

PMR2360 - Exercício

Vítor Matosinho Martins

nº USP: 5463225

Prof Mauricio

20 de novembro de 2011

1 Fator de Forma

O fator de forma F_{ij} é definido como a fração da radiação que deixa a superfície i que é interceptada pela superfície j . Considerando as superfícies A_i e A_j orientadas arbitrariamente conforme a figura 1

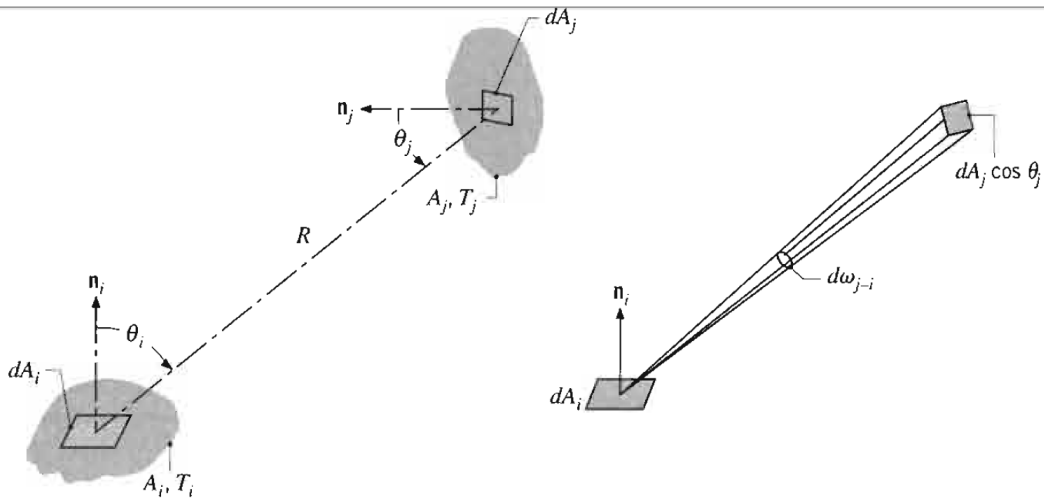


Figura 1: Fator de forma associado com a troca de radiação entre elementos de superfície de área dA_i e dA_j

Áreas elementares em cada superfície dA_i e dA_j são conectadas por uma reta de comprimento R , formando ângulos polares θ_i e θ_j com relação às normais \mathbf{n}_i e \mathbf{n}_j . Os valores de R , θ_i e θ_j variam de acordo com as posições das áreas elementares dA_i e dA_j .

A taxa na qual a radiação deixa dA_i e é interceptada por dA_j é definida como :

$$dq_{i \rightarrow j} = I_i \cos(\theta_i) dA_i d\omega_{j-i}$$

Onde:

- I_i é a intensidade da radiação que deixa a superfície i
- $d\omega_{j-i}$ é o ângulo sólido subtendido por dA_j visto de dA_i

Sendo $d\omega_{j-i} = (\cos \theta_i \cos \theta_j) / R^2$, segue que:

$$dq_{i \rightarrow j} = I_i \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{R^2} dA_i dA_j$$

Se a superfície i emite e reflete difusamente ($J = \pi I_{e+r}$), temos:

$$dq_{i \rightarrow j} = J_i \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

A taxa total na qual a radiação deixa a superfície i e é interceptada por j é obtida, portanto, integrando-se sobre as duas superfícies:

$$q_{i \rightarrow j} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

Onde J_i é considerada uniforme sobre a superfície A_i .

Da definição de fator de forma como sendo a fração da radiação que deixa A_i e chega em A_j :

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{A_i J_i}$$

Temos que o fator de forma é definido por:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

2 Troca Radiante entre Superfícies

Seja q_i a taxa *líquida* na qual a radiação deixa uma superfície i , representada por:

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \quad (1)$$

A irradiação da superfície i pode ser calculada a partir das radiosidades de todas as superfícies no invólucro. Em particular, da definição de *fator de forma*, a taxa total de radiação atingindo a superfície i oriunda de todas as superfícies, incluindo i é:

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^N F_{ji} A_j J_j$$

Ou, usando a relação de reciprocidade,

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} J_j \quad (2)$$

Eliminando a área A_i e substituindo 2 em 1

$$q_i = A_i \left(J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \right) \quad (3)$$

Seja a relação da Regra do Somatório:

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (4)$$

De 4 em 3:

$$q_i = A_i \left(\sum_{j=1}^N F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \right)$$

Logo, usando a propriedade de linearidade da somatória

$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^N q_{ij} \quad (5)$$

Ou seja, a taxa *líquida* na qual a radiação deixa uma superfície i equivale à soma das componentes q_{ij} relativas à troca radiativa com outras superfícies. Fazendo uma analogia a um circuito elétrico com seus vários componentes (figura 2), temos:

- $(J_i - J_j) =$ potencial motriz
- $(A_i F_{ij}) =$ resistência espacial ou geométrica

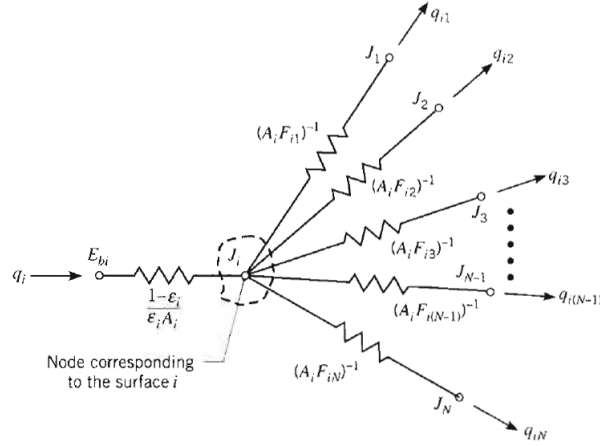


Figura 2: representação do circuito equivalente

Seja agora q_i definida como:

$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \epsilon_i)/\epsilon_i A_i} \quad (6)$$

Em que ϵ_i é a *emissividade hemisférica total* da superfície i , J_i é a *radiosidade* da superfície, e E_b o *poder emissivo hemisférico total de um corpo negro*.

Combinando as equações 6 e 5, temos:

$$\frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \epsilon_i)/\epsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{(J_i - J_j)}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (7)$$

A equação 7 representa o balanço de radiação para o *nó* da radiosidade associado com a superfície i (figura 2). É especialmente útil quando a temperatura T_i (e portanto E_{bi}) da superfície é conhecida.

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{(J_i - J_j)}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (8)$$

A equação 8 é especialmente importante quando a *taxa de transferência líquida de radiação na superfície* é conhecida.