Analyse
Fonctions continues ou dérivables sur un intervalle

Question 1/13

Théorème de Rolle itéré

Réponse 1/13

Si $n \in \mathbb{N}^*$, $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$ et $f \in \mathcal{D}^n(]a,b[)$, et il existe $a \leqslant a_0 < \cdots < a_n \leqslant b$ tel que $f(a_0) = \cdots = f(a_n)$, alors il existe $c \in \,]a,b[$ tel que $f^{(n)}(c) = 0$

Question 2/13

Théorème de Rolle sur $\mathbb{R}$

Réponse 2/13

$$\text{Si } f \in \mathcal{D}^1(\mathbb{R}), \text{ et } \lim_{x \to -\infty} (f(x)) = \lim_{x \to +\infty} (f(x)),$$
$$\text{alors il existe } c \in \mathbb{R} \text{ tel que } f'(c) = 0$$

Question 3/13

Continuité uniforme

Réponse 3/13

$$\text{Si } X \subset \mathbb{R}$$
$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists \eta > 0,\ \forall (x, y) \in X^2$$
$$|x - y| < \eta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$$

Question 4/13

Compact

Réponse 4/13

$K \subset \mathbb{R}$ est un compact si de toute suite (k_n) de K, on peut extraire une suite convergente vers un élément de K

Question 5/13

Théorème de compacité

Réponse 5/13

Soit $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, alors f est bornée et atteint ses bornes

Question 6/13

Théorème de Rolle pour un intervalle infini d'un côté

Réponse 6/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a,+\infty[)$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a,+\infty[)$, et $f(a) = \lim\limits_{x \to +\infty}(f(x))$, alors il existe $c \in \,]a,+\infty[$ tel que $f'(c) = 0$

Question 7/13

Inégalité des acroissements finis

Réponse 7/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a,b[)$, M un majorant de f' sur $]a,b[$, m un minorant de f' sur $]a,b[$, alors

$$m(b-a) \leqslant f(b) - f(a) \leqslant M(b-a)$$

Question 8/13

Inégalité des acroissements finis dans $\mathbb{C}$

Réponse 8/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a,b[)$, M un majorant de $|f'|$ sur $]a,b[$, alors

$$|f(b) - f(a)| \leqslant M|b-a|$$

Question 9/13

Théorème des valeurs intermédiaires

Si $f \in \mathcal{C}^0(I)$, avec I un intervalle d'extrémités $(a, b) \in \overline{\mathbb{R}}$

Réponse 9/13

Si $f(a)f(b) < 0$, il existe $c \in]a, b[$ tel que

$$f(c) = 0$$

Pour tout $x \in \left] \inf_{x \in I}(f(x)), \sup_{x \in I}(f(x)) \right[$, il existe

$c \in]a, b[$ tel que $f(c) = x$

L'image d'un intervalle par f est un intervalle

Question 10/13

Homéomorphisme

Réponse 10/13

Si $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$, alors $f : A \to B$ est un homéomorphisme si c'est une application continue, bijective et dont la réciproque est continue

Question 11/13

Théorème de Rolle

Réponse 11/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a,b[)$, et $f(a) = f(b)$, alors il existe $c \in \,]a,b[$ tel que

$$f'(c) = 0$$

Question 12/13

Théorème des acroissements finis

Réponse 12/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a,b[)$, il existe $c \in]a,b[$ tel que $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$

Question 13/13

Théorème de Heine

Dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$

Réponse 13/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a,b])$, alors f est uniformément continue sur $[a,b]$