

Analyse
Fonctions continues ou
dérivables sur un
intervalle

Question 1/13

Théorème de Rolle

Réponse 1/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a, b[)$, et $f(a) = f(b)$, alors il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$

Question 2/13

Théorème des valeurs intermédiaires

Si $f \in \mathcal{C}^0(I)$, avec I un intervalle d'extrémités
 $(a, b) \in \overline{\mathbb{R}}$

Réponse 2/13

Si $f(a)f(b) < 0$, il existe $c \in]a, b[$ tel que
$$f(c) = 0$$

Pour tout $x \in \left[\inf_{x \in I} (f(x)), \sup_{x \in I} (f(x)) \right]$, il existe
 $c \in]a, b[$ tel que $f(c) = x$

L'image d'un intervalle par f est un intervalle

Question 3/13

Théorème de Rolle pour un intervalle infini
d'un côté

Réponse 3/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a, +\infty[)$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a, +\infty[)$, et $f(a) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$, alors il existe $c \in]a, +\infty[$ tel que $f'(c) = 0$

Question 4/13

Théorème de Rolle sur \mathbb{R}

Réponse 4/13

Si $f \in \mathcal{D}^1(\mathbb{R})$, et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$,
alors il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $f'(c) = 0$

Question 5/13

Homéomorphisme

Réponse 5/13

Si $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$, alors $f : A \rightarrow B$ est un homéomorphisme si c'est une application continue, bijective et dont la réciproque est continue

Question 6/13

Théorème de Rolle itéré

Réponse 6/13

Si $n \in \mathbb{N}^*$, $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ et $f \in \mathcal{D}^n(]a, b[)$, et il existe $a \leq a_0 < \cdots < a_n \leq b$ tel que $f(a_0) = \cdots = f(a_n)$, alors il existe $c \in]a, b[$ tel que $f^{(n)}(c) = 0$

Question 7/13

Inégalité des accroissements finis

Réponse 7/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a, b[)$, M un majorant de f' sur $]a, b[$, m un minorant de f' sur $]a, b[$, alors

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$$

Question 8/13

Compact

Réponse 8/13

$K \subset \mathbb{R}$ est un compact si de toute suite (k_n) de K , on peut extraire une suite convergente vers un élément de K

Question 9/13

Continuité uniforme

Réponse 9/13

Si $X \subset \mathbb{R}$

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0, \forall (x, y) \in X^2 \\ |x - y| < \eta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$$

Question 10/13

Inégalité des accroissements finis dans \mathbb{C}

Réponse 10/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a, b[)$, M un majorant de $|f'|$ sur $]a, b[$, alors

$$|f(b) - f(a)| \leq M|b - a|$$

Question 11/13

Théorème des bornes atteintes

Réponse 11/13

Soit $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ à valeurs dans \mathbb{R} , alors f est bornée et atteint ses bornes

Question 12/13

Théorème de Heine
Dans \mathbb{R} ou \mathbb{C}

Réponse 12/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$, alors f est uniformément continue sur $[a, b]$

Question 13/13

Théorème des accroissements finis

Réponse 13/13

Si $f \in \mathcal{C}^0([a, b])$ et $f \in \mathcal{D}^1(]a, b[)$, il existe $c \in]a, b[$ tel que $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$