Algèbre avancée
Produit tensoriel

Question 1/4

Liberté du produit tensoriel

Réponse 1/4

Si M est libre de base $(e_i)_{i\in I}$ et N est libre de base $(f_j)_{j\in J}$ alors $M \otimes N$ est libre de base $(e_i \otimes f_j)_{(i,j)\in I\times J}$

Question 2/4

Distributivité de $\otimes$ sur $\oplus$

Réponse 2/4

$$\left(\bigoplus_{i\in I} M_i\right) \otimes_A \left(\bigoplus_{j\in J} N_j\right) \cong \bigoplus_{(i,j)\in I\times J} (M_i \otimes_A N_j)$$

Question 3/4

$$u : M \times N \to P \text{ est } A\text{-bilinéaire}$$

Réponse 3/4

$$\begin{aligned} N &\longrightarrow P \\ y &\longmapsto u(x,y) \end{aligned} \quad \text{est linéaire pour tout } x \in M$$

$$\begin{aligned} M &\longrightarrow P \\ x &\longmapsto u(x,y) \end{aligned} \quad \text{est linéaire pour tout } y \in N$$

On note $\mathcal{L}_2(M \times N, P)$ les applications bilinéaires de $M \times N$ dans P

Question 4/4

PU du produit tensoriel

Réponse 4/4

Il existe un A-module P_0 et un morphisme $u : M \times N \to P_0$ bilinéaire, uniques à isomorphisme près, tel que pour toute application bilinéaire $u : M \times N \to P$, il existe une unique application linéaire $v : P_0 \to P$ tel que $u = v \circ u_0$

P_0 est noté $M \otimes_A N$ ou $M \otimes N$ lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté sur l'anneau A