

Surfaces de Riemann

Fonctions elliptiques

Question 1/15

$$\operatorname{div}(f)$$

Réponse 1/15

$$\sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} \text{ord}_P(f)[P] \in \mathbb{Z}[\mathbb{C}/\Lambda]$$

Question 2/15

(U, φ) et (V, ψ) sont compatibles

Réponse 2/15

$\psi \circ \varphi^{-1} : \varphi(U \cap V) \rightarrow \psi(U \cap V)$ est un
biholomorphisme

Comme $\psi \circ \varphi^{-1}$ est bijective, cela revient à
avoir $\psi \circ \varphi^{-1}$ holomorphe

Question 3/15

Surface de Riemann

Réponse 3/15

Espace topologique séparé non vide muni d'un atlas complexe

Question 4/15

Propriétés de $\deg : \mathbb{Z}[G] \rightarrow \mathbb{Z}$

Réponse 4/15

$\deg: \sum_{g \in G} n_g[g] \mapsto \sum_{g \in G} n_g$ est un morphisme de groupes

Question 5/15

Diviseurs principaux

Réponse 5/15

$$\text{div}(\mathbb{C}(A)^\times) \subseteq \mathbb{Z}[\mathbb{C}/A]$$

Question 6/15

Pôles d'une fonction elliptiques

Réponse 6/15

Une fonction elliptique a deux pôles, comptés
avec multiplicité

Question 7/15

$f: U \rightarrow \mathbb{C}$ est holomorphe pour U un ouvert
d'une surface de Riemann X

Réponse 7/15

$f \circ \varphi_i^{-1} : \varphi_i(U \cap U_i) \rightarrow \mathbb{C}$ est holomorphe pour toute carte (U_i, φ_i)

Question 8/15

Sommes particulières pour les fonctions elliptiques

Réponse 8/15

$$\sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} \text{Res}_P(f) = 0$$

$$\sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} \text{ord}_P(f) = 0$$

$$\sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} P \text{Res}_[(P)]f = \in \Lambda$$

Question 9/15

$$\mathrm{Pic}(\mathbb{C}/\Lambda)$$

Réponse 9/15

$$\mathbb{Z}[\mathbb{C}/\Lambda]/\text{div}(\mathbb{C}(\Lambda)^\times)$$

Question 10/15

Carte complexe d'un espace topologique X

Réponse 10/15

(U, φ) avec $U \subseteq X$ ouvert et $\varphi: U \rightarrow V$ un homéomorphisme sur un ouvert V de \mathbb{C}

Question 11/15

CNS pour que $D = \sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} n_P[P]$ soit un diviseur principal

Réponse 11/15

$$\sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} n_P = 0 \text{ et } \sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} n_P P \in \Lambda$$

Ou bien $D \in I_\Lambda^2$

Question 12/15

Atlas complexe d'un espace topologique X

Réponse 12/15

Famille de cartes compatibles $((U_i, \varphi_i))_{i \in I}$ avec

$$X = \bigcup_{i \in I} U_i$$

Question 13/15

$$\mathrm{Pic}^0(\mathbb{C}/\Lambda)$$

Réponse 13/15

$$I_A / \text{div}(\mathbb{C}(A)^\times)$$

Question 14/15

Idéal d'augmentation de $\mathbb{Z}[G]$

Réponse 14/15

$$I_G = \ker(\deg)$$

Question 15/15

Théorème d'Abel–Jacobi

Réponse 15/15

$\text{Pic}^0(\mathbb{C}/\Lambda) \cong \mathbb{C}/\Lambda$ via

$$\left[\sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} n_P [P] \right] \mapsto \sum_{P \in \mathbb{C}/\Lambda} n_P P \text{ et } [P] - [0] \leftarrow P$$