

Algèbre avancée
Anneaux de type fini
sur les anneaux
principaux

Question 1/3

Théorème de la forme normale de Smith

Réponse 1/3

Si M est une matrice de $\mathcal{M}_{m,n}(A)$ alors il existe $P \in \text{GL}_m(A)$ et $Q \in \text{GL}_n(A)$ telles que

$$PMQ \text{ est de la forme } \left(\begin{array}{ccc|c} d_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & d_r & 0 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & 0 \end{array} \right) \text{ avec}$$

$$d_1 \mid \cdots \mid d_r \text{ non nuls}$$

Question 2/3

Sous-modules de A -modules libres

Réponse 2/3

Un sous-module d'un A module de rang n est
libre de rang au plus n

En particulier, tout sous-module d'un module
de type fini est de type fini, et même de
présentation finie

Question 3/3

Théorème de structure des A -modules de type fini

Réponse 3/3

Si V est un A -module de type fini alors

$$V \cong A^s \oplus \bigoplus_{i=1}^r A/(d_i) \text{ avec } d_1 \mid \cdots \mid d_r \text{ non nuls}$$