

# Théorie spectrale

## *Opérateurs normaux*

## Question 1/6

Lien entre le noyau et l'image d'un opérateur normal, et inversibilité de  $T \in \mathcal{B}(H)$  normal

## Réponse 1/6

$$\ker(T) = \ker(T^*) = \text{im}(T)^\perp = \text{im}(T^*)^\perp$$

De plus  $T$  est inversible si et seulement si  $T$  est borné inférieurement

## Question 2/6

$T \in \mathcal{B}(H)$  est autoadjoint

## Réponse 2/6

$$T = T^*$$

## Question 3/6

$T \in \mathcal{B}(H)$  est normal

# Réponse 3/6

$$TT^* = T^*T$$

## Question 4/6

Propriétés sur les normes de  $T \in \mathcal{B}(H)$

## Réponse 4/6

$$\begin{aligned}\|T^*\| &= \|T\| \\ \|T^*T\| &= \|T\|^2\end{aligned}$$

Si  $T$  est normal,  $\|T^n\| = \|T\|^n$

## Question 5/6

$T \in \mathcal{B}(H)$  est unitaire

# Réponse 5/6

$$T^* = T^{-1}$$

## Question 6/6

$T \in \mathcal{B}(H)$  est positif

# Réponse 6/6

$$T = T^* \text{ et } \langle Tx, x \rangle \geq 0$$