

Algèbre 2

Extensions radicales

Question 1/2

Lien entre $\text{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})$ et $\text{GL}_2(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$
 $\mathbb{L} = \mathbb{D}_{\mathbb{K}}(X^n - a)$

Réponse 1/2

$$\rho: \text{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K}) \longrightarrow \text{GL}_2(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$$

$$\sigma \longmapsto \begin{pmatrix} \chi_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}(\sigma) & c(\sigma) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$c(\sigma)$ est l'entier tel que $\sigma(\zeta_n) = \zeta_n^{c(\sigma)}$

Question 2/2

Caractère cyclotomique $\chi_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}$
 $\mathbb{L} = \mathbb{D}_{\mathbb{K}}(X^n - a)$

Réponse 2/2

Application $\chi_{\mathbb{K}/\mathbb{L}} : \text{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K}) \rightarrow (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$ vu
comme composition du morphisme
cyclotomique sur l'extension kummérienne
 $\mathbb{K}(\zeta_n)/\mathbb{K}$ et du morphisme de restriction
 $\text{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K}) \rightarrow \text{Gal}(\mathbb{K}(\zeta_n)/\mathbb{K})$