

Algèbre
Réduction
d'endomorphisme

Question 1/13

Théorème de Cayley-Hamilton

Réponse 1/13

$$\pi_A \mid \chi_A$$

Question 2/13

Lien entre spectre et racines

Réponse 2/13

$$P(u) = 0 \Rightarrow \text{sp}(u) \subset \text{rac}(P(u))$$

Question 3/13

Expression de $\text{tr}(A)$ avec $\text{sp}(A)$

Réponse 3/13

$$\mathrm{tr}(A) = \sum_{\lambda \in \mathrm{sp}(A)} (\mu_{\lambda}(A) \lambda)$$

Question 4/13

u est diagonalisable

Critère avec les espaces propres

Réponse 4/13

$$E = \bigoplus_{\lambda \in \text{sp}(u)} (E_{\lambda}(u))$$

$$\dim(E) = \sum_{\lambda \in \text{sp}(u)} (\dim(E_{\lambda}(u)))$$

Question 5/13

Sous-espace caractéristique

Réponse 5/13

$$F_\lambda(u) = \ker \left((u - \lambda \text{id})^{\mu_\lambda(u)} \right)$$

Question 6/13

Lemme de décomposition des noyaux

Réponse 6/13

Si $(P_1, \dots, P_n) \in \mathbb{K}[X]^n$ et $\forall (i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$,
 $i \neq j \Rightarrow P_i \wedge P_j = 1$

$$\ker \left(\left(\prod_{k=1}^n (P_k) \right) (u) \right) = \bigoplus_{k=1}^n (\ker(P_k(u)))$$

Question 7/13

u est trigonalisable

Réponse 7/13

χ_u est scindé

$P(u) = 0$ avec P scindé

π_u est scindé

Question 8/13

$$\chi_A(X)$$

Réponse 8/13

$$\det(XI_n - A)$$

Question 9/13

Expression de $\det(A)$ avec $\text{sp}(A)$

Réponse 9/13

$$\det(A) = \prod_{\lambda \in \text{sp}(A)} (\lambda^{\mu_{\lambda}(A)})$$

Question 10/13

Coefficients de χ_A avec $\text{tr}(A)$ et $\det(A)$

Réponse 10/13

$$\chi_A(X) = X^n - \operatorname{tr}(A)X^{n-1} + \cdots + (-1)^n \det(A)$$

Question 11/13

u est diagonalisable

Critère avec χ_u et $\text{sp}(u)$

Réponse 11/13

$$\chi_u \text{ est indé et } \forall \lambda \in \text{sp}(u), \\ \dim(E_\lambda(u)) = \mu_\lambda(u)$$

Question 12/13

$\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$ dans \mathcal{B} adaptée à $\bigoplus_{\lambda \in \text{sp}(u)} (F_{\lambda}(u))$

Réponse 12/13

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 I_n + T_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_p I_n + T_p \end{pmatrix}$$
$$(T_1, \cdots, T_p) \in \mathcal{T}_n^{++}(\mathbb{K})$$

Question 13/13

u est diagonalisable

Critère avec un annulateur

Réponse 13/13

$P(u) = 0$ avec P scindé à racines simples
 π_u est scindé à racines simples