

Analyse

Calcul asymptotique

Question 1/26

$$u_n = o(1)$$

Réponse 1/26

(u_n) tend vers 0

Question 2/26

$$(u_n) \sim (v_n)$$

Réponse 2/26

$$u_n = v_n + o(v_n)$$

Question 3/26

$$(u_n) \sim (u'_n) \wedge (v_n) \sim (v'_n)$$

Avec (v_n) qui ne s'annule pas à partir d'un certain rang

Réponse 3/26

$$\left(\frac{u_n}{v_n}\right) \sim \left(\frac{u'_n}{v'_n}\right)$$

Question 4/26

Produits de o et O

Réponse 4/26

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = o(x_n) \Rightarrow u_n v_n = o(w_n x_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = o(x_n) \Rightarrow u_n v_n = o(w_n x_n)$$

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = O(x_n) \Rightarrow u_n v_n = o(w_n x_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = O(x_n) \Rightarrow u_n v_n = O(w_n x_n)$$

$$w_n o(x_n) = o(w_n x_n)$$

$$w_n O(x_n) = O(w_n x_n)$$

Question 5/26

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec un minorant

Réponse 5/26

$$\exists M \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \geq M|v_n|$$

Question 6/26

Équivalent d'un polynôme P de degré $d = \deg(P)$ et de monôme dominant $a_d X^d$

Réponse 6/26

$$(P(n)) \sim (a_d n^d)$$

Question 7/26

$$(u_n) \sim (v_n)$$

Réponse 7/26

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = 1$$

Question 8/26

$$u_n = O(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 8/26

$$\exists(\mu_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) bornée

Question 9/26

Sommes de o et O

Réponse 9/26

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = o(w_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = O(w_n)$$

$$u_n = o(w_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = O(w_n)$$

$$u_n = O(w_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n + v_n = O(w_n)$$

Question 10/26

$$u_n = O(v_n)$$

Définition avec un majorant

Réponse 10/26

$$\exists M \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \leq M|v_n|$$

Question 11/26

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 11/26

$$\exists(\mu_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \mu_n v_n$$

Avec $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < \varepsilon \leq \mu_n \leq M$

Question 12/26

$$(u_n) \sim (u'_n) \wedge (v_n) \sim (v'_n)$$

Réponse 12/26

$$(u_n v_n) \sim (u'_n v'_n)$$

Question 13/26

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec un encadrement

Réponse 13/26

$$\exists (M, M') \in (\mathbb{R}_+)^2, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0$$
$$M|v_n| \leq |u_n| \leq M'|v_n|$$

Question 14/26

$$(u_n) \sim (u'_n)$$

$$a \in \mathbb{R}$$

Réponse 14/26

$$(u_n^a) \sim (v_n^a)$$

Question 15/26

$$u_n = l + o(1)$$

Réponse 15/26

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = l$$

Question 16/26

Équivalents classiques

Réponse 16/26

$$(\ln(1+x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

$$(e^x - 1) \underset{0}{\sim}(x)$$

Pour $a \neq 0$

$$((1+x)^a - 1) \underset{0}{\sim}(ax)$$

$$(\sin(x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

$$(\cos(x) - 1) \underset{0}{\sim}\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

$$(\tan(x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

$$(\operatorname{sh}(x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

$$(\operatorname{ch}(x) - 1) \underset{0}{\sim}\left(\frac{x^2}{2}\right)$$

$$(\operatorname{th}(x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

$$(\arcsin(x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

$$(\arctan(x)) \underset{0}{\sim}(x)$$

Question 17/26

$$u_n = o(v_n)$$

Définition avec un epsilon

Réponse 17/26

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R}_+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |u_n| \leq \varepsilon |v_n|$$

Question 18/26

$$(u_n) \sim (u'_n) \wedge (v_n) \sim (v'_n)$$

$$u_n = o(v_n)$$

Réponse 18/26

$$u'_n = o(v'_n)$$

Question 19/26

$$u_n = o(v_n)$$

Définition avec les suites

Réponse 19/26

$$\exists(\varepsilon_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \varepsilon_n v_n$$

Avec $\lim_{n \rightarrow \infty} (\varepsilon_n) = 0$

Question 20/26

Transitivité de o et O

Réponse 20/26

$$u_n = O(v_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n = O(w_n)$$

$$u_n = o(v_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n = o(w_n)$$

$$u_n = o(v_n) \wedge v_n = O(w_n) \Rightarrow u_n = o(w_n)$$

$$u_n = O(v_n) \wedge v_n = o(w_n) \Rightarrow u_n = o(w_n)$$

Question 21/26

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec O

Réponse 21/26

$$v_n = O(u_n)$$

Question 22/26

$$u_n = O(1)$$

Réponse 22/26

(u_n) est borné

Question 23/26

Formule de Stirling

Réponse 23/26

$$(n!)_{+\infty} \sim \left(\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e} \right)^n \right)$$

Question 24/26

$$u_n = \Omega(v_n)$$

Définition avec les suites si (v_n) ne s'annule pas

Réponse 24/26

$$\exists(\mu_n), \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, u_n = \mu_n v_n$$

Avec (μ_n) minorée

Question 25/26

$$u_n = \Theta(v_n)$$

Définition avec O et Ω

Réponse 25/26

$$u_n = O(v_n) \wedge u_n = \Omega(v_n)$$

Question 26/26

Implication entre o et O

Réponse 26/26

$$u_n = o(v_n) \Rightarrow u_n = O(v_n)$$