

Analyse
Développements
limités

Question 1/15

Développement limité de $\frac{1}{1-x}$

Réponse 1/15

$$\frac{1}{1-x} \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \sum_{k=0}^n (x^k) + o(x^n)$$

Question 2/15

Développement limité de $\operatorname{sh}(x)$

Réponse 2/15

$$\operatorname{sh}(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \left(\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right) + o(x^{2n+2})$$

Question 3/15

Reste de Taylor à l'ordre n

Réponse 3/15

$$R_n(x) = f(x) - \sum_{k=0}^n \left(\frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \right)$$

Question 4/15

Développement limité au sens fort (définition)

$$P_n \in \mathbb{R}[X]$$

Réponse 4/15

$$f(x) \underset{x \rightarrow x_0}{=} P_n(x) + O\left((x - x_0)^{n+1}\right)$$

Question 5/15

Développement de Taylor de f

Réponse 5/15

$$P(x) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \right)$$

Question 6/15

Développement limité de $\ln(1 + x)$

Réponse 6/15

$$\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \left((-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} \right) + o(x^n)$$

Question 7/15

Restriction d'un développement limité
 $T_{m,x_0}(P)$ est la troncature à l'ordre m au
voisinage de x_0 du polynôme P

Réponse 7/15

$$\begin{aligned} f(x) &=_{x \rightarrow x_0} P(x) + o((x - x_0)^n) \\ \Rightarrow f(x) &=_{x \rightarrow x_0} (T_{m,x_0}(P))(x) + o((x - x_0)^m) \end{aligned}$$

Question 8/15

Développement limité de $\frac{1}{1+x}$

Réponse 8/15

$$\frac{1}{1+x} \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \sum_{k=0}^n \left((-1)^k x^k \right) + o(x^n)$$

Question 9/15

Développement limité de $\operatorname{ch}(x)$

Réponse 9/15

$$\operatorname{ch}(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \left(\frac{x^{2k}}{(2k)!} \right) + o(x^n)$$

Question 10/15

Développement limité de $\exp x$

Réponse 10/15

$$e^x \underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \left(\frac{x^k}{k!} \right) + o(x^n)$$

Question 11/15

Développement limité de $(1 + x)^\alpha$

Réponse 11/15

$$(1+x)^{\alpha} \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \sum_{k=0}^n \left(\frac{\prod_{j=0}^{k-1} \alpha - j}{k!} x^k \right) + o(x^n)$$

Question 12/15

Développement limité de $\cos(x)$

Réponse 12/15

$$\cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \left((-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \right) + o(x^{2n+1})$$

Question 13/15

Développement limité (définition)

$$P_n \in \mathbb{R}[X]$$

Réponse 13/15

$$f(x) \underset{x \rightarrow x_0}{=} P_n(x) + o((x - x_0)^n)$$

Question 14/15

Formule de Taylor-Young à l'ordre n au point
 x_0

Réponse 14/15

$$f(x) \underset{x \rightarrow x_0}{=} \sum_{k=0}^n \left(\frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \right) + o((x - x_0)^n)$$

Question 15/15

Développement limité de $\sin(x)$

Réponse 15/15

$$\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \sum_{k=0}^n \left((-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \right) + o(x^{2n+2})$$