

ED62A-COM2A

ESTRUTURAS DE DADOS

Aula 05b - Remoção em
Árvores Binárias

Prof. Rafael G. Mantovani

Licença

Este trabalho está licenciado com uma Licença CC BY-NC-ND 4.0:



maiores informações:

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.pt_BR

Roteiro

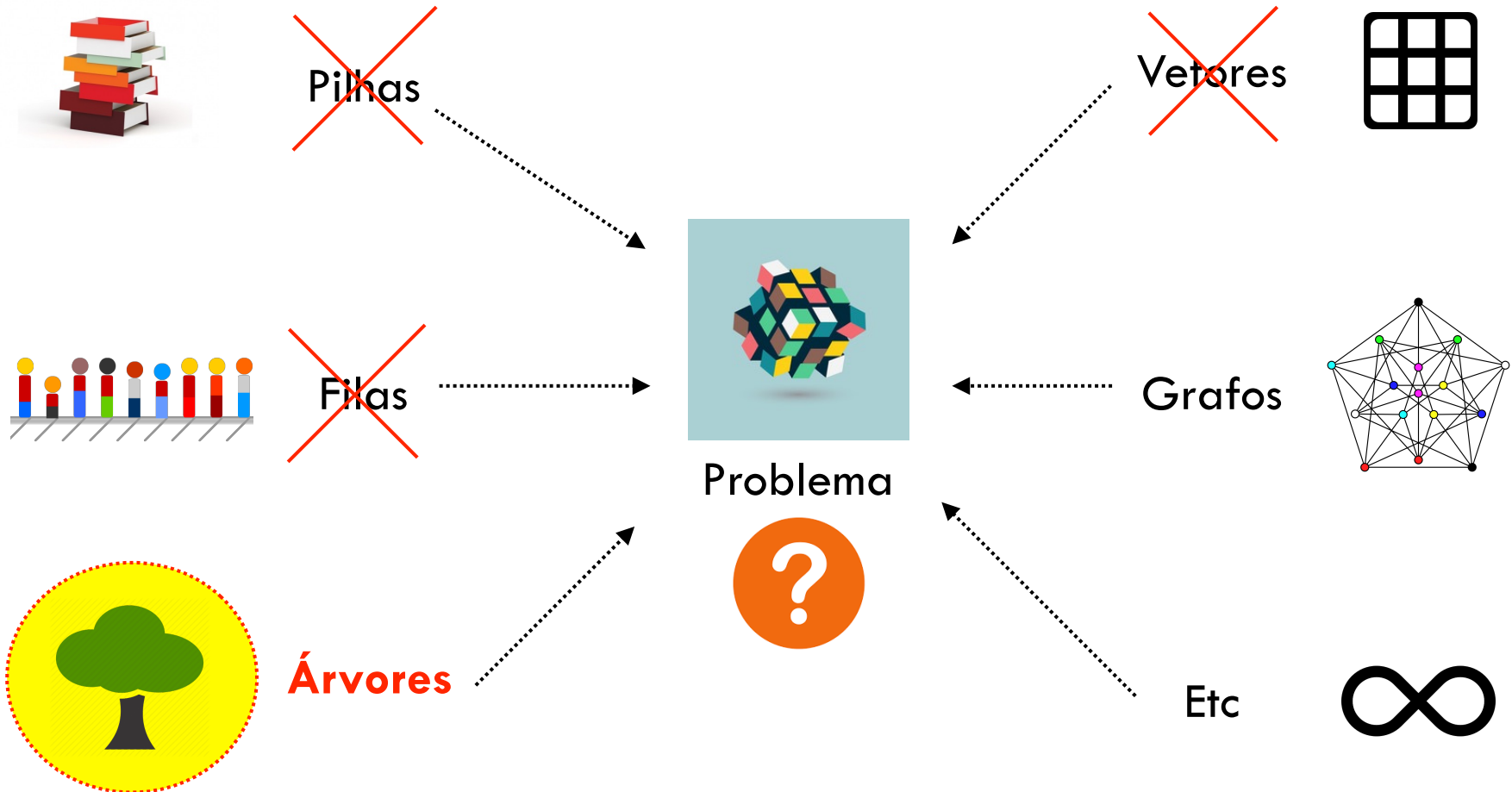


- 1** Tópicos já vistos anteriormente
- 2** Remoção em Árvore Binárias
- 3** Próximos conteúdos
- 4** Referências

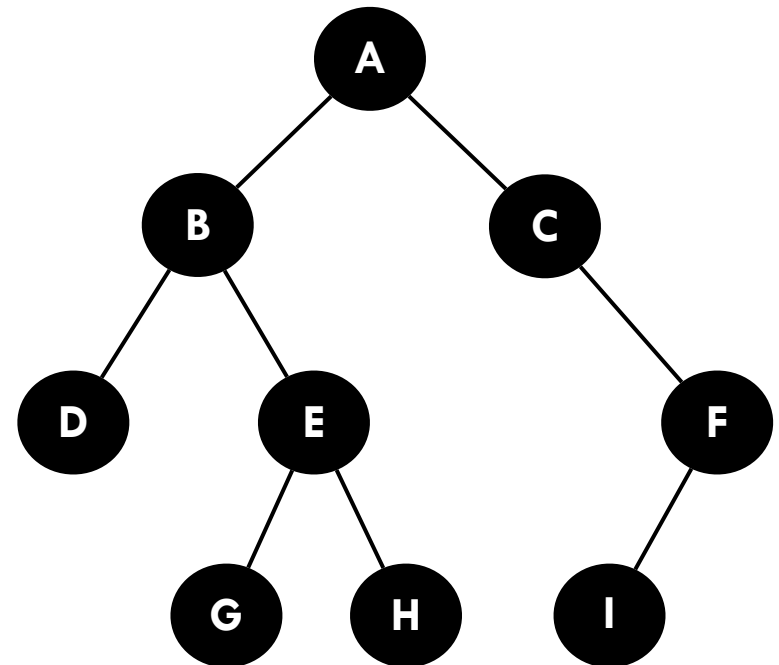
Roteiro

- 1 Tópicos já vistos anteriormente**
- 2 Remoção em Árvore Binárias**
- 3 Próximos conteúdos**
- 4 Referências**

Introdução

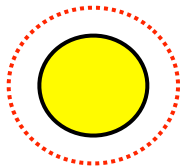


Introdução



Árvore Binária

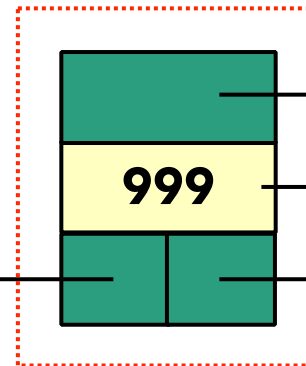
NoArvore



Abstração

Struct

(Ponteiro*) Esquerda



Pai (Ponteiro*)

Chave (int)

Direita (Ponteiro*)

Tipo Abstrato
de Dados

Tipos de Árvore Binária

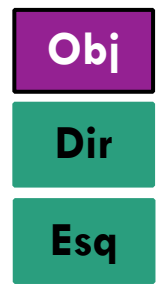
```
typedef struct {  
    int chave;  
} Objeto;  
  
typedef struct NoArvore *Ponteiro;  
  
typedef struct NoArvore{  
    Objeto obj;  
    Ponteiro direita;  
    Ponteiro esquerda;  
} NoArvore;  
  
/* Definir arvore binária na main */  
  
Ponteiro raiz; /* como definir e  
                usar árvore */
```

Raiz

***NoArvore**

Arvore Binária

tipo **NoArvore**



Item armazenado

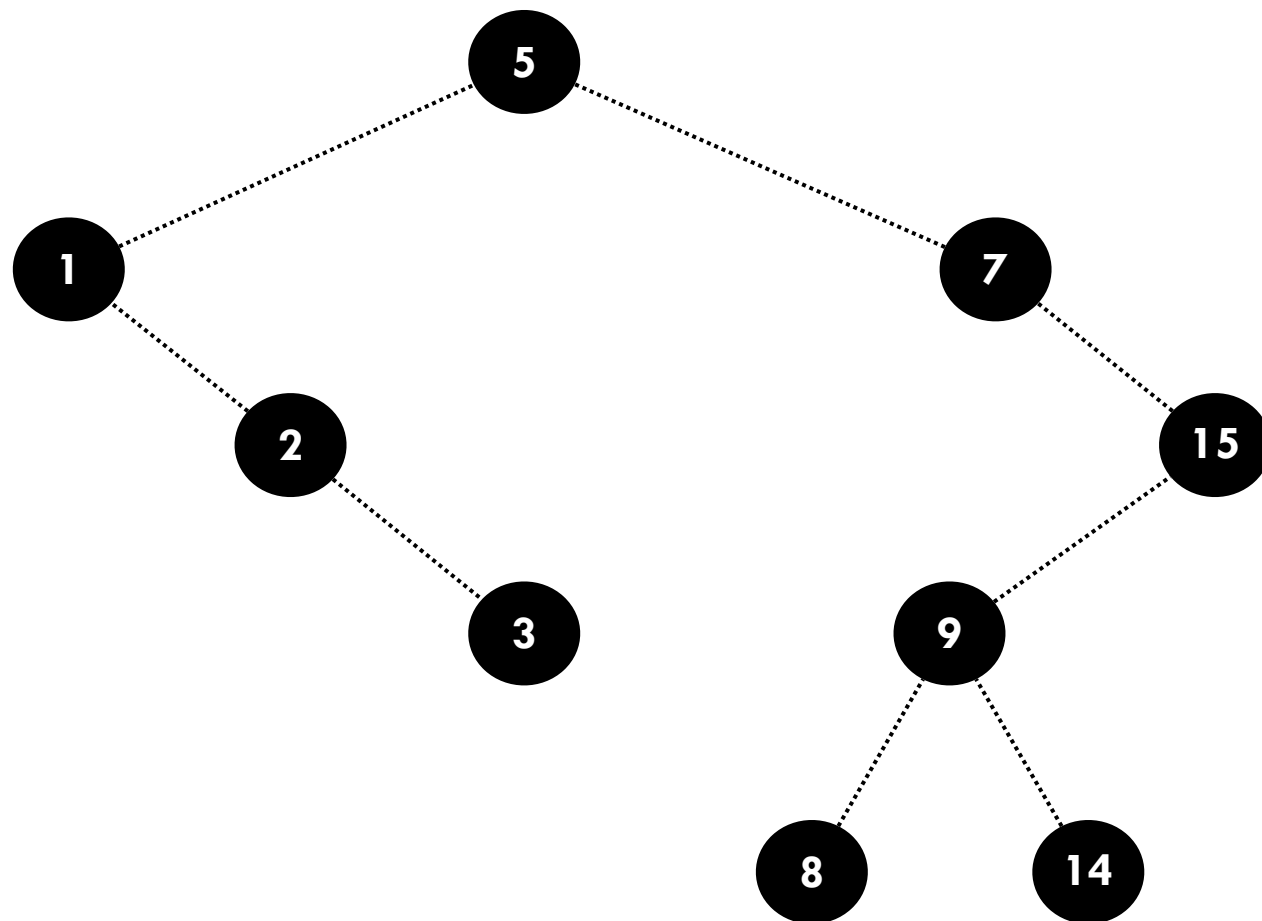
***NoArvore (direita)**

***NoArvore (esquerda)**

Roteiro

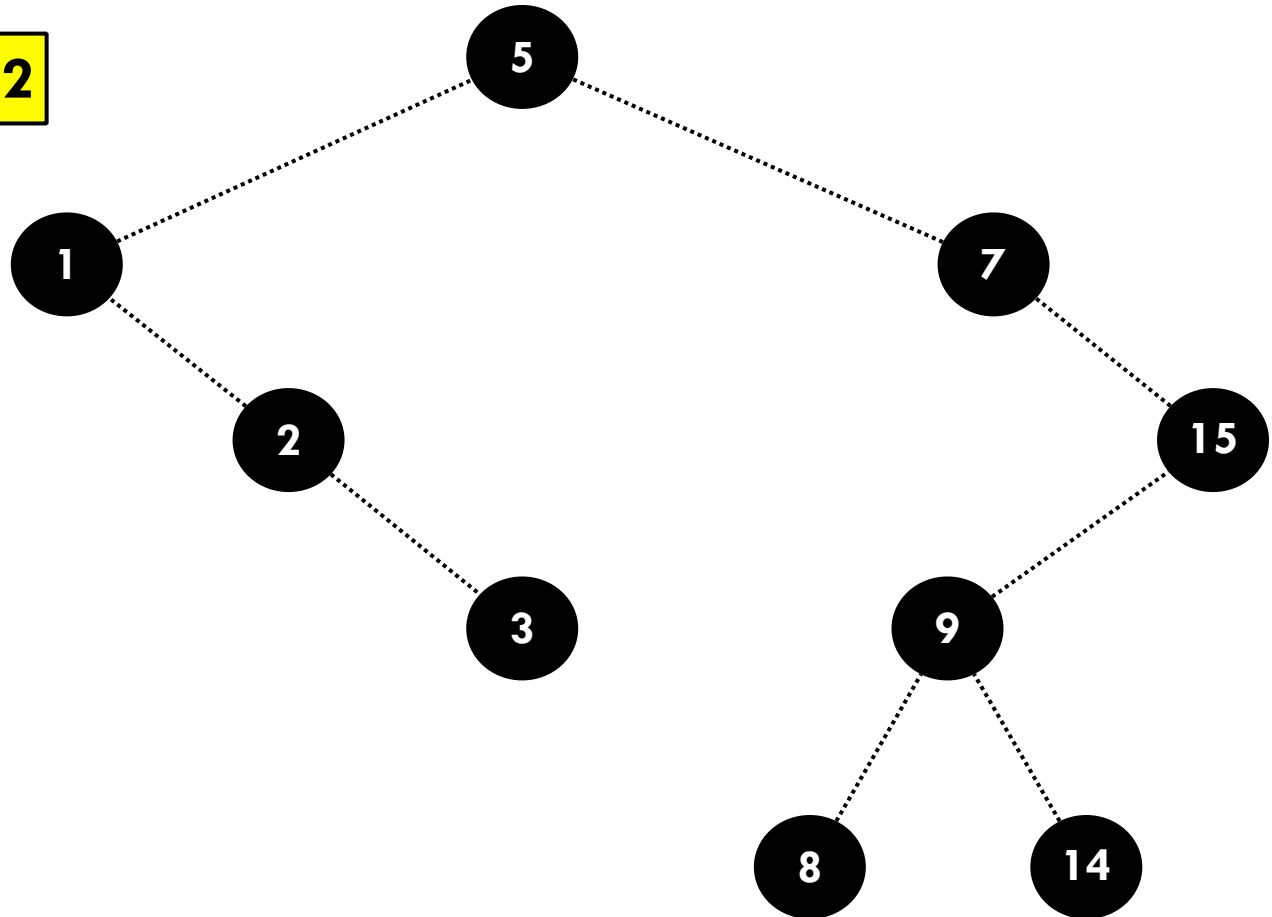
- 1 Tópicos já vistos anteriormente
- 2 Remoção em Árvore Binárias
- 3 Próximos conteúdos
- 4 Referências

Remoção



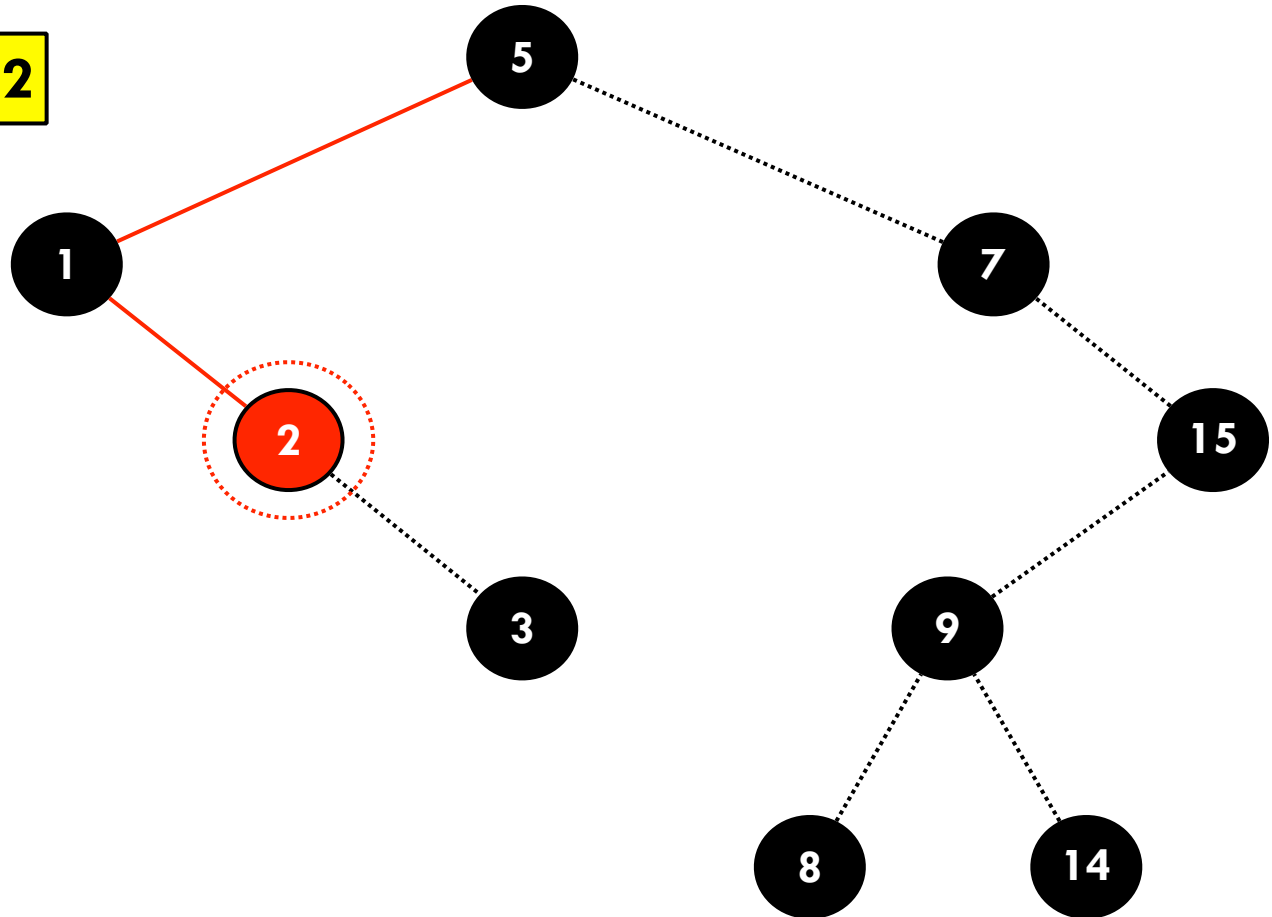
Remoção

Remover $x = 2$



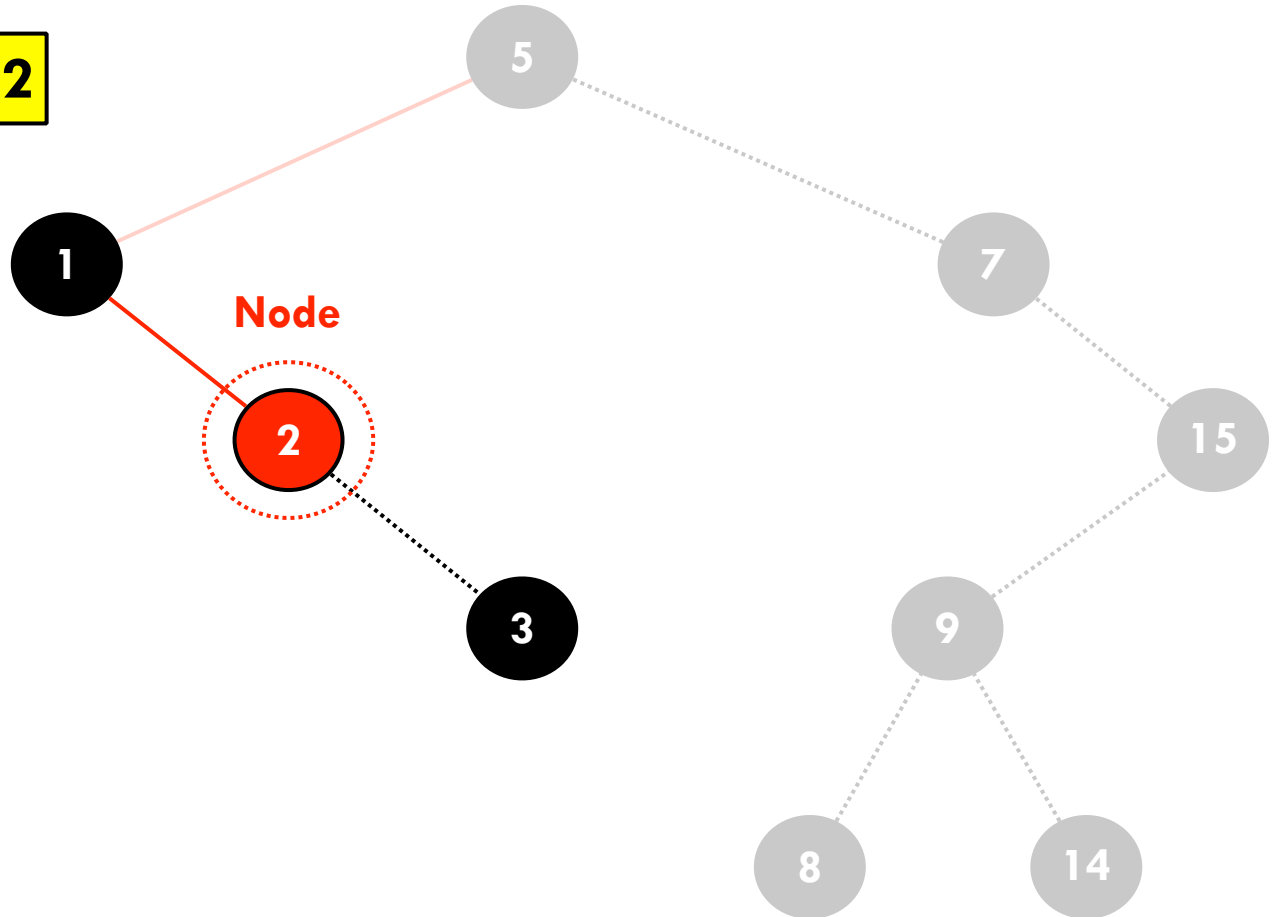
Remoção

Remover $x = 2$



Remoção

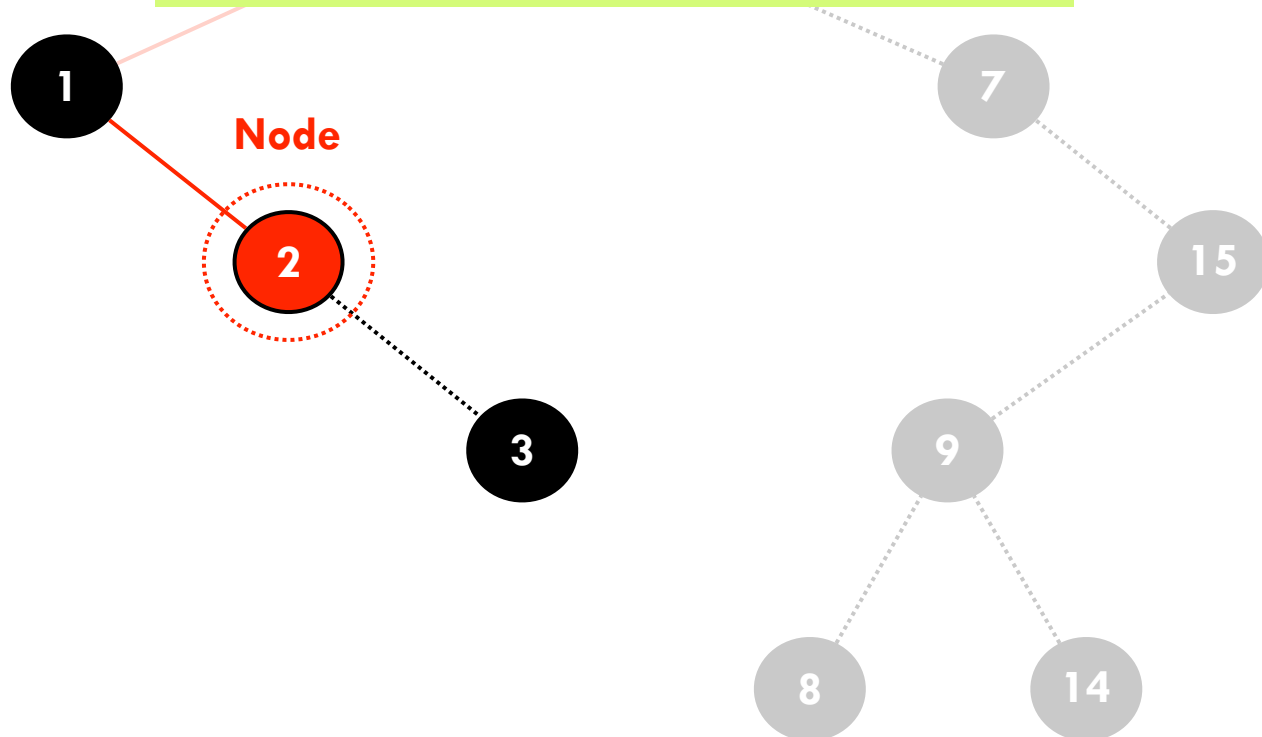
Remover $x = 2$



Remoção

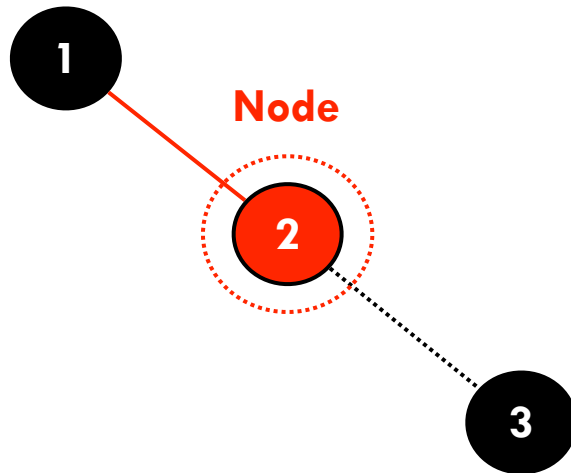
Remover $x = 2$

Caso 1: sub-arvore **esquerda** é nula
* $\text{node} \rightarrow \text{esquerda} == \text{NULL}$
node = node->direita

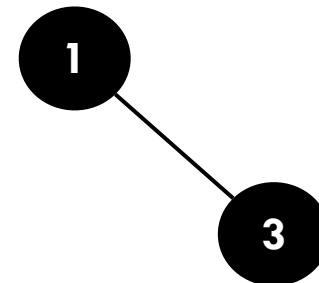


Remoção

Caso 1: sub-arvore **esquerda** é nula
* node->esquerda == **NULL**
node = node->direita

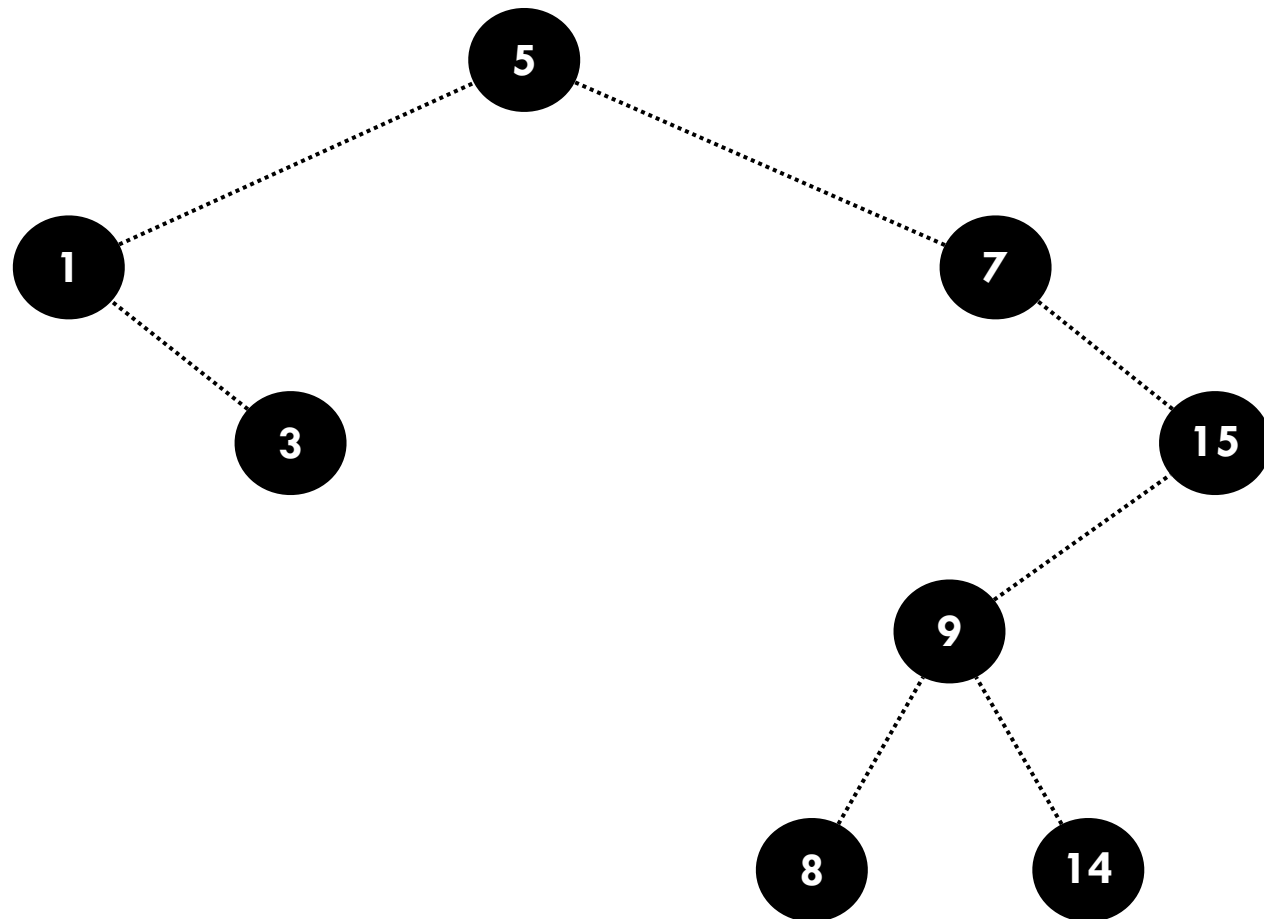


Antes da remoção



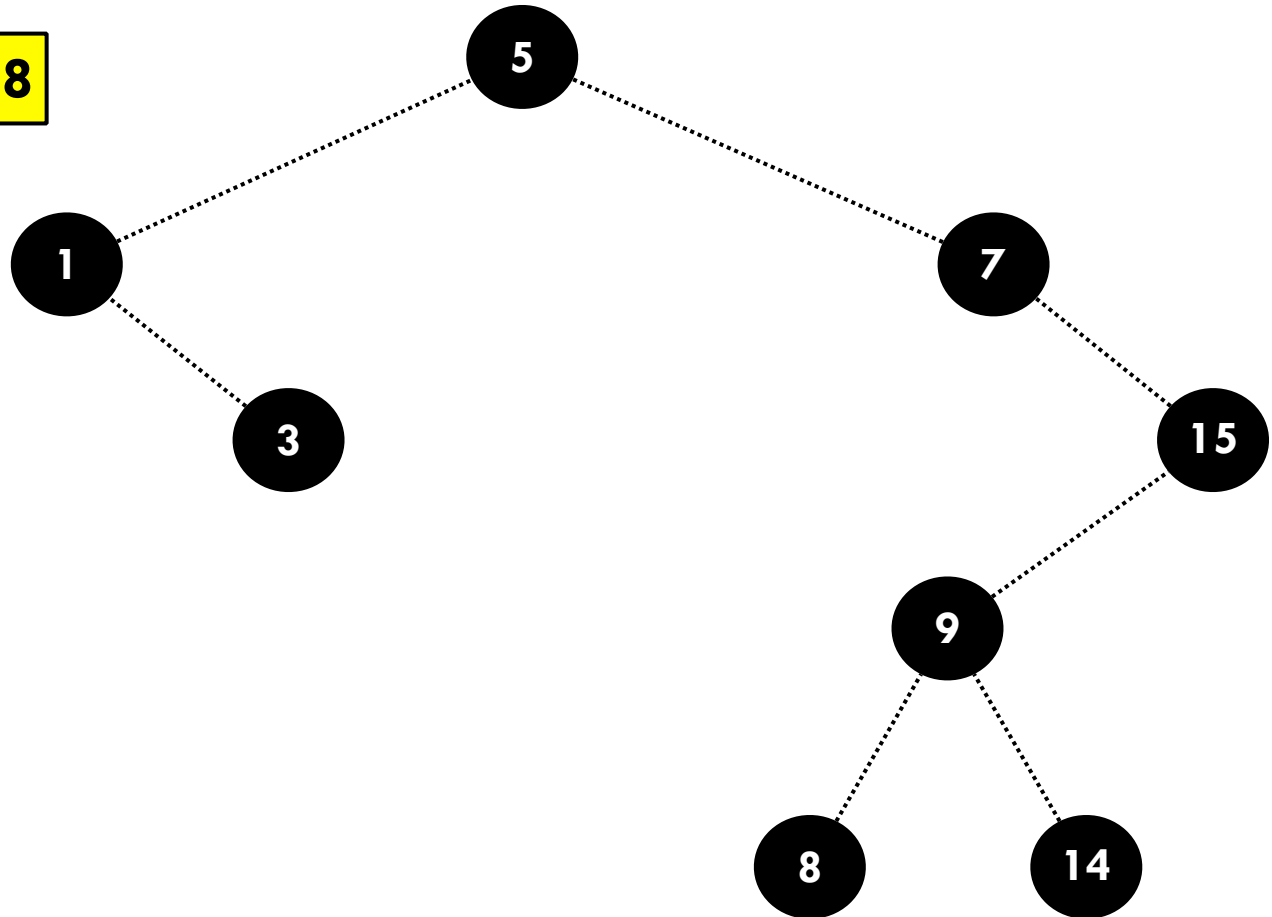
Depois da remoção

Remoção



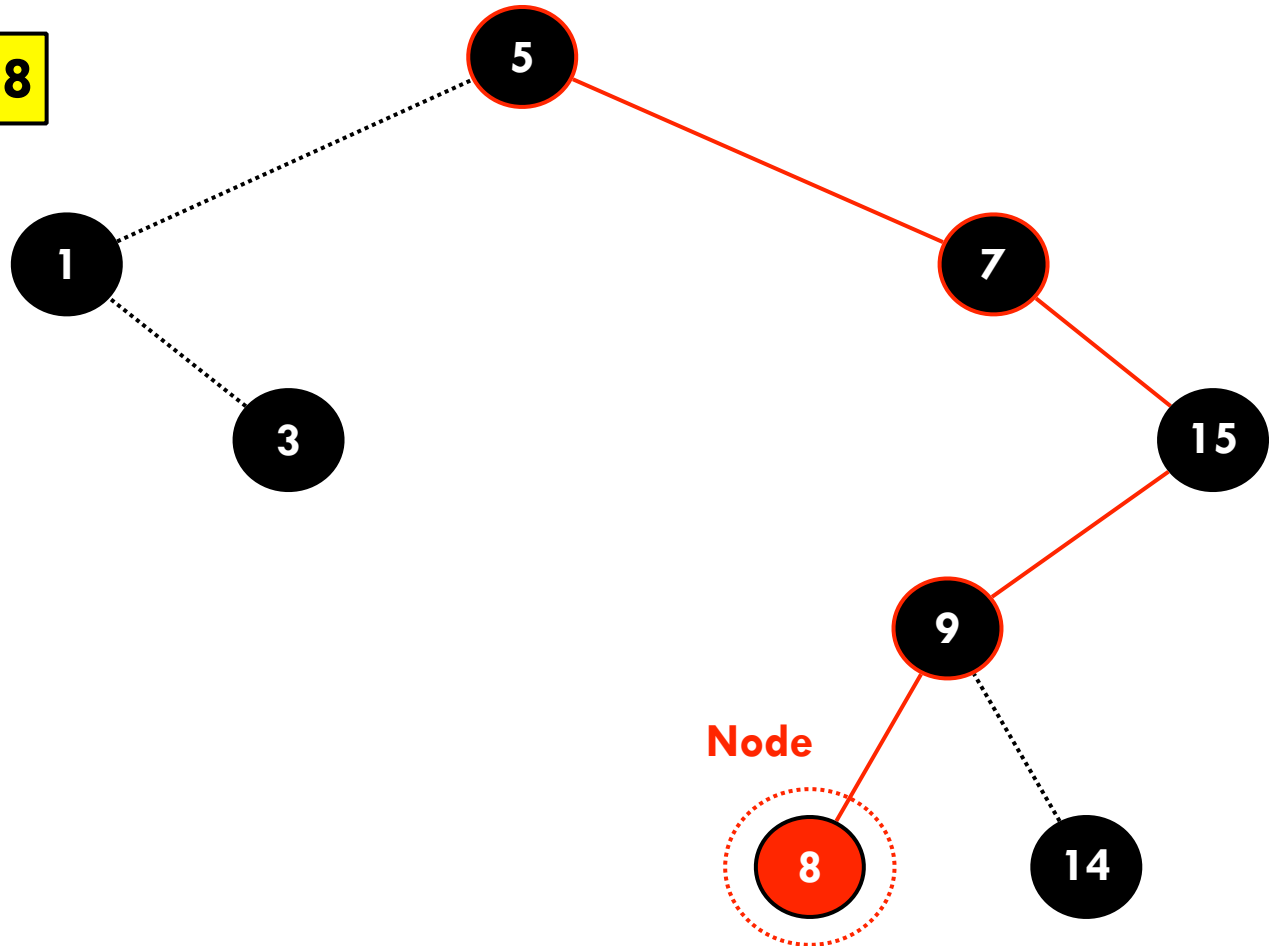
Remoção

Remover $x = 8$



Remoção

Remover $x = 8$



Remoção

Remover $x = 8$

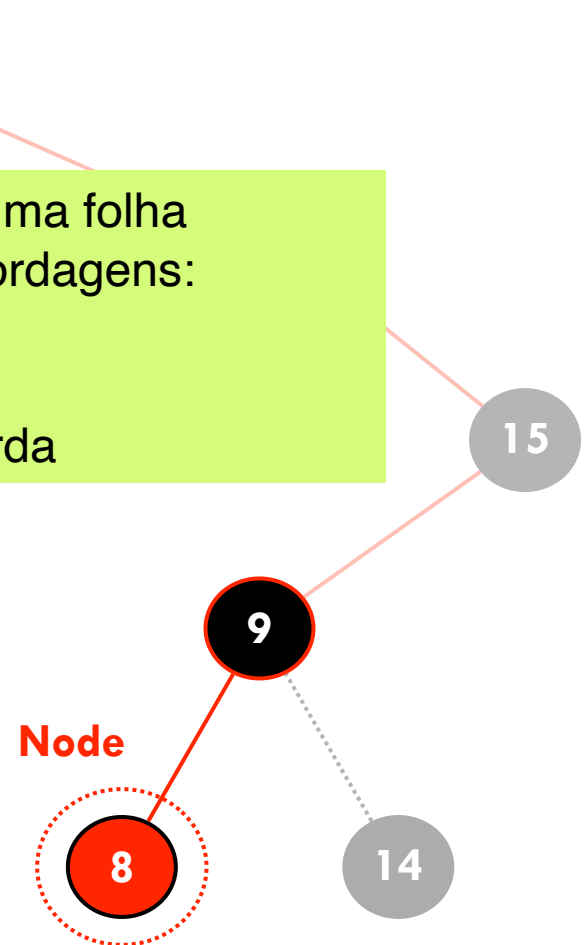
Caso 2: nó a ser removido é uma folha

* podemos fazer duas abordagens:

node = node->direita

ou

node = node->esquerda



Remoção

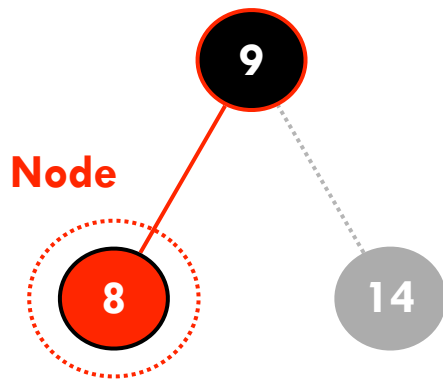
Caso 2: nó a ser removido é uma folha

* podemos fazer duas abordagens:

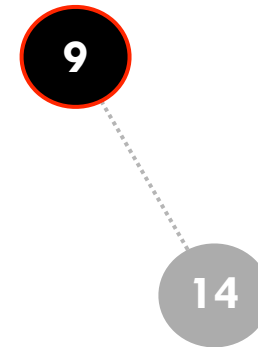
node = node->direita

ou

node = node->esquerda



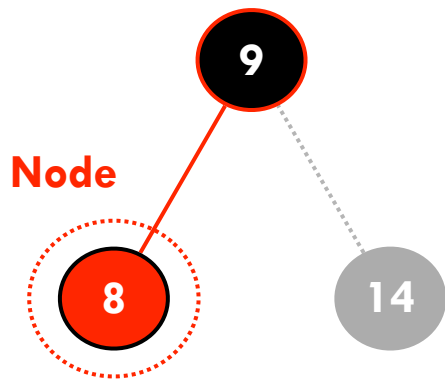
Antes da remoção



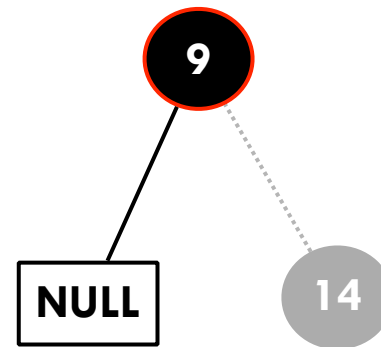
Depois da remoção

Remoção

Caso 2: nó a ser removido é uma folha
* podemos fazer duas abordagens:
node = node->direita
ou
node = node->esquerda

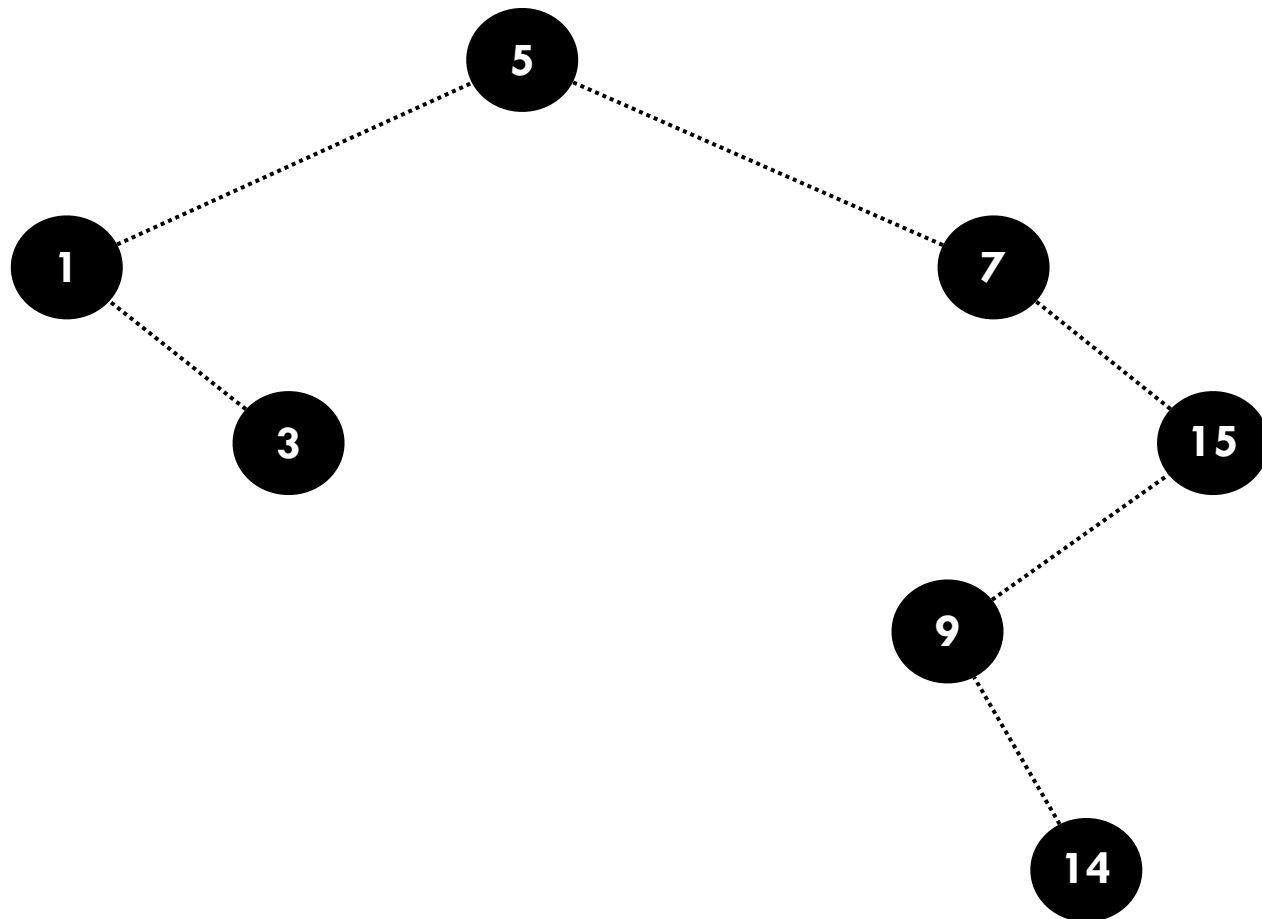


Antes da remoção



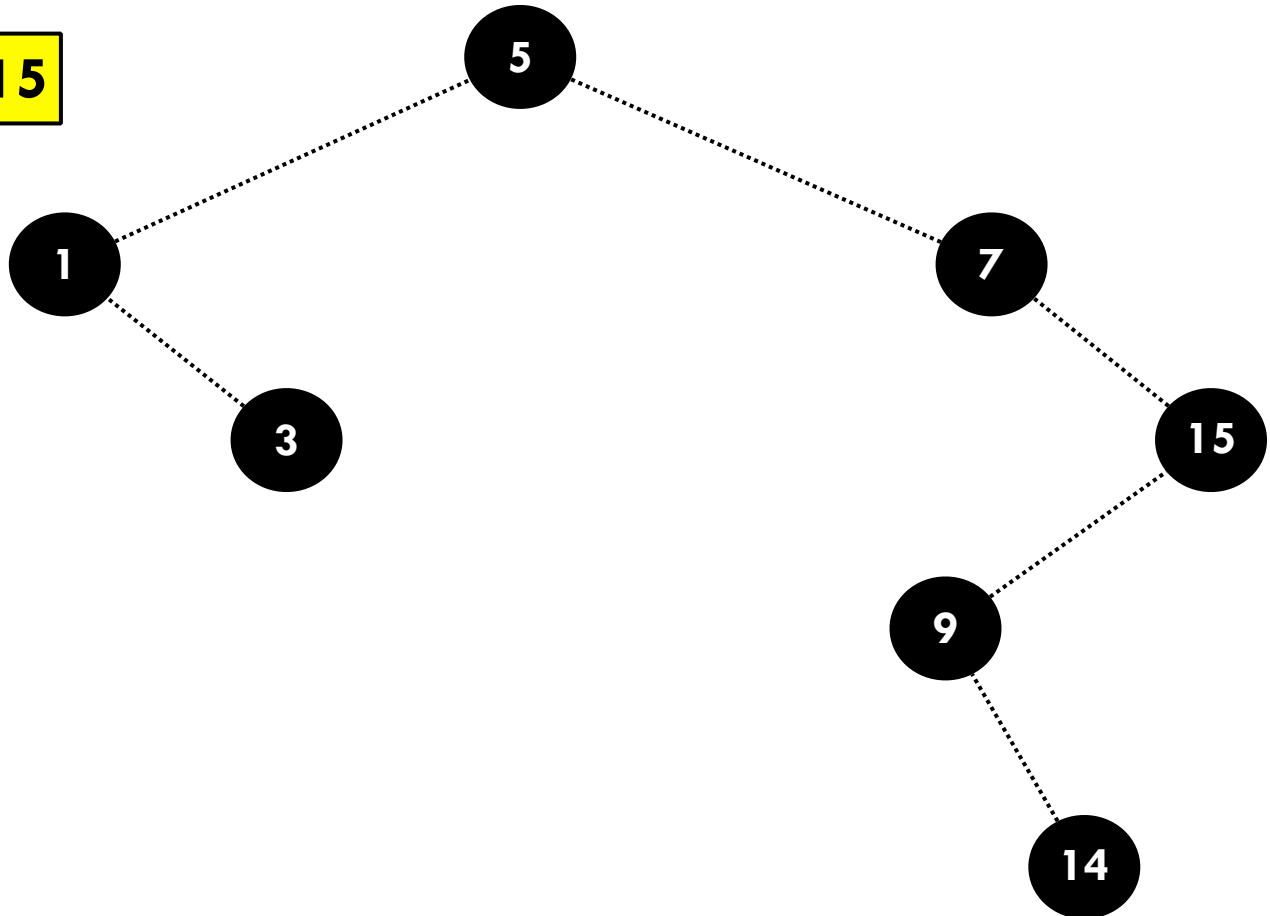
Depois da remoção

Remoção



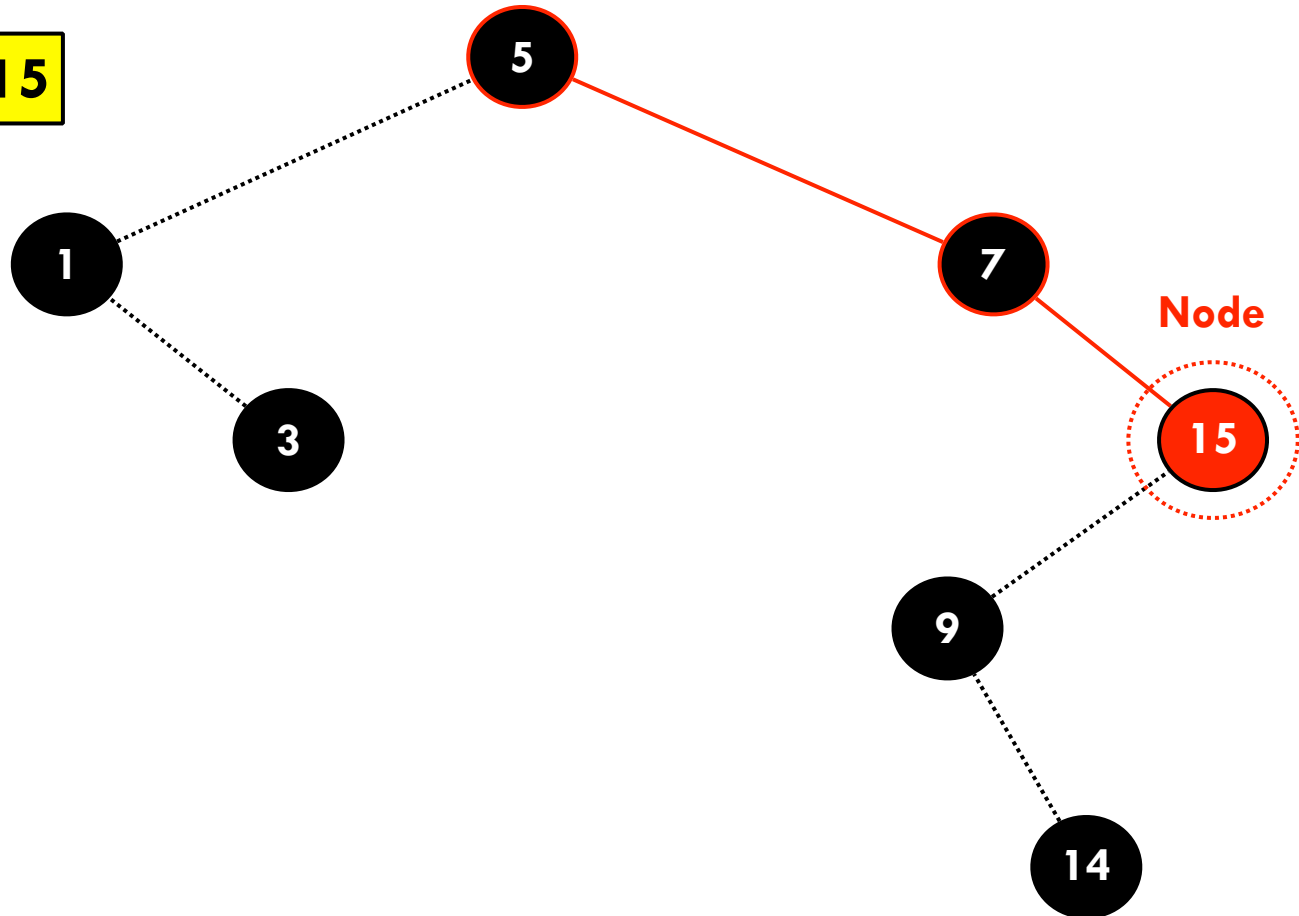
Remoção

Remover $x = 15$



Remoção

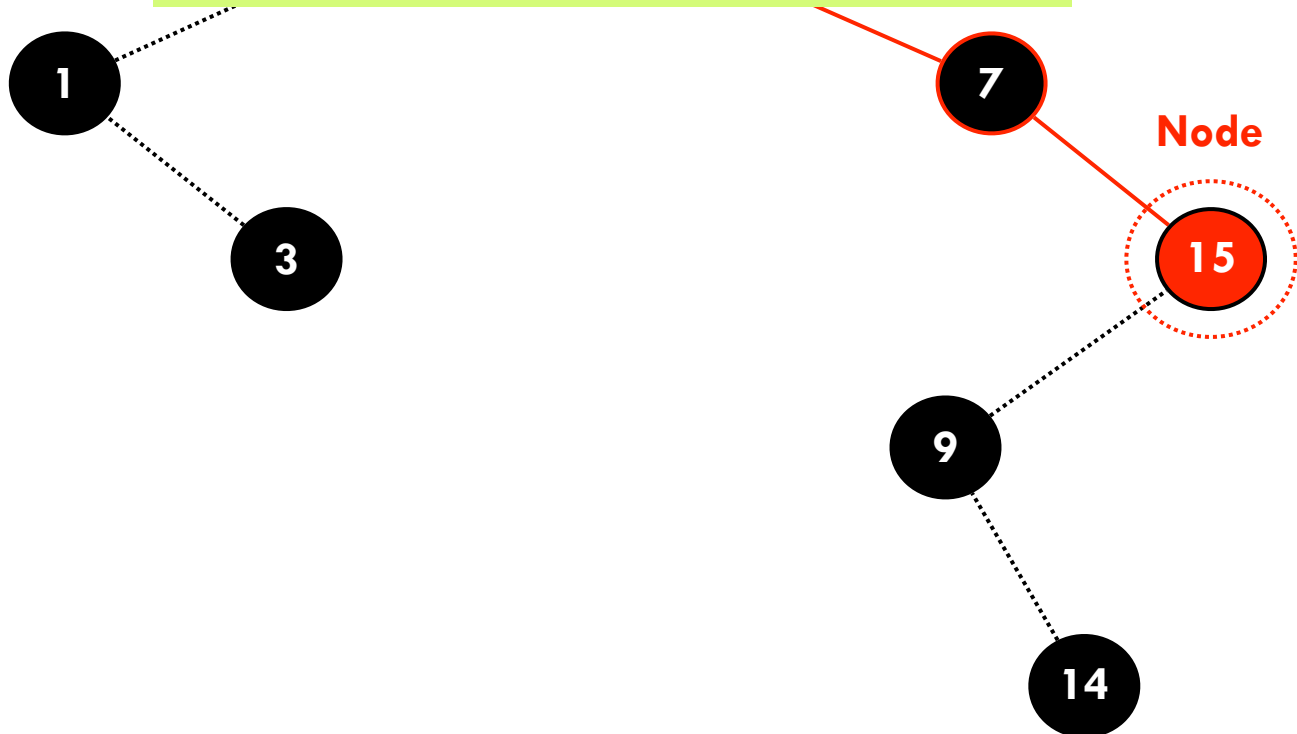
Remover $x = 15$



Remoção

Remover $x = 15$

Caso 3: sub-arvore **direita** é nula
* $\text{node} \rightarrow \text{direita} == \text{NULL}$
 $\text{node} = \text{node} \rightarrow \text{esquerda}$

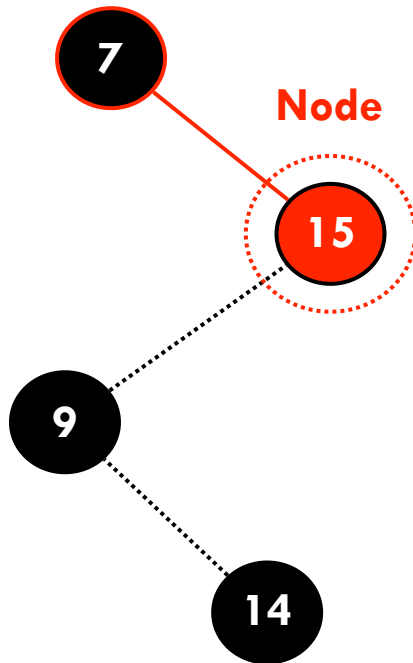


Remoção

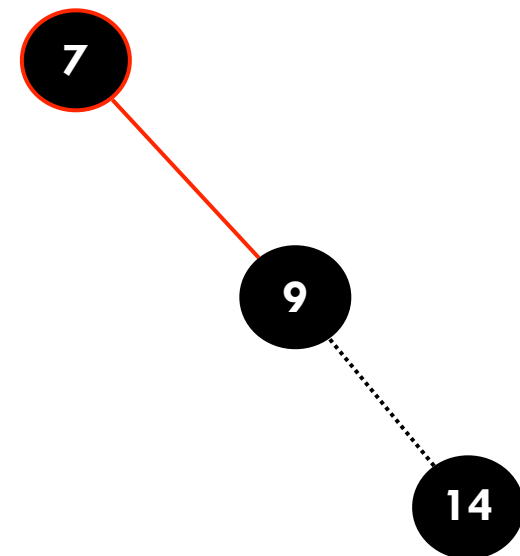
Caso 3: sub-arvore **direita** é nula

* node->direita == **NULL**

node = node->esquerda

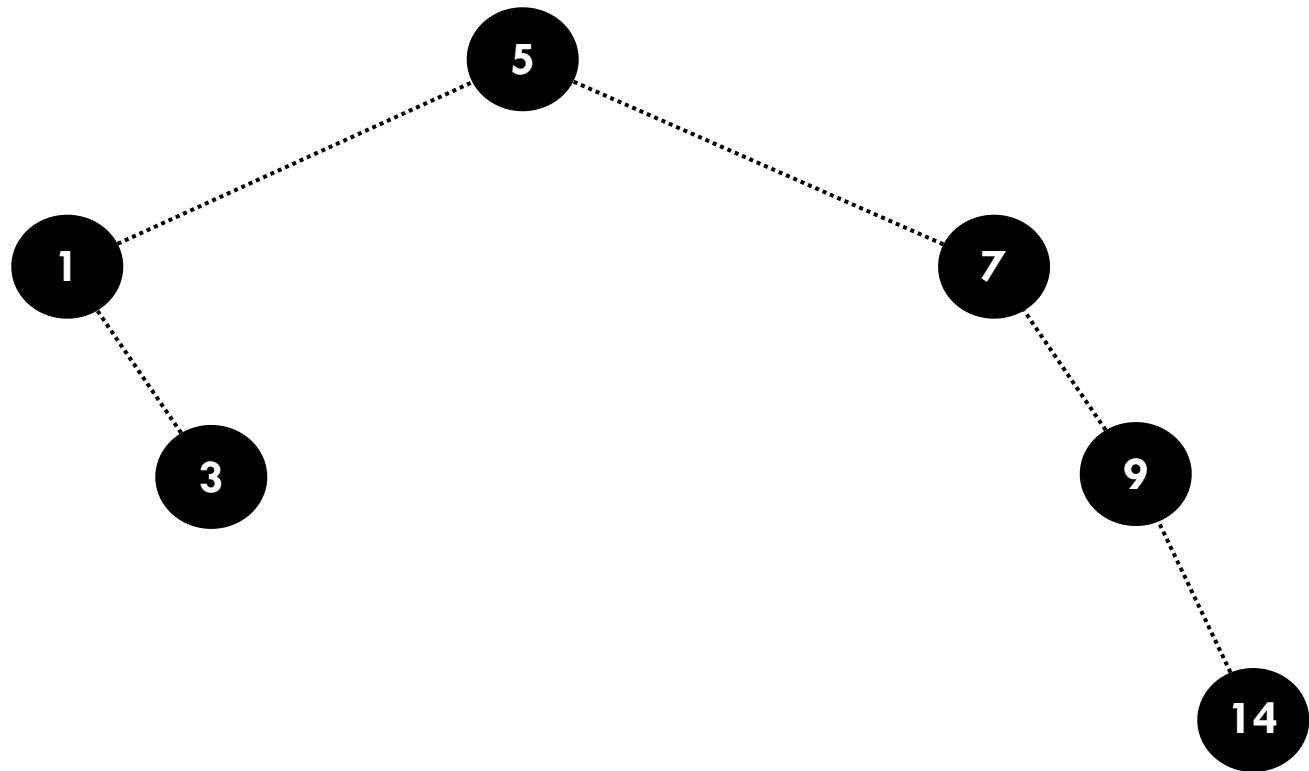


Antes da remoção



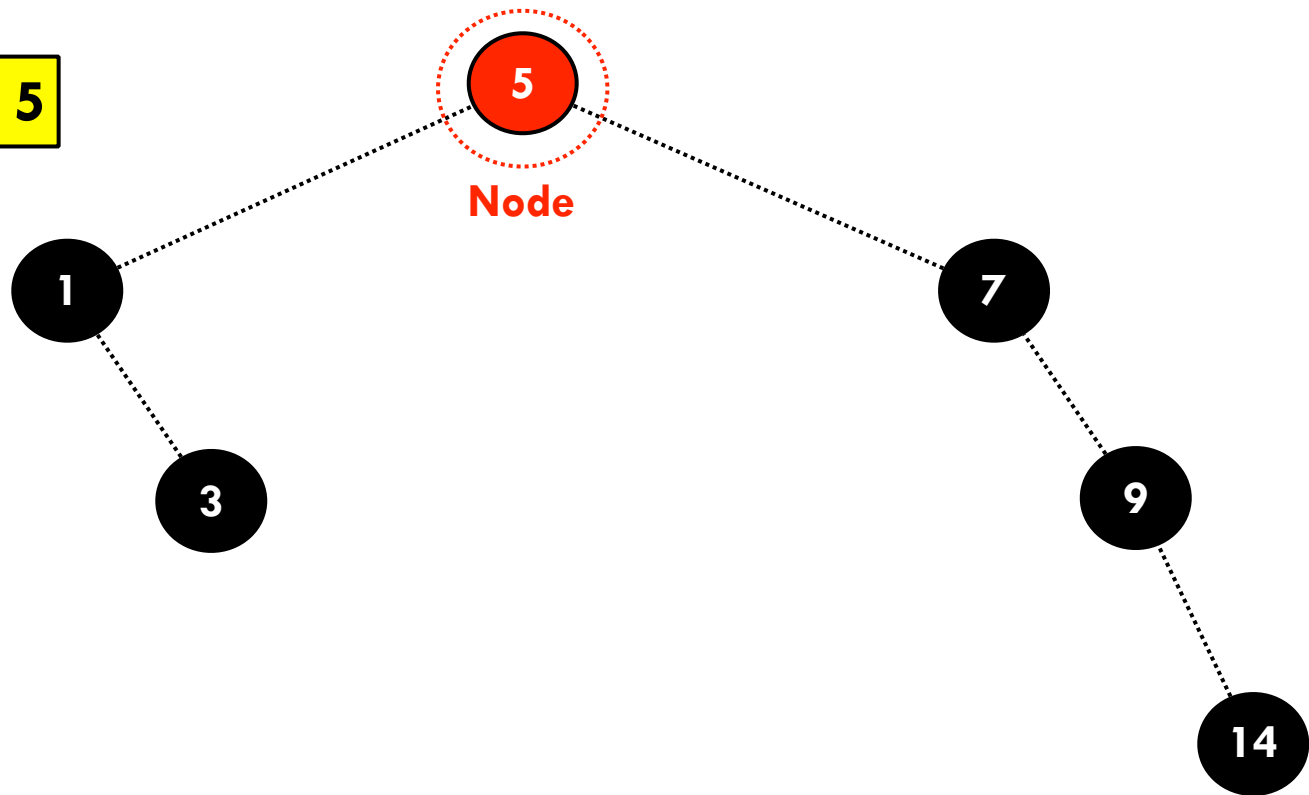
Depois da remoção

Remoção



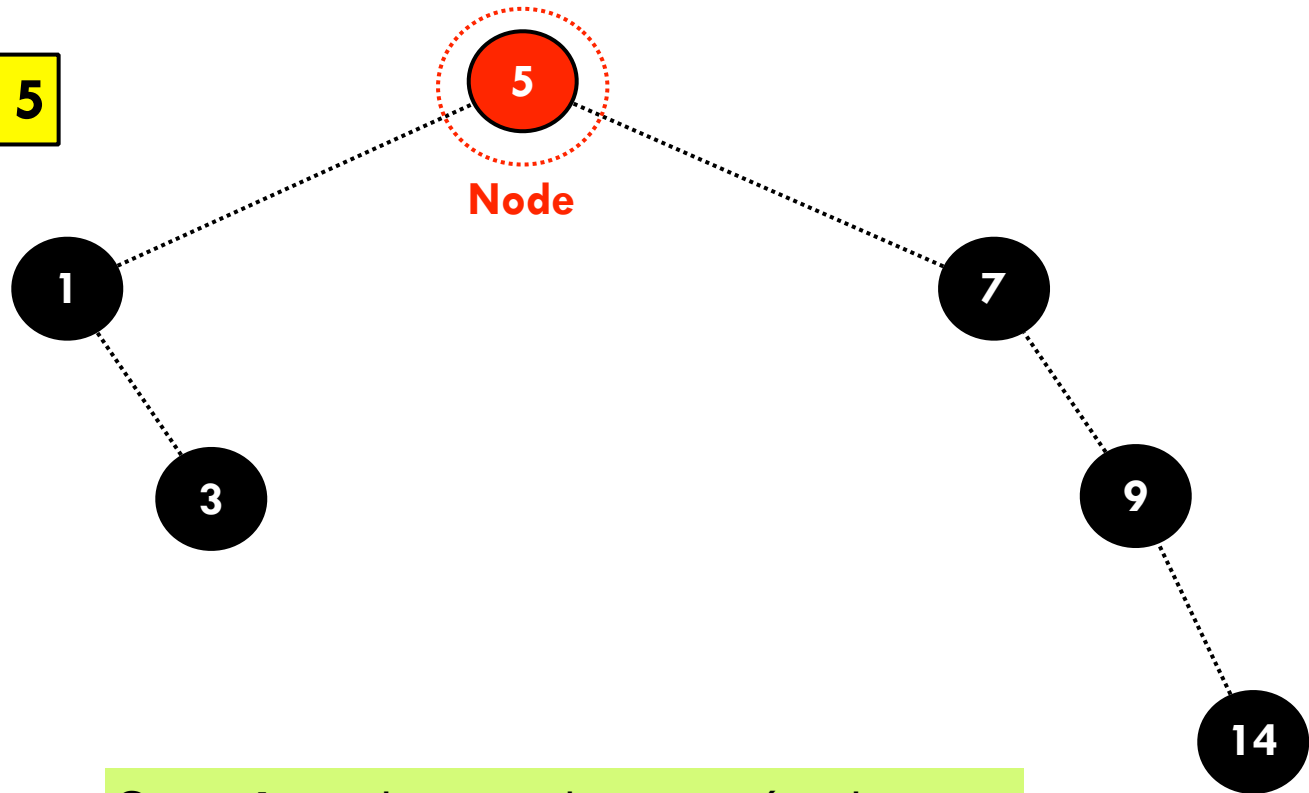
Remoção

Remover $x = 5$



Remoção

Remover $x = 5$



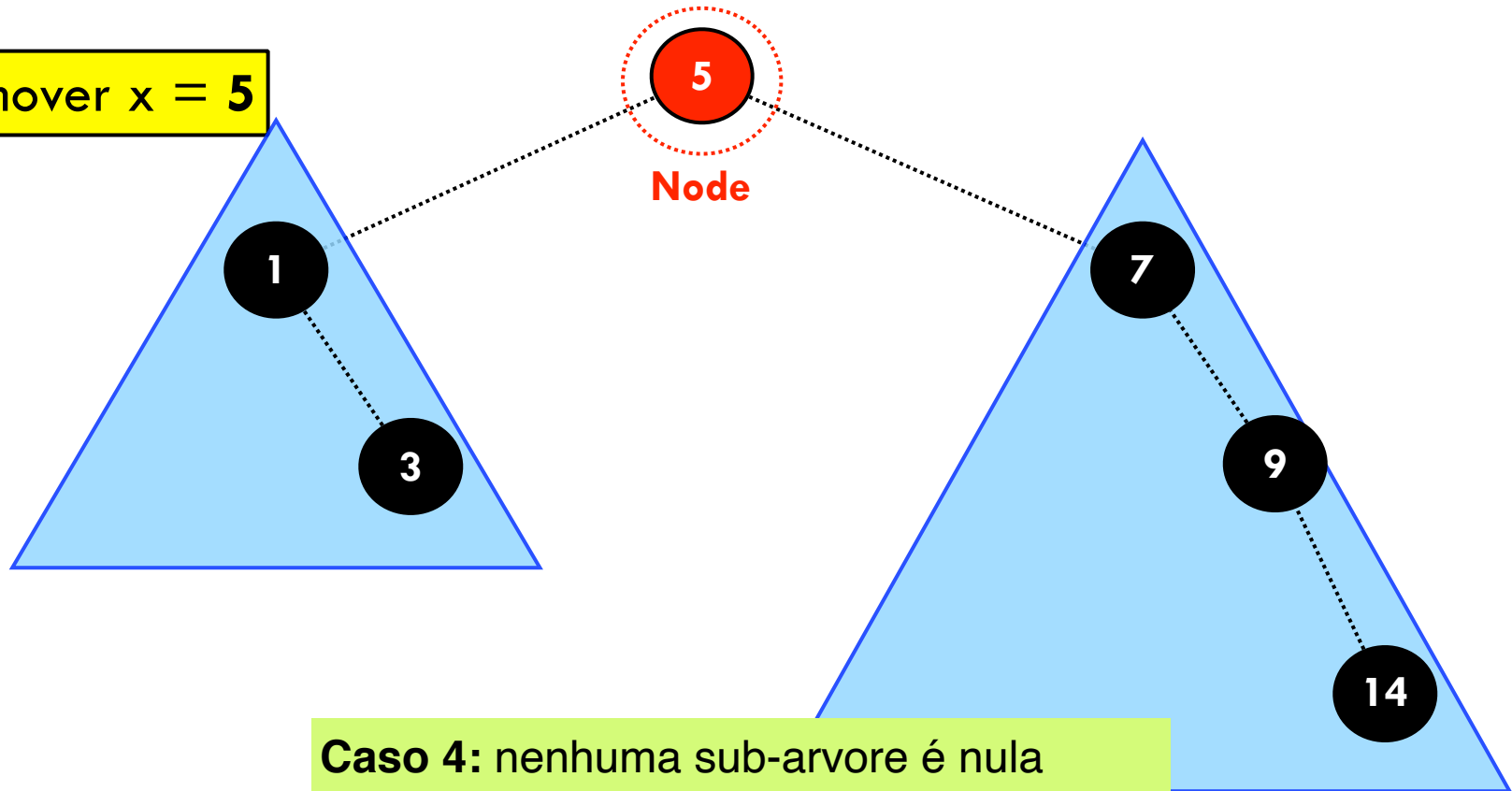
Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

* $\text{node} \rightarrow \text{direita} \neq \text{NULL}$

* $\text{node} \rightarrow \text{esquerda} \neq \text{NULL}$

Remoção

Remover $x = 5$



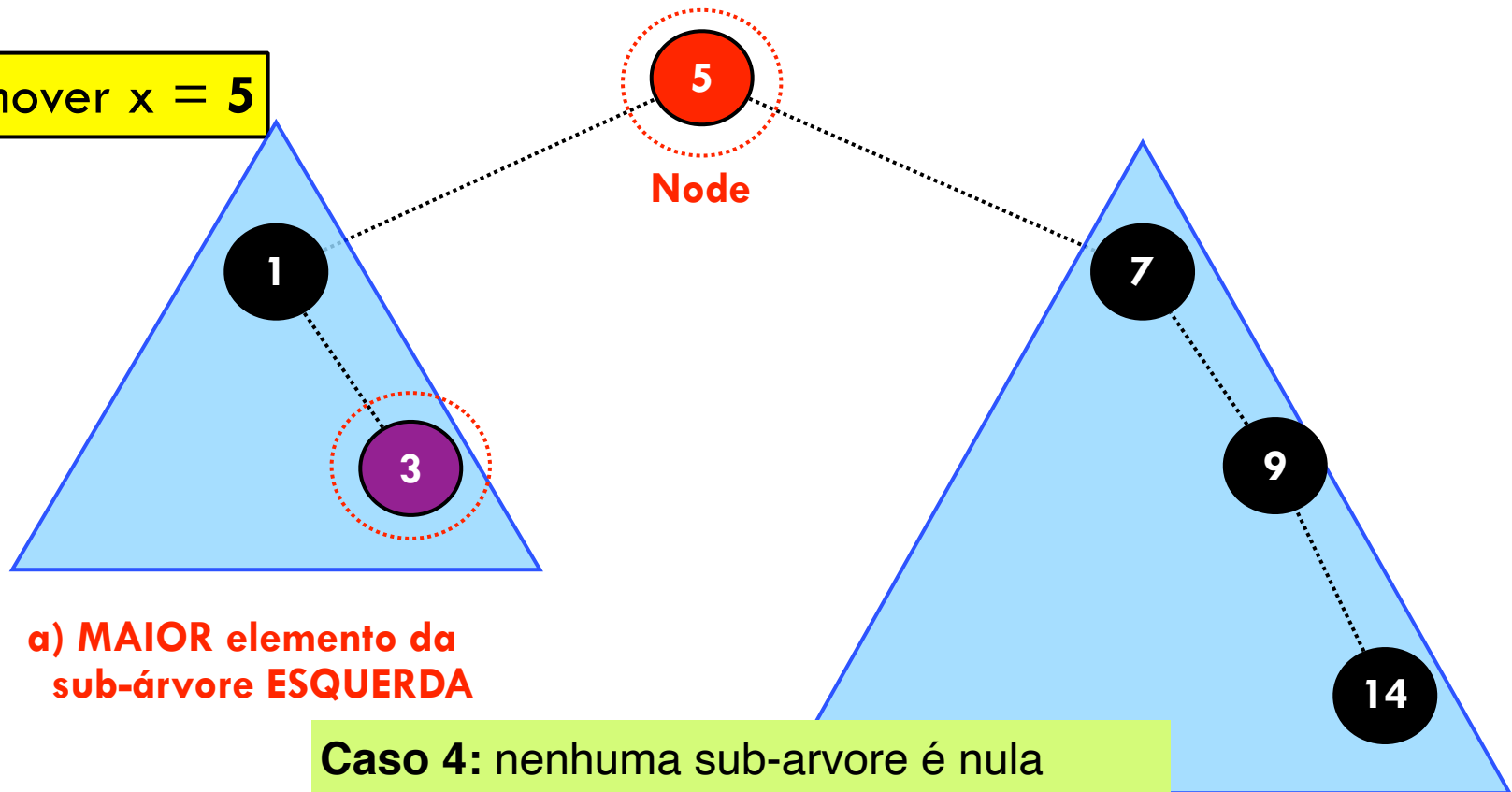
Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

* $\text{node} \rightarrow \text{direita} \neq \text{NULL}$

* $\text{node} \rightarrow \text{esquerda} \neq \text{NULL}$

Remoção

Remover $x = 5$



a) **MAIOR** elemento da
sub-árvore **ESQUERDA**

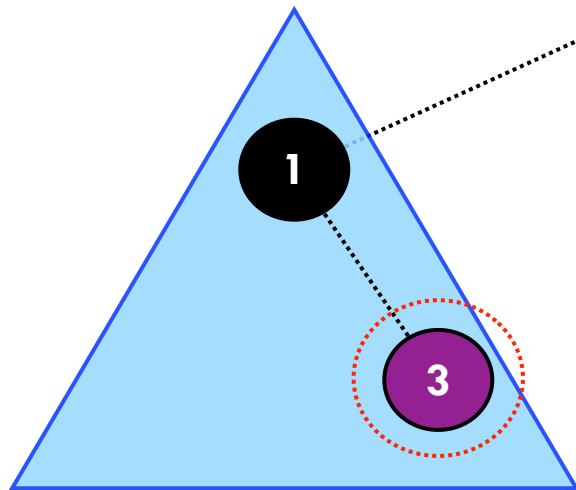
Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

* $\text{node} \rightarrow \text{direita} \neq \text{NULL}$

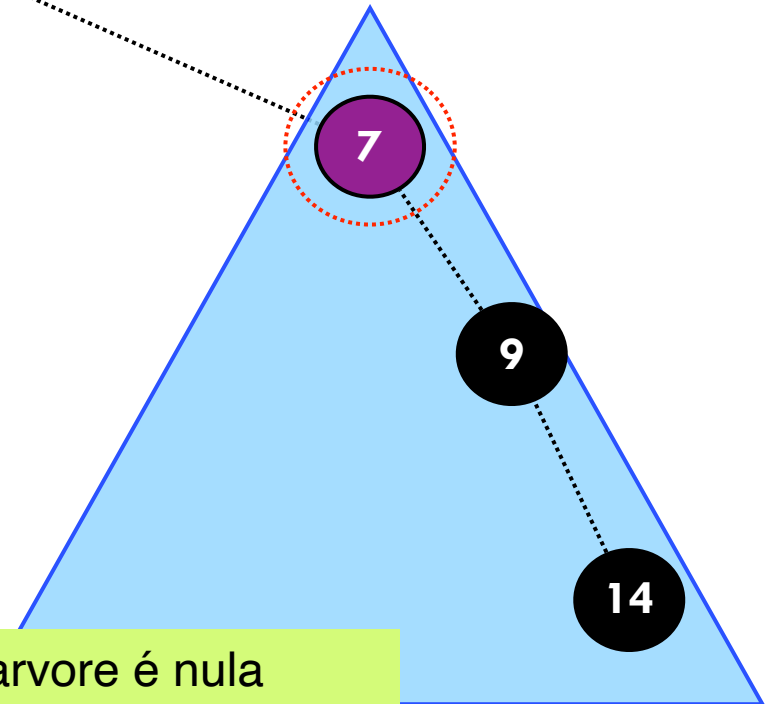
* $\text{node} \rightarrow \text{esquerda} \neq \text{NULL}$

Remoção

a) MAIOR elemento da sub-árvore ESQUERDA



b) MENOR elemento da sub-árvore DIREITA



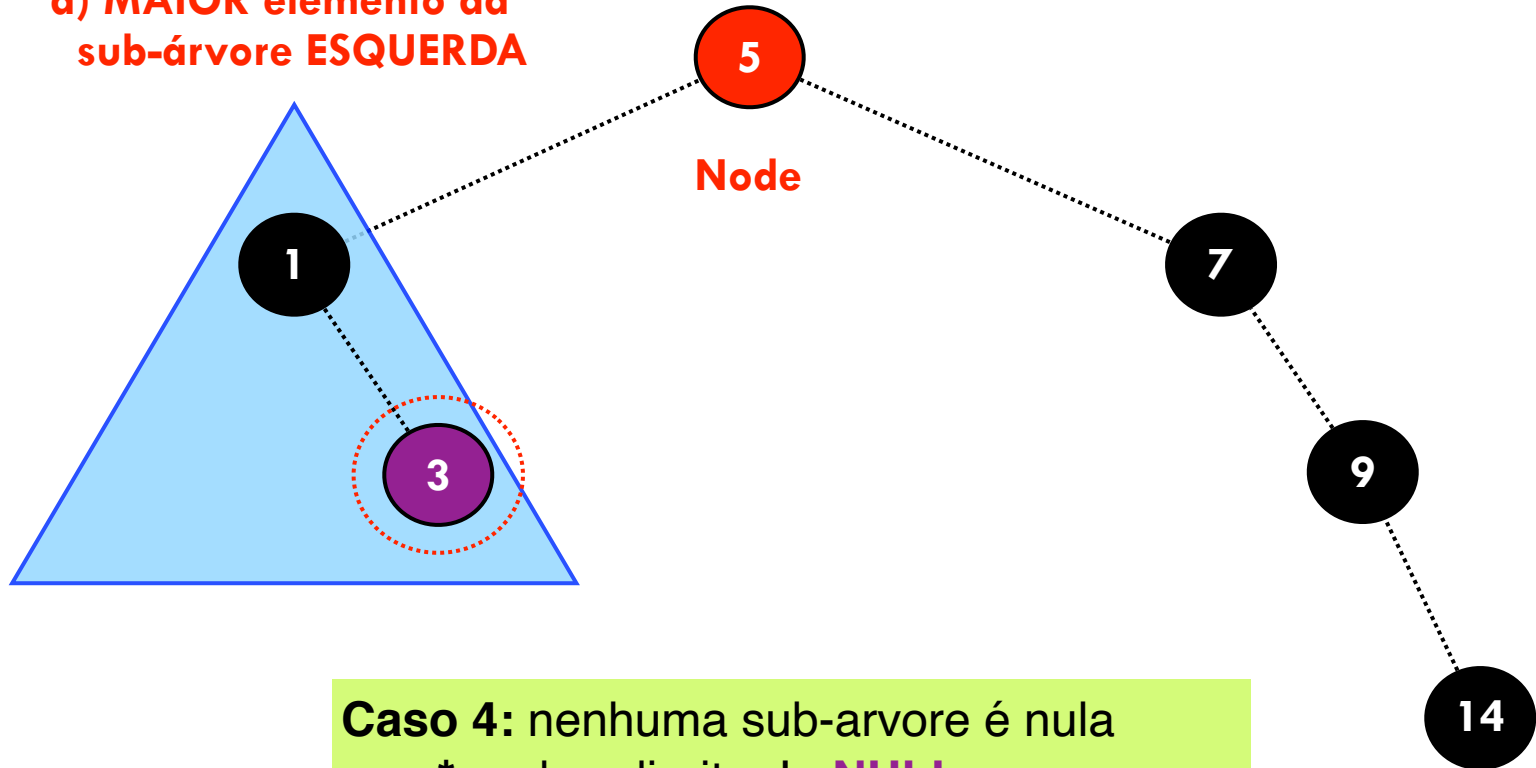
Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

* node->direita != NULL

* node->esquerda != NULL

Remoção

a) MAIOR elemento da sub-árvore ESQUERDA



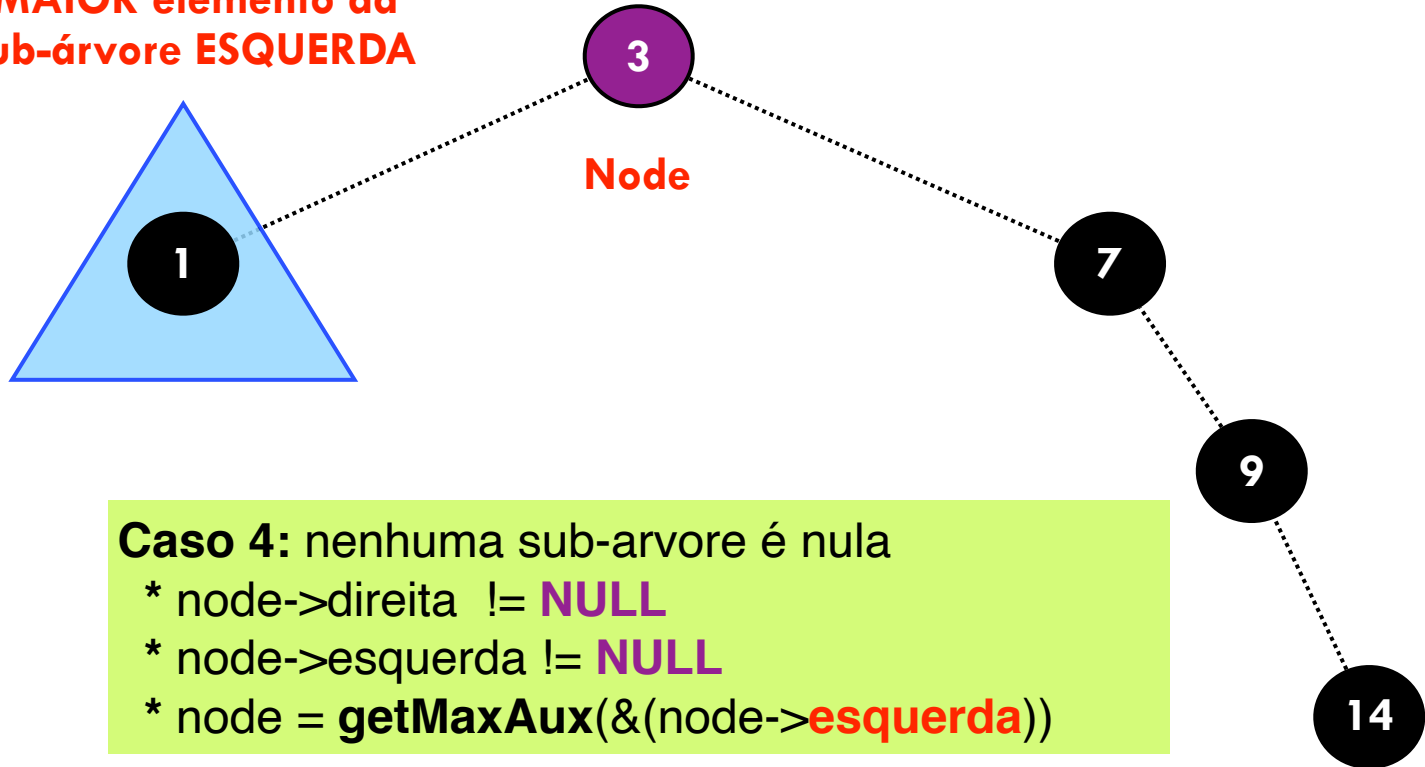
Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

* node->direita != NULL

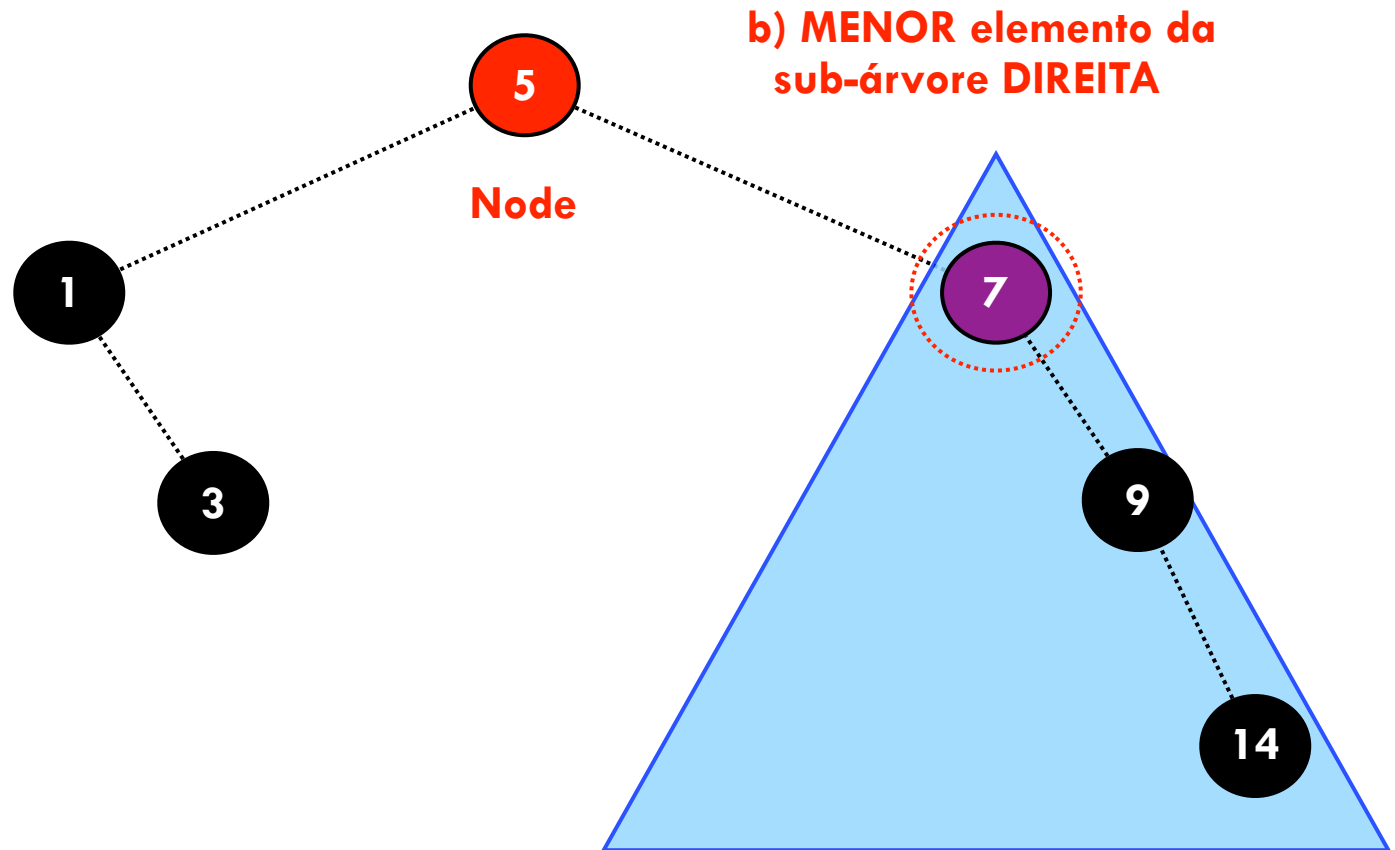
* node->esquerda != NULL

Remoção

α) MAIOR elemento da sub-árvore ESQUERDA



Remoção

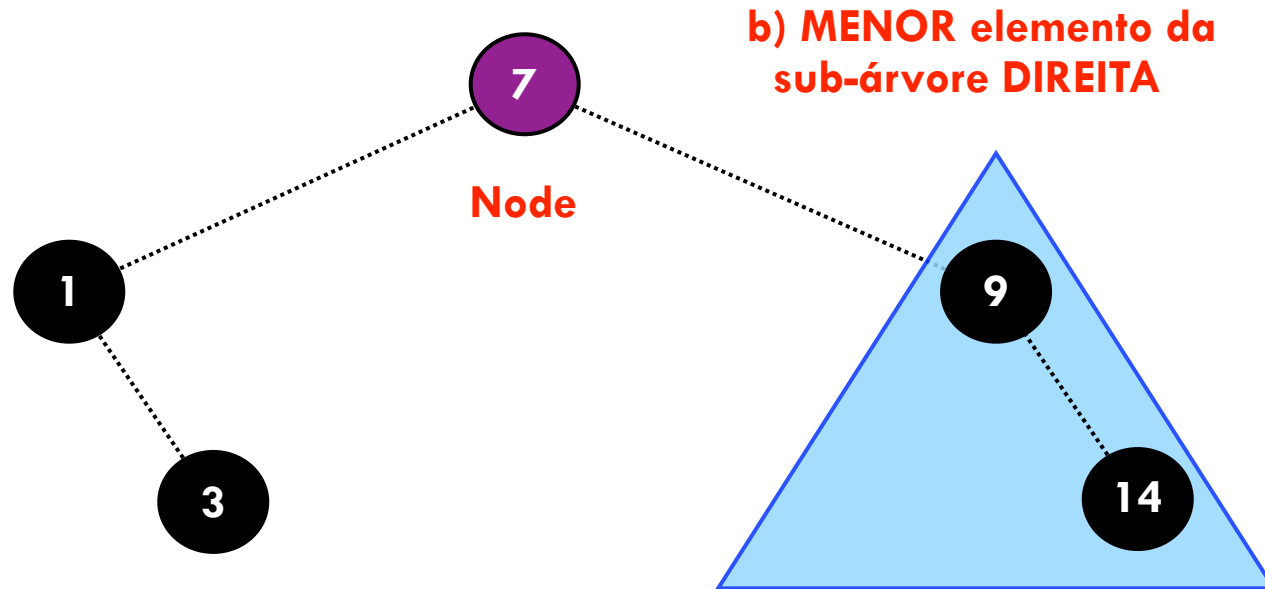


Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

* node->direita != **NULL**

* node->esquerda != **NULL**

Remoção



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

- * node->direita != **NULL**
- * node->esquerda != **NULL**
- * node = **getMinAux**(&(node->**direita**))

Remoção

Remoção (Ponteiro *node, Item x)

1. **se** *node == NULL, não existe elemento a ser removido
 1. **return** (**false**);
2. **se** (*node)->elemento.chave == x.chave
 - // existe e tem q remover, verificar qual caso é*
 1. Caso1: sub-arvore esquerda nula
 2. Caso2: sub-arvore direita nula
 3. Caso3: nó folha
 4. Caso4: existem ambas as sub-arvores
 5. **return**(**true**);
3. **se** (*node)->elemento.chave > x.chave
 1. **return**(Remoção recursivamente p filho da esquerda);
4. **senão**
 1. **return**(Remoção recursivamente p filho da direita);

Exercício 01

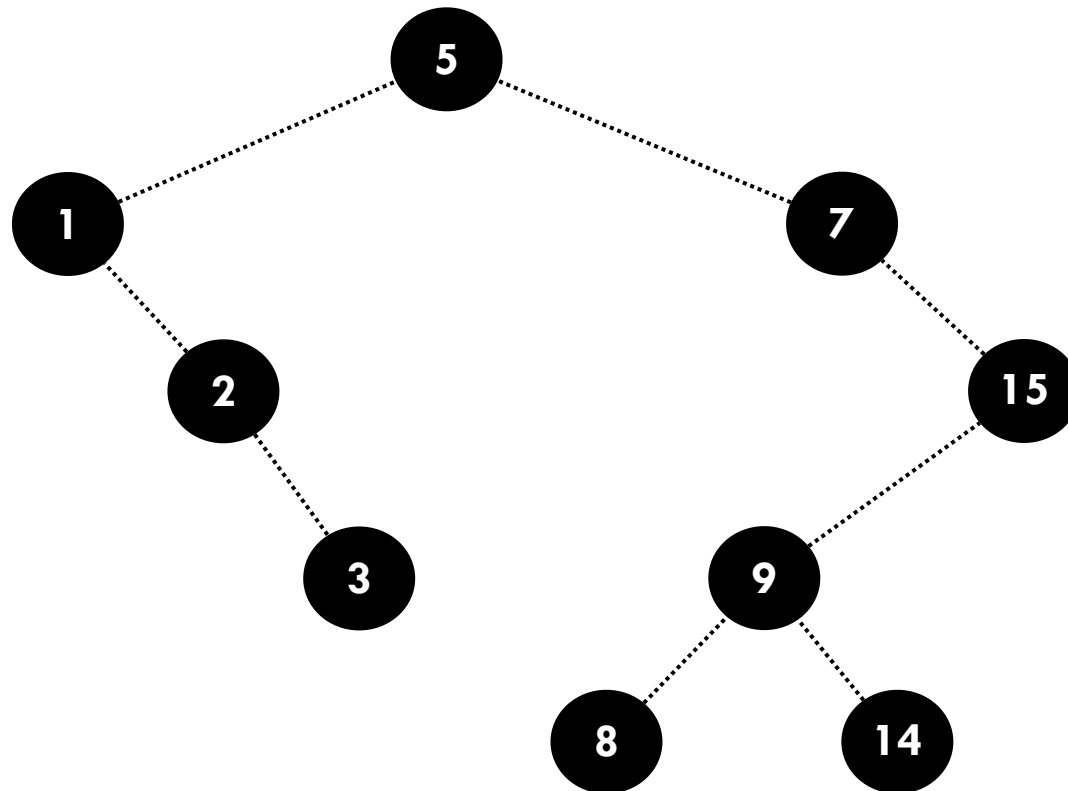
- Implementar a operação de remoção de árvores binárias;

Roteiro

- 1 Tópicos já vistos anteriormente
- 2 Remoção em Árvore Binárias
- 3 Próximos conteúdos
- 4 Referências

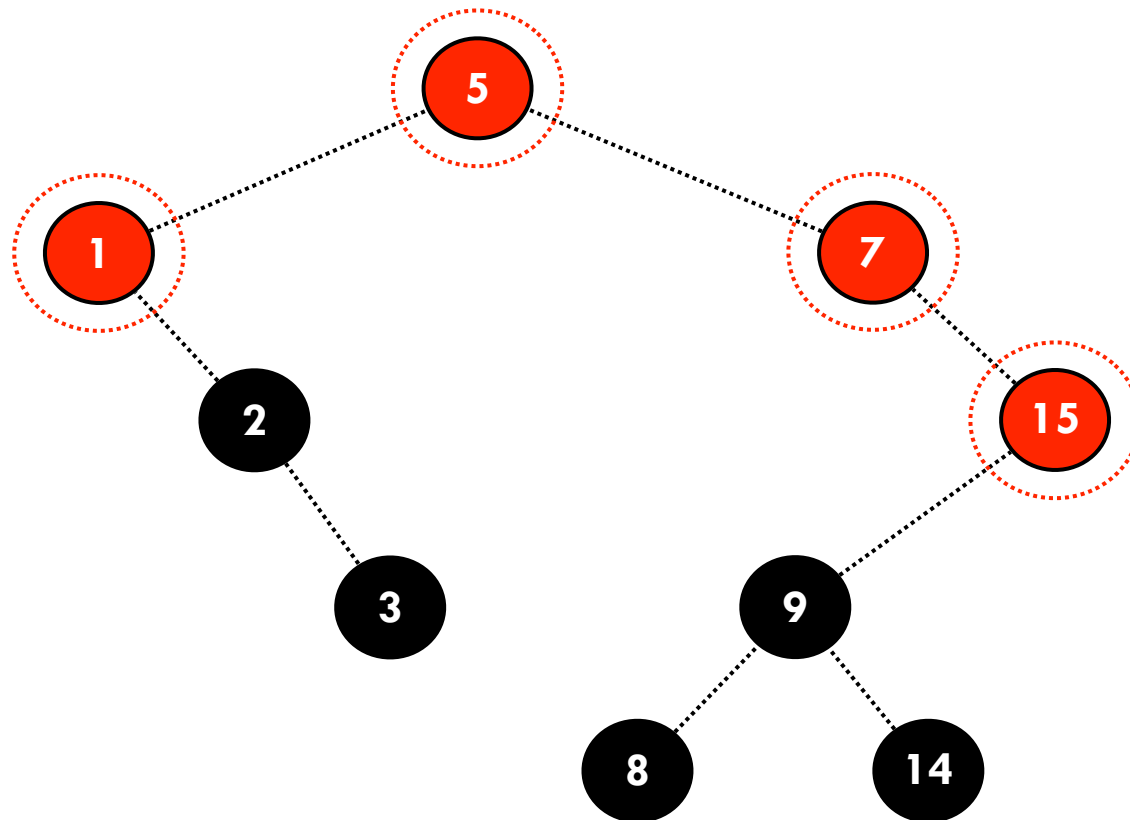
Próximas aulas

□ Desbalanceamentos



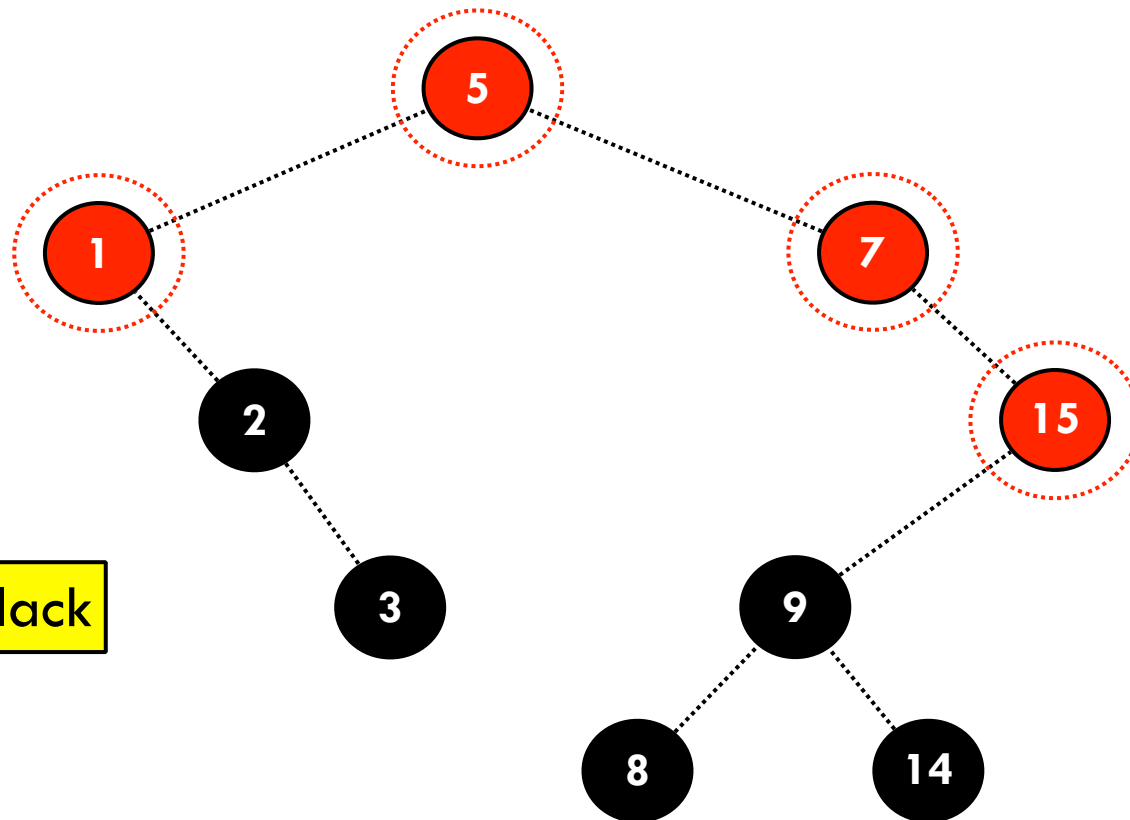
Próximas aulas

□ Desbalanceamentos



Próximas aulas

□ Desbalanceamentos



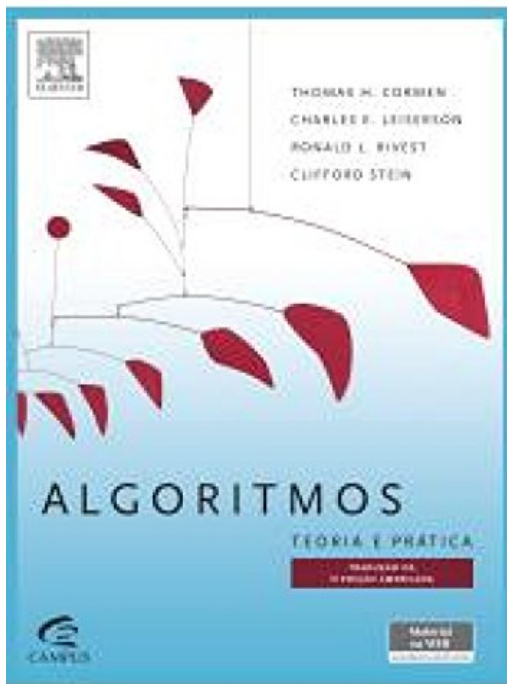
Árvores AVLs

Árvores Red-black

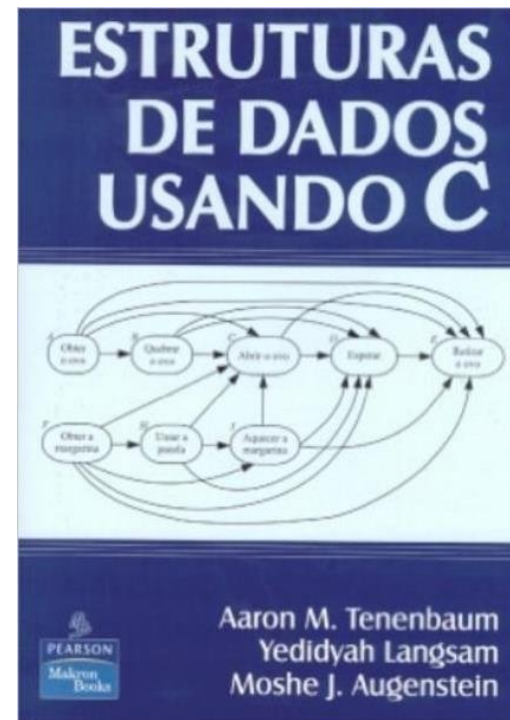
Roteiro

- 1 Tópicos já vistos anteriormente
- 2 Remoção em Árvore Binárias
- 3 Próximos conteúdos
- 4 Referências

Referências sugeridas

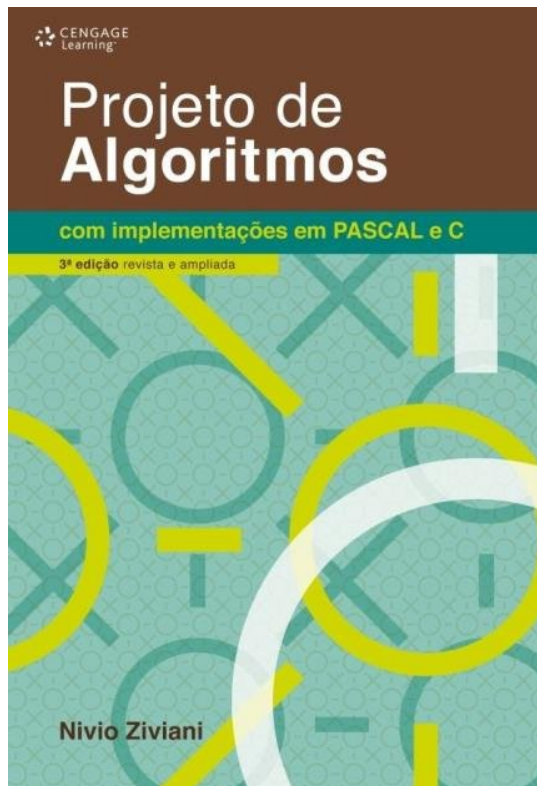


[Cormen et al, 2018]



[Tenenbaum et al, 1995]

Referências sugeridas



[Ziviani, 2010]



[Drozdek, 2017]

Perguntas?

Prof. Rafael G. **Mantovani**

rafaelmantovani@utfpr.edu.br