Übung 8

RANS - Herleitung von Modellkonstanten

Aufgabe 1: Kolmogorov Längenmaß

Leite den Zusammenhang zwischen dem integralen Längenmaß l, der Kolmogorov-Länge η und der turbulenten Reynoldszahl Re_t her.

Aufgabe 2: Herleitung von c_{ε_2} des $k-\varepsilon$ Modells

Gegeben sind die Gleichungen des $k-\varepsilon$ Modells:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = 2\nu_t \langle S_{ij} \rangle \langle S_{ij} \rangle - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]$$
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\varepsilon}{k}(c_{\varepsilon 1} P_k - c_{\varepsilon 2}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]$$

und die Bedingungen für homogene, isotrope Turbulenz:

$$\langle u_i \rangle = 0$$
$$\frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial x_i} = 0$$

(a) Leiten Sie eine analytische Lösung für k und ε für den asymptotischen Grenzfall großer Zeiten her.

(b) Die turbulente Strömung hinter einem Gitter (bspw. in einem Windkanal) kann als homogen und isotrop angesehen werden. Experimentelle Daten für den Parameter n in den Gleichungen

$$k = k_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^{-n} ; \; \varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{t}{t_0}\right)^{-m}$$

legen einen Wert von $n \approx 1{,}08...1{,}2$ nahe. Geben Sie mit dieser Information und der oben hergeleiteten Gleichung die Modellkonstanten c_{ε_2} an.

(c) Klingt die Dissipation schneller oder langsamer als die turbulente kinetische Energie ab?

(d) Wie verhält sich die turbulente Reynoldszahl mit der Zeit wenn man bedenkt, dass $n \approx 1$ ist?