

Algèbre 2

Extensions séparables

Question 1/5

CNS pour $P' = 0$ pour $P \in \mathbb{K}[X]$, $\text{car}(K) = 0$

Réponse 1/5

Il existe $S \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P(X) = S(X^p)$

Il existe $Q \in \mathbb{K}^a[X]$ tel que $P = Q^p$, c'est vrai

pour Q tel que $Q^\sigma = S$ où

$$\left(\sum_{i=1}^n c_i X^i\right)^\sigma = \sum_{i=1}^n c_i^p X^i$$

Question 2/5

Polynôme séparable

Polynôme inséparable

Polynôme totalement inséparable

Réponse 2/5

P est séparable si $P' \neq 0$

P est inséparable si $P' = 0$

P est purement inséparable si $P = (X_a)^{p^n}$ avec
 $a \in \mathbb{K}^a$

Question 3/5

\mathbb{K} est parfait

Réponse 3/5

\mathbb{K}^a/\mathbb{K} est séparable

Tout corps de caractéristique nulle est
séparable

Question 4/5

CNS pour \mathbb{K} parfait
 $\text{car}(\mathbb{K}) = p > 0$

Réponse 4/5

frob_p est surjectif

En particulier, si $\mathbb{K} = \mathbb{K}^a$ ou \mathbb{K} est fini, \mathbb{K} est parfait

Question 5/5

$a \in \mathbb{K}^a$ est séparable

$a \in \mathbb{K}^a$ est inséparable

$a \in \mathbb{K}^a$ est totalement inséparable

Réponse 5/5

$P_{\alpha, \mathbb{K}}$ l'est