

Algèbre 2

Anneaux factoriels

Question 1/13

Polynôme primitif

Réponse 1/13

$$c(P) \cong 1$$

Tout P se décompose $c(P)P_1$ avec P_1 primitif
et cette décomposition est unique à inversible
près

Question 2/13

$$c(PQ)$$

Réponse 2/13

$$c(P)c(Q) \mid c(PQ)$$

Question 3/13

$$c(PQ)$$

Réponse 3/13

$$c(P)c(Q) \mid c(PQ)$$

Question 4/13

Contenu

Réponse 4/13

$$c\left(\sum_{i=0}^n (a_i X^i)\right) = \bigwedge_{i=0}^n a_i \text{ (défini modulo } A^\times)$$

Question 5/13

$$c\left(\frac{d}{P}\right)$$

Réponse 5/13

$$\text{Si } d \mid c(P), \quad c\left(\frac{P}{d}\right) \cong \frac{c(P)}{d}$$

Question 6/13

$$c(aP)$$

Réponse 6/13

$$a \cdot c(P)$$

Question 7/13

Lien entre premier et irréductible dans A
factoriel

Réponse 7/13

Tout élément irréductible est premier

Question 8/13

Décomposition en facteurs premiers

Réponse 8/13

Étant donné un système \mathcal{P} de représentants des nombres premiers, on a $a = u \prod_{p \in \mathcal{P}} (p^{\alpha_p})$ avec

$$u \in A^\times \text{ et } \alpha_i \in \mathbb{N}$$

Seul un nombre fini de α_i sont non nuls

Question 9/13

$$\left(\prod_{p \in \mathcal{P}} (p^{\alpha_p}) \right) \vee \left(\prod_{p \in \mathcal{P}} (p^{\beta_p}) \right)$$

Réponse 9/13

$$\prod_{p \in \mathcal{P}} \left(p^{\max(\alpha_p, \beta_p)} \right)$$

Question 10/13

Lien entre anneau factoriel et principal

Réponse 10/13

Tout anneau principal est factoriel

Question 11/13

Propriété de $A[X]$ pour A factoriel

Réponse 11/13

$A[X]$ est factoriel

Question 12/13

Anneau factoriel

Réponse 12/13

A est factoriel si pour tout $a \in A$, il existe $s \in \mathbb{N}$ et $(p_1, \dots, p_s) \in A^s$ avec les p_i irréductibles tels que $a = p_1 \cdots p_s$

Question 13/13

$$\left(\prod_{p \in \mathcal{P}} (p^{\alpha_p}) \right) \wedge \left(\prod_{p \in \mathcal{P}} (p^{\beta_p}) \right)$$

Réponse 13/13

$$\prod_{p \in \mathcal{P}} \left(p^{\min(\alpha_p, \beta_p)} \right)$$