Analyse
Calcul asymptotique

Question 1/26

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec les suites si (v_n) ne s'annule pas

Réponse 1/26

$$\exists(\mu_n),\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) minorée

Question 2/26

$$u_n = \mathrm{O}(1)$$

Réponse 2/26

(u_n) est borné

Question 3/26

$$u_n \sim v_n$$

Réponse 3/26

$$u_n = v_n + \mathrm{o}(v_n)$$

Question 4/26

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec O

Réponse 4/26

$$v_n = \mathrm{O}(u_n)$$

Question 5/26

Formule de Stirling

Réponse 5/26

$$n! \underset{+\infty}{\sim} \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{\mathrm{e}}\right)^n$$

Question 6/26

$$u_n \sim u'_n$$
$$a \in \mathbb{R}$$

Réponse 6/26

$$u_n^a \sim v_n^a$$

Question 7/26

$$u_n \sim u'_n \wedge v_n \sim v'_n$$

Réponse 7/26

$$u_n v_n \sim u'_n v'_n$$

Question 8/26

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec un encadrement

Réponse 8/26

$$\exists (M, M') \in (\mathbb{R}_+)^2,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0$$
$$M|v_n| \leqslant |u_n| \leqslant M'|v_n|$$

Question 9/26

Transitivité de o et O

Réponse 9/26

$$u_n = \mathrm{O}(v_n) \wedge v_n = \mathrm{O}(w_n) \Rightarrow u_n = \mathrm{O}(w_n)$$
$$u_n = \mathrm{o}(v_n) \wedge v_n = \mathrm{o}(w_n) \Rightarrow u_n = \mathrm{o}(w_n)$$
$$u_n = \mathrm{o}(v_n) \wedge v_n = \mathrm{O}(w_n) \Rightarrow u_n = \mathrm{o}(w_n)$$
$$u_n = \mathrm{O}(v_n) \wedge v_n = \mathrm{o}(w_n) \Rightarrow u_n = \mathrm{o}(w_n)$$

Question 10/26

Implication entre o et O

Réponse 10/26

$$u_n = \mathrm{o}(v_n) \Rightarrow u_n = \mathrm{O}(v_n)$$

Question 11/26

$$u_n = \mathrm{o}(1)$$

Réponse 11/26

(u_n) tend vers 0

Question 12/26

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec O et Ω

Réponse 12/26

$$u_n = \mathrm{O}(v_n) \wedge u_n = \Omega(v_n)$$

Question 13/26

$$u_n \sim u'_n \land v_n \sim v'_n$$
$$u_n = \mathrm{o}(v_n)$$

Réponse 13/26

$$u'_n = \mathrm{o}(v'_n)$$

Question 14/26

$$u_n = \mathrm{o}(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 14/26

$$\exists(\varepsilon_n),\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ u_n = \varepsilon_n v_n$$

$$\text{Avec } \lim_{n\to\infty}(\varepsilon_n) = 0$$

Question 15/26

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 15/26

$$\exists (\mu_n),\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ u_n = \mu_n v_n$$
$$\text{Avec } \forall n \in \mathbb{N},\ 0 < \varepsilon \leqslant \mu_n \leqslant M$$

Question 16/26

$$u_n = \mathrm{o}(v_n)$$

Définition avec un epsilon

Réponse 16/26

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ |u_n| \leqslant \varepsilon |v_n|$$

Question 17/26

Équivalent d'un polynôme P de degré
$d = \deg(P)$ et de monôme dominant $a_d X^d$

Réponse 17/26

$$P(n) \sim a_d n^d$$

Question 18/26

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec un minorant

Réponse 18/26

$$\exists M \in \mathbb{R}_+,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ |u_n| \geqslant M|v_n|$$

Question 19/26

$$u_n \sim u'_n \wedge v_n \sim v'_n$$

Avec (v_n) qui ne s'annule pas à partir d'un certain rang

Réponse 19/26

$$\frac{u_n}{v_n} \sim \frac{u'_n}{v'_n}$$

Question 20/26

Sommes de o et O

Réponse 20/26

$$u_n = \mathrm{o}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{o}(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = \mathrm{o}(w_n)$$
$$u_n = \mathrm{O}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{O}(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = \mathrm{O}(w_n)$$
$$u_n = \mathrm{o}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{O}(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = \mathrm{O}(w_n)$$
$$u_n = \mathrm{O}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{o}(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = \mathrm{O}(w_n)$$

Question 21/26

$$u_n = \mathrm{O}(v_n)$$

Définition avec un majorant

Réponse 21/26

$$\exists M \in \mathbb{R}_+,\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ |u_n| \leqslant M|v_n|$$

Question 22/26

$$u_n = \mathrm{O}(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 22/26

$$\exists(\mu_n),\ \exists n_0 \in \mathbb{N},\ \forall n \geqslant n_0,\ u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) bornée

Question 23/26

Équivalents classiques

Réponse 23/26

$$\ln(1+x) \underset{0}{\sim} x$$

$$e^x - 1 \underset{0}{\sim} x$$

Pour $a \neq 0$

$$(1+x)^a - 1 \underset{0}{\sim} ax$$

$$\sin(x) \underset{0}{\sim} x$$

$$\cos(x) - 1 \underset{0}{\sim} -\frac{x^2}{2}$$

$$\tan(x) \underset{0}{\sim} x$$

$$\mathrm{sh}(x) \underset{0}{\sim} x$$

$$\mathrm{ch}(x) - 1 \underset{0}{\sim} \frac{x^2}{2}$$

$$\mathrm{th}(x) \underset{0}{\sim} x$$

$$\arcsin(x) \underset{0}{\sim} x$$

$$\arctan(x) \underset{0}{\sim} x$$

Question 24/26

$$u_n = \ell + \mathrm{o}(1)$$

Réponse 24/26

$$\lim_{n \to \infty} (u_n) = \ell$$

Question 25/26

Produits de o et O

Réponse 25/26

$$u_n = \mathrm{o}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{o}(x_n) \Rightarrow u_n v_n = \mathrm{o}(w_n x_n)$$
$$u_n = \mathrm{O}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{o}(x_n) \Rightarrow u_n v_n = \mathrm{o}(w_n x_n)$$
$$u_n = \mathrm{o}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{O}(x_n) \Rightarrow u_n v_n = \mathrm{o}(w_n x_n)$$
$$u_n = \mathrm{O}(w_n) \wedge v_n = \mathrm{O}(x_n) \Rightarrow u_n v_n = \mathrm{O}(w_n x_n)$$
$$w_n \, \mathrm{o}(x_n) = \mathrm{o}(w_n x_n)$$
$$w_n \, \mathrm{O}(x_n) = \mathrm{O}(w_n x_n)$$

Question 26/26

$$u_n \sim v_n$$

Réponse 26/26

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 1$$