

SICO7A

SISTEMAS INTELIGENTES 1

Aula 04 C

Aprendizado Baeyiano

Prof. Rafael G. **Mantovani**

Roteiro



- 1** Introdução
- 2** Teorema de Bayes
- 3** Naive Bayes
- 4** Exercícios
- 5** Referências

Roteiro

- 1** Introdução
- 2** Teorema de Bayes
- 3** Naive Bayes
- 4** Exercícios
- 5** Referências

Introdução



Introdução



- **Aprendizado Bayesiano**
 - *Probabilidade Condicional*

Introdução

- **Aprendizado Bayesiano**
 - *Probabilidade Condicional*
- Dados dois eventos A e B:
 - $P(A | B)$
 - $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$

Introdução

- **Aprendizado Bayesiano**
 - *Probabilidade Condicional*
- Dados dois eventos A e B:
 - $P(A | B)$
 - $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
 - ou $P(B \cap A) = P(A | B) * P(B)$

Introdução

- Probabilidade Condicional → Quando há dependência:
 - Em **Aprendizado Bayesiano** assumimos que **um valor de atributo ocorre em função de outro**

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|------------|-----------------|--------------------|----------------|--------------|---------------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Seja B = Umidade (Alta), qual $P(A | B)$?

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|------------|-----------------|--------------------|----------------|--------------|---------------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Seja B = Umidade (Alta), qual $P(A | B)$?

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|-----|------------|---------------|---------|-------|--------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?

B

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|-----|------------|---------------|---------|-------|--------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?

| B | | | | | A |
|-----|------------|---------------|---------|-------|--------|
| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?

| B | | | | | A |
|-----|------------|---------------|---------|-------|--------|
| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Introdução

- Dois possíveis valores para A:

- Jogar = Sim

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = ?$$

- Jogar = Não

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = ?$$

Introdução

- Dois possíveis valores para A:

- Jogar = Sim

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

- Jogar = Não

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

| B | A |
|---------|--------|
| Umidade | Jogar? |
| Alta | Não |
| Alta | Não |
| Alta | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Não |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |

■ $P(\text{Umidade} = \text{Alta})$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

| B | A |
|---------|--------|
| Umidade | Jogar? |
| Alta | Não |
| Alta | Não |
| Alta | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Não |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |

■ $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

| B | A |
|---------|--------|
| Umidade | Jogar? |
| Alta | Não |
| Alta | Não |
| Alta | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Não |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |

■ $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

| B | A |
|---------|--------|
| Umidade | Jogar? |
| Alta | Não |
| Alta | Não |
| Alta | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Não |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Sim |
| Normal | Sim |
| Alta | Não |

■ $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$

$$\blacksquare P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

■ $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$

■ $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$= \frac{\frac{3}{14}}{\frac{7}{14}} = \frac{3}{7} = 0.428$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$\blacksquare P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$= \frac{\frac{3}{14}}{\frac{7}{14}} = \frac{3}{7} = 0.428$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$= \frac{\frac{4}{14}}{\frac{7}{14}} = \frac{4}{7} = 0.572$$

Introdução

- **Conclusão**

- Tendo certeza sobre a condição de Umidade Alta, podemos inferir que a probabilidade de:

Introdução

□ Conclusão

- Tendo certeza sobre a condição de Umidade Alta, podemos inferir que a probabilidade de:

■ Jogar = Sim é de 42,8%

■ Jogar = Não é de 57,2%

Introdução

□ Conclusão

- Tendo certeza sobre a condição de Umidade Alta, podemos inferir que a probabilidade de:

■ Jogar = Sim é de 42,8%

■ Jogar = Não é de 57,2%

Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

Teorema de Bayes

■ $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$

■ Assim: $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$

Teorema de Bayes

- $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
- Assim: $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$
- Como: $P(B \cap A) = P(A \cap B)$, logo:

Teorema de Bayes

- $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
- Assim: $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$
- Como: $P(B \cap A) = P(A \cap B)$, logo:
- Assim: $P(A|B) * P(B) = P(B|A) * P(A)$ e ...

Teorema de Bayes

■ $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$

■ Assim: $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$

■ Como: $P(B \cap A) = P(A \cap B)$, logo:

■ Assim: $P(A|B) * P(B) = P(B|A) * P(A)$ e ...

■ **TEORMA de BAYES:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

Teorema de Bayes

■ TEORMA de BAYES:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) * P(A)}{P(B)}$$

Teorema de Bayes

■ TEORMA de BAYES:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) * P(A)}{P(B)}$$

□ Em AM queremos:

- A melhor **h** de um espaço **H** dado que observamos um conjunto de treinamento **D**

$$P(h | D) = \frac{P(D | h) * P(h)}{P(D)}$$

Teorema de Bayes

- Como temos várias classes h em H , queremos a hipótese (classe) de maior probabilidade:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h | D)$$

Teorema de Bayes

- Como temos várias classes h em H , queremos a hipótese (classe) de maior probabilidade:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h | D)$$

- Considerando 3 classes (hipóteses de H): h_1, h_2, h_3
 - $P(h_1 | D) = 0.4$
 - $P(h_2 | D) = 0.3$
 - $P(h_3 | D) = 0.3$

Teorema de Bayes

- Como temos várias classes h em H , queremos a hipótese (classe) de maior probabilidade:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h | D)$$

- Considerando 3 classes (hipóteses de H): h_1, h_2, h_3
 - $P(h_1 | D) = 0.4$
 - $P(h_2 | D) = 0.3$
 - $P(h_3 | D) = 0.3$

$$h^* = h_1$$

**Classe que
apresenta
a maior
probabilidade**

Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

Naive Bayes



- **Naive** = assume independência dos atributos

Naive Bayes

- **Naive** = assume independência dos atributos
- Aplicável quando:
 - Temos um **conjunto de atributos** que representa cada exemplo
 - Cada um desses exemplos tem uma **classe**
 - Esse classificador é solicitado para produzir a classe de um **exemplo nunca visto** com base em exemplos de treinamento

Naive Bayes

- **Naive** = assume independência dos atributos
- Aplicável quando:
 - Temos um **conjunto de atributos** que representa cada exemplo
 - Cada um desses exemplos tem uma **classe**
 - Esse classificador é solicitado para produzir a classe de um **exemplo nunca visto** com base em exemplos de treinamento

Buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos:

$\langle a_1, a_2, a_3, a_4, \dots a_n \rangle$

Naive Bayes

- **Segundo TEOREMA DE BAYES:**

- buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$

Naive Bayes

□ Segundo TEOREMA DE BAYES:

- buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) * P(h)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)}$$

Naive Bayes

□ Segundo TEOREMA DE BAYES:

- buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) * P(h)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)}$$

Naive Bayes

A probabilidade de observar a_1, a_2, \dots, a_n é justamente, o produto das probabilidades de cada atributo individual:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) * P(h)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)}$$

$$P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) = \prod_i P(a_i | h)$$

Naive Bayes

□ NAIVE BAYES:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

Naive Bayes

□ NAIVE BAYES:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

- Não há busca explícita por uma hipótese
- Hipótese é formada simplesmente pela contagem de frequências

Naive Bayes

□ NAIVE BAYES:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

- Não há busca explícita por uma hipótese
- Hipótese é formada simplesmente pela contagem de frequências

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|------------|-----------------|--------------------|----------------|--------------|---------------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|------------|-----------------|--------------------|----------------|--------------|---------------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

□ **Logo:**

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) *$$

$$* P(\textit{Panorama} = \textit{Ensolarado} | h)$$

$$* P(\textit{Temperatura} = \textit{Fria} | h)$$

$$* P(\textit{Umidade} = \textit{Alta} | h)$$

$$* P(\textit{Vento} = \textit{Forte} | h)$$

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

□ **Logo:**

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) *$$

$$* P(\textit{Panorama} = \textit{Ensolarado} | h)$$

$$* P(\textit{Temperatura} = \textit{Fria} | h)$$

$$* P(\textit{Umidade} = \textit{Alta} | h)$$

$$* P(\textit{Vento} = \textit{Forte} | h)$$

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

□ Logo:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) *$$

- * $P(\text{Panorama} = \text{Ensolarado} | h)$
- * $P(\text{Temperatura} = \text{Fria} | h)$
- * $P(\text{Umidade} = \text{Alta} | h)$
- * $P(\text{Vento} = \text{Forte} | h)$

h são os valores da classe

Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

Exercícios

| Dia | Panorama | Temperatura | Umidade | Vento | Jogar? |
|------------|-----------------|--------------------|----------------|--------------|---------------|
| D1 | Ensolarado | Quente | Alta | Fraco | Não |
| D2 | Ensolarado | Quente | Alta | Forte | Não |
| D3 | Nublado | Quente | Alta | Fraco | Sim |
| D4 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Fraco | Sim |
| D5 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D6 | Chuvoso | Fria | Normal | Fraco | Não |
| D7 | Nublado | Fria | Normal | Forte | Sim |
| D8 | Ensolarado | Intermediária | Alta | Forte | Não |
| D9 | Ensolarado | Fria | Normal | Fraco | Sim |
| D10 | Chuvoso | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D11 | Ensolarado | Intermediária | Normal | Fraco | Sim |
| D12 | Nublado | Intermediária | Alta | Forte | Sim |
| D13 | Nublado | Quente | Normal | Fraco | Sim |
| D14 | Chuvoso | Intermediária | Alta | Forte | Não |

Exercício 01

□ Computar:

- $P(\text{Vento} = \text{Forte} \mid \text{Jogar} = \mathbf{Sim})$
- $P(\text{Umidade} = \text{Alta} \mid \text{Jogar} = \mathbf{Sim})$
- $P(\text{Temperatura} = \text{Fria} \mid \text{Jogar} = \mathbf{Sim})$
- $P(\text{Panorama} = \text{Ensolarado} \mid \text{jogar} = \mathbf{Sim})$

Exercício 02

□ Computar:

- $P(\text{Vento} = \text{Forte} \mid \text{Jogar} = \text{Não})$
- $P(\text{Umidade} = \text{Alta} \mid \text{Jogar} = \text{Não})$
- $P(\text{Temperatura} = \text{Fria} \mid \text{Jogar} = \text{Não})$
- $P(\text{Panorama} = \text{Ensolarado} \mid \text{jogar} = \text{Não})$

Exercício 03

- Computar:
 - $P(\text{Não})$
 - $P(\text{Sim})$

Exercício 04

- Computar:
 - $P(\text{Não} \mid \langle \text{Panorama}=\text{Ensolarado}, \text{Temperatura}=\text{Fria}, \text{Umidade}=\text{Alta}, \text{Vento} = \text{Forte} \rangle)$
 - $P(\text{Sim} \mid \langle \text{Panorama}=\text{Ensolarado}, \text{Temperatura}=\text{Fria}, \text{Umidade}=\text{Alta}, \text{Vento} = \text{Forte} \rangle)$
- **Normalizar** os valores e indicar qual é a classe predita

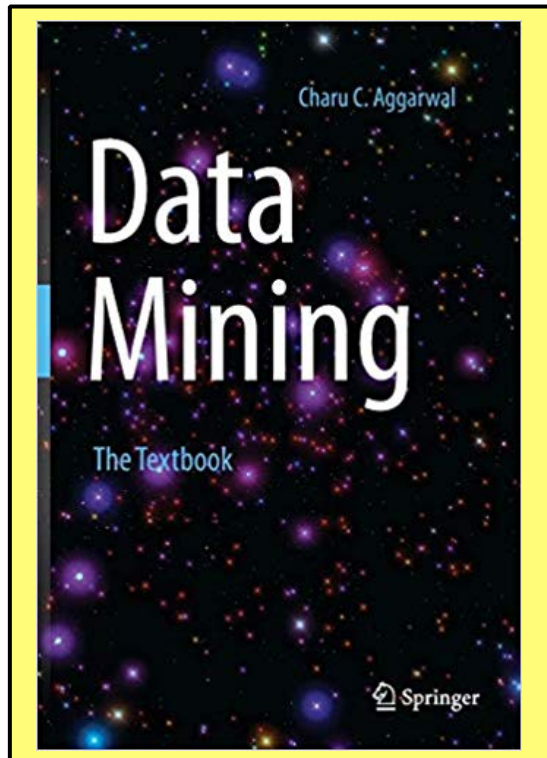
Exercício 05

- Implemente o algoritmo Naive Bayes, por meio de uma função que receba apenas dois parâmetros:
 - **dataset:** conjunto de treinamento
 - **query:** conjunto de teste

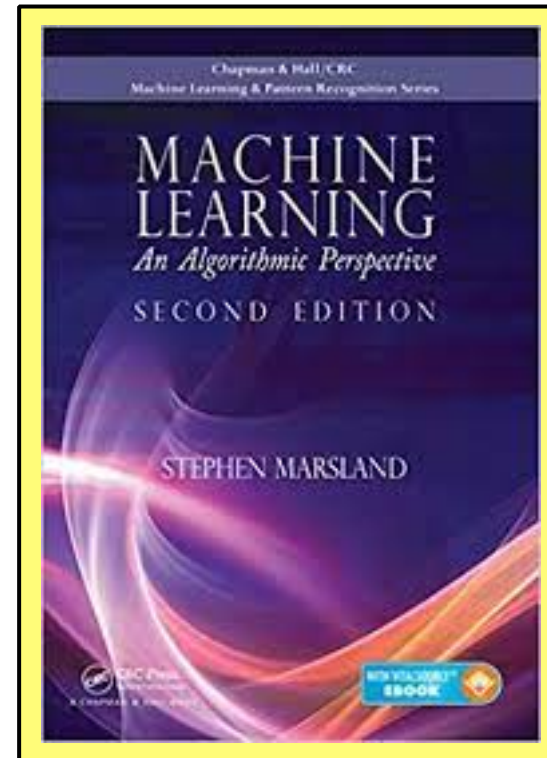
Roteiro

- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

Referências

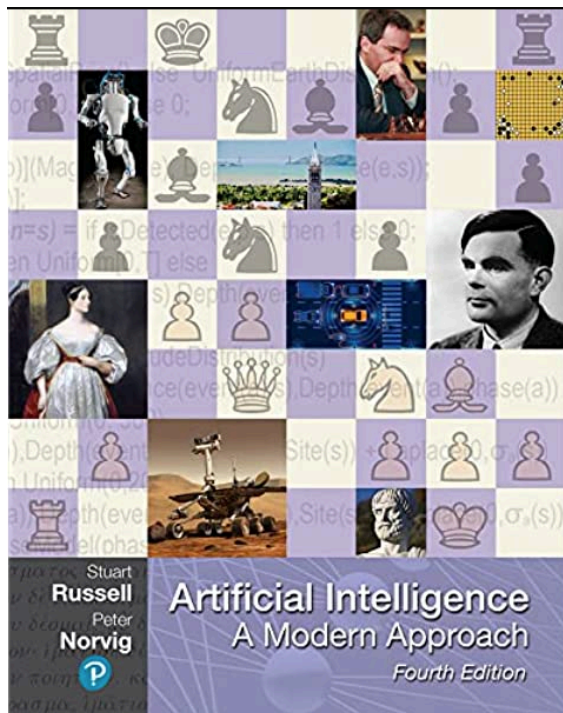


[Aggarwal, 2015]

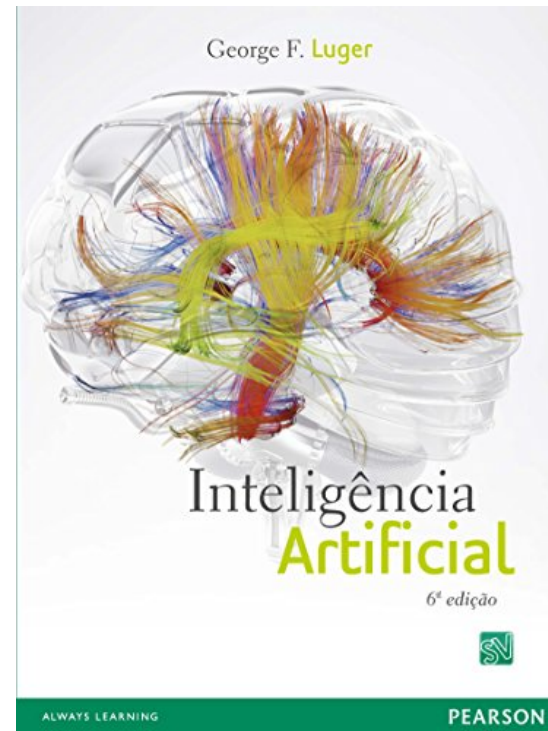


[Marsland, 2014]

Referências



[Russel & Norvig, 2021]



[Luger, 2013]

Perguntas?

Prof. Rafael G. **Mantovani**

rafaelmantovani@utfpr.edu.br