

**Intégration et théorie
de la mesure**
***Construction de
mesures***

Question 1/7

A est μ^* -mesurable

Réponse 1/7

$$\begin{aligned} &\text{Pour tout } E \subset X, \\ \mu^*(E) &= \mu^*(E \cap A) + \mu^*(E \setminus A) \end{aligned}$$

Question 2/7

Théorème de Carathéodory

Réponse 2/7

$\mathcal{M}(\mu) = \{A \subset X, A \text{ est } \mu^*\text{-mesurable}\}$ est une tribu et μ^* est une mesure sur $\mathcal{M}(\mu^*)$

Question 3/7

Mesure extérieure de Lebesgue

Réponse 3/7

$$\mu_L^*(A) = \inf_{\substack{A \subset \bigcup_{n \in \mathbb{N}} P_n \\ P_n \text{ pavés ouverts}}} \left(\sum_{j \in \mathbb{N}} \text{vol}(P_j) \right)$$

Question 4/7

Lemme des classes monotones

Réponse 4/7

Si $\mathcal{C} \subset \mathcal{P}(X)$ stable par intersection finie alors

$$m(\mathcal{C}) = \sigma(\mathcal{C})$$

Question 5/7

$$m(\mathcal{C}) \text{ pour } \mathcal{C} \subset X$$

Réponse 5/7

$$\bigcap_{\substack{\mathcal{N} \text{ } \lambda\text{-système} \\ \mathcal{C} \subset \mathcal{N}}} \mathcal{N}$$

Question 6/7

Mesure extérieure

Réponse 6/7

μ^* est une mesure extérieure si

$$\mu^*(\emptyset) = 0$$

$$A \subset B \Rightarrow \mu^*(A) \leq \mu^*(B)$$

$$\mu^*\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) \leq \sum_{n=0}^{+\infty} \mu^*(A_n)$$

Question 7/7

$\mathcal{N} \subset \mathcal{P}(X)$ est une classe momotone (ou λ -algèbre)

Réponse 7/7

$$X \in \mathcal{N}$$

$$(A, B) \in \mathcal{N}^2, A \subset B \Rightarrow B \setminus A \in \mathcal{N}$$

$$(A_j) \in \mathcal{N}^{\mathbb{N}^*} \text{ croissante alors } \bigcup_{n \geq 1} A_j \in \mathcal{N}$$