

# SICO7A

# SISTEMAS INTELIGENTES 1

Aula 04 C

*Aprendizado Baeyiano*

Prof. Rafael G. **Mantovani**

# Roteiro



- 1** Introdução
- 2** Teorema de Bayes
- 3** Naive Bayes
- 4** Exercícios
- 5** Referências

# Roteiro

- 1** Introdução
- 2** Teorema de Bayes
- 3** Naive Bayes
- 4** Exercícios
- 5** Referências

# Introdução



# Introdução

- **Aprendizado Bayesiano**
  - *Probabilidade Condicional*

# Introdução

- **Aprendizado Bayesiano**
  - *Probabilidade Condicional*
  
- Dados dois eventos A e B:
  - $P(A | B)$
  
  - $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$

# Introdução

- **Aprendizado Bayesiano**
  - *Probabilidade Condicional*
- Dados dois eventos A e B:
  - $P(A | B)$
  - $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
  - ou  $P(B \cap A) = P(A | B) * P(B)$

# Introdução

- Probabilidade Condicional → Quando há dependência:
  - Em **Aprendizado Bayesiano** assumimos que **um valor de atributo ocorre em função de outro**



<b>Dia</b>	<b>Panorama</b>	<b>Temperatura</b>	<b>Umidade</b>	<b>Vento</b>	<b>Jogar?</b>
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

**Seja B = Umidade (Alta), qual  $P(A | B)$  ?**

<b>Dia</b>	<b>Panorama</b>	<b>Temperatura</b>	<b>Umidade</b>	<b>Vento</b>	<b>Jogar?</b>
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

**Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?**

Dia	Panorama	Temperatura	Umidade	Vento	Jogar?
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

**Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?**

**B**

Dia	Panorama	Temperatura	Umidade	Vento	Jogar?
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

**Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?**

B					A
Dia	Panorama	Temperatura	Umidade	Vento	Jogar?
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

**Seja B = Umidade (Alta), qual P (A | B) ?**

B					A
Dia	Panorama	Temperatura	Umidade	Vento	Jogar?
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

# Introdução

- Dois possíveis valores para A:

- Jogar = Sim

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = ?$$

- Jogar = Não

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = ?$$

# Introdução

- Dois possíveis valores para A:

- Jogar = Sim

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

- Jogar = Não

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} \mid \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$



B	A
Umidade	Jogar?
Alta	Não
Alta	Não
Alta	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Normal	Não
Normal	Sim
Alta	Não
Normal	Sim
Normal	Sim
Normal	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Alta	Não

■  $P(\text{Umidade} = \text{Alta})$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

B	A
Umidade	Jogar?
Alta	Não
Alta	Não
Alta	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Normal	Não
Normal	Sim
Alta	Não
Normal	Sim
Normal	Sim
Normal	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Alta	Não

■  $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

B	A
Umidade	Jogar?
Alta	Não
Alta	Não
Alta	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Normal	Não
Normal	Sim
Alta	Não
Normal	Sim
Normal	Sim
Normal	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Alta	Não

■  $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})$

B	A
Umidade	Jogar?
Alta	Não
Alta	Não
Alta	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Normal	Não
Normal	Sim
Alta	Não
Normal	Sim
Normal	Sim
Normal	Sim
Alta	Sim
Normal	Sim
Alta	Não

■  $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$

■  $P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$

■  $P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$\blacksquare P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$= \frac{\frac{3}{14}}{\frac{7}{14}} = \frac{3}{7} = 0.428$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$\blacksquare P(\text{Umidade} = \text{Alta}) = 7/14 = 0.5$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 3/14 = 0.214$$

$$\blacksquare P(\text{Jogar} = \text{Não} \cap \text{Umidade} = \text{Alta}) = 4/14 = 0.286$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Sim} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Sim} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$= \frac{\frac{3}{14}}{\frac{7}{14}} = \frac{3}{7} = 0.428$$

$$P(\text{Jogar} = \text{Nao} | \text{Umidade} = \text{Alta}) = \frac{P(\text{Jogar} = \text{Nao} \cap \text{Umidade} = \text{Alta})}{P(\text{Umidade} = \text{Alta})}$$

$$= \frac{\frac{4}{14}}{\frac{7}{14}} = \frac{4}{7} = 0.572$$

# Introdução

## □ Conclusão

- Tendo certeza sobre a condição de Umidade Alta, podemos inferir que a probabilidade de:



# Introdução

## □ Conclusão

- Tendo certeza sobre a condição de Umidade Alta, podemos inferir que a probabilidade de:

■ Jogar = Sim é de 42,8%

■ Jogar = Não é de 57,2%

# Introdução

## □ Conclusão

- Tendo certeza sobre a condição de Umidade Alta, podemos inferir que a probabilidade de:

■ Jogar = Sim é de 42,8%

■ Jogar = Não é de 57,2%

# Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

# Teorema de Bayes

- $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
- Assim:  $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$

# Teorema de Bayes

- $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
- Assim:  $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$
- Como:  $P(B \cap A) = P(A \cap B)$ , logo:

# Teorema de Bayes

- $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$
- Assim:  $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$
- Como:  $P(B \cap A) = P(A \cap B)$ , logo:
- Assim:  $P(A|B) * P(B) = P(B|A) * P(A)$  e ...

# Teorema de Bayes

■  $P(A/B) = P(B \cap A) / P(B)$

■ Assim:  $P(B \cap A) = P(A|B) * P(B)$

■ Como:  $P(B \cap A) = P(A \cap B)$ , logo:

■ Assim:  $P(A|B) * P(B) = P(B|A) * P(A)$  e ...

■ **TEORMA de BAYES:**

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

# Teorema de Bayes

## ■ TEORMA de BAYES:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) * P(A)}{P(B)}$$



# Teorema de Bayes

## ■ TEORMA de BAYES:

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) * P(A)}{P(B)}$$

### □ Em AM queremos:

- A melhor **h** de um espaço **H** dado que observamos um conjunto de treinamento **D**

$$P(h | D) = \frac{P(D | h) * P(h)}{P(D)}$$

# Teorema de Bayes

- Como temos várias classes  $h$  em  $H$ , queremos a hipótese (classe) de maior probabilidade:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h | D)$$

# Teorema de Bayes

- Como temos várias classes  $h$  em  $H$ , queremos a hipótese (classe) de maior probabilidade:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h | D)$$

- Considerando 3 classes (hipóteses de  $H$ ):  $h_1, h_2, h_3$ 
  - $P(h_1 | D) = 0.4$
  - $P(h_2 | D) = 0.3$
  - $P(h_3 | D) = 0.3$

# Teorema de Bayes

- Como temos várias classes  $h$  em  $H$ , queremos a hipótese (classe) de maior probabilidade:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h | D)$$

- Considerando 3 classes (hipóteses de  $H$ ):  $h_1, h_2, h_3$ 
  - $P(h_1 | D) = 0.4$
  - $P(h_2 | D) = 0.3$
  - $P(h_3 | D) = 0.3$

$$h^* = h_1$$

**Classe que  
apresenta  
a maior  
probabilidade**

# Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

# Naive Bayes



- **Naive** = assume independência dos atributos

# Naive Bayes

- **Naive** = assume independência dos atributos
- Aplicável quando:
  - Temos um **conjunto de atributos** que representa cada exemplo
  - Cada um desses exemplos tem uma **classe**
  - Esse classificador é solicitado para produzir a classe de um **exemplo nunca visto** com base em exemplos de treinamento

# Naive Bayes

- **Naive** = assume independência dos atributos
- Aplicável quando:
  - Temos um **conjunto de atributos** que representa cada exemplo
  - Cada um desses exemplos tem uma **classe**
  - Esse classificador é solicitado para produzir a classe de um **exemplo nunca visto** com base em exemplos de treinamento

**Buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos:**

**$\langle a_1, a_2, a_3, a_4, \dots a_n \rangle$**



# Naive Bayes

- **Segundo TEOREMA DE BAYES:**

- buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$

# Naive Bayes

## □ Segundo TEOREMA DE BAYES:

- buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) * P(h)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)}$$

# Naive Bayes

## □ Segundo TEOREMA DE BAYES:

- buscamos classificar o novo exemplo segundo sua classe mais provável, dado seu conjunto de atributos

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) * P(h)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)}$$

# Naive Bayes

A probabilidade de observar  $a_1, a_2, \dots, a_n$  é justamente, o produto das probabilidades de cada atributo individual:

$$h^* = \operatorname{argmax}_{h \in H} \frac{P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) * P(h)}{P(a_1, a_2, \dots, a_n)}$$

$$P(a_1, a_2, \dots, a_n | h) = \prod_i P(a_i | h)$$

# Naive Bayes

## □ NAIVE BAYES:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

# Naive Bayes

## □ NAIVE BAYES:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

- Não há busca explícita por uma hipótese
- Hipótese é formada simplesmente pela contagem de frequências

# Naive Bayes

## □ NAIVE BAYES:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

- Não há busca explícita por uma hipótese
- Hipótese é formada simplesmente pela contagem de frequências

<b>Dia</b>	<b>Panorama</b>	<b>Temperatura</b>	<b>Umidade</b>	<b>Vento</b>	<b>Jogar?</b>
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não



**<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?**

<b>Dia</b>	<b>Panorama</b>	<b>Temperatura</b>	<b>Umidade</b>	<b>Vento</b>	<b>Jogar?</b>
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

□ **Logo:**

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) *$$

$$* P(\textit{Panorama} = \textit{Ensolarado} | h)$$

$$* P(\textit{Temperatura} = \textit{Fria} | h)$$

$$* P(\textit{Umidade} = \textit{Alta} | h)$$

$$* P(\textit{Vento} = \textit{Forte} | h)$$

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

□ **Logo:**

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) *$$

$$* P(\textit{Panorama} = \textit{Ensolarado} | h)$$

$$* P(\textit{Temperatura} = \textit{Fria} | h)$$

$$* P(\textit{Umidade} = \textit{Alta} | h)$$

$$* P(\textit{Vento} = \textit{Forte} | h)$$

<Panorama=Ensolarado, Temperatura=Fria, Umidade=Alta, Vento = Forte> ... ?

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) * \prod P(a_i | h)$$

□ Logo:

$$h_{NB} = \operatorname{argmax}_{h \in H} P(h) *$$

- \*  $P(\text{Panorama} = \text{Ensolarado} | h)$
- \*  $P(\text{Temperatura} = \text{Fria} | h)$
- \*  $P(\text{Umidade} = \text{Alta} | h)$
- \*  $P(\text{Vento} = \text{Forte} | h)$

**h são os valores da classe**

# Pseudocódigo

**Naive Bayes (dataset, sample):**

# Pseudocódigo

## Naive Bayes (dataset, sample):

- 1 Encontrar/Definir todos os possíveis valores da classe ( $h_i$ )
- 2 **Para** cada  $h_i$  possível entre os valores da classe (hipótese), faça:
  - 3 Computar a probabilidade da classe no dataset todo
  - 4 Selecionar as linhas do dataset correspondentes a esta classe (subset)
  - 5 Calcular o probatório das probabilidades dos atributos do exemplo de consulta, usando o subset filtrado
  - 6 Multiplicar a probabilidade da classe pelo valor do produto
- 7 Normalizar o vetor de probabilidades das classes
- 8 **Retornar** a classe com maior probabilidade

# Roteiro



- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

# Exercícios

<b>Dia</b>	<b>Panorama</b>	<b>Temperatura</b>	<b>Umidade</b>	<b>Vento</b>	<b>Jogar?</b>
D1	Ensolarado	Quente	Alta	Fraco	Não
D2	Ensolarado	Quente	Alta	Forte	Não
D3	Nublado	Quente	Alta	Fraco	Sim
D4	Chuvoso	Intermediária	Alta	Fraco	Sim
D5	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Sim
D6	Chuvoso	Fria	Normal	Fraco	Não
D7	Nublado	Fria	Normal	Forte	Sim
D8	Ensolarado	Intermediária	Alta	Forte	Não
D9	Ensolarado	Fria	Normal	Fraco	Sim
D10	Chuvoso	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D11	Ensolarado	Intermediária	Normal	Fraco	Sim
D12	Nublado	Intermediária	Alta	Forte	Sim
D13	Nublado	Quente	Normal	Fraco	Sim
D14	Chuvoso	Intermediária	Alta	Forte	Não



# Exercício 01

□ Computar:

- $P(\text{Vento} = \text{Forte} \mid \text{Jogar} = \mathbf{Sim})$
- $P(\text{Umidade} = \text{Alta} \mid \text{Jogar} = \mathbf{Sim})$
- $P(\text{Temperatura} = \text{Fria} \mid \text{Jogar} = \mathbf{Sim})$
- $P(\text{Panorama} = \text{Ensolarado} \mid \text{jogar} = \mathbf{Sim})$

# Exercício 02

□ Computar:

- $P(\text{Vento} = \text{Forte} \mid \text{Jogar} = \text{Não})$
- $P(\text{Umidade} = \text{Alta} \mid \text{Jogar} = \text{Não})$
- $P(\text{Temperatura} = \text{Fria} \mid \text{Jogar} = \text{Não})$
- $P(\text{Panorama} = \text{Ensolarado} \mid \text{jogar} = \text{Não})$

# Exercício 03

- Computar:
  - $P(\text{Não})$
  - $P(\text{Sim})$

# Exercício 04

- Computar:
  - $P(\text{Não} \mid \langle \text{Panorama}=\text{Ensolarado}, \text{Temperatura}=\text{Fria}, \text{Umidade}=\text{Alta}, \text{Vento} = \text{Forte} \rangle)$
  - $P(\text{Sim} \mid \langle \text{Panorama}=\text{Ensolarado}, \text{Temperatura}=\text{Fria}, \text{Umidade}=\text{Alta}, \text{Vento} = \text{Forte} \rangle)$
- **Normalizar** os valores e indicar qual é a classe predita

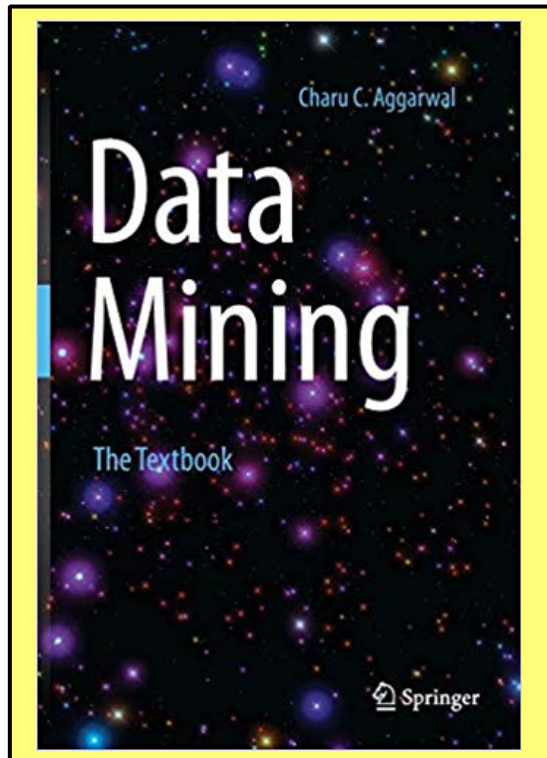
# Exercício 05

- Implemente o algoritmo Naive Bayes, por meio de uma função que receba apenas dois parâmetros:
  - **dataset:** conjunto de treinamento
  - **query:** conjunto de teste

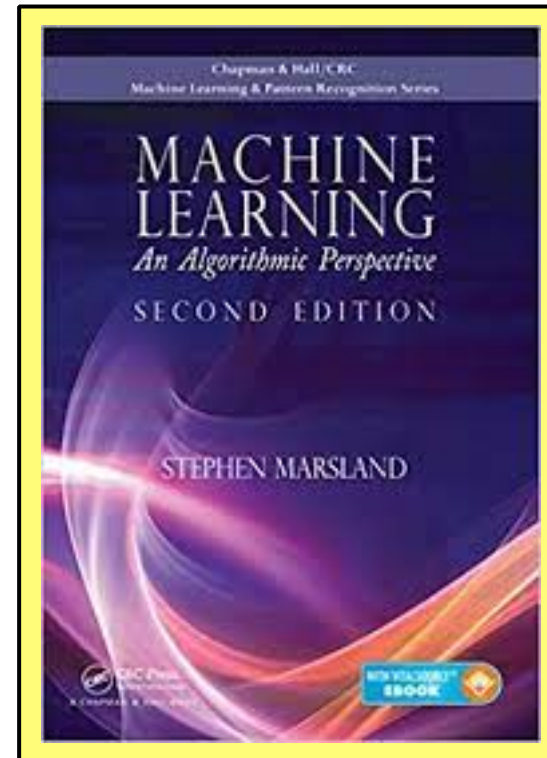
# Roteiro

- 1 Introdução
- 2 Teorema de Bayes
- 3 Naive Bayes
- 4 Exercícios
- 5 Referências

# Referências

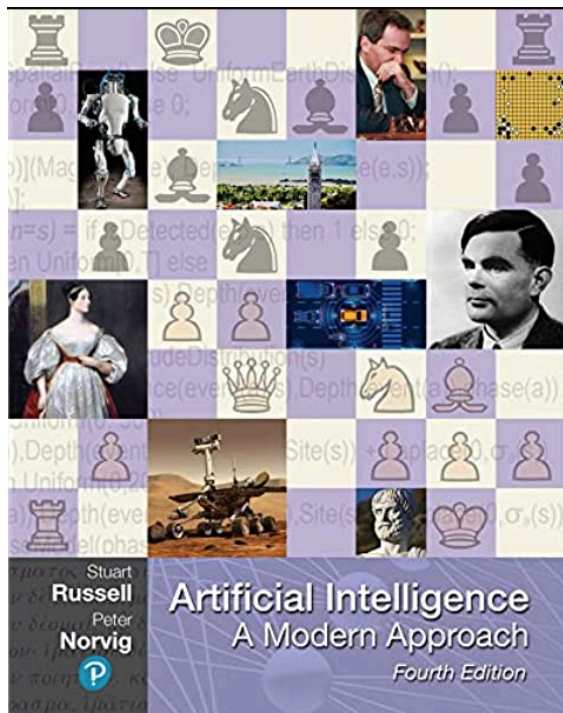


[Aggarwal, 2015]

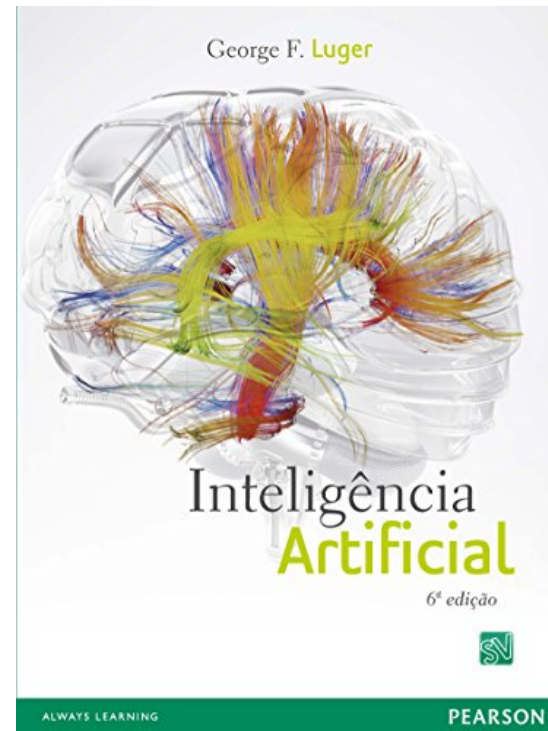


[Marsland, 2014]

# Referências



[Russel & Norvig, 2021]



[Luger, 2013]



# Perguntas?

Prof. Rafael G. **Mantovani**

[rafaelmantovani@utfpr.edu.br](mailto:rafaelmantovani@utfpr.edu.br)