Géométrie avancée
Formes différentielles

Question 1/8

$$\mathrm{A}(V)$$

Réponse 1/8

$$\bigoplus_{k\in\mathbb{N}} \mathrm{A}_k(V) \text{ où } \mathrm{A}_k(V) \text{ est l'espace vectoriel des formes } k\text{-linéaires alternées}$$

Question 2/8

Algèbre extérieure de V

Réponse 2/8

$$\bigwedge(V) = \mathrm{C}(V)/\,\mathrm{I}(V) \text{ où } \mathrm{C}(V) = \bigoplus_{k\in\mathbb{N}} V_{k,0} \text{ et}$$

$\mathrm{I}(V)$ est l'idéal bilatère de $\mathrm{C}(V)$ engendré par

$$\{v \otimes v, v \in V\}$$

$\bigwedge(V)$ est une algèbre graduée

$$\bigwedge^k(V) = V_{k,0}/\,\mathrm{I}_k(V) \text{ où } \mathrm{I}_k(V) = \mathrm{I}(V) \cap V_{k,0}$$

Question 3/8

$$\dim\left(\bigwedge^k(V)\right)$$

Réponse 3/8

$$\binom{d}{k} \text{ pour } d = \dim(V)$$

Question 4/8

Lien entre $u \wedge v$ et $v \wedge u$ pour $u \in \bigwedge^r(V)$ et $v \in \bigwedge^s(V)$

Réponse 4/8

$$u \wedge v = (-1)^{rs} v \wedge u$$

Question 5/8

Tenseur pur de $\mathrm{T}(V)$

Réponse 5/8

Tenseur de la forme

$$u_1 \otimes \cdots \otimes v_r \otimes u_1^* \otimes \cdots \otimes u_s^*$$

Question 6/8

Espace des tenseurs de type (r, s) associés à V

Réponse 6/8

$$V_{r,s} = V^{\otimes r} \otimes (V^*)^{\otimes s}$$

Question 7/8

Porpriété universelle de

$$\left(\bigwedge^k(V), \pi : V^k \to \bigwedge^k(V)\right)$$

Réponse 7/8

Pour tout $\mathbb{R}$-ev F et tout $\varphi V^k \to F$ application k-linéaire alternée, il existe une unique application $\overline{\varphi}\colon \bigwedge^k(V) \to F$ linéaire telle que $\overline{\varphi} \circ \pi = \varphi$

Question 8/8

Algèbre tensorielle de V

Réponse 8/8

$$\mathrm{T}(V) = \bigoplus_{r,s\in\mathbb{N}} V_{r,s}$$

C'est une algèbre associative (bi-)graduée et les tenseurs de $V_{r,s}$ sont appelés tenseurs homogènes de (bi-)degré (r, s)