Analyse
Dérivation de fonctions

Question 1/15

Fonction L-lipschitzienne

$$f : I \to \mathbb{R}$$

Réponse 1/15

$$\forall (x,y) \in I^2,\ |f(x) - f(y)| \leqslant L|x - y|$$

Question 2/15

$$\left(\prod_{k=1}^{n}(f_k)\right)'(x)$$

Réponse 2/15

$$\sum_{k=1}^{n}\left(f_k'(x)\prod_{i\in[\![1,n]\!]\setminus\{k\}}(f_i(x))\right)$$

Question 3/15

DL_1

f est dérivable de dérivée p en x_0

Réponse 3/15

$$\exists \varepsilon : \mathcal{V}(x_0) \to \mathbb{R} \text{ et } \lim_{x \to x_0} (\varepsilon(x)) = 0$$

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)p + (x - x_0)\varepsilon(x)$$

Question 4/15

Inégalité des acroissements finis

f est une application continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$

$$\forall x \in]a, b[,\ m \leqslant f'(x) \leqslant M$$

Réponse 4/15

$$m \leqslant \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leqslant M$$

Question 5/15

$$\text{Si } \forall i \in [\![1, n]\!], f_i(x) \neq 0$$

$$\left(\prod_{i=1}^{n}(f_i)\right)'(x)$$

Réponse 5/15

$$\left(\prod_{i\in[\![1,n]\!]}(f_i(x))\right)\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{f_i'(x)}{f_i(x)}\right)$$

Question 6/15

Si f est bijective

$$\left(f^{-1}\right)'(x)$$

Réponse 6/15

$$\frac{1}{(f' \circ f^{-1})(x)}$$

Question 7/15

Inégalité des acroissements finis

f est une application continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$

$\forall x \in]a, b[, \ |f'(x)| \leqslant M$

Réponse 7/15

$$|f(b) - f(a)| \leqslant M|b - a|$$

Question 8/15

Description topologique–topologique des limites

Soit $a \in \overline{X}$, $b \in \overline{\mathbb{R}}$

f admet une limite b lorsque x tend vers a

Réponse 8/15

$$\forall V \in \mathcal{V}(b),\ \exists U \in \mathcal{V}(a),\ f(U \cap X) \subset V$$

Question 9/15

Description métrique–métrique des limites

Soit $a \in \overline{X}$, $b \in \overline{\mathbb{R}}$

f admet une limite b lorsque x tend vers a

Réponse 9/15

$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists \eta > 0,\ |x - a| < \eta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$$

Question 10/15

$$\text{Si } \exists i \in [\![1, n]\!], f_i(x) = 0$$

$$\left(\prod_{i=1}^{n}(f_i)\right)'(x)$$

Réponse 10/15

$$f_i'(x) \times \prod_{k \in [\![1,n]\!] \setminus \{i\}} (f_k(x))$$

Question 11/15

$$f : I \to \mathbb{R} \text{ est concave sur } I$$

Réponse 11/15

$$\forall (x,y) \in I^2,\ \forall \lambda \in [0,1]$$
$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geqslant \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$$

Question 12/15

$$f : I \to \mathbb{R} \text{ est convexe sur } I$$

Réponse 12/15

$$\forall (x,y) \in I^2,\ \forall \lambda \in [0,1]$$
$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leqslant \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y)$$

Question 13/15

$$(f_1 \circ \cdots \circ f_n)'(x)$$

Réponse 13/15

$$\prod_{k=1}^{n} \left(\left(f_k' \circ f_{k-1} \circ \cdots \circ f_1 \right)(x) \right)$$

Question 14/15

Inegalité de Jensen

f est convexe sur I

Réponse 14/15

$$\forall(\lambda_1, \cdots, \lambda_n) \in \mathbb{R}_+^n,\ \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k) = 1$$

$$f\left(\sum_{k=1}^{n} (\lambda_k x_k)\right) \leqslant \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k f(x_k))$$

Question 15/15

Théorème des acroissements finis

f est une application continue sur $[a, b]$ et dérivable sur $]a, b[$

Réponse 15/15

$$\exists c \in \,]a, b[, \; \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$