Algèbre 1
Table des caractères

Question 1/7

Relations matricielles sur M_G

Réponse 1/7

$$M_G \times \mathrm{diag}(|C_1|, \cdots, |C_r|) \times M_G^* = |G| I_r$$

$$M_G^* M_G = \mathrm{diag}(|C_1|, \cdots, |C_r|)$$

En particulier, les colonnes sont orthogonales pour le produit scalaire hermitien

Question 2/7

Lien entre les sous-groupes distingués et les caractères

Réponse 2/7

Les sous-groupes distingués de G sont exactement les noyaux des caractères $\ker(\chi) = \{g \in G, \chi(g) = \chi(1)\}$

Question 3/7

Irréductibilité d'une torsion

Réponse 3/7

Si χ est un caractère irréductible et ε un caractère linéaire alors $\varepsilon\chi$ est un caractère irréductible

Question 4/7

Relations sur la première colonne

Réponse 4/7

$$|G| = \sum_{i=1}^{r} \left(\dim(V_i)^2 \right)$$

$$\dim(V_i) \mid |G|$$

Question 5/7

Propriété des colonnes de M_G en fonction des classes de conjugaison

Réponse 5/7

Si $C_i = C_i^{-1}$ alors la colonne i de M_G est réelle
En particulier, si tout élément est conjugué à son inverse alors M_G est réelle

Question 6/7

Lien entre les lignes de M_G

Réponse 6/7

Les lignes complexes sont deux à deux conjuguée
En particulier, si G admet une seule représentation irréductible de degré 1 alors son caractère est réel

Question 7/7

Table des caractères du groupe fini G

Réponse 7/7

$$M_G(\chi_i(C_j))_{(i,j)\in[\![1,r]\!]^2}$$

$\{C_1, \cdots, C_r\}$ les classes d'équivalence avec

$$C_1 = \{e\}$$

$\{\chi_1, \cdots, \chi_r\}$ les caractères irréductibles de G

dans $\mathbb{C}$ avec $\chi_1 = \mathbb{1}$