

# Fractions continues

## *Transformation de Möbius*

## Question 1/11

Définition des  $A_n$  et  $B_n$  associés à  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(a_n) \in \mathbb{N}^*$

## Réponse 1/11

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{-1} = 1 \\ A_0 = b_0 \\ B_{-1} = 0 \\ B_0 = 1 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} A_n = b_n A_{n-1} + a_n A_{n-2} \\ B_n = b_n q_{n-1} + a_n B_{n-2} \end{array} \right.$$

## Question 2/11

$f \in M$  est loxodromique

## Réponse 2/11

$$f \sim \alpha z, \alpha \in \mathbb{C}^*, \alpha \neq 1$$

$f$  est diagonalisable

## Question 3/11

Théorème de Stern-Stolz

## Réponse 3/11

La fraction continue  $b_0 + \mathcal{K}_{k=0}^{+\infty} \left( \frac{a_n}{b_n} \right)$  converge si  
et seulement si  $\sum |b_n|$  diverge

## Question 4/11

Définition des  $S_n$  associés à  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(a_n) \in \mathbb{N}^*$



## Réponse 4/11

$$S_0(w) = s_0(w) \text{ où } s_0(w) = b_0 + w$$
$$S_n(w) = S_{n-1} \circ s_n(w) \text{ où } s_n(w) = \frac{a_n}{b_n + w}$$
$$S_n(w) \frac{A_n + A_{n-1}w}{B_n + B_{n-1}w}$$

## Question 5/11

$f \in M$  est parabolique

## Réponse 5/11

$f \sim z + 1$  (translation)  
 $f$  n'est pas diagonalisable

## Question 6/11

CNS pour que  $f \in M$  et  $g \in M$  soient  
conjuguées

## Réponse 6/11

$$\mathrm{tr}(f)^2 = \mathrm{tr}(g)^2$$

## Question 7/11

Formule du déterminant généralisée

## Réponse 7/11

$$A_n B_{n-1} - A_{n-1} B_n = (-1)^{n-1} \prod_{k=1}^n (a_k)$$

## Question 8/11

$f : z \mapsto \frac{az + b}{cz + d}$  est normalisé



## Réponse 8/11

$$\det \left( \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 1$$

## Question 9/11

$f \in M$  et  $g \in M$  sont conjuguées

## Réponse 9/11

Il existe  $h \in M$  tel que  $f = h \circ g \circ h^{-1}$

## Question 10/11

$f \in M$  est hyperbolique

## Réponse 10/11

$$f \sim kz, k \in \mathbb{R}^*, k \neq 1$$

$f$  est diagonalisable

## Question 11/11

$f \in M$  est elliptique

## Réponse 11/11

$$f \sim \alpha z, \alpha \in \mathbb{U}^* \text{ (rotation)}$$

$f$  est diagonalisable