

# **Algèbre 2**

## ***Anneaux***

## Question 1/11

$a \in A$  est diviseur de 0

## Réponse 1/11

Il existe  $b \in A^\times$  tel que  $ab = 0$

## Question 2/11

Lien entre premier et irréductible

## Réponse 2/11

Si  $A$  est intègre et  $x \in A$  est premier alors  $x$   
est irréductible

## Question 3/11

$a \in A$  est racine de l'unité

## Réponse 3/11

Il existe  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $a^n = 1$

## Question 4/11

$$a \mid b$$



## Réponse 4/11

$$\exists c \in A, b = ac$$

## Question 5/11

$A$  est intègre

## Réponse 5/11

$A$  ne possède pas de diviseurs de 0

## Question 6/11

Lemme de factorisation des morphismes  
d'anneaux

## Réponse 6/11

Si  $f: A \rightarrow B$  est un morphisme d'anneaux  
alors il existe un unique morphisme d'anneaux  
 $\overline{f}: A/\ker(f) \rightarrow B$  tel que  $f = \overline{f} \circ \pi$

## Question 7/11

$a \in A$  est idempotent

## Réponse 7/11

$$a^2 = a$$

## Question 8/11

$a \in A$  est nilpotent



## Réponse 8/11

Il existe  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $a^n = 0$

## Question 9/11

$p \in A$  est premier

## Réponse 9/11

$$p \notin A^\times, p \neq 0, p \mid ab \Rightarrow p \mid a \vee p \mid b$$

## Question 10/11

$a \in A$  est irréductible

## Réponse 10/11

$$a \notin A^\times, a \neq 0, a = bc \Rightarrow a \in A^\times \vee c \in A^\times$$

## Question 11/11

Caractéristique de  $A$

## Réponse 11/11

$n$  tel que  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} = \ker(\phi)$

$$\phi: \mathbb{Z} \longrightarrow A$$

$$n \longmapsto n \cdot 1_A$$