Algèbre avancée
Localisation

Question 1/11

Propriétés des modules projectifs de A un anneau local

Réponse 1/11

Tout module projectif de type fini est libre
Ce résultat reste vrai même si P n'est pas de type fini (Kaplansky)

Question 2/11

A est local

Réponse 2/11

A est local s'il possède un unique idéal maximal

Question 3/11

Propriétés de $(x_1, \cdots, x_n)$ si $(\overline{x_1}, \cdots, \overline{x_n})$ est une base de $M/\mathfrak{m}M$ en tant que $A/\mathfrak{m}$-espace vectoriel pour $(A, \mathfrak{m})$ un anneau local et M un module de type fini

Réponse 3/11

C'est une famille génératrice de M en tant que A-module

Question 4/11

Corps résiduel

Réponse 4/11

$\Bbbk = A/\mathfrak{m}$ est le corps résiduel de $(A, \mathfrak{m})$ local

Question 5/11

Localisé de A en $\mathfrak{p}$

Réponse 5/11

Si $\mathfrak{p}$ est un idéal premier de A, le localisé de A en $\mathfrak{p}$ est $A_{\mathfrak{p}} = S^{-1}A$ pour $S = A \setminus \mathfrak{p}$

Question 6/11

CNS pour que A soit local d'idéal maximal I

Réponse 6/11

$$A^{\times} = A \setminus I$$

Question 7/11

Propriétés du localisé de A en $\mathfrak{p}$

Réponse 7/11

C'est un anneau local d'idéal maximal $\mathfrak{m} = \left\{ \dfrac{a}{s} \in A_{\mathfrak{p}}, a \in \mathfrak{p}, s \notin \mathfrak{p} \right\}$ et $A_{\mathfrak{p}}/\mathfrak{m} \cong \mathrm{Frac}(A)$

Question 8/11

$$S^{-1}A$$

Réponse 8/11

Anneau $A \times S/\sim$ où $(a, s) \sim (a', s')$ si et seulement s'il existe $t \in S$ tel que $t(sa' - s'a) = 0$

Question 9/11

Lemme de Nakayama

Réponse 9/11

Si $(A, \mathfrak{m})$ est un anneau local et M est un A-module de type fini tel que $\mathfrak{m}M = M$ alors $M = \{0\}$

Question 10/11

S est une partie multiplicative de A

Réponse 10/11

$$1 \in S \text{ et si } (x, y) \in S^2 \text{ alors } xy \in S$$

Question 11/11

PU de l'anneau des fractions

A un anneau, S une partie multiplicative de A

Réponse 11/11

Soit $\varphi : A \to S^{-1}A$ le morphisme canonique, alors pour tout anneau B et tout morphisme $\psi : A \to B$ tel que $\psi(S) \subseteq B^{\times}$, il existe un unique morphisme d'anneaux $\widetilde{\psi}$ tel que

$$\psi = \widetilde{\psi} \circ \varphi$$

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[rr, "\psi"'] \arrow[dr, "\varphi"] & & B \\
& S^{-1}A \arrow[ur, dashed, "\widetilde{\psi}"] &
\end{tikzcd}$$