Algèbre 2
Extensions séparables

Question 1/5

CNS pour $P' = 0$ pour $P \in \mathbb{K}[X]$, $\mathrm{car}(K) = 0$

Réponse 1/5

Il existe $S \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P(X) = S(X^p)$

Il existe $Q \in \mathbb{K}^{\text{a}}[X]$ tel que $P = Q^p$, c'est vrai

pour Q tel que $Q^\sigma = S$ où

$\left(\sum i = 1nc_iX^i\right)^\sigma = \sum i = 1nc_i^pX^i$

Question 2/5

$$a \in \mathbb{K}^{\mathrm{a}} \text{ est séparable}$$

$$a \in \mathbb{K}^{\mathrm{a}} \text{ est inséparable}$$

$$a \in \mathbb{K}^{\mathrm{a}} \text{ est totalement inséparable}$$

Réponse 2/5

$P_{\alpha,\mathbb{K}}$ l'est

Question 3/5

Polynôme séparable

Polynôme inséparable

Polynôme totalement inséparable

Réponse 3/5

$$P \text{ est séparable si } P' \neq 0$$
$$P \text{ est inséparable si } P' = 0$$
$$P \text{ est pûrement inséparable si } P = (X_a)^{p^n} \text{ avec}$$
$$a \in \mathbb{K}^{\mathrm{a}}$$

Question 4/5

$\mathbb{K}$ est parfait

Réponse 4/5

$\mathbb{K}^{\mathrm{a}}/\mathbb{K}$ est séparable

Tout corps de caractéristique nulle est séparable

Question 5/5

CNS pour $\mathbb{K}$ parfait

$$\mathrm{car}(\mathbb{K}) = p > 0$$

Réponse 5/5

frob_p est surjectif

En particulier, si $\mathbb{K} = \mathbb{K}^{\mathrm{a}}$ ou $\mathbb{K}$ est fini, $\mathbb{K}$ est parfait