Groupes localement compacts

Groupes localement compacts

Question 1/12

Théorème de Kakutani-Kodaira

Réponse 1/12

Soit G un groupe localement compact et σ-compact, alors pour tout voisinage U de 1, il existe un sous-groupe normal dans G tel que $K \subset U$ et G/K est métrisable (et G/K est donc séparable)

Question 2/12

CNG pour avoir un groupe profini

Réponse 2/12

G est compact et totalement discontinu

Question 3/12

Espace σ-compact

Réponse 3/12

Espace X tel que $X = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} K_n$ avec les K_n compacts

Question 4/12

$$\text{Propriété de } \mathrm{Co}_G(H) = \bigcap_{g \in G} gHg^{-1}$$

Réponse 4/12

$$\mathrm{Co}_G(H) \text{ est d'indice fini dans } G \text{ et}$$
$$\mathrm{Co}_G(H) \leqslant H$$

Question 5/12

Théorème de van Dantzig

Réponse 5/12

Si G est un groupe localement compact totalement discontinu alors pour tout voisinage U de 1 dans G, il existe un sous-groupe V compact et ouvert de G et tel que $V \subset U$

Question 6/12

Propriétés d'un sous-groupe fermé d'un groupe localement compact

Réponse 6/12

Si G est localement compact et $H \leqslant G$ est ouvert alors H est d'indice fini

Question 7/12

CNS de X séparable si X est métrisable et localement compact

Réponse 7/12

X admet une base dénombrable d'ouverts

X est σ-compact

Question 8/12

Isomorphisme de groupes topologiques

Réponse 8/12

G_1 et G_2 sont isomorphes s'il existe $\varphi : G_1 \to G_2$ qui est morphisme de groupes et un homéomorphisme

Question 9/12

Propriétés des sous-groupes d'un groupe localement compact et σ-compact

Réponse 9/12

Si H est un sous-groupe ouvert de G alors H st d'indice au plus dénombrable

Si H est un sous-groupe fermé de G alors H est ouvert

Question 10/12

Propriétés d'un sous-groupe fermé d'un groupe localement compact

Réponse 10/12

Si G est localement compact et $H \leqslant G$ est fermé alors H et G/H sont localement compacts

En particulier, si H est dintingué dans G alors G/H est un groupe localement compact

Question 11/12

Groupe profini

Réponse 11/12

G est profini s'il est isomorphe (en tant que groupe topologique) à un sous-groupe fermé d'un produit de groupes finis

Question 12/12

Groupe localement compact

Réponse 12/12

Groupe dont la topologie associée est localement compacte