

# Probabilités

## *Variables aléatoires*

## Question 1/13

Loi conjointe de  $(X_1, \dots, X_n)$

## Réponse 1/13

$\mathbb{P}(X_1, \dots, X_n)$  définie sur  $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n)$

## Question 2/13

Vecteur aléatoire réel

## Réponse 2/13

Variable aléatoire à valeurs dans  $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n)$

## Question 3/13

Variable aléatoire réelle

## Réponse 3/13

Variable aléatoire à valeurs dans  $(\mathbb{R}, \mathcal{B}^1)$

## Question 4/13

Application mesurable



## Réponse 4/13

Si  $(E, \mathcal{S})$  et  $(F, \mathcal{T})$  sont deux espaces mesurables et  $f: E \rightarrow F$   
 $\forall B \in \mathcal{T}, f^{-1}(B) \in \mathcal{S}$

## Question 5/13

$$\mathbb{P}(f(X) = x)$$

## Réponse 5/13

$$\sum_{y \in f^{-1}(x) \cap X(\Omega)} (\mathbb{P}(X = y))$$

## Question 6/13

$$\text{Si } X : (\Omega, \mathcal{T}) \xrightarrow{\mathcal{T}_X} (E; \mathcal{T}')$$

## Réponse 6/13

$$\{X^{-1}(A), A \in \mathcal{T}'\}$$

## Question 7/13

Variable aléatoire discrète

## Réponse 7/13

$X(\Omega)$  est fini

## Question 8/13

Structure des variables aléatoires de  $\mathbb{R}^{\Omega}$



## Réponse 8/13

Sous-algèbre de  $\mathbb{R}^{\Omega}$

## Question 9/13

$$\mathbb{P}_{f(X)}$$

## Réponse 9/13

$$\mathbb{P}_X \circ \widehat{f^{-1}}$$

## Question 10/13

Variable aléatoire

## Réponse 10/13

Application mesurable  $X : (\Omega, \mathcal{T}) \rightarrow (E; \mathcal{T}')$

Si  $\Omega' \in \mathcal{T}$  tel que  $\mathbb{P}(\Omega') = 1$ , on peut définir  $X$   
sur  $\Omega'$

## Question 11/13

Loi d'une variable aléatoire

## Réponse 11/13

$$\mathbb{P}_X(A) = \mathbb{P}(x^{-1}(A))$$

## Question 12/13

$k$ -ième loi marginale de  $(X_1, \dots, X_n)$



## Réponse 12/13

Loi de  $X_k$

## Question 13/13

Fonction de répartition de  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

## Réponse 13/13

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$$