

Algèbre 2

Déterminants

Question 1/9

φ est antisymétrique

Réponse 1/9

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \varepsilon(\sigma) \varphi(x_{\sigma(1)}, \dots, x_{\sigma(n)})$$

Question 2/9

Ensemble des formes n -linéaires alternées

Réponse 2/9

$$\text{Vect}(\det_{\mathcal{B}})$$

Question 3/9

Application multilinéaire

Réponse 3/9

$$\begin{aligned} & \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, \lambda x_i + x'_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ &= \lambda \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ &+ \varphi(x_1, \dots, x_{i-1}, x'_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \end{aligned}$$

Question 4/9

Forme n -linéaire

Réponse 4/9

Application linéaire à valeurs dans \mathbb{K}

Question 5/9

Déterminant d'une famille de vecteurs
 (x_1, \dots, x_n) par rapport à \mathcal{B}

Réponse 5/9

Si $\det_{\mathcal{B}}$ est l'unique forme n -linéaire alternée
telle que $\det_{\mathcal{B}}(\mathcal{B}) = 1$
 $\det_{\mathcal{B}}(x_1, \dots, x_n)$

Question 6/9

Lien forme antisymétrique – forme alternée

Réponse 6/9

Toute forme n -linéaire alternée est
antisymétrique

Si $\text{car}(\mathbb{K}) \neq 2$, toute forme antisymétrique est
alternée

Question 7/9

φ est alternée

Réponse 7/9

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = 0 \text{ s'il existe } i \neq j \text{ tel que}$$
$$x_i = x_j$$

Question 8/9

$\det_{\mathcal{B}}$

Expression avec \mathcal{B}'

Réponse 8/9

$$\det_{\mathcal{B}}(\mathcal{B}') \det_{\mathcal{B}'}$$

Question 9/9

Description du déterminant par les coordonnées

$$[x_j]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} a_{1,j} \\ \vdots \\ a_{n,j} \end{pmatrix}$$

Réponse 9/9

$$\begin{aligned}\det_{\mathcal{B}}(x_1, \dots, x_n) &= \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \left(\varepsilon(\sigma) a_{\sigma(1),1} \cdots a_{\sigma(n),n} \right) \\ &= \sum_{\tau \in \mathfrak{S}_n} \left(\varepsilon(\tau) a_{1,\tau(1)} \cdots a_{n,\tau(n)} \right)\end{aligned}$$