

Zusammenfassung Modellierung turbulenter Strömungen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Jan Kröger
8. September 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Statistische Beschreibung	2
1.1	Mathematische Beschreibung turbulenter Strömungen	2

1 Statistische Beschreibung

1.1 Mathematische Beschreibung turbulenter Strömungen

Die Strömung wird bei der Betrachtung als Kontinuum über die Erhaltungsgleichungen beschrieben. Mit der Massenerhaltung:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

und der Impulserhaltung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j u_i}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} + \rho f_i \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \rho f_i \end{aligned} \quad (2)$$

Unter der Annahme inkompressibler Strömung ($Ma < 0,3$) wird $\rightarrow \rho = konst.$ Weiter wird keine Änderung der Temperatur angenommen und damit kann auch die Viskosität als Konstant angenommen werden. Es folgt damit für die Massenerhaltung:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

und für die Impulserhaltung:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \rho f_i \quad (4)$$

Die Zeitliche Entwicklung der Strömung ist unter Angabe von Rand- und Anfangsbedingungen möglich. Damit folgt auch ein hoher Informationsgehalt aber auch ein hoher Rechenaufwand.