

Probabilités

Espaces probabilisés

Question 1/26

A et B sont indépendants

Réponse 1/26

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Question 2/26

$$\liminf(A_n)$$

Réponse 2/26

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left(\bigcap_{k=n}^{+\infty} (A_k) \right)$$

Question 3/26

Système quasi-complet d'événements

Réponse 3/26

\mathcal{C} est quasi-complet si

Les événements de \mathcal{C} ne sont pas impossibles

Les événements de \mathcal{C} sont deux à deux disjoints

$$\sum_{A \in \mathcal{C}} (\mathbb{P}(A)) = 1$$

Question 4/26

Formule des probabilités totales pour le système complet (A, \overline{A})

Réponse 4/26

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B \mid A) + \mathbb{P}(\overline{A})\mathbb{P}(B \mid \overline{A})$$

Question 5/26

Formule de Bayes simple

Réponse 5/26

$$\begin{aligned} &\text{Si } \mathbb{P}(A) \neq 0 \text{ et } \mathbb{P}(B) \neq 0 \\ \mathbb{P}(A \mid B) &= \frac{\mathbb{P}(B \mid A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)} \end{aligned}$$

Question 6/26

Formule de Bayes sur un système complet

Réponse 6/26

Si $(A_i)_{i \in I}$ est un système quasi-complet au plus dénombrable tel que pour tout $i \in I$,

$$\mathbb{P}(A_i) \neq 0 \text{ et } \mathbb{P}(B) \neq 0$$
$$\mathbb{P}(A_j \mid B) = \frac{\mathbb{P}(B \mid A_j) \mathbb{P}(A_j)}{\sum_{i \in I} (\mathbb{P}(B \mid A_i) \mathbb{P}(A_i))}$$

Question 7/26

Formule des probabilités totales associée à une variable aléatoire réelle discrète

Réponse 7/26

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{x \in X(\Omega)} (\mathbb{P}(X = x) \mathbb{P}(B \mid X = x))$$

Question 8/26

Espace probabilisable

Réponse 8/26

$$(\Omega, \mathcal{T})$$

\mathcal{T} est une σ -algèbre sur Ω

Question 9/26

Tribu des boréliens sur \mathbb{R}^n

Réponse 9/26

$$\mathcal{B}^n$$

Tribu engendrée par les $I_1 \times \cdots \times I_n$ où les I_k
sont des intervalles

Question 10/26

Distribution de probabilités

Réponse 10/26

Famille $(p_i)_{i \in I}$ tel que $\sum_{i \in I} (p_i) = 1$

Question 11/26

$$\mathbb{P}(\{\omega\})$$

Réponse 11/26

$$\frac{1}{|\Omega|}$$

Question 12/26

Intersection de tribus

Réponse 12/26

Si $(\mathcal{T}_i)_{i \in I}$ est une famille de σ -algèbres sur Ω ,
alors $\bigcap_{i \in I} (\mathcal{T}_i)$ est une σ -algèbre sur Ω

Question 13/26

Système complet d'événements

Réponse 13/26

Famille $\{A_i, i \in I\}$ d'éléments non vides
formant une partition de Ω

Question 14/26

Espace probabilisé
Modèle probabiliste de Kolmogorov

Réponse 14/26

$(\Omega, \mathcal{T}, \mathbb{P})$ où (Ω, \mathcal{T}) est un espace
probabilisable et \mathbb{P} une mesure de probabilités

Question 15/26

Mesure de probabilités

Réponse 15/26

Application $\mathbb{P}: \mathcal{T} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant

$$0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$$

$$\mathbb{P}(\Omega) = 1$$

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (A_n)\right) = \sum_{n \in \mathbb{N}} (\mathbb{P}(A_n))$$

Question 16/26

Les $A_i, i \in I$ sont mutuellement indépendants

Réponse 16/26

$$\forall J \in \mathcal{P}_f(I), \mathbb{P} \left(\bigcap_{j \in J} (A_j) \right) = \prod_{j \in J} (\mathbb{P}(A_j))$$

Question 17/26

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{n \in \mathbb{N}} (A_n)\right)$$

Réponse 17/26

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \left(\mathbb{P} \left(\bigcap_{n=0}^N (A_n) \right) \right)$$

Question 18/26

$$\limsup(A_n)$$

Réponse 18/26

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left(\bigcup_{k=n}^{+\infty} (A_k) \right)$$

Question 19/26

σ -algèbre
Tribu

Réponse 19/26

Une σ -algèbre \mathcal{T} est un sous-ensemble de $\mathcal{P}(\Omega)$ vérifiant

$$\Omega \in \mathcal{T}$$

$$A \in \mathcal{T} \Rightarrow \overline{A} \in \mathcal{T}$$

Si I est dénombrable et $(A_i)_{i \in I}$ une famille

$$\text{d'éléments de } \mathcal{T}, \bigcup_{i \in I} (A_i) \in \mathcal{T}$$

Question 20/26

$$\mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A \mid B)$$

Réponse 20/26

$$\frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

Question 21/26

Formule des probabilités totales

Réponse 21/26

Si $(A_i)_{i \in I}$ est un système quasi-complet au plus dénombrable

$$\mathbb{P}(B) = \sum_{i \in I} (\mathbb{P}(A_i) \mathbb{P}(B \mid A_i))$$

Question 22/26

Tribu des boréliens

Réponse 22/26

$$\mathcal{B}^1 \text{ ou } \mathcal{B} \\ \sigma\left(\left(]-\infty, a[\right)_{a \in \mathbb{R}}\right)$$

\mathcal{B}^1 est aussi engendrée par n'importe quel type d'intervalle de \mathbb{R}

Question 23/26

Tribu engendrée par une famille

Réponse 23/26

$\sigma((A_i)_{i \in I})$ avec A_i des éléments de $\mathcal{P}(\Omega)$
Plus petite σ -algèbre de Ω contenant $(A_i)_{i \in I}$

Question 24/26

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n (A_i)\right)$$

Réponse 24/26

$$\sum_{\substack{I \subset \llbracket 1, n \rrbracket \\ I \neq \emptyset}} \left((-1)^{|I|-1} \mathbb{P} \left(\bigcap_{i \in I} (A_i) \right) \right)$$

Question 25/26

Formule des probabilités composées

Réponse 25/26

$$\text{Si } \mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^{n-1} (A_i)\right) \neq 0$$

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{i=1}^n (A_i)\right) = \mathbb{P}(A_1) \prod_{i=2}^n \left(\mathbb{P}\left(A_i \left| \bigcap_{j=1}^{i-1} (A_j)\right.\right) \right)$$

Question 26/26

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (A_n)\right)$$

Réponse 26/26

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \left(\mathbb{P} \left(\bigcup_{n=0}^N (A_n) \right) \right)$$