

**Groupes localements  
compacts**

***Groupes localement  
compacts***

## Question 1/9

CNG pour avoir un groupe profini

## Réponse 1/9

$G$  est compact et totalement discontinu

## Question 2/9

$$\text{Propriété de } \text{Co}_G(H) = \bigcap_{g \in G} gHg^{-1}$$

## Réponse 2/9

$\text{Co}_G(H)$  est d'indice fini dans  $G$  et

$$\text{Co}_G(H) \leq H$$

## Question 3/9

Groupe profini

## Réponse 3/9

$G$  est profini s'il est isomorphe à un sous-groupe fermé d'un produit de groupes finis

Il existe  $(F_i)_{i \in I}$  finis et un morphisme

$$\varphi: G \rightarrow \prod_{i \in I} F_i \text{ injectif et continu tel que } \varphi(G)$$

soit un sous-groupe fermé de  $\prod_{i \in I} F_i$  et

$\varphi: G \rightarrow \varphi(G)$  soit un homéomorphisme

## Question 4/9

Propriétés d'un sous-groupe fermé d'un groupe  
localement compact



## Réponse 4/9

Si  $G$  est localement compact et  $H \leqslant G$  est fermé alors  $H$  et  $G/H$  sont localement compacts

En particulier, si  $H$  est distingué dans  $G$  alors  $G/H$  est un groupe localement compact

## Question 5/9

Théorème de van Dantzig

## Réponse 5/9

Si  $G$  est un groupe localement compact totalement discontinu alors pour tout voisinage  $U$  de 1 dans  $G$ , il existe un sous-groupe  $V$  compact et ouvert de  $G$  et tel que  $V \subset U$

## Question 6/9

Espace  $\sigma$ -compact

## Réponse 6/9

Espace  $X$  tel que  $X = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} K_n$  avec les  $K_n$   
compacts

## Question 7/9

Propriétés des sous-groupes d'un groupe  
localement compact et  $\sigma$ -compact

## Réponse 7/9

Si  $H$  est un sous-groupe ouvert de  $G$  alors  $H$   
est d'indice au plus dénombrable

Si  $H$  est un sous-groupe fermé de  $G$  alors  $H$   
est ouvert

## Question 8/9

Groupe localement compact



## Réponse 8/9

Groupe dont la topologie associée est  
localement compacte

## Question 9/9

Propriétés d'un sous-groupe fermé d'un groupe  
localement compact

## Réponse 9/9

Si  $G$  est localement compact et  $H \leqslant G$  est ouvert alors  $H$  est d'indice fini