain rang

Réponse 16/25

$$\left(\frac{u_n}{v_n}\right) \sim \left(\frac{u'_n}{v'_n}\right)$$

Question 17/25

Équivalent d'un polynôme P de degré $d = \deg(P)$ et de monôme dominant $a_d X^d$

Réponse 17/25

$$(P(n)) \sim (a_d n^d)$$

Question 18/25

Transitivité de o et O

Réponse 18/25

$$u_n = O(v_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n = O(w_n)$$

$$u_n = o(v_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n = o(w_n)$$

$$u_n = o(v_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n = o(w_n)$$

$$u_n = O(v_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n = o(w_n)$$

Question 19/25

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 19/25

$$\exists(\mu_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) minorée

Question 20/25

$$(u_n) \sim (v_n)$$

Réponse 20/25

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = 1$$

Question 21/25

$$(u_n) \sim (v_n)$$

Réponse 21/25

$$u_n = v_n + o(v_n)$$

Question 22/25

$$u_n = o(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 22/25

$$\exists(\varepsilon_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \varepsilon_n v_n$$

Avec $\lim_{n \rightarrow \infty} (\varepsilon_n) = 0$

Question 23/25

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 23/25

$$\exists(\mu_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) bornée

Question 24/25

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec un majorant

Réponse 24/25

$$\exists M \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \geq M|v_n|$$

Question 25/25

$$u_n = O(v_n)$$

Définition avec un majorant

Réponse 25/25

$$\exists M \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \leq M|v_n|$$