

SICO7A

SISTEMAS INTELIGENTES 1

Aula 03 G - Minimax

Prof. Rafael G. **Mantovani**

Roteiro



- 1** Introdução
- 2** Minimax
- 3** Exercício
- 4** Referências

Roteiro



- 1** Introdução
- 2** Minimax
- 3** Exercício
- 4** Referências

Introdução

Jogos:

●... sempre foram uma área de aplicação importante para algoritmos heurísticos

Introdução

Jogos:

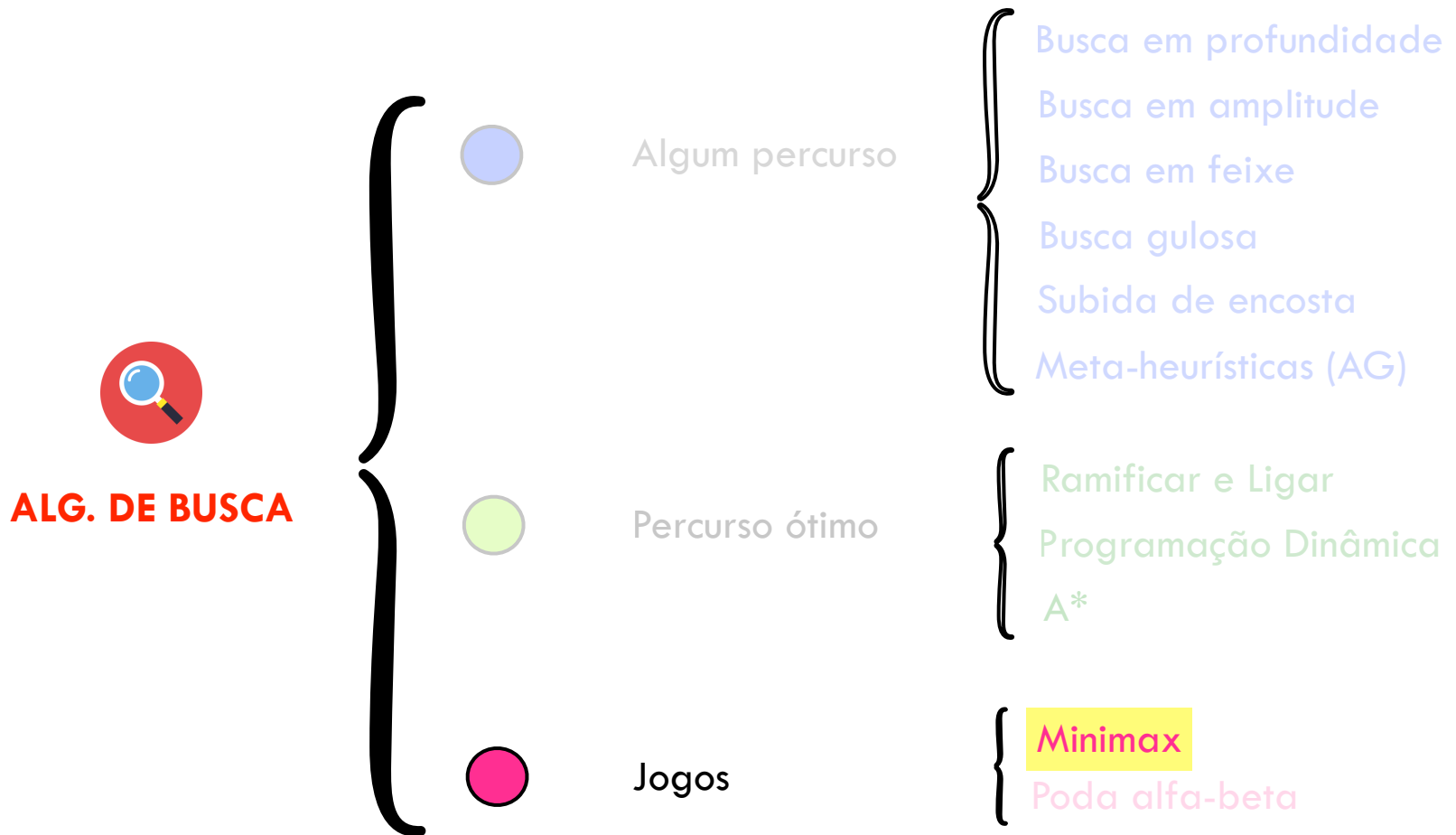
... sempre foram uma área de aplicação importante para algoritmos heurísticos

- * **Jogos** com duas pessoas são **+ complicados** que problemas de busca convencional
- * adversário **“hostil”** e imprevisível

Introdução



Introdução



Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Minimax
- 3 Exercício
- 4 Referências

Minimax



- ***Jogo NIM***

Minimax

□ **Jogo NIM**

- jogo cujo espaço de estados pode ser buscado exaustivamente
- diversas fichas são colocadas em uma mesa entre dois adversários

Minimax

□ *Jogo NIM*

- jogo cujo espaço de estados pode ser buscado exaustivamente
- diversas fichas são colocadas em uma mesa entre dois adversários
 - a cada movimento, o jogador precisa **dividir** uma pilha de fichas em **duas pilhas não vazias** com tamanhos **diferentes**

Minimax

□ **Jogo NIM**

- jogo cujo espaço de estados pode ser buscado exaustivamente
- diversas fichas são colocadas em uma mesa entre dois adversários
 - a cada movimento, o jogador precisa **dividir** uma pilha de fichas em **duas pilhas não vazias** com tamanhos **diferentes**

Exemplo:

Minimax

□ Jogo NIM

- jogo cujo espaço de estados pode ser buscado exaustivamente
- diversas fichas são colocadas em uma mesa entre dois adversários
- a cada movimento, o jogador precisa **dividir** uma pilha de fichas em **duas pilhas não vazias** com tamanhos **diferentes**

Exemplo: 6 fichas podem ser divididas em pilhas com: (5,1) ou (4,2) elementos, mas **não** (3,3)

Minimax

□ Jogo NIM

- jogo cujo espaço de estados pode ser buscado exaustivamente
- diversas fichas são colocadas em uma mesa entre dois adversários
- a cada movimento, o jogador precisa **dividir** uma pilha de fichas em **duas pilhas não vazias** com tamanhos **diferentes**

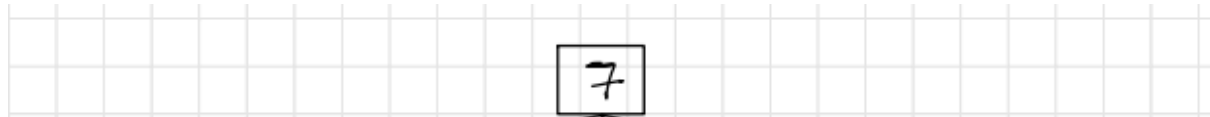
Exemplo: 6 fichas podem ser divididas em pilhas com: (5,1) ou (4,2) elementos, mas **não** (3,3)

- o primeiro jogador que não conseguir fazer uma jogada, perde o jogo

Minimax

Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas

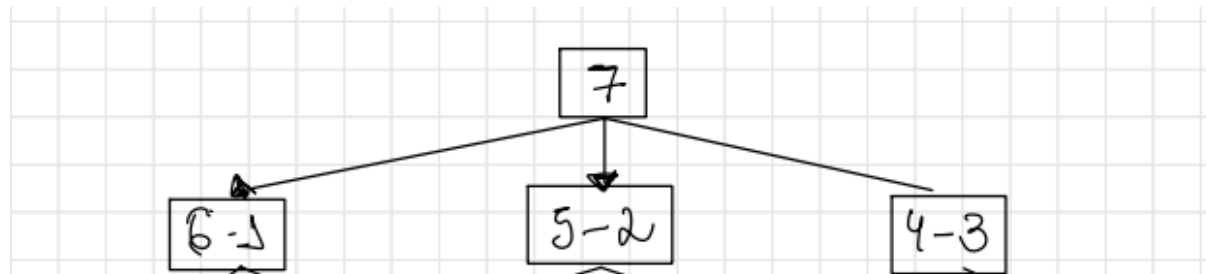
1º nível



Minimax

Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas

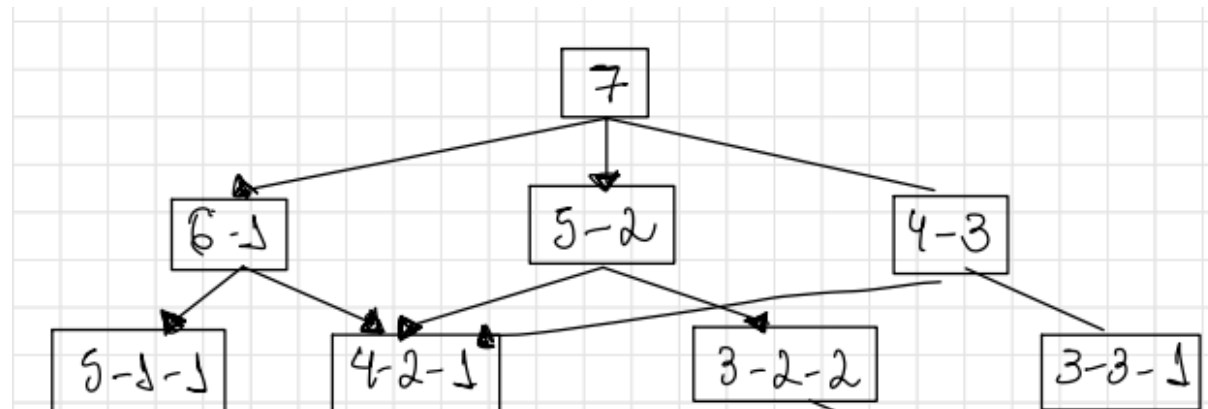
2º nível



Minimax

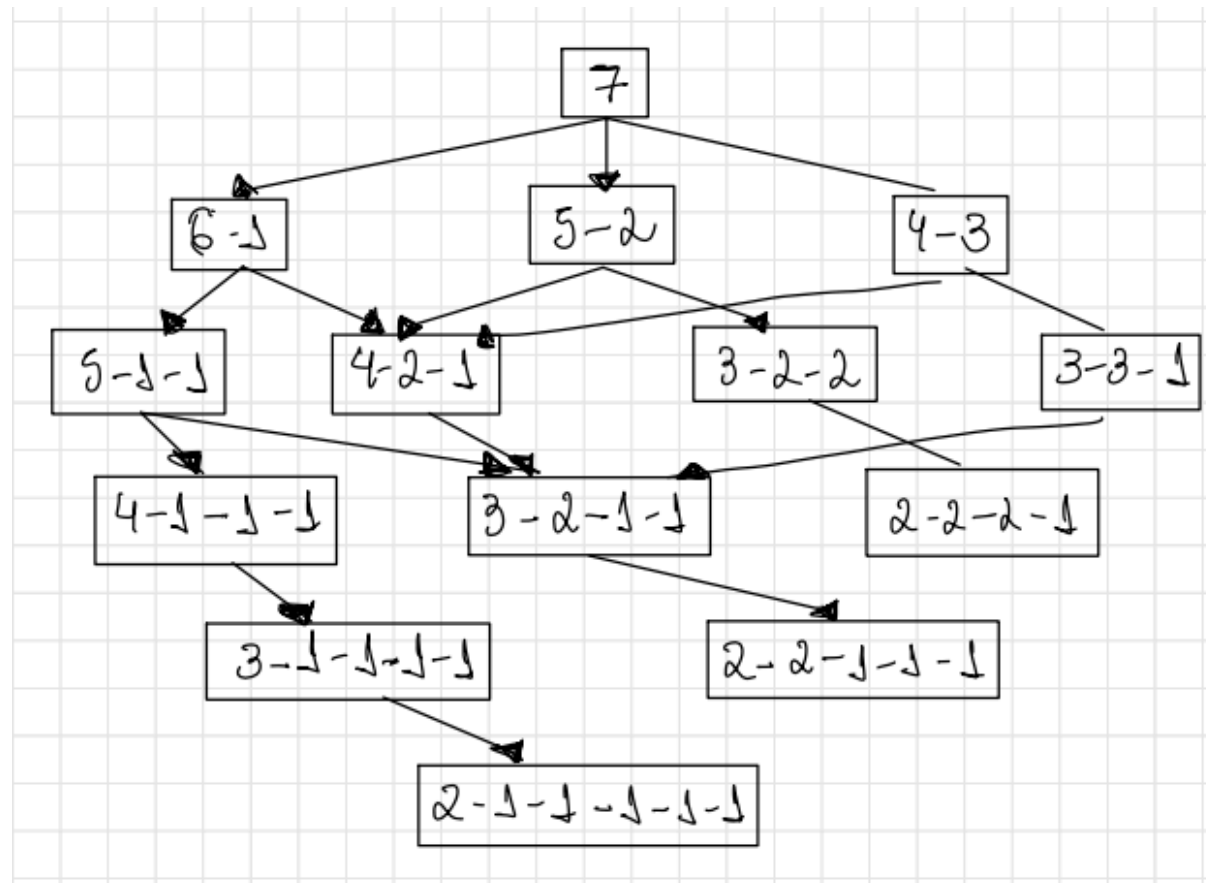
Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas

3º nível



Minimax

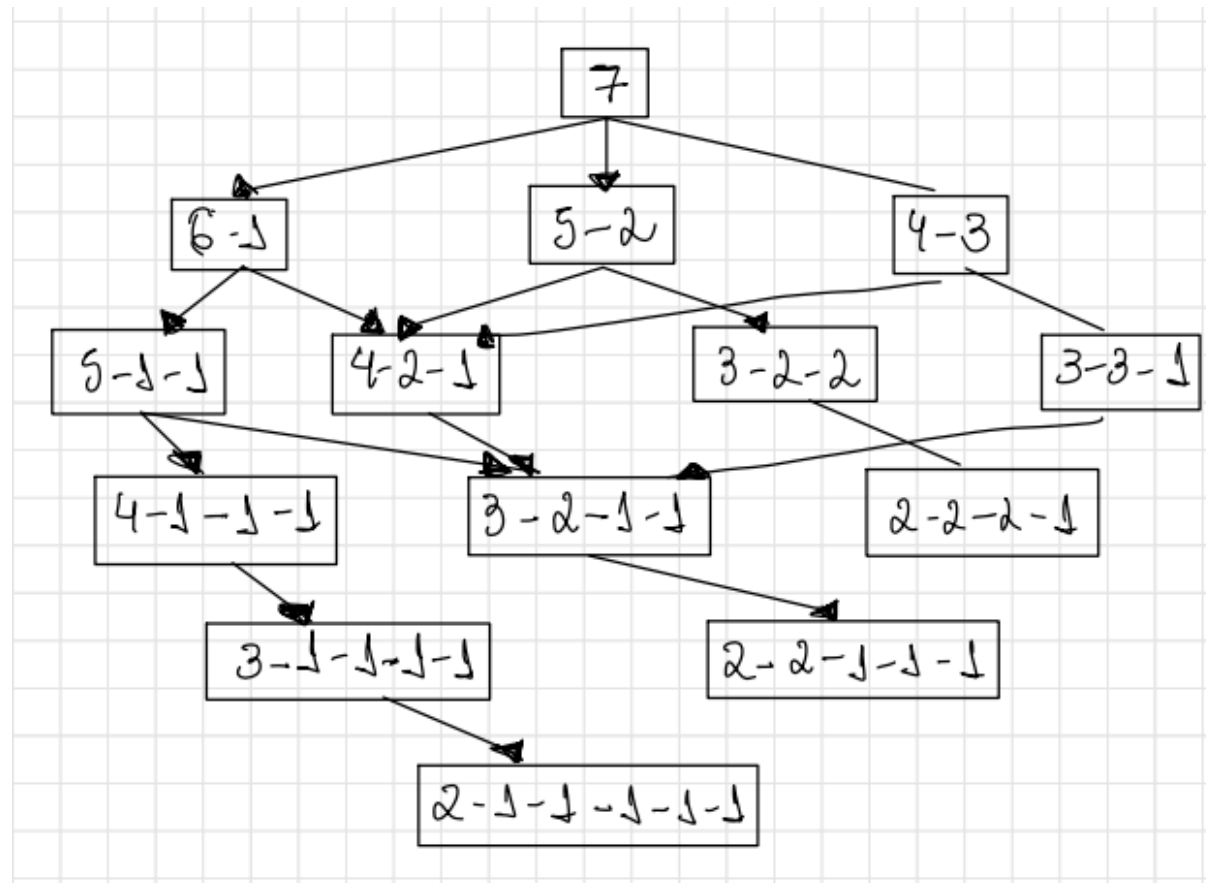
Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas



6º nível

Minimax

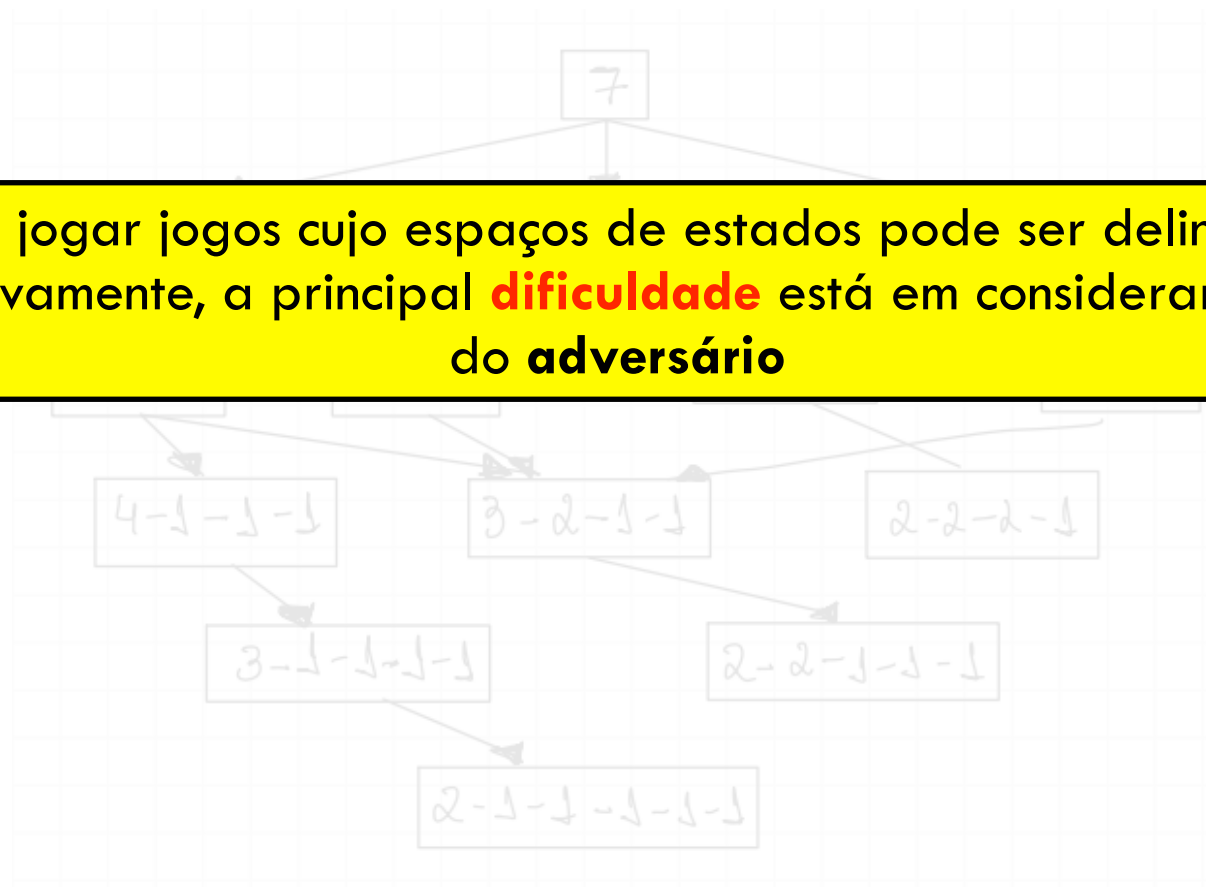
Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas



Minimax

Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas

* ao jogar jogos cujo espaços de estados pode ser delineado exaustivamente, a principal **difficuldade** está em considerar a **ação** do **adversário**



Minimax

- **Método Simples:** considerar que o oponente usa o mesmo conhecimento do espaço de busca de estados que voce usa e aplica

Minimax

Minimax

- * oponentes são chamados de **MIN** e **MAX**
- * **MAX**: jogador tentando vencer, MAXimizando sua vantagem
- * **MIN**: jogador que tenta MINimizar o placar de MAX. Tenta sempre se mover para um estado que é pior para MAX.

Minimax

Minimax

- * oponentes são chamados de **MIN** e **MAX**
- * **MAX**: jogador tentando vencer, MAXimizando sua vantagem
- * **MIN**: jogador que tenta MINimizar o placar de MAX. Tenta sempre se mover para um estado que é pior para MAX.

■ rotulamos cada nível do espaço de acordo com quem joga nesse ponto do jogo (**MIN** ou **MAX**)

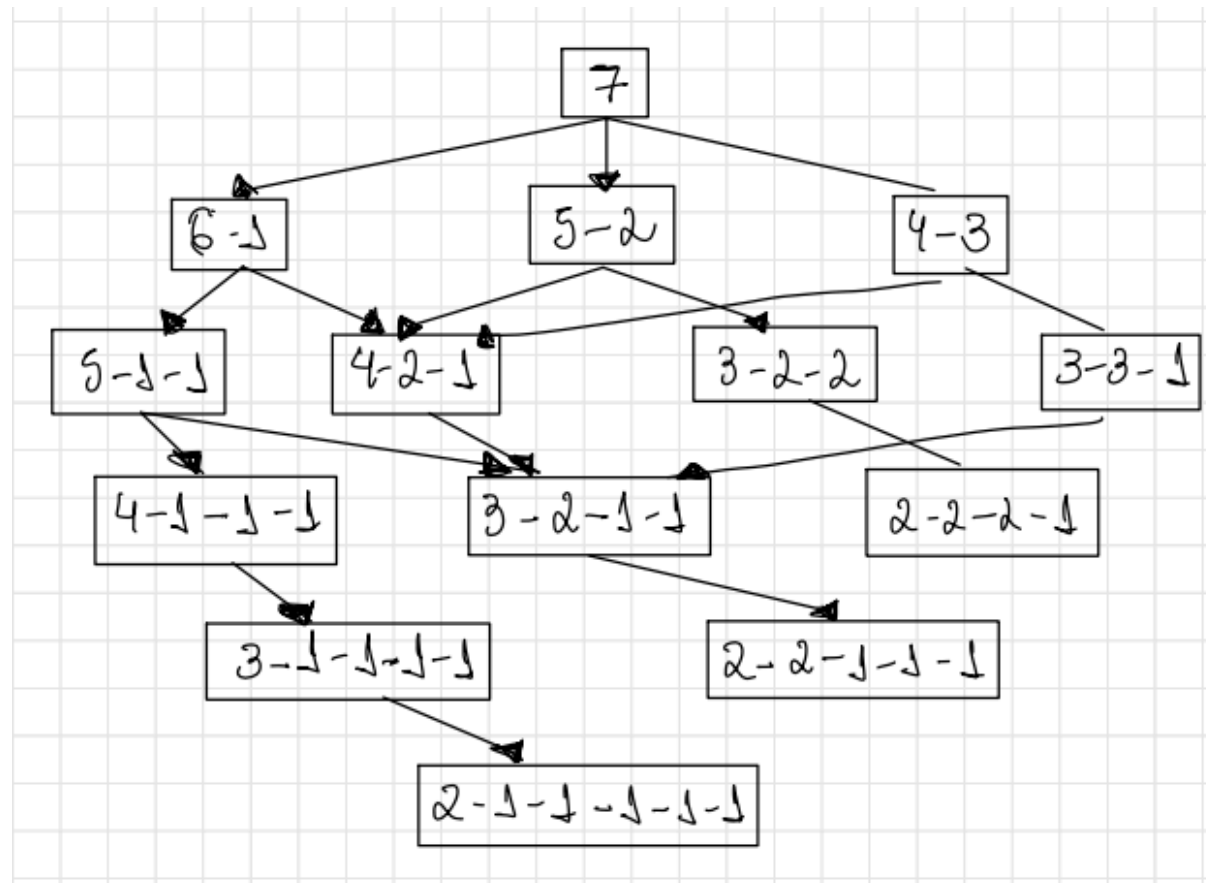
Minimax

Minimax

- * oponentes são chamados de **MIN** e **MAX**
 - * **MAX**: jogador tentando vencer, MAXimizando sua vantagem
 - * **MIN**: jogador que tenta MINimizar o placar de MAX. Tenta sempre se mover para um estado que é pior para MAX.
-
- rotulamos cada nível do espaço de acordo com quem joga nesse ponto do jogo (**MIN** ou **MAX**)
 - se o estado pai foi um nó **MAX**, dê-lhe o valor máximo entre seus filhos
 - se o estado pai foi um nó **MIN**, dê-lhe o valor mínimo de seus filhos

Minimax

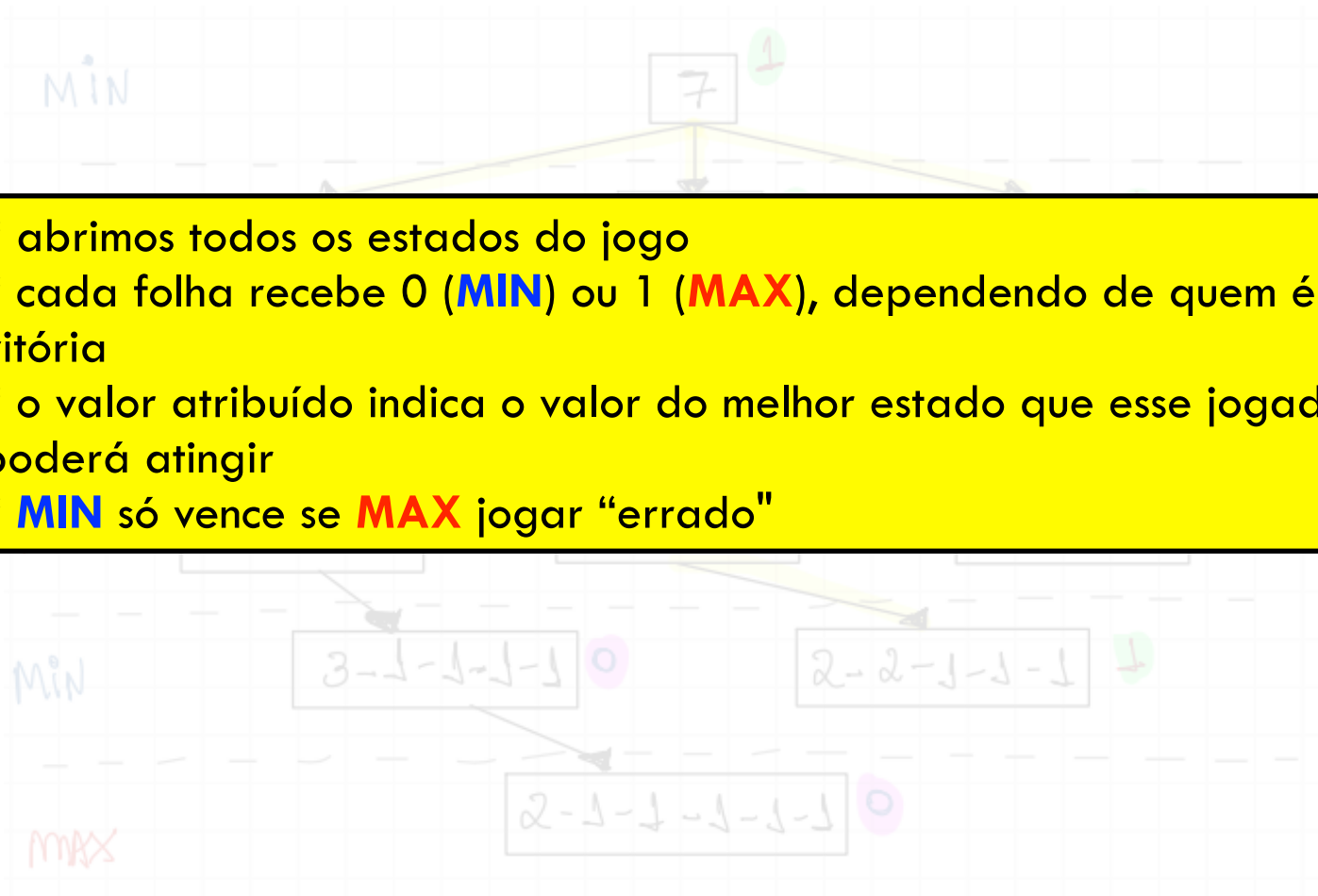
Fig 1. Espaço de estados para NIM com 7 fichas



Exemplo

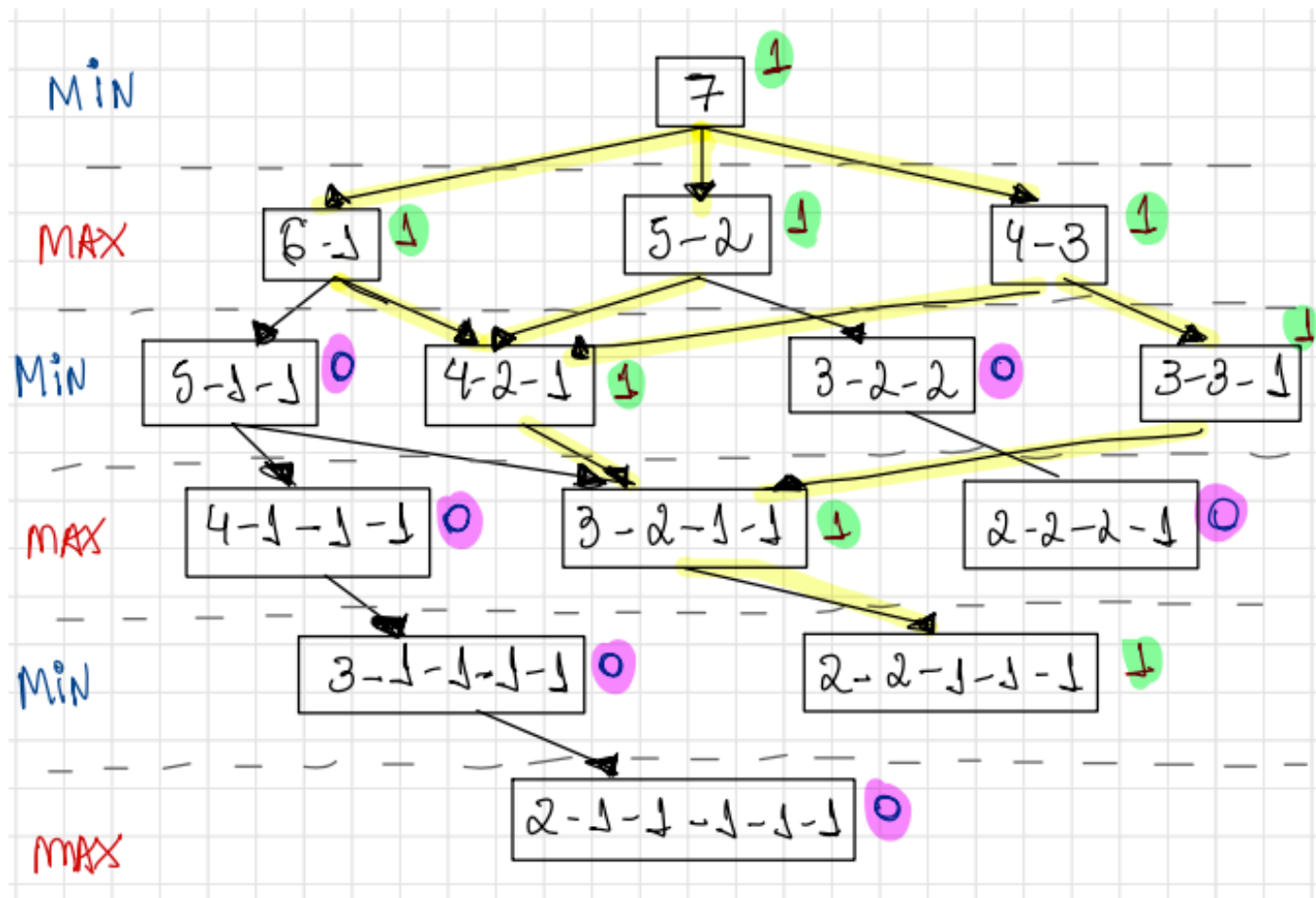
Fig 2. Projeção do MINIMAX no espaço da Figura 1.

- * abrimos todos os estados do jogo
- * cada folha recebe 0 (**MIN**) ou 1 (**MAX**), dependendo de quem é a vitória
- * o valor atribuído indica o valor do melhor estado que esse jogador poderá atingir
- * **MIN** só vence se **MAX** jogar “errado”



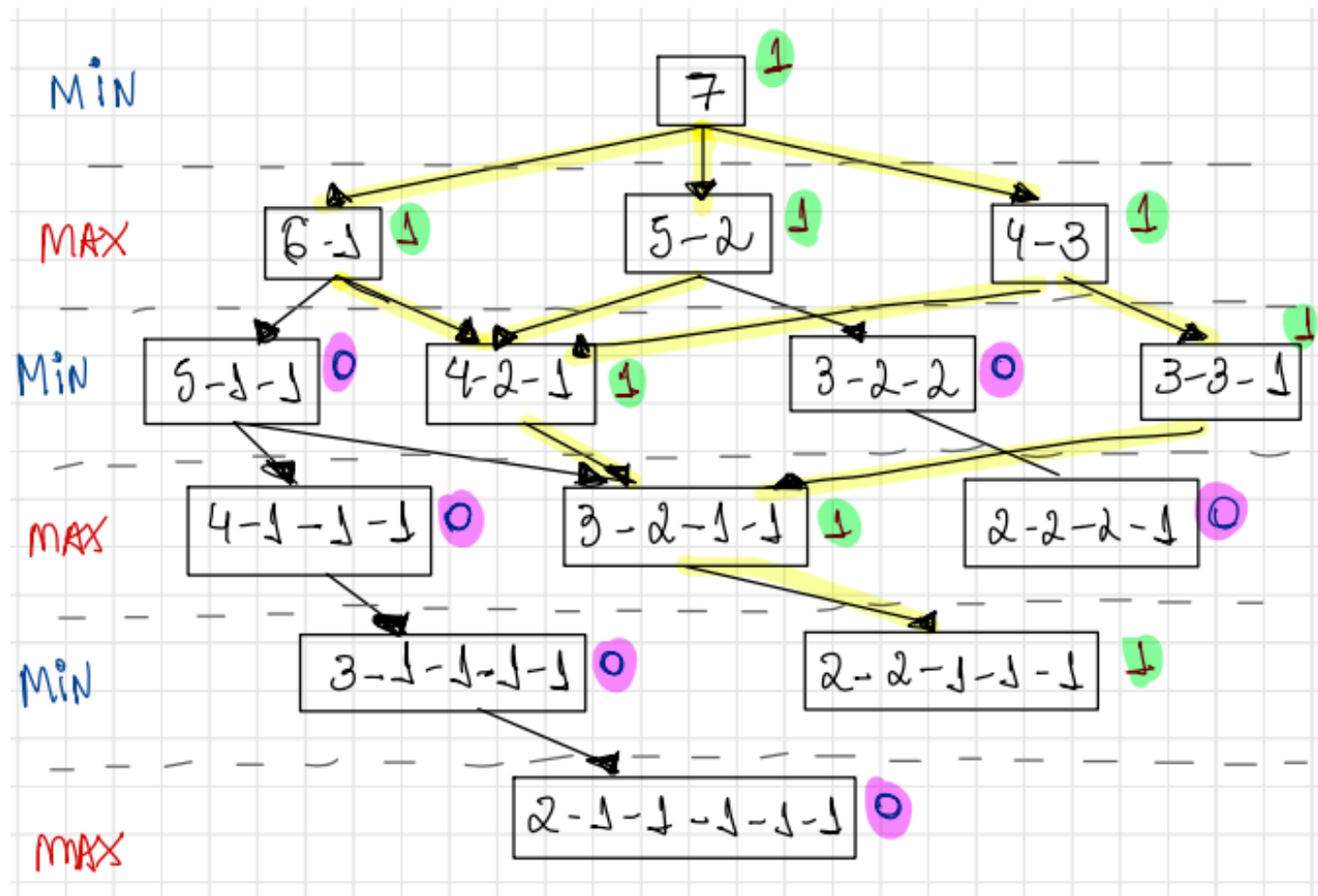
Exemplo

Fig 2. Projecção do MINIMAX no espaço da Figura 1.



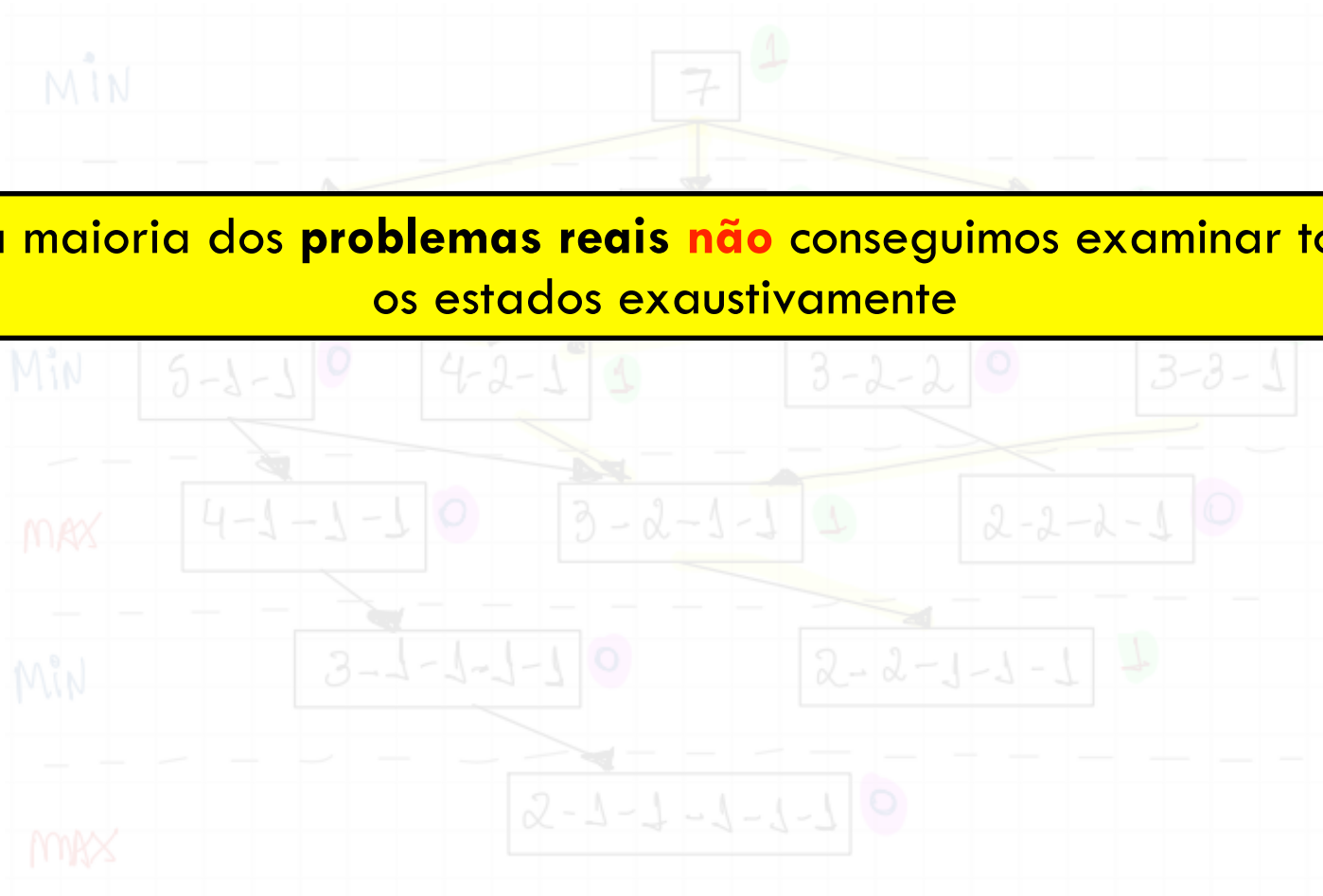
Exemplo

Fig 2. Projecção do MINIMAX no espaço da Figura 1.



Exemplo

Fig 2. Projeção do MINIMAX no espaço da Figura 1.



Minimax com profundidade fixa

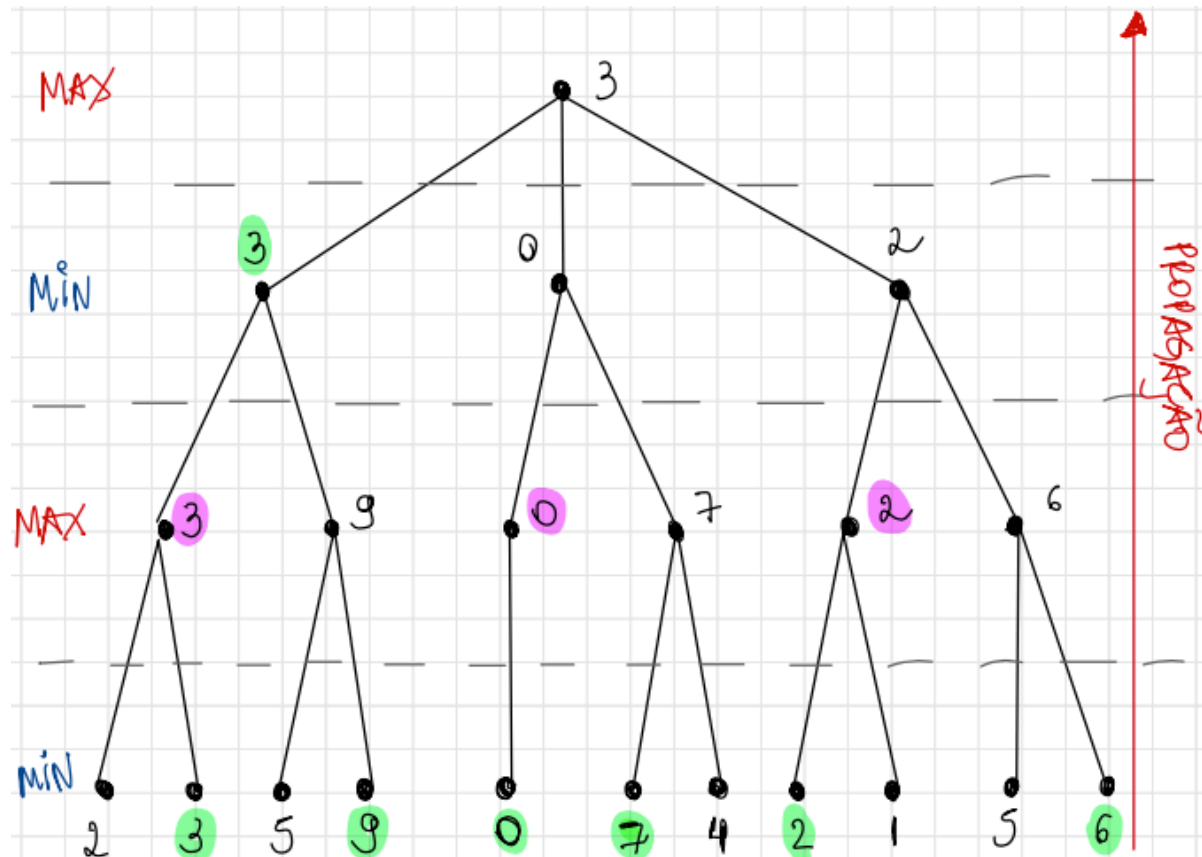


Minimax com profundidade fixa

- **Antecipação por N níveis**
 - **N** = número de níveis explorados
 - **folhas**: valoradas de acordo com uma função de avaliação heurística
 - **heurísticas** vão medir a vantagem de um jogador sobre outro

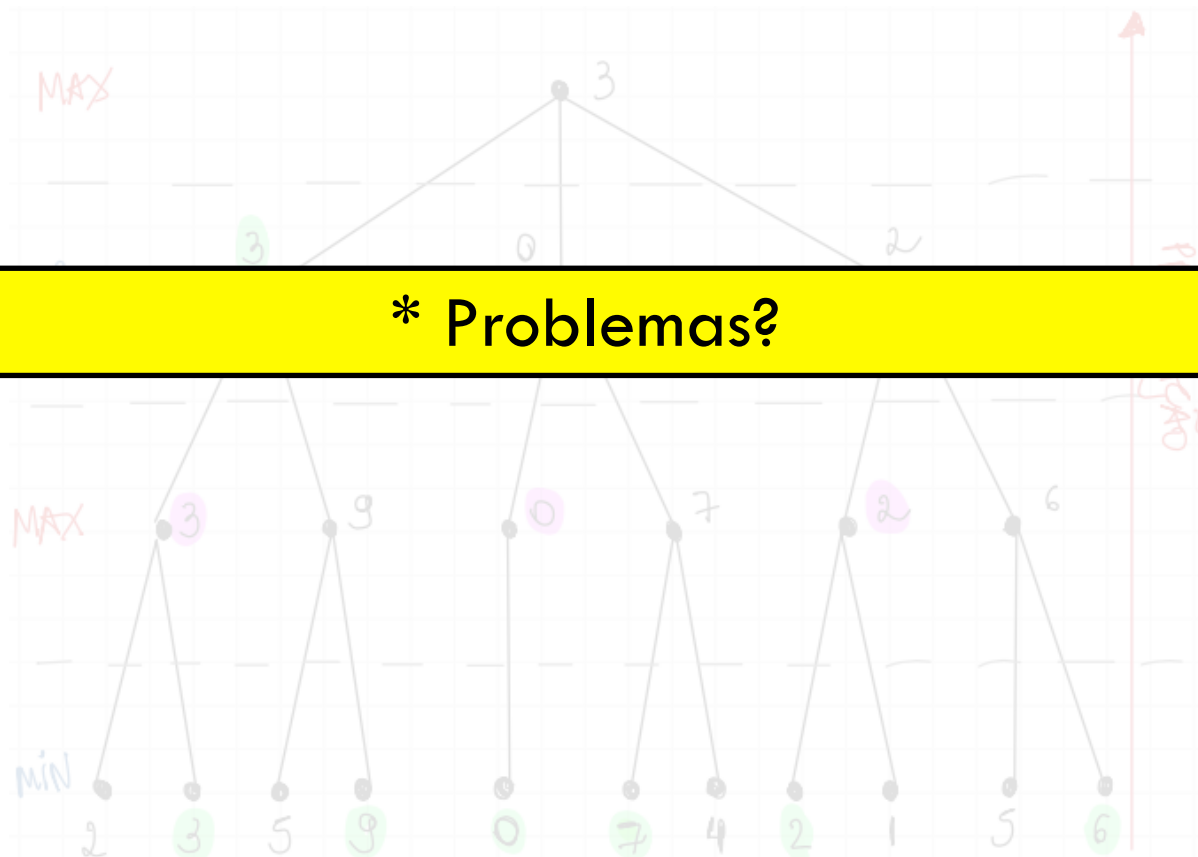
Minimax com profundidade fixa

Fig 3. Estado hipotético de quatro camadas. Estados folhas apresentam valores heurísticos, estados internos mostram os valores retropropagados.



Minimax com profundidade fixa

Fig 3. Estado hipotético de quatro camadas. Estados folhas apresentam valores heurísticos, estados internos mostram os valores retropropagados.



Minimax com profundidade fixa

Fig 3. Estado hipotético de quatro camadas. Estados folhas apresentam valores heurísticos, estados internos mostram os valores retropropagados.

* Problemas?

- Avaliações enganosas (efeito de horizonte)
- Avaliações tendenciosas (profundidade excessiva)

Exemplo: Minimax + Jogo da Velha



Exemplo

Jogo da Velha

- $h(n)$: conta as linhas vencedoras de **MAX**, e então subtrai o número total de linhas vencedoras de **MIN**

Exemplo

Jogo da Velha

- $h(n)$: conta as linhas vencedoras de **MAX**, e então subtrai o número total de linhas vencedoras de **MIN**
- a busca tenta maximizar essa medida
- Se um estado for uma vitória para **MAX**, ele é avaliado como $+\infty$
- Se um estado for uma vitória para **MIN**, ele é avaliado como $-\infty$

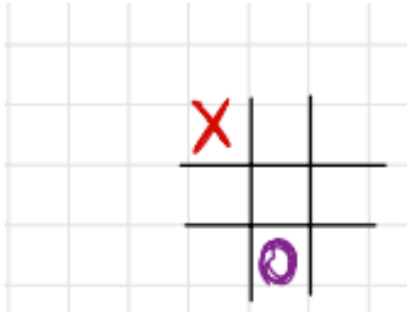
Exemplo

HEURÍSTICA:

$$h(n) = M(n) - O(n)$$

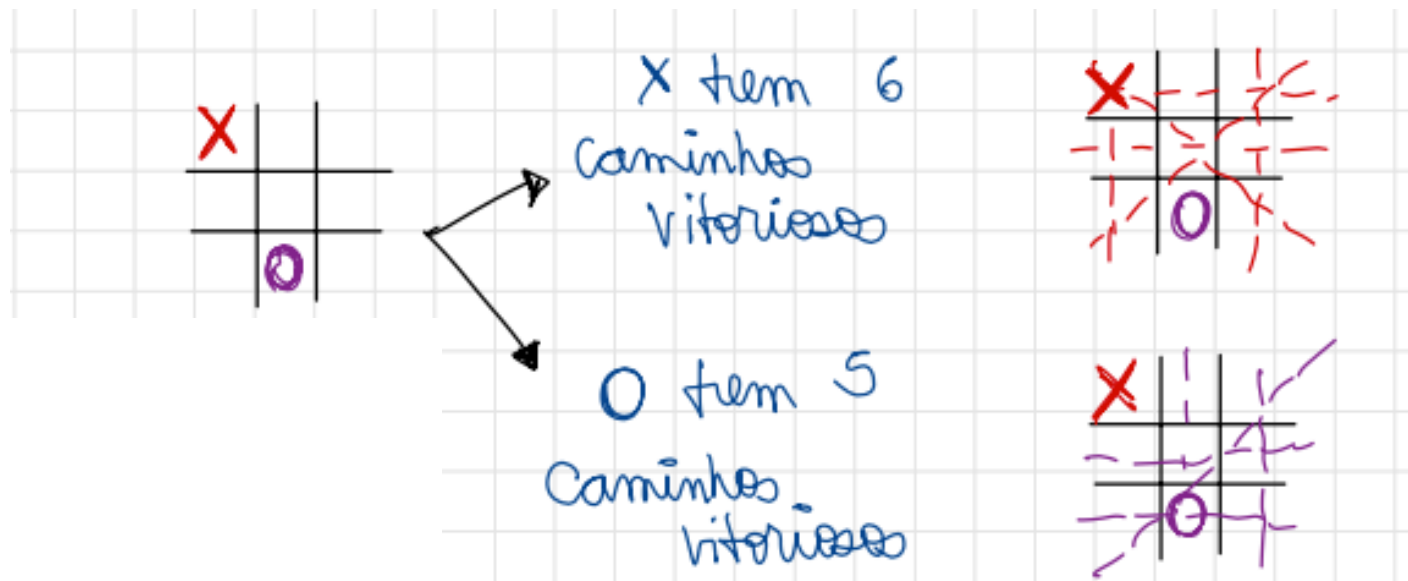
- $O(n)$ = linhas vitoriosas do oponente
- $M(n)$ = linhas vitoriosas do jogador

Exemplo

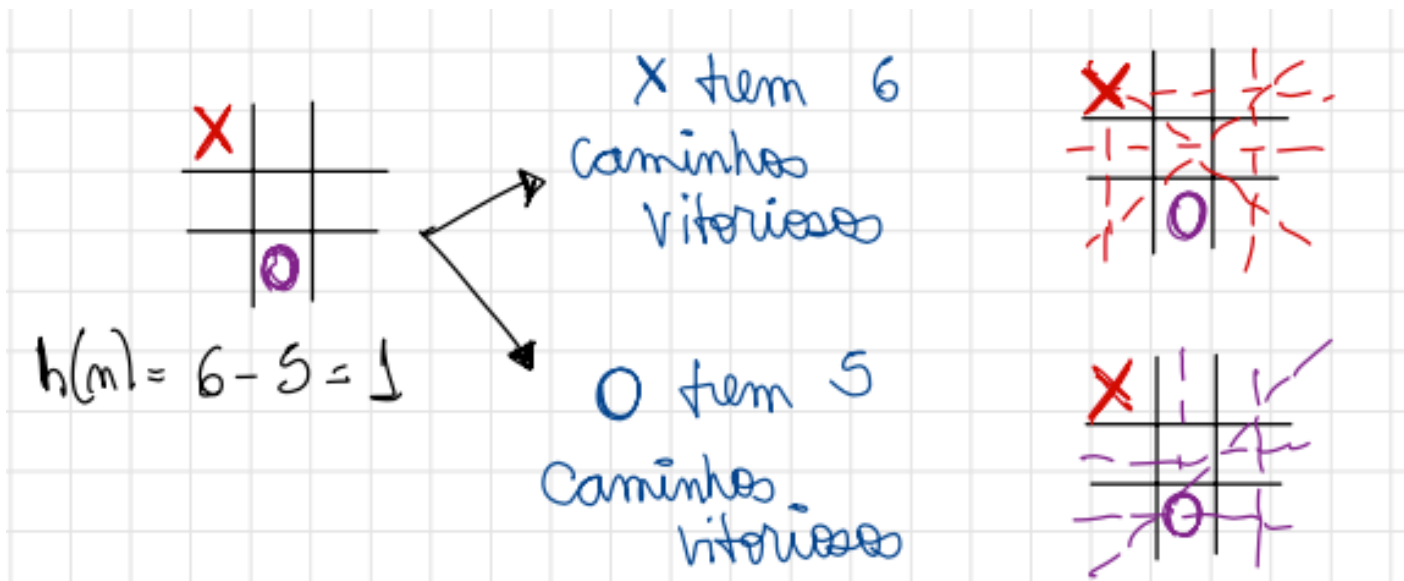


$$h(n) = M(n) - O(n) = ?$$

Exemplo



Exemplo

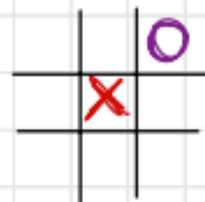


Outros Exemplos



$$h(m) = 4 - 6 = -2$$

- X tem 4 caminhos de vitória
- O tem 6 caminhos de vitória

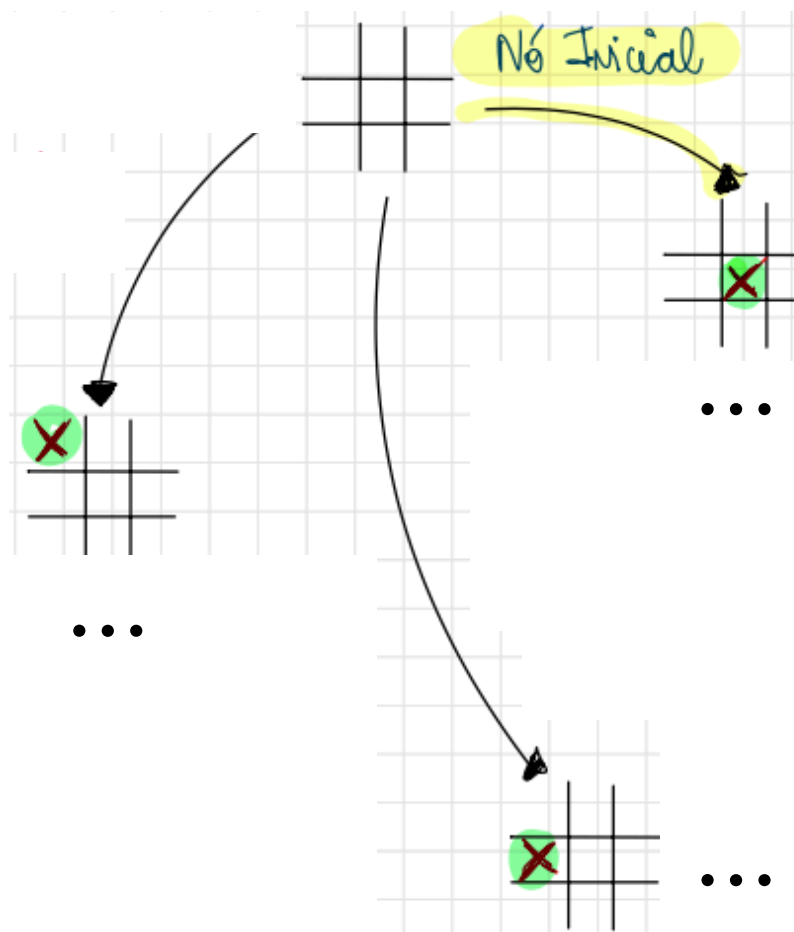


$$h(m) = 5 - 4 = 1$$

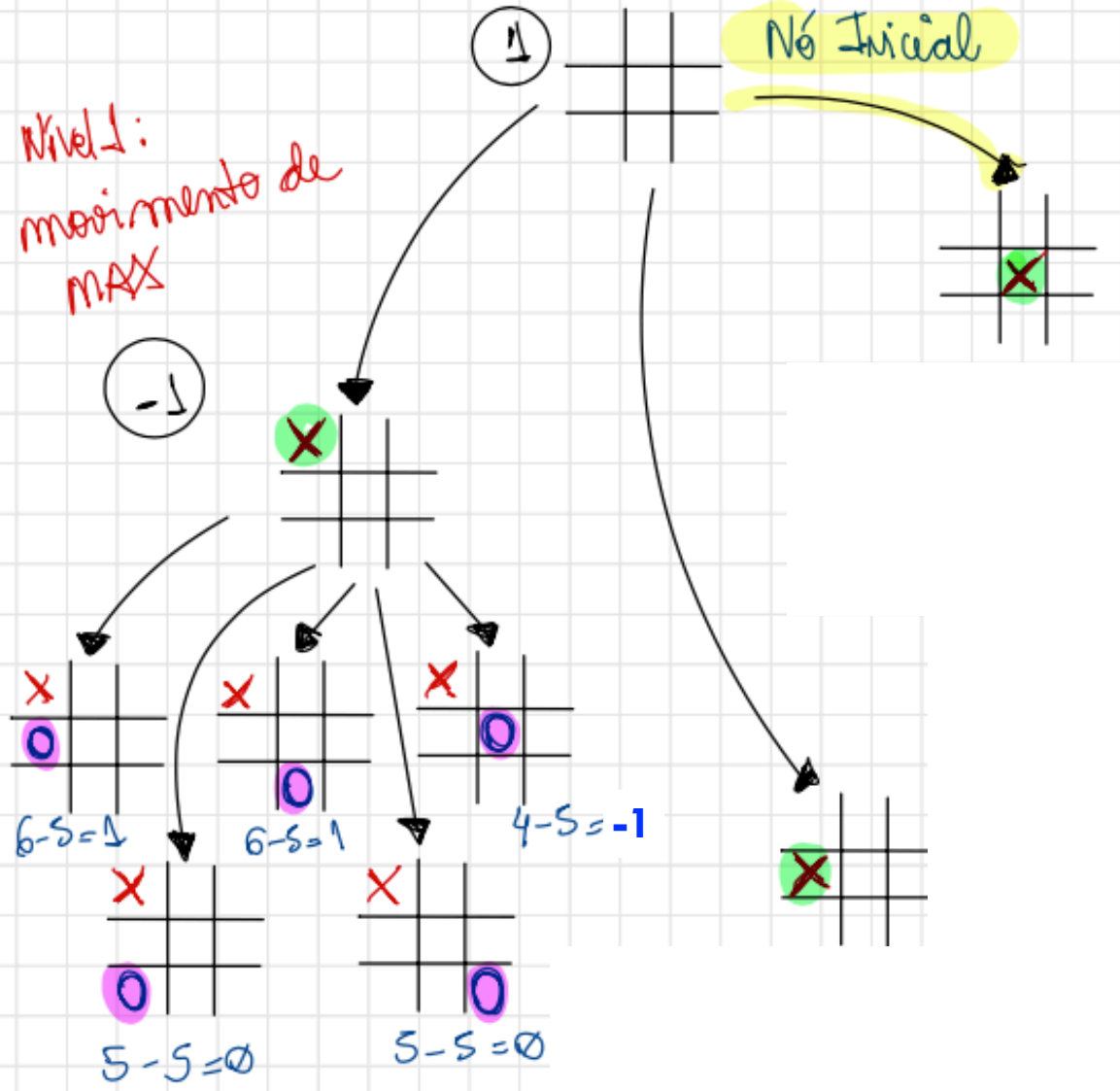
- X tem 5 caminhos de vitória
- O tem 4 caminhos de vitória

Exemplo

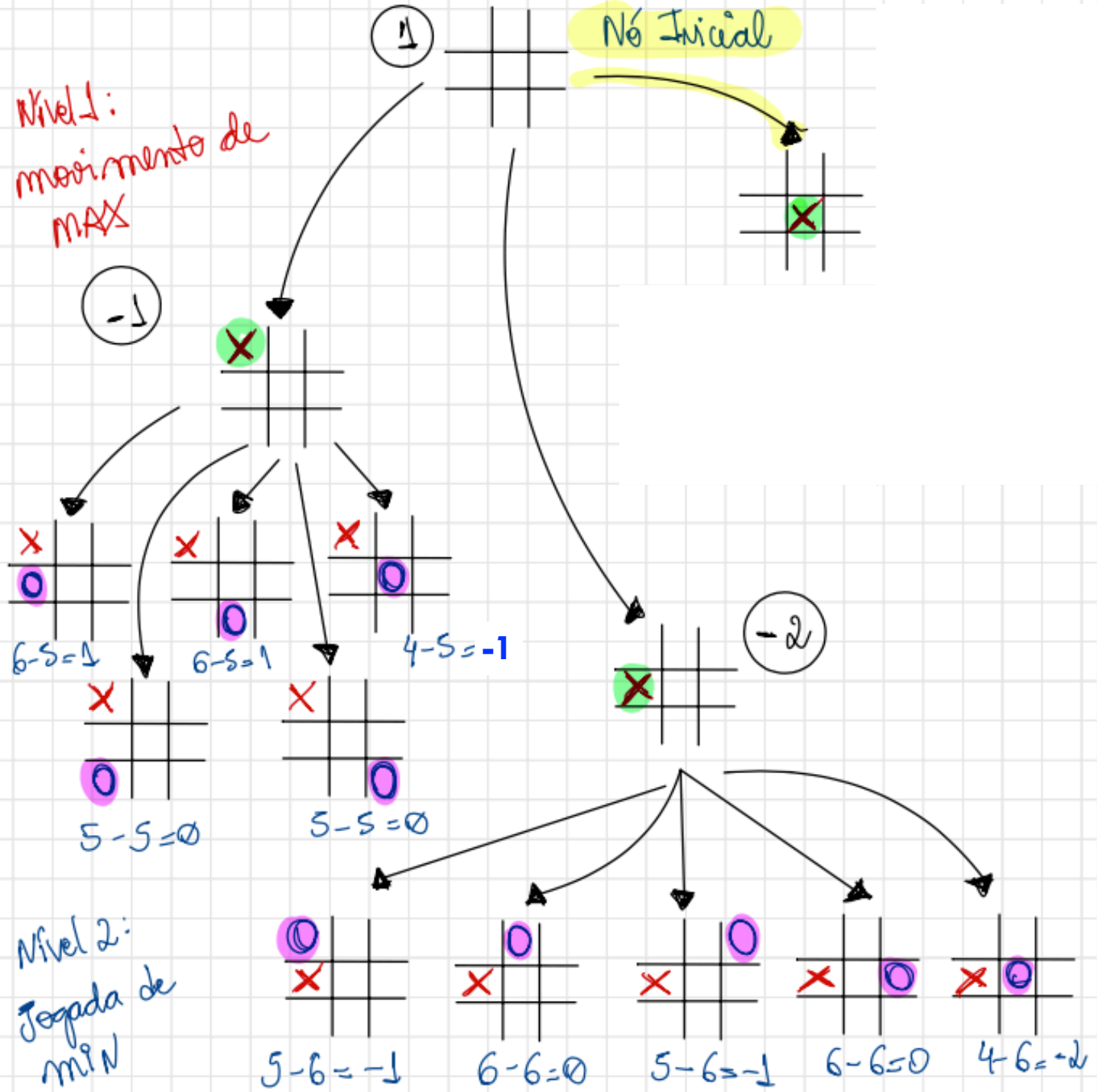
Fig 4. Minimax de duas camadas aplicado ao movimento de abertura do jogo da velha



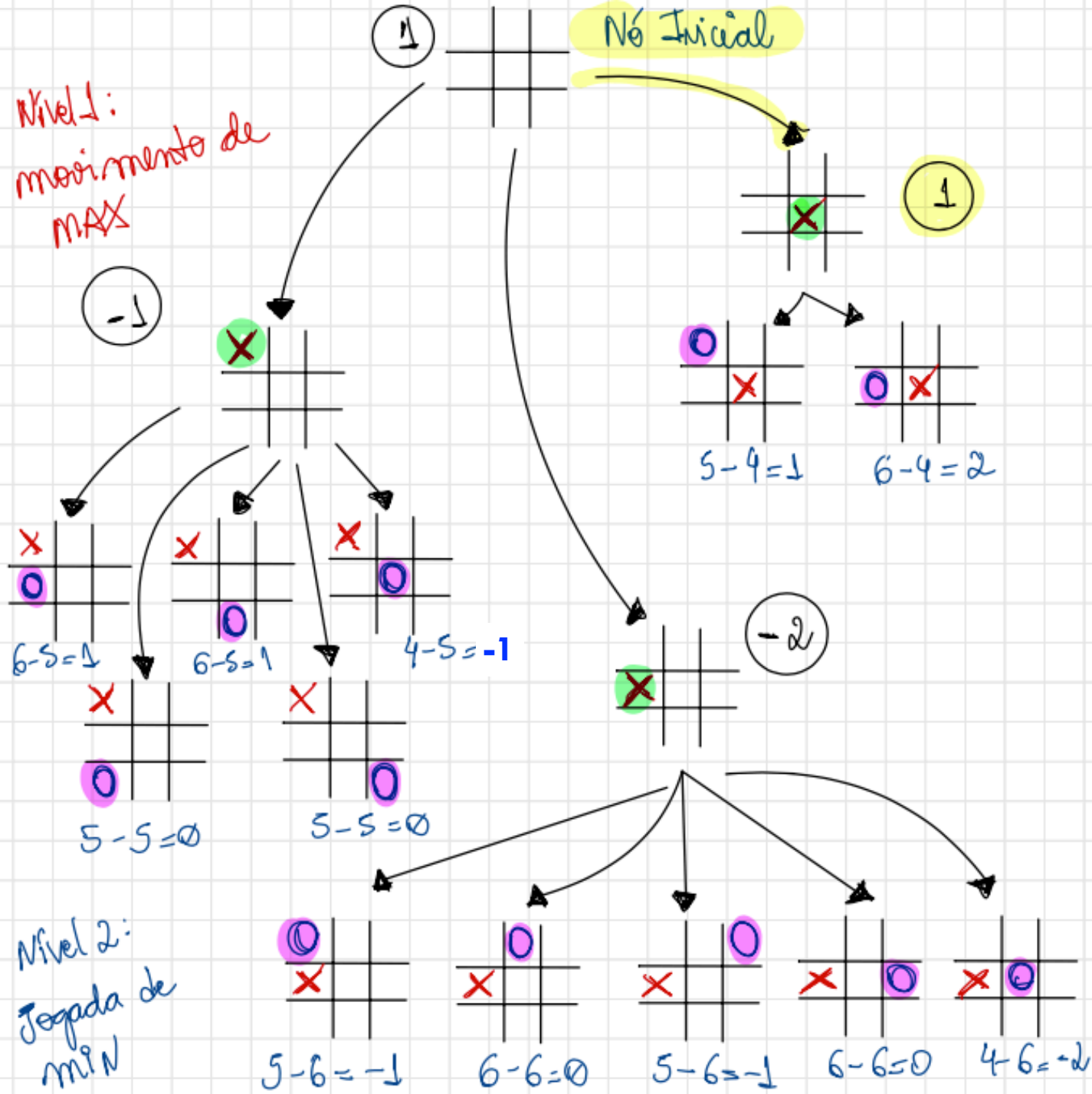
Nivel 1:
movimiento de
MAX



Nivel 1:
movimiento de
MAX



Nivel 1:
movimiento de
MAX



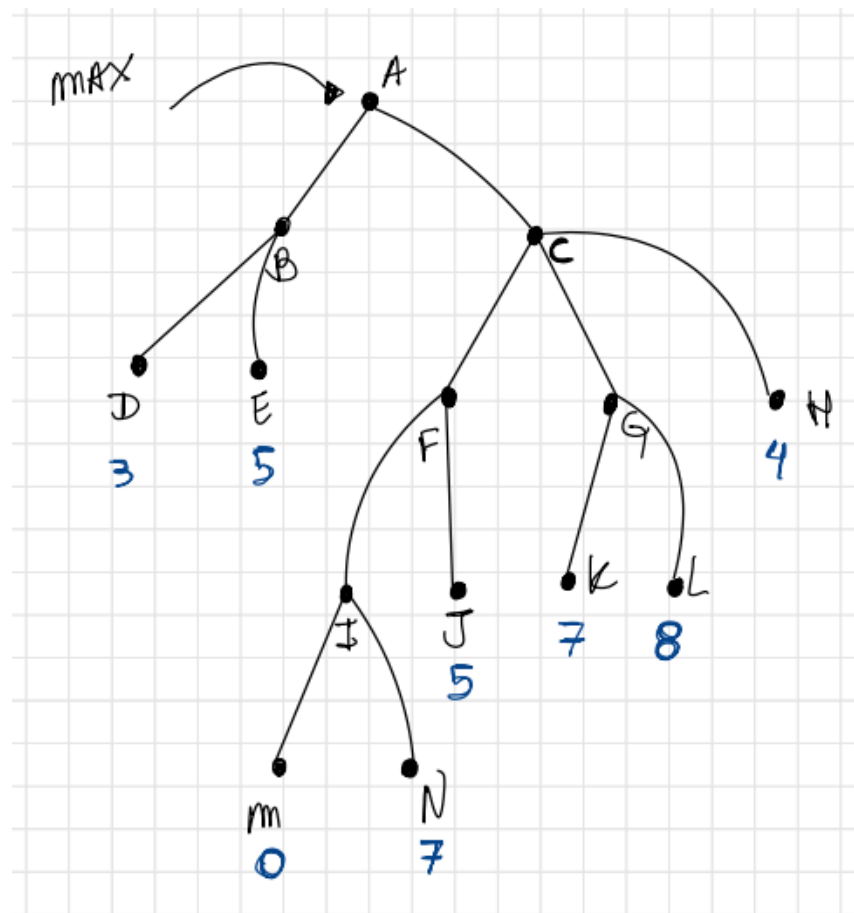
Roteiro



- 1** Introdução
- 2** Minimax
- 3** Exercício
- 4** Referências

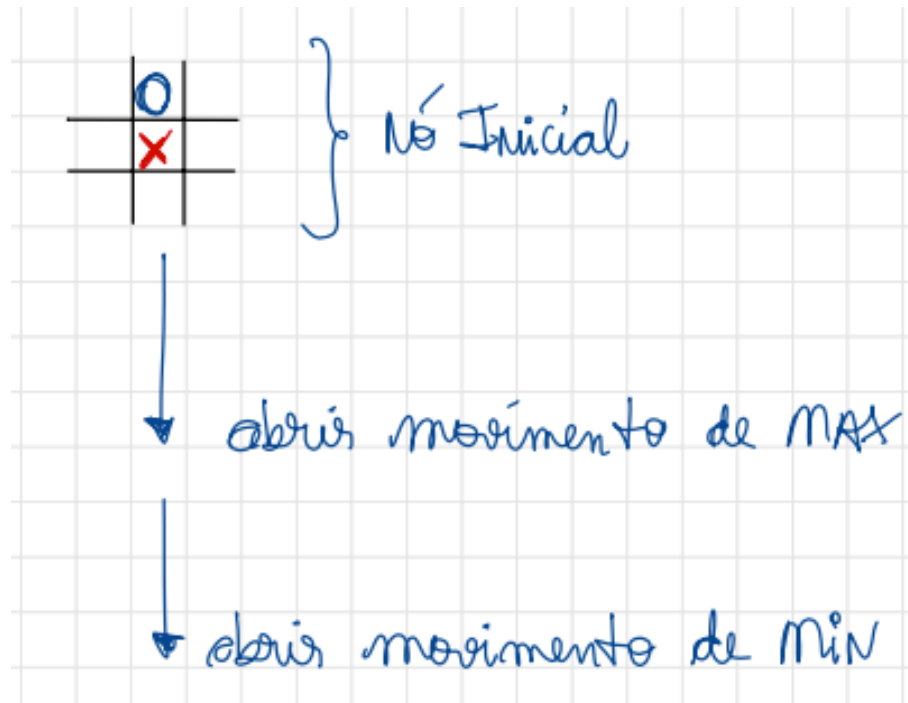
Exercícios

Exercício 01: Realize o Procedimento MINIMAX para a árvore abaixo



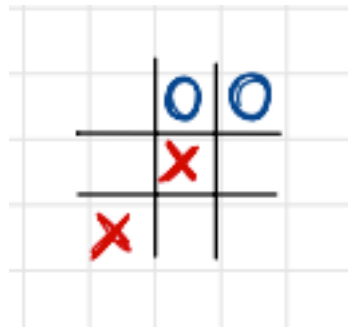
Exercícios

Exercício 02: Realize o Procedimento MINIMAX de duas camadas para o seguinte estado do jogo da velha ...



Exercícios

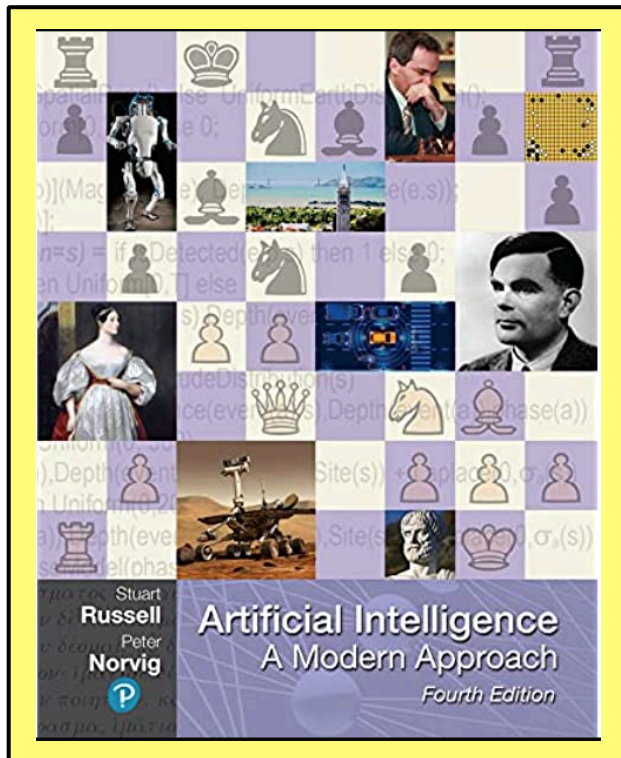
Exercício 03: Realize o Procedimento MINIMAX de duas camadas aplicado ao movimento de **X (MAX)** próximo do final do jogo



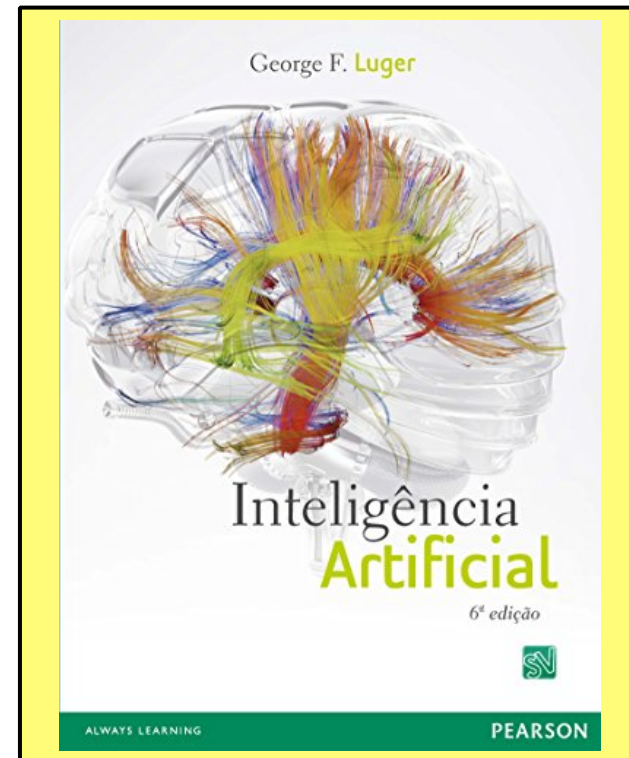
Roteiro

- 1 Introdução
- 2 Minimax
- 3 Exercício
- 4 Referências

Referências sugeridas



[Russel & Norvig, 2021]



[Luger, 2013]

Perguntas?

Prof. Rafael G. **Mantovani**

rafaelmantovani@utfpr.edu.br