Projeto Mecatrônica

Notas de Aula do Curso
PMR2370

Vitor M. Martins
Régis S. Santos

Sumário

1 Prefácio

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1.1 Equações

Goodman

$$\frac{\eta\sigma_a}{\sigma_f} + \frac{\eta\sigma_m}{\sigma_t} = 1 \tag{1.1}$$

ASME

$$\left(\frac{\eta\sigma_a}{\sigma_f}\right)^2 + \left(\frac{\eta\sigma_m}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1 \tag{1.2}$$

Gerber

$$\left(\frac{\eta\sigma_a}{\sigma_f}\right)^2 + \left(\frac{\eta\sigma_m}{\sigma_t}\right)^2 = 1 \tag{1.3}$$

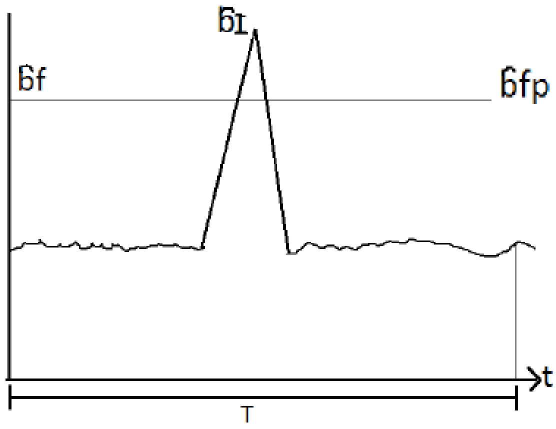


Figura 1.1

1.2 Dano Cumulativo

Palmgren - Miner

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{n_i}{N_i} = 1$$

n = 3000 ciclos @ 480 MPa

$$\sigma_a = 540 - \frac{(540 - 270)}{3}\left[\log(N) - 3\right]$$

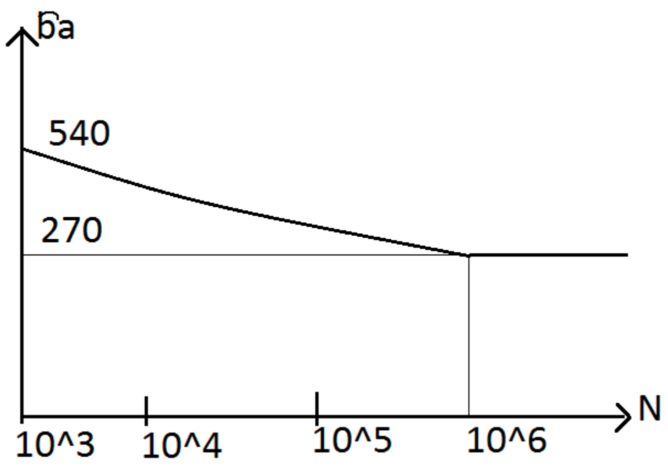


Figura 1.2

1.3 Enunciado

$$F_r = F_T \operatorname{tg}(\alpha)$$
$$ECDR$$
$$\alpha = 20^{\circ}$$

- σ_t=630 MPa $\quad$ σ_{esc}=420 MPa
- confiança 99%
- Acoplamento Superficial: retificado / torneado
- R = 1 mm $\quad$ N = 66 W $\quad$ n = 600 rpm

Solução

$$N = M_t \omega$$
$$6 = M_t \frac{600\pi}{30}$$
$$M_t = 95Nm$$

$$F_{T,A} = \frac{M_t}{d_A/2} = \frac{95}{0.15/2} = 1267N$$

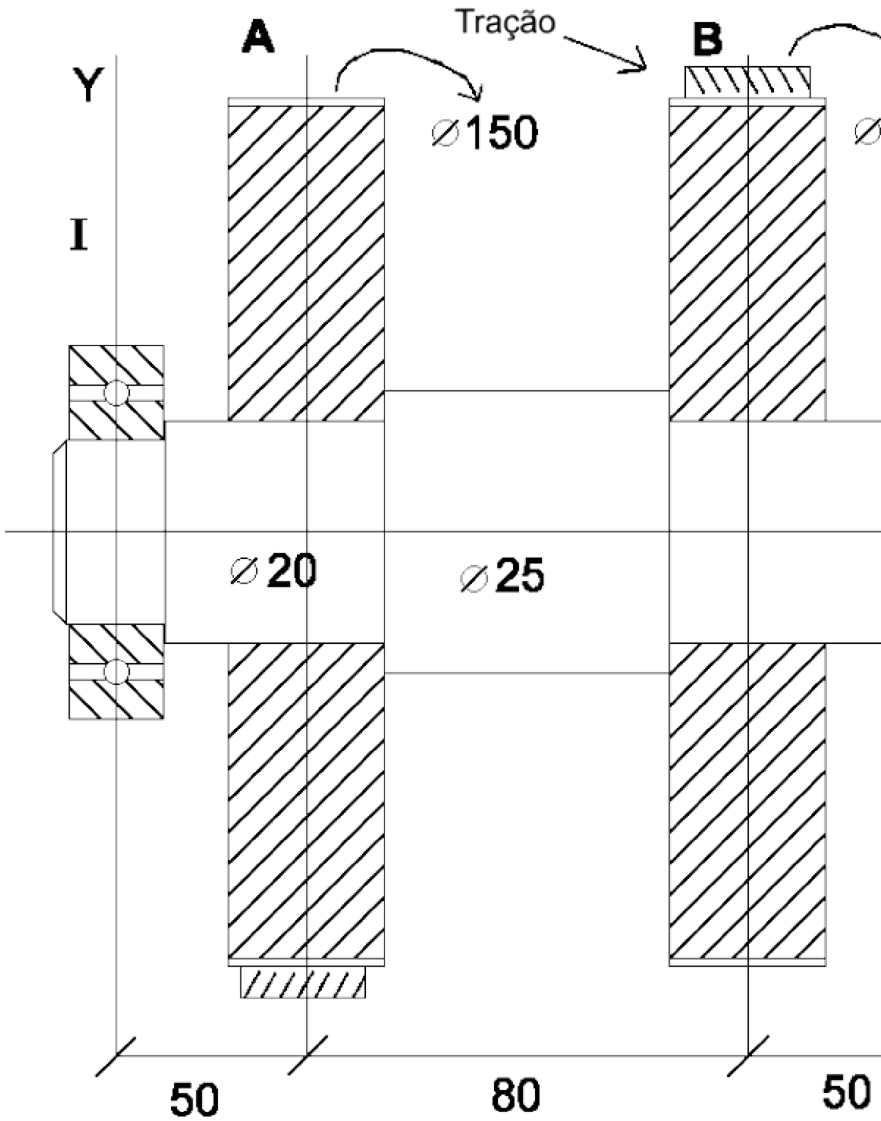


Figura 1.3

$$F_{T,B} = \frac{M_t}{d_B/2} = \frac{95}{0.21/2} = 905N$$
$$F_{R,A} = F_{T,A}\,\mathrm{tg}(\alpha) = 461N$$
$$F_{R,B} = F_{T,B}\,\mathrm{tg}(\alpha) = 329N$$

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$

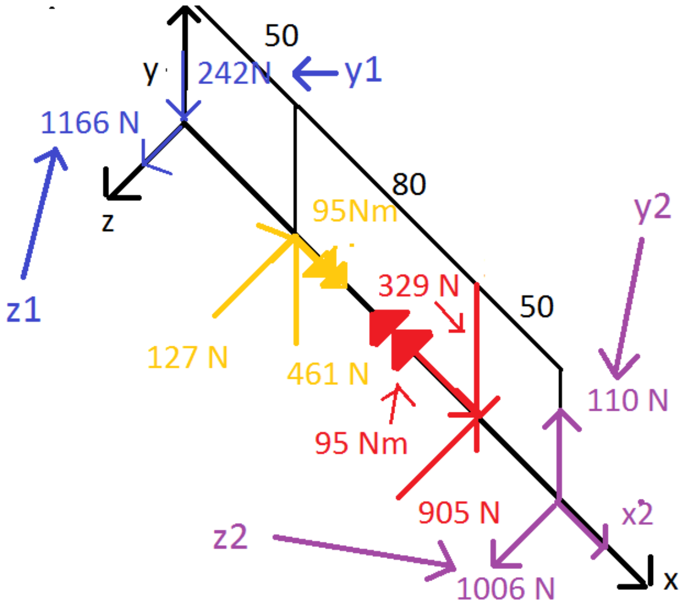


Figura 1.4

$$X_{II} = 0$$

$$y_I + 461 - 329 + y_{II} = 0$$

$$y_I + y_{II} = -132(N)$$

$$\sum F_z = 0$$

$$z_I - 1267 - 905 + z_{II} = 0$$

$$\sum M_{yII} = 0$$

$$Z_I * 180 - 1267 * 130 - 905 * 50 = 0$$

$$Z_1 = 1166N$$

$$Z_2 = 1006N$$

$$\sum M_{zII} = 0$$

$$y_I * 180 + 461 * 130 - 329 * 50 = 0$$

$$y_1 = -242N$$

$$y_2 = 110N$$

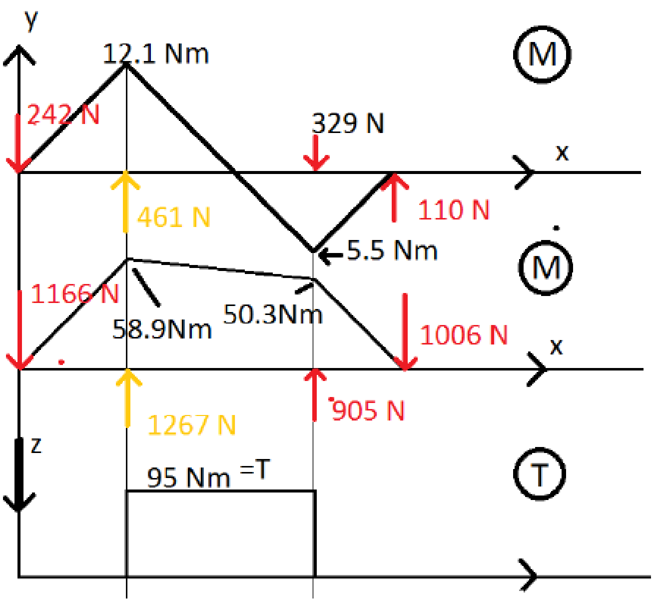


Figura 1.5

Apesar dos momentos máximos atuarem no meio do comprimento da engrenagem, a favor da segurança vamos assumir que esses esforços se encontram na região de concentraçao de tensão.

Acabamento superficial retificado

$$\sigma_t = 630MPa$$

$$\sigma_y = 420MPa$$

$$\sigma^1 = \frac{32M}{\pi d^3} K_\sigma$$

$$\tau^2 = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$k_{t,\tau} = 2.0 \qquad q = 0.9$$

$$k_\tau = 1 + (2-1) * 0.9 = 1.9$$

$$\sigma_a = \frac{32 * 59.5 * 10^3 * 1.9}{\pi * 20^3} = 143.5Mpa$$

[1] variável
[2] constante

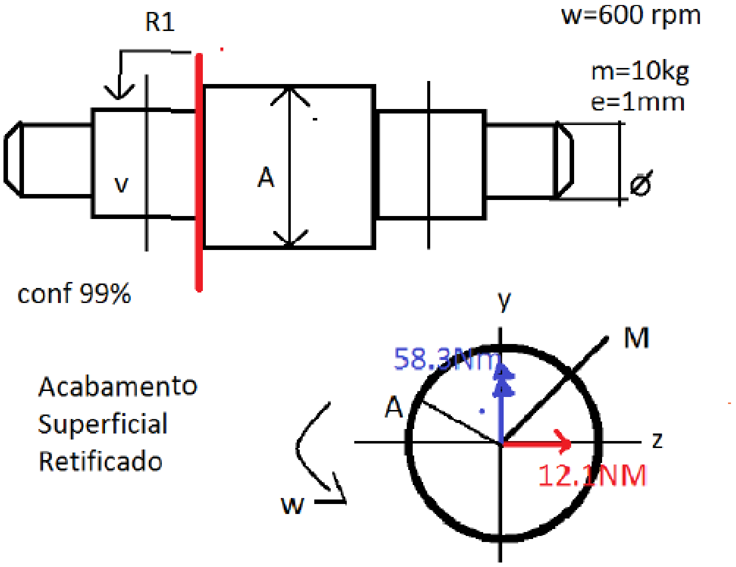


Figura 1.6

$$\tau_m = \frac{16 * 95 * 10^3}{\pi * 20^3} = 60,5Mpa$$

$$(\frac{\eta\sigma_a}{\sigma_{fp}})^2 + (\frac{\eta\sigma_m}{\sigma_y})^2 = 1$$

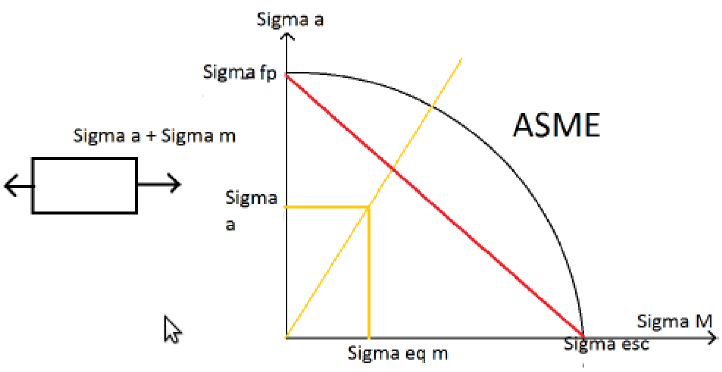


Figura 1.7

η = fator de segurança

$$\sigma_{eqa} = \sigma_a = 143.5Mpa$$
$$\sigma_{eqm} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2} = \sqrt{1.8^2 + 3 * 60.5^2} = 105Mpa$$

Conf.	Kconf
80%	1
90%	0.897
99%	0.814
99.9%	0.753

$$\sigma_{fp} = 198MPa$$

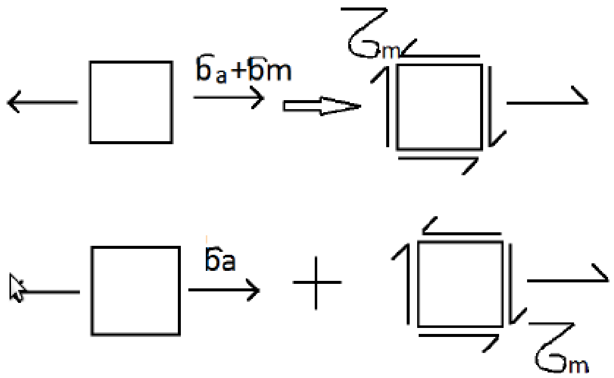


Figura 1.8

$$k_{tam} = \left\{(d * 7.62)^{-0.107}; 2.80 <= d_1 <= 51mm\right\}$$
$$k_{tam} = \left\{1.51 * d^{-0.157}; d > 51mm\right\}$$

$$\sigma_{eq,a} = \sigma_a = 143.5MPa$$
$$\sigma_{eq,m} = \sqrt{3}\tau_m = 104.8MPa$$
$$\sigma_{fp} = \sigma_f k_{os} k_{conf} k_{tam} k_\theta = \frac{\sigma}{2} * 0.86 * 0.814 * 0.9 * 1$$
$$\eta^2[(\frac{143.5}{198})^2 + (\frac{104.8}{420})^2] = 1$$
$$\eta^2 = 1.7$$
$$\eta = 1.3$$

Soderberg

$$\eta\frac{\sigma_a}{\sigma_{fp}} + \eta\frac{\sigma_m}{\sigma_y} = 1$$
$$\eta = 1.04$$

Hipótese:

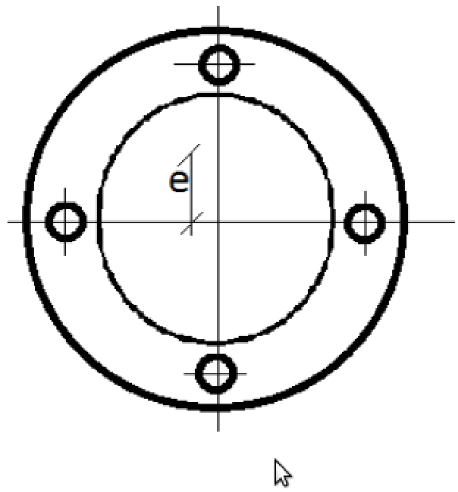
$$\sigma_a = \frac{32M_e}{\pi d^3}K_\sigma$$
$$\tau_a = \frac{16T_a}{\pi d^3}K_\tau$$
$$\sigma_m = \frac{32M_m}{\pi d^3}$$
$$\tau_m = \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

n=600 rpm, m = 10 kg, e = 1mm

engrenagem desbalanceada

$$\sigma_{db} = \frac{32M_{db}}{\pi d^3} = 1.8MPa$$

$$\sigma_{eq,m} = \sqrt{3\tau_m^2 + \sigma_m^2} = 10.5MPa$$



$$: F_c = m\omega^2 e = 10 * 63^2 * 1 * 10^{-3}$$

Figura 1.9

Assumindo agora:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fp}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_y} = \frac{1}{\eta}$$

Hipótese

- σ flexão
- τ torção

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$
$$\sigma_{eq,m} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$
$$\sigma_a = \frac{32M_a}{\pi d^3} k_\tau$$
$$\tau_a = \frac{16T_a}{\pi d^3} k_\tau$$

$$\sigma_{eq,a} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{4M_a^2 k_\tau^2 + 3T_a^2 k_\tau^2}$$

$$\sigma_{eq,m} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{4M_m^2 k_\tau^2 + 3T_m^2 k_\tau^2}$$

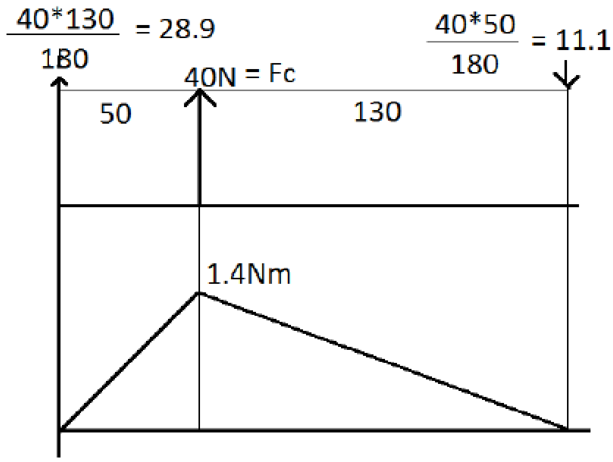


Figura 10: Diagrama de Momento

Figura 1.10

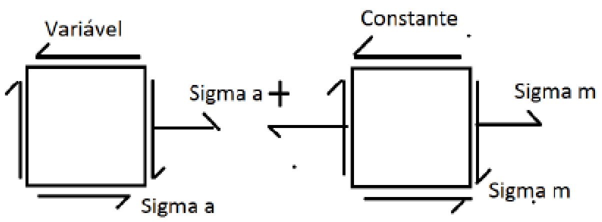


Figura 11: Hipóteses de flexão e torção

Figura 1.11

$$\frac{16}{\pi d^3}\left[\frac{\sqrt{4M_a^2k_\tau^2+3T_a^2k_\tau^2}}{\sigma_{fp}}+\frac{\sqrt{4M_m^2k_\tau^2+3T_m^2k_\tau^2}}{\sigma_y}\right]=\frac{1}{\eta}$$

Com $\eta = 1.5$, pelo critério de Soderberg

$$d=\left[\frac{16}{\pi}\left(\frac{\sqrt{4M_a^2k_\tau^2+3T_a^2k_\tau^2}}{\sigma_{fp}}+\frac{\sqrt{4M_m^2k_\tau^2+3T_m^2k_\tau^2}}{\sigma_y}\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

ASME

$$d = \left[\left(\frac{16}{\pi} \right)^2 \left(\left(\frac{\sqrt{4M_a^2 k_\tau^2 + 3T_a^2 k_\tau^2}}{\sigma_{fp}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{4M_m^2 k_\tau^2 + 3T_m^2 k_\tau^2}}{\sigma_y} \right)^2 \right) \right]^{\frac{1}{6}}$$

Fórmulas de WestingHouse para cálculo de eixo

1.4 Engrenagens

Classificação

- Posição dos eixos
- Formato do Blanck
- Orientação dos Dentes

Paralelos	Cilíndrico	Reto Helicoidal
Interceptam	Cônico	Reto Helicoidal
Reversos	Hiperbólico Cilíndrico	Helicoidal

1.5 Cinemática

Ação de Perfis Conjugados

1. movimento de saída
2. movimento de entrada
3. geometria dos perfis

Relação de transmissão constante

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

1. motor
2. movido

$$\frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}}\ cte$$
$$V_1 = V_2$$
$$\omega_1\overline{O_1P} = \omega_2\overline{O_2P}$$
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = cte$$

Evolvente de círculo: ponto de uma reta que rola sem escorregar sobre uma circunferência de base.

Fabricação → Processo de geração

Geometria ECDR

p = passo (medido em arco)
πd=z $\times$ p
z = n^o de dentes
d = diâmetro primitivo

$$d = z \times \frac{p}{\pi}$$

$$\frac{p}{\pi} = m \tag{1.4}$$

Em que m na equação 1.4 é o módulo normalizado, referência para todas as dimensões

$$d_t = d + 2m \tag{1.5}$$

$$d_f = d - 2.5m \tag{1.6}$$

$$h_z = 2.25m \tag{1.7}$$

$$f_r = 0.25m \tag{1.8}$$

AGMA (passo diametral)

Diametral Pitch (EUA)

ECDR Em que as equações são:

- Equaçao 1.5: círculo de topo
- Equaçao 1.6: círculo de pé
- Equaçao 1.7: altura do dente
- Equaçao 1.8: folga radial

$$A = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

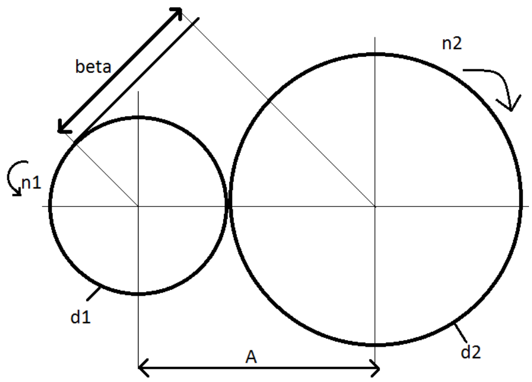


Figura 1.12

Dente Helicoidal

$$B_x = \frac{B}{\cos\beta}$$

$$10^{\text{o}} \leqslant \beta \leqslant 30^{\text{o}}$$

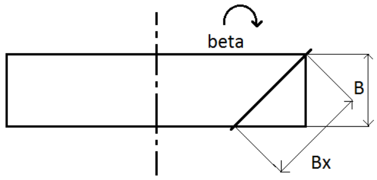


Figura 1.13

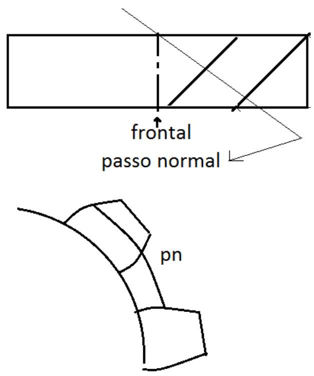


Figura 1.14

$$p_f = \frac{p_n}{\cos(\beta)}$$

$$d = \frac{p_f}{\pi}^3 \times z = \frac{p_n}{\pi\cos(\beta)}^4 \times z$$

$$d = \frac{m}{cos\beta} \times z$$

$$A = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}\frac{z_1 + z_2}{\cos\beta}$$

[3] m_f

[4] m

Forças ECDR

Para evolvente:

- α constante $\rightarrow$ ângulo de pressão ($\alpha = 20^{\circ}$)
- F_e = Força de Engrenamento normal ao dente no ponto de contato
- F_t = força tangencial
- M_t = torque

$$F_t = \frac{2M_t}{d}$$

$$F_r = F_t \,\mathrm{tg}\alpha$$

$$F_e = \frac{F_t}{\cos\alpha}$$

Dente Helicoidal

$$F_t = \frac{2M_t}{d}$$

$$F_e = \frac{F_t}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$$

$$F_a = F_t \, \mathrm{tg}\beta$$

$$F_r = \frac{F_t \, \mathrm{tg}\alpha}{\cos\beta}$$

Eixos Reversos

Engrenagens Cônicas

$$\sigma_i + \sigma_e = \sigma^5$$

ECDR

$$F_e = \frac{F_t}{\cos(\alpha_0)} \begin{cases} \text{sen}\alpha_i \\ \text{sen}\sigma_i \\ \text{sen}\alpha_0 \\ \cos\sigma_1 \end{cases}$$

$$F_r = F_e \,\text{tg}(\alpha)\,\text{sen}(\sigma_1)$$
$$F_a = F_t \,\text{tg}\alpha \cos\sigma_i$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I}\frac{h}{2}$$
$$M = F_t \times h_z$$
$$I = \frac{Bh_b^3}{12}$$

$$\sigma = \frac{6F_t \times h_z}{Bh_b^2}$$

cremalheira

$$\frac{h_z}{h_b/2} = \frac{h_b/2}{x}$$
$$x = \frac{h_b^2}{4h_z}$$
$$\sigma = \frac{F_t}{Bx * \frac{2}{3}} \times \frac{m}{m}$$
$$y = \frac{2x}{3m} \tag{1.9}$$

Em que 1.9 representa o fator de forma de Levis (α, z) (tabelado)

$$\sigma = \frac{F_t}{B \times m \times y} \tag{1.10}$$

Em que 1.10 é estática ou muito lenta

[5] ângulo entre eixos

Fator de aplicação rápida de forma K_v (Berth)

v = m/s (AGMA)

$$K_v = \frac{6.1 + v}{6.1} \tag{1.11}$$

Equaçao 1.11 representa K_v para dentes usinados com fresa módulo

$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{v}}{3.56} \tag{1.12}$$

Equação 1.12 representa K_v para dentes usinados por geração

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{v}}{5.56}} \tag{1.13}$$

Equação 1.13 representa K_v para dentes retificados.

K_s =**fatores de serviço (AGMA)**

$$\sigma = \frac{(K_s \; ou \; K_v) \times F_t}{B \times m \times y} \leqslant \sigma_{fp}$$

Contato (Hertz $\sim$ 1880)

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi \times b \times l}$$

$$b^2 = \left\{ \frac{2F}{\pi l} \frac{[(1-\upsilon_1^2)/E_1] + [(1-\upsilon_2^2)/E_2]}{(1/d_1) + (1/d_2)} \right\}$$

$$p_{max}^2 = \frac{4F^2}{\pi^2 \times b^2 \times l^2}$$

$$p_{max}^2 = \frac{4F}{\pi^2 l^2} \frac{\pi l}{2F} \frac{(1/d_1) + (1/d_2)}{[(1-\upsilon_1^2)/E_1] + [(1-\upsilon_2^2)/E_2]}$$

$$p_{max}^2 = \frac{2F}{\pi l} \times \frac{(1/d_1) + (1/d_2)}{[(1-\upsilon_1^2)/E_1] + [(1-\upsilon_2^2)/E_2]}$$

l = B

$$F = \frac{F_t}{\cos\phi}$$

$$F_t = \frac{2M_t}{d_\rho}$$

$$d_1 = 2\rho_1$$
$$d_2 = 2\rho_2$$

Curva Evolvente

$$\rho_1 = \frac{d_{\rho 1}{}^6}{2}\,\text{sen}\alpha$$
$$\rho_2 = \frac{d_{\rho 2}}{2}\,\text{sen}\alpha$$

Engrenagem:

$$p_{max}^2 = \frac{2F_t}{\pi(\cos(\alpha))B} \times \frac{(1/d_{\rho 1}\,\text{sen}\alpha) + (1/d_{\rho 2}\,\text{sen}\alpha)}{[(1-\upsilon_1^2)/E_1] + [(1-\upsilon_2^2)/E_2]}$$

Seja:

$$C_p^2 = \frac{1}{\pi\left(\frac{1-\upsilon_1^2}{E_1} + \frac{1-\upsilon_2^2}{E_2}\right)}$$

depende apenas das propriedades dos materiais. Lembrando que:

$$i = \frac{d_{\rho 2}}{d_{\rho 1}}$$

Temos:

$$\frac{1}{d_{\rho 1}\,\text{sen}\alpha} + \frac{1}{d_{\rho 2}\,\text{sen}\alpha} = \frac{1}{\text{sen}\alpha}\left(\frac{1}{d_{\rho 1}} + \frac{1}{d_{\rho 2}}\right) = \frac{1}{d_{\rho 1}\,\text{sen}\alpha}\left(1 + \frac{1}{i}\right)$$

$$p_{max}^2 = C_p^2 \frac{2F_r}{B\cos\alpha}\frac{1}{d_{\rho 1}\,\text{sen}\alpha}\left(\frac{i+1}{i}\right)$$

$$p_{max}^2 = C_p^2 \frac{2}{\cos\alpha\,\text{sen}\alpha}\frac{F_r}{Bd_{\rho 1}}\left(\frac{i+1}{i}\right)$$

$$F_t = \frac{2M_{t1}}{d_{\rho 1}}$$

$$p_{max}^2 = C_p^2 \frac{4}{\cos\alpha\,\text{sen}\alpha}\frac{M_t}{Bd_{\rho 1}^2}\left(\frac{i+1}{i}\right)$$

Volume do Pinhão:

$$Bd_{\rho 1}^2 = C_p^2 \frac{4}{\cos\alpha\,\text{sen}\alpha}\frac{M_t}{p_{max}^2}\left(\frac{i+1}{i}\right)$$

$\overline{p_{max}^2}$ = pressão limite

Contato é mais crítico em rotações maiores (acima de 100 rpm) em engrenagens lentas, é crítica flexão na base.