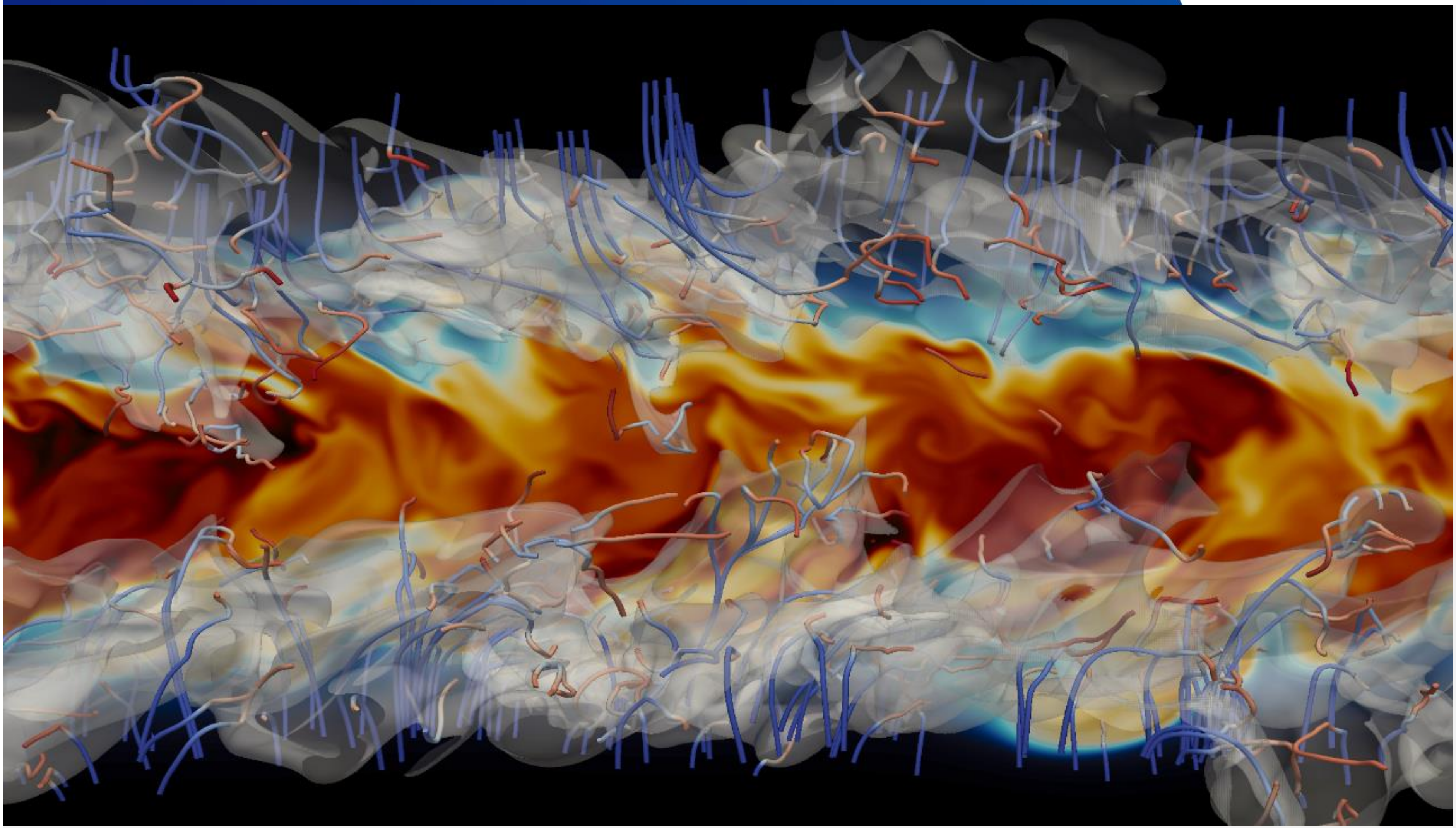
Modellierung turbulenter technischer Strömungen

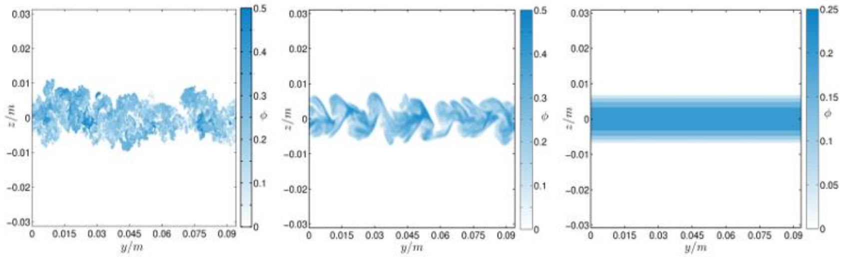
12. LES wandnaher Strömungen

Prof. Dr.-Ing. C. Hasse

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



- Einführung/ Phänomenologie turbulenter Strömungen
- Statistische Betrachtungsweise (Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichungen) → Behandlung von Schließungsansätzen
- Spektrale Sichtweise der Turbulenz
- **Grobstruktursimulation (Large Eddy Simulation, LES)**



Inhalt dieses Vorlesungsabschnitts

12.1 Wandnahe Strömungstrukturen

12.2 Wandauflösende LES

12.3 Wandmodellierung

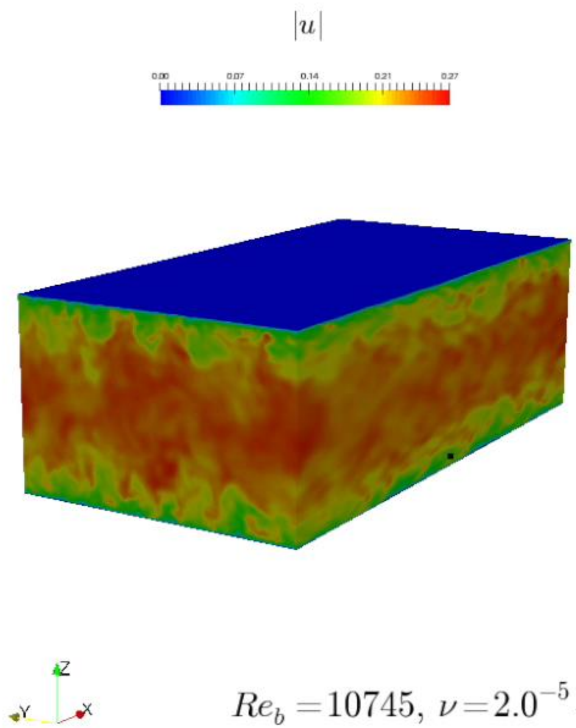
12.4 Detached Eddy Simulation (DES)

12.5 Zusammenfassung

12.1 Wandnahe Strömungstrukturen

Physikalische Problemstellung

- Struktur der Strömung in Nähe fester Wände weisen Unterschiede freien Scherschichten auf:

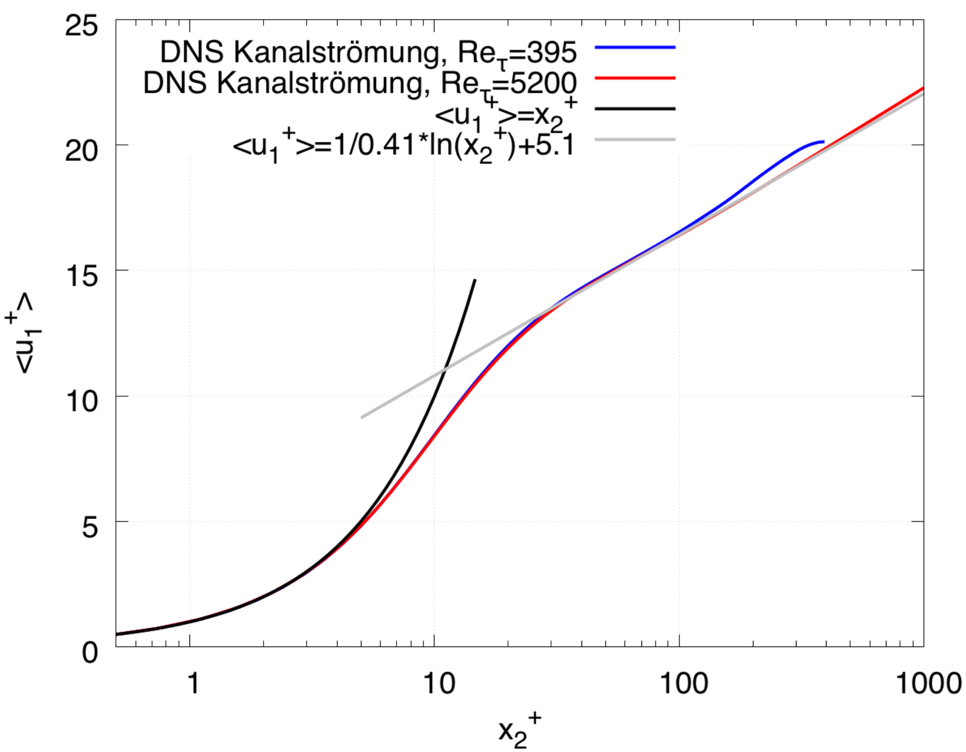


$Re_b = 10745,\ \nu = 2.0^{-5}\,\frac{m^2}{s}$

- Vorhandensein von Wänden begrenzt Ausdehnung in Wandnormalenrichtung
- Dämpfung tangentiale Strömungsstrukturen durch Reibung
- Anisotropie, Inhomogenität

Geschwindigkeitsverlauf

- Mittleres Geschwindigkeitsprofil (siehe Vorlesungssatz 3):

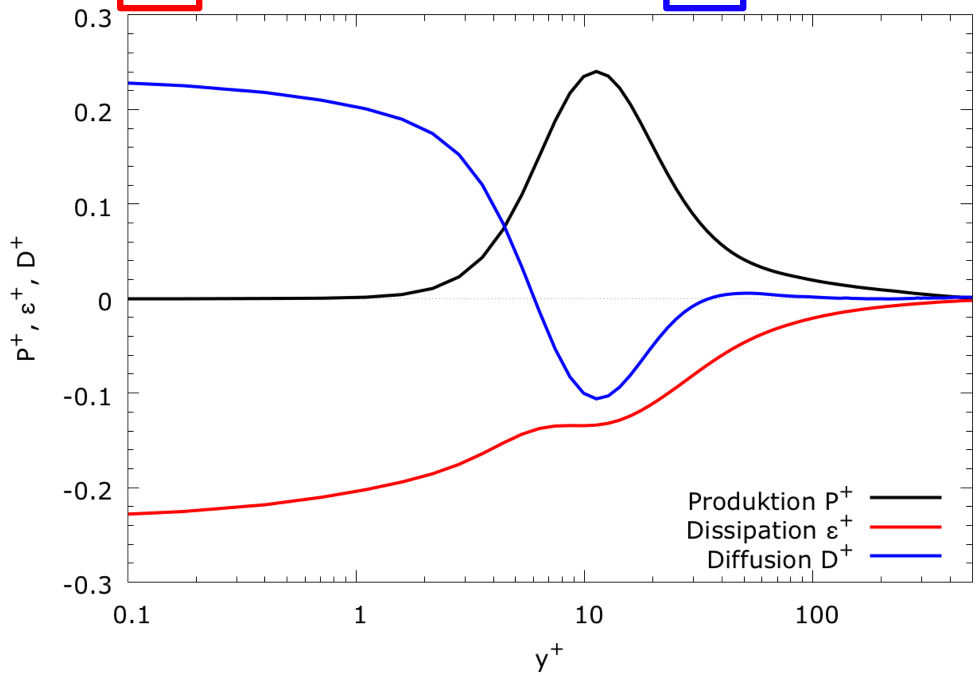


- Linearer Geschwindigkeitsverlauf in viskoser Unterschicht ($x_2^+ < 5$)
- Übergangsbereich (Pufferzone/Buffer layer): $5 < x_2^+ < 30$
- Logarithmisches Wandgesetz im Inertialbereich ($x_2^+ > 30$)
- Obere Grenze für Gültigkeit des logarithmischen Wandgesetzes abhängig von Strömungsform und Reynolds-Zahl

- Budget-Analyse turbulenter kinetischer Energie:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{-\langle u_i' u_j' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}}_{P} \underbrace{- \varepsilon}_{\varepsilon} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{1}{2}\langle u_i' u_i' u_j' \rangle - \frac{1}{\rho}\langle p' u_j' \rangle \right]}_{D}$$

- Analyse anhand von DNS Daten einer Kanalströmung bei $\mathrm{Re}_\tau = 590$ [1]

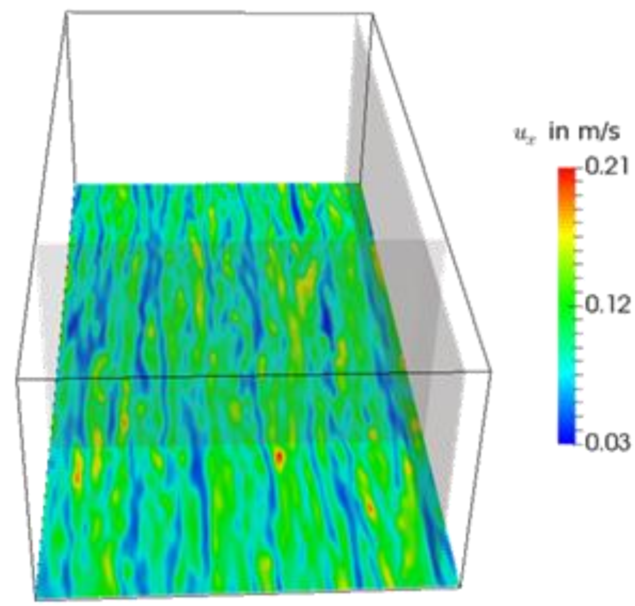


[1] Moser et. al: "Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to Re=590", *Physics of Fluids*, 1999, *11*, 943-945.

Produktion in Pufferzone

- *Streak Instability Cycle* als Hauptquelle für Produktion in Pufferzone (kleine bis moderate Re-Zahlen) [1]
- Eigenschaften Streaks [2]:
  - In Spannweitenrichtung alternierende Strukturen niedriger und hoher Geschwindigkeit in Strömungsrichtung
  - Bildung in Pufferzone
  - Ausdehnung:

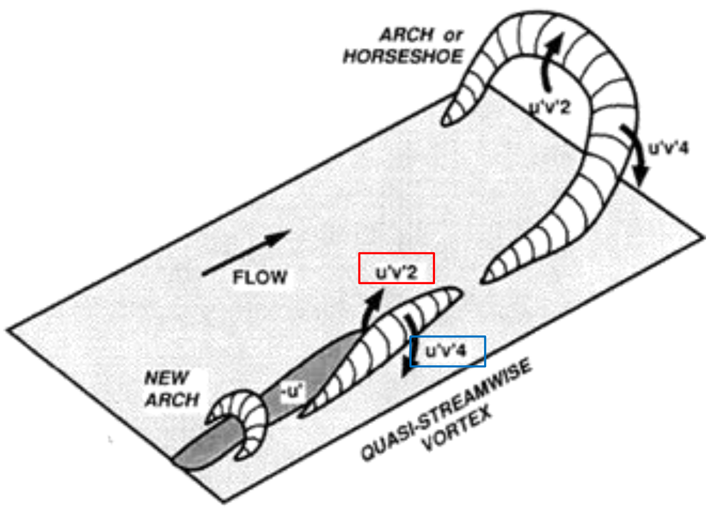
Spannweitenrichtung	$\lambda_z^+ \approx 100$
Strömungsrichtung	$\lambda_x^+ \approx 1000$



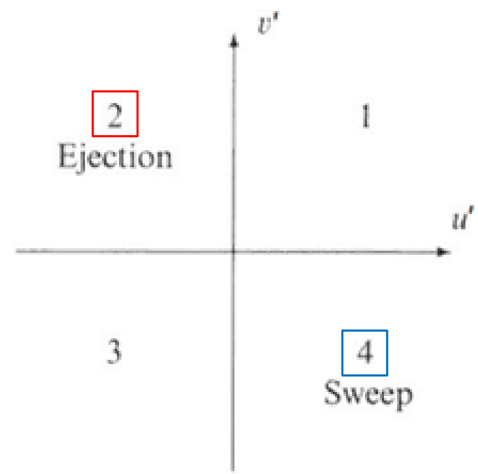
[1]: De Villiers, E.. The potential of large eddy simulation for the modelling of wall bounded flows. Diss. University of London, 2007.
[2]: Cassinelli, A., de Giovanetti, M. & Hwang, Y. 2017 Streak instability in near-wall turbulence revisited. J. Turbul. 18 (5), 443–464.

Produktion in Pufferzone

- Bildung von Streaks durch Streamwise Vortices
  - Transport langsamen Fluids weg von Wand (Ejection)
  - Transport schnellen Fluids hin zu Wand (Sweep)



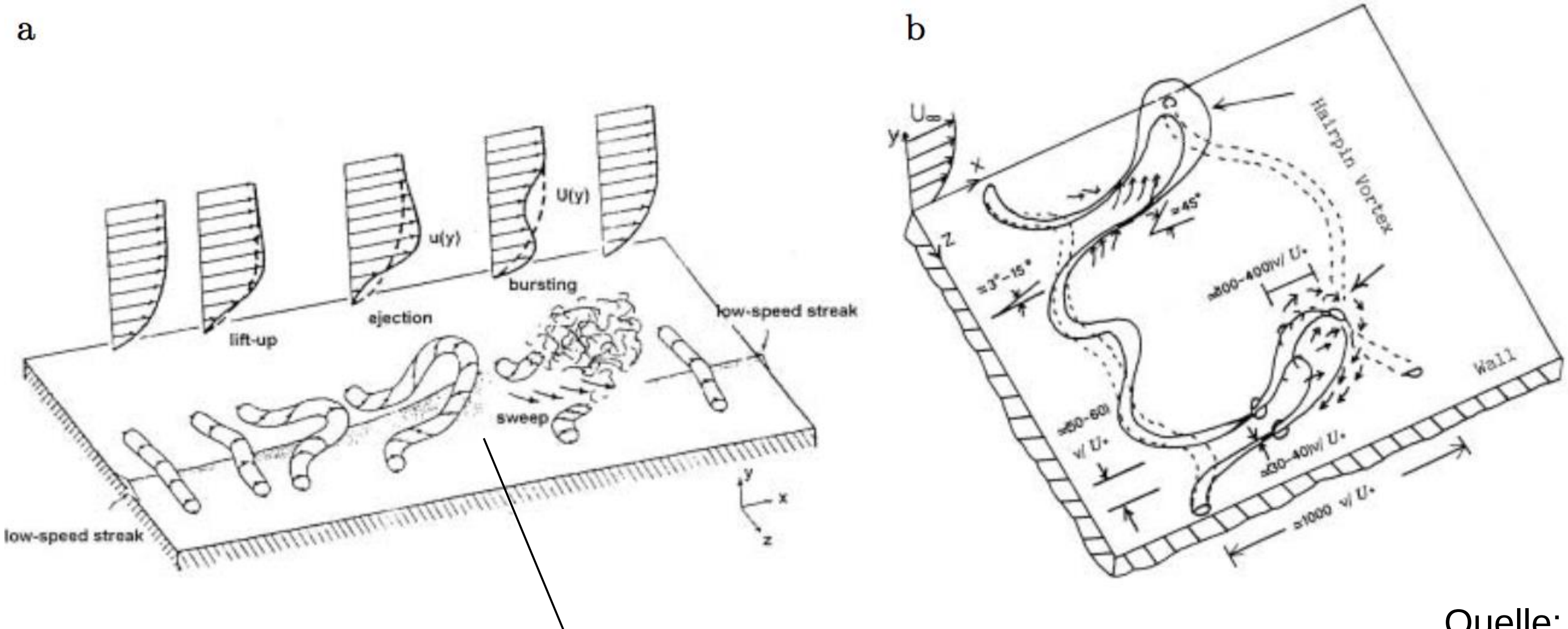
Quelle: [1]



- Detektion mittels Quadrantenanalyse

[1]: Jochen Fröhlich. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B.G. Teubner Verlag, 2006.

- Entwicklung und Zerfall der Streaks:



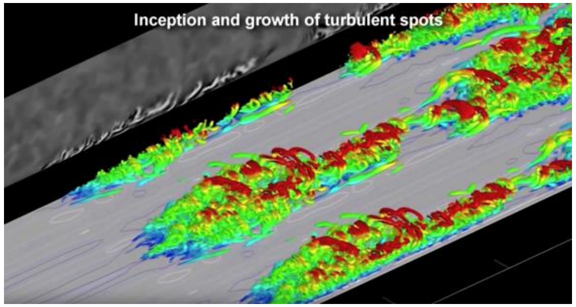
Quelle: [1]

<u>Sweeps</u>: Strömung von schnellem Fluid zur Wand (Massenerhaltung)

[1]: Jochen Fröhlich. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B.G. Teubner Verlag, 2006.

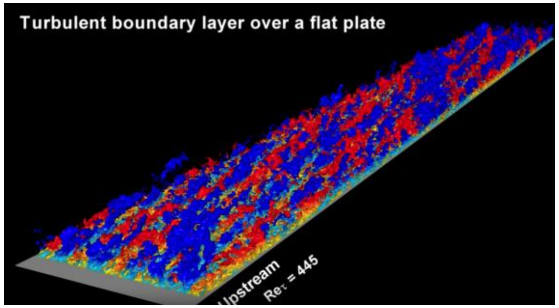
Visualisierung

Transition



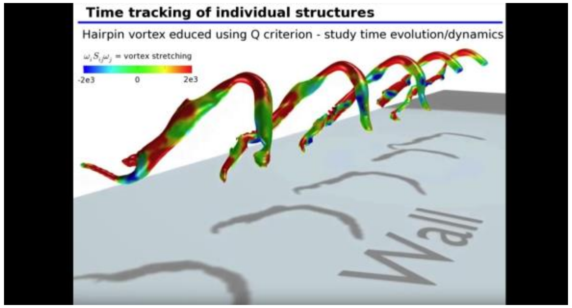
https://youtu.be/wXsI4eyupUY#t=1m40

Schnelle und langsame Strukturen



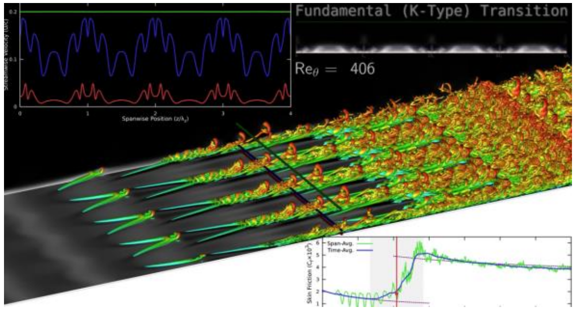
https://youtu.be/lwAoNha2Jpc

Einzelner Hairpin



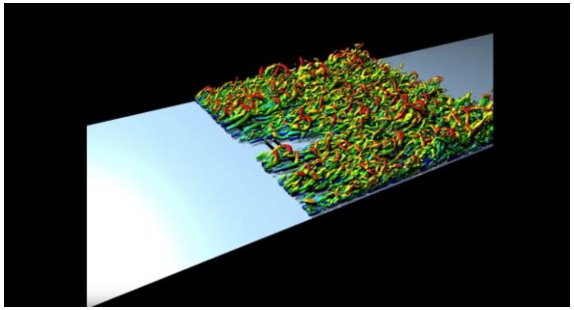
https://youtu.be/XMmgKUBzG7E#t=6m15

Transition



http://web.stanford.edu/group/fpc/videos/TransitionZPGFPBL.mp4

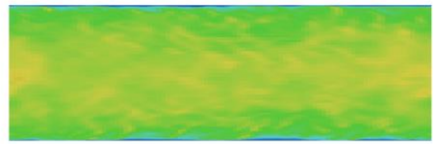
Visualisierung turbulenter Strukturen



https://youtu.be/GW2LRo2ZigQ

12.2 Wandauflösende LES

- Auflösung der energiereichsten Skalen auch in Wandnähe



- Modellierung entsprechend der letzten Vorlesungen anwendbar

$$\nu_{SGS} \sim \left(y^{+}\right)^{3}$$

Richtiges Modellverhalten (selektives Modell)

- WALE [1]
- σ-Modell [2]

Dämpfungsfunktion (selektive Prozedur)

- Van Driest Dämpfung [3] (Achtung: $\nu_{SGS} \sim \left(y^{+}\right)^{2}$)
- Piomelli Dämpfung [4]

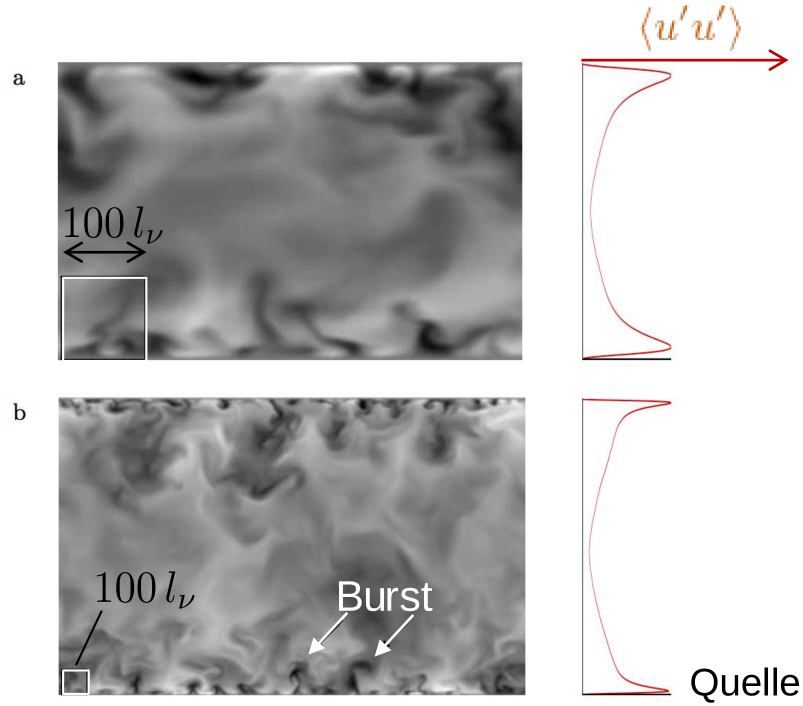
→Hoher Detailgrad

[1] Ducros, F.; Nicoud, F.; Poinsot, T.: Wall-adapting local eddy-viscosity models for simulations in complex geometries. In: M. Baines (ed.), Numerical Methods for Fluid Dynamics VI. Oxford University Computing Laboratory, Wolfson Building, Parks | [2] F. Nicoud, H. B. Toda, O. Cabrit, S. Bose, and J. Lee. Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations. *Physics of Fluids (1994-present)*, 23(8): 085106, 2011. | [3]: van Driest, E.: On turbulent flow near a wall. J. Aero. Sci. 23 (1956) 1007–1011 | [4]: Piomelli, U.; Moin, P.; Ferziger, J. H.: Models for Large Eddy Simulations of Turbulent Channel Flows including Transpiration. AIAA J. Thermophys. Heat Transf. 5 (1991) 124–128. Also as AIAA Paper 89-0375, 1989

Wandauflösende LES

- Ausreichende Auflösung muss sichergestellt werden:
  - Größe der wandnahen Strukturen sinkt mit steigender Reynolds-Zahl

$Re_\tau = 180$



$Re_\tau = 590$

Quelle: [1]

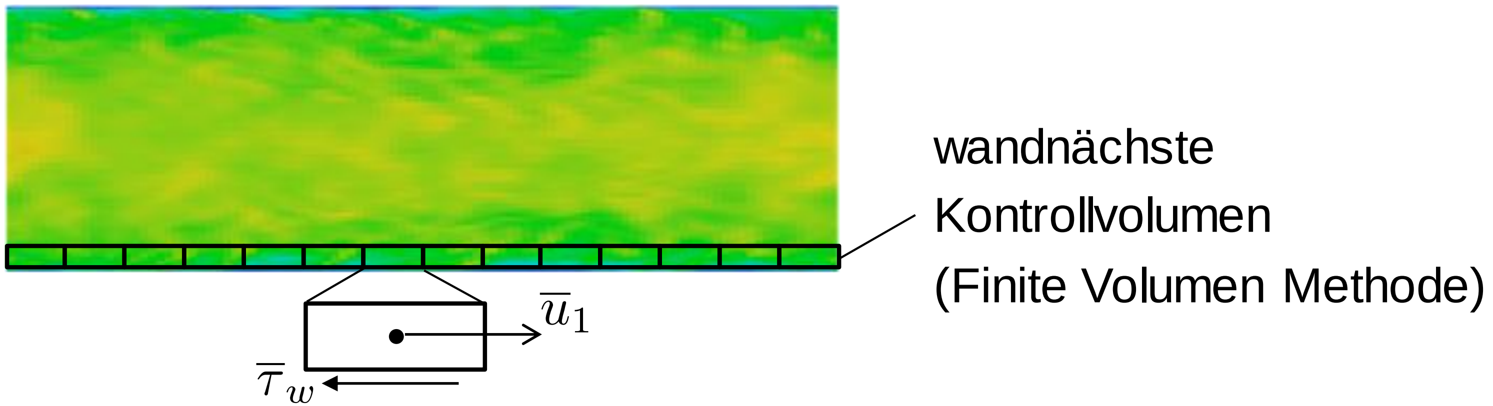
→ Höhere Auflösung mit steigender Reynolds-Zahl notwendig

[1]: Jochen Fröhlich. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B.G. Teubner Verlag, 2006.

12.3 Wandmodellierung

Wandfunktion

- Energietragende Strukturen werden nicht mehr aufgelöst
- Modellierung deren Einflusses notwendig
- Wichtig: Es werden keine neuen Informationen gewonnen!



- Implementierung CFD-Code:
  - Korrektur ν_{SGS} wandnächste Zelle
  - Korrektur Wandschubspannung
    → im Folgenden für Erläuterung verwendet

- Verwendung von Wandfunktionen
  - RANS:

$$\boxed{\langle \tau_w \rangle} = \mathcal{F}_{RANS}\left(\langle u_1 \rangle, y_1, \dots\right)$$

z.B. aus

$$\langle u_1^+ \rangle = F\left(y^+\right)$$

$$\langle u_1^+ \rangle = \frac{\langle u_1 \rangle}{\boxed{u_\tau}} \qquad\qquad y^+ = \frac{y\boxed{u_\tau}}{\nu}$$

$$\boxed{u_\tau} = \sqrt{\boxed{\langle \tau_w \rangle}/\rho}$$

→ meist iteratives Vorgehen notwendig

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

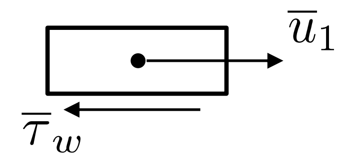
- Verwendung von Wandfunktionen
  - LES analog:

$$\boxed{\overline{\tau}_w} = \mathcal{F}_{LES}\left(\overline{u}_1, y_1, ...\right)$$

  - Unterschied zu RANS:
    - Wert der Wandschubspannung des instantanen gefilterten Geschwindigkeitsfeldes gesucht
    - keine Randbedingen für Turbulenzgrößen benötigt (im Falle von 0-Glg. Modell)

Wandfunktion

- Wandfunktion von Schumann [1]
  - Annahme:



    - Linearer Zusammenhang, Verhältnis zeitlich gemittelter Größen als Proportionalitätskonstante
    - gefilterte Geschwindigkeit und Wandschubspannung in Phase

$$\overline{\tau}_w = \frac{\langle \overline{\tau}_w \rangle}{\langle \boxed{\overline{u}_1} \rangle} \overline{u}_1$$

i.A. während Simulation zu ermitteln

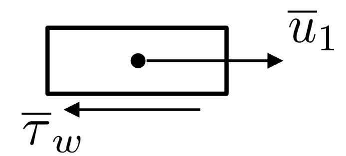
    - $\overline{u}_1$ Mittel über wandnächste Gitterzelle, daher Integration logarithmisches Wandgesetz:

$$\langle \boxed{\overline{u}_1} \rangle = \sqrt{\frac{\langle \tau_w \rangle}{\rho}} \frac{1}{\kappa} \left(\log \left(\frac{y_1}{\nu} \sqrt{\frac{\langle \tau_w \rangle}{\rho}} E \right) - 1 \right)$$

[1]: Schumann, U.: Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli. J. Comput. Phys. 18 (1975) 376–404

Wandfunktion

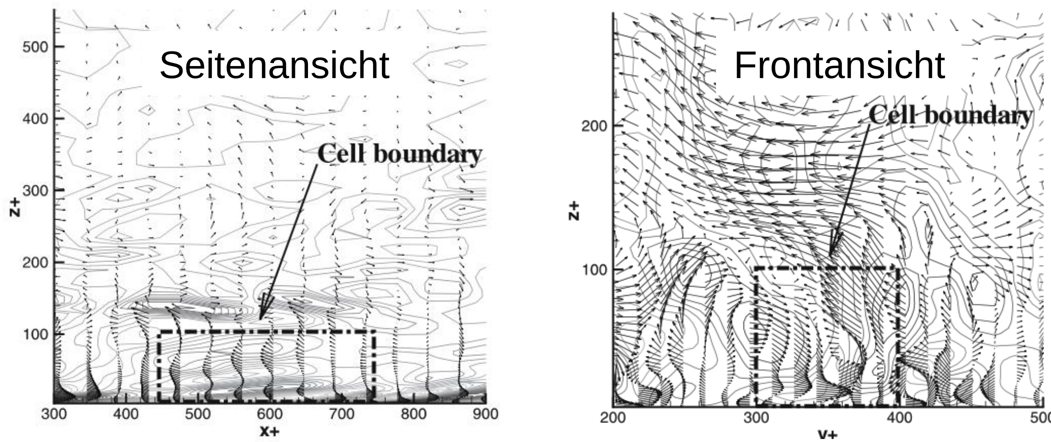
- Werner und Wengle [1]



  - Momentane Aufprägung des eigentlich statistisch geltenden Zusammenhanges Linearer Zusammenhang, Verhältnis zeitlich gemittelter Größen als Proportionalitätskonstante

$$\overline{\tau}_w = \mathcal{F}_{RANS}(\overline{u}_1, y_1)$$

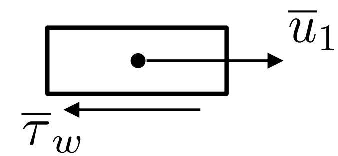
→ Voraussetzung: Filterung über genug wandnahe Strukturen in wandnächster Gitterzelle



Quelle: [2]

[1]: Werner, H.; Wengle, H.: Large–Eddy Simulation of Turbulent flow over and around a Cube in a plane Channel. In: F. Durst; R. Friedrich; B. Launder; F. Schmidt; U. Schumann; J. Whitelaw (eds.), Selected Papers from the 8th Symposium on Turbulent Shear Flows. Springer 1993 pp. 155–168 |
[2]: Sagaut, P.: Large Eddy simulation for incompressible flows: an introduction, 2nd edn. Springer (2001)

- Werner und Wengle [1]
  - Approximation $\langle u_1 \rangle$ mit m=1/7-Gesetz und 2-Schichtenansatz



$$\langle u^+ \rangle = \begin{cases} y^+ & ; 0 \le y^+ \le \boxed{11.81} \\ 8.3\,(y^+)^{(1/7)} & ; 11.81 < y^+ \end{cases}$$

m=1/7

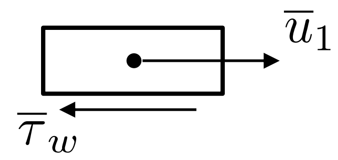
→ keine Iteration zur Bestimmung von τ_w notwendig

  - Integration über wandnächste Zelle liefert Ausdruck für Wandschubspannung:

$$\overline{\tau}_w = \begin{cases} \rho \frac{2\nu}{\Delta y_1} \overline{u}_1 & ; \overline{u}_1 \le \frac{\nu}{2\Delta y_1} (\boxed{y_m^+})^2 \\ \rho \left[\frac{1-m}{2} C_m^{\frac{1+m}{1-m}} \left(\frac{\nu}{\Delta y_1} \right)^{1+m} + \frac{1+m}{C_m} \left(\frac{\nu}{\Delta y_1} \right)^{m} \overline{u}_1 \right]^{\frac{2}{1+m}} & ; \overline{u}_1 \ge \frac{\nu}{2\Delta y_1} (y_m^+)^2 \end{cases}$$

[1]: Werner, H.; Wengle, H.: Large–Eddy Simulation of Turbulent flow over and around a Cube in a plane Channel. In: F. Durst; R. Friedrich; B. Launder; F. Schmi dt; U. Schumann; J. Whitelaw (eds.), Selected Papers from the 8th Symposium on Turbulent Shear Flows. Springer 1993 pp. 155–168

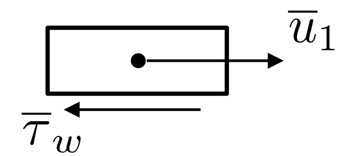
Wandfunktion



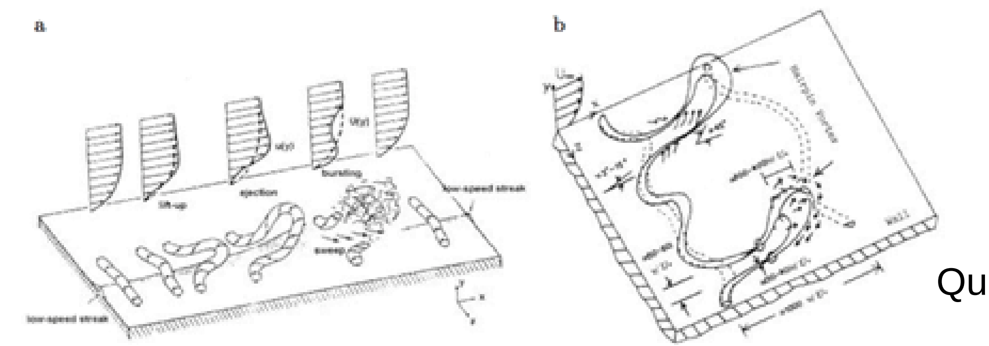
- Werner und Wengle [1]
  - Gemeinsamkeiten zu Modell von Schumann
    - Phasengleichheit zw. Wandschubspannung und Geschwindigkeit
  - Unterschiede:
    - Berechnung Mittelwerte im Modell von Schumann notwendig, entfällt bei Ansatz von Werner und Wengle
    - Nichtlinearer Zusammenhang τ_w und $\overline{u}_1$ im Modell von Werner und Wengle

[1]: Werner, H.; Wengle, H.: Large–Eddy Simulation of Turbulent flow over and around a Cube in a plane Channel. In: F. Durst; R. Friedrich; B. Launder; F. Schmi dt; U. Schumann; J. Whitelaw (eds.), Selected Papers from the 8th Symposium on Turbulent Shear Flows. Springer 1993 pp. 155–168 |

Wandfunktion-Ausblick



- Modellelementen und Verbesserungen:
  - Phasengleichheit von τ_w und $\overline{u}_1$
    → Wandgebunden Strömungen weisen Phasenversatz von τ_w und $\overline{u}_1$ auf (angestellte Strömungsstrukturen):



Quelle: [1]

→ Wandfunktionen mit Verschiebung, z. B. [2]:

$$\overline{\tau}_w = \frac{\langle \overline{\tau}_w \rangle}{\langle \overline{u}_1 \rangle} \overline{u}_1 \left(x + \Delta_s, z \right) \qquad \Delta_s = \cot(8^\circ)$$

  - Problem bei komplexen Geometrien, z.B. Kanten, Ecken

[1]: Piomelli, U.; Ferziger, J.; Moin, P.; Kim, J.: New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall–bounded flows. Phys. Fluids A 1 (1989) 1061–1068
[2]: Jochen Fröhlich. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B.G. Teubner Verlag, 2006.

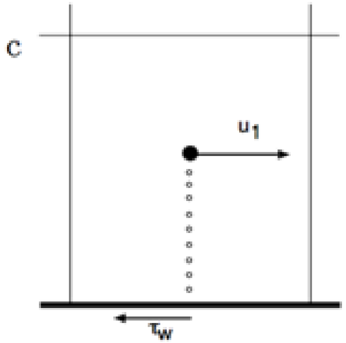
- Grenzschichtgleichungen (Tilde: Filterung nur in tangentiale Richtung):

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_2}\left[(\nu + \nu_t)\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_2}\right] \quad I = 1,3, \;\; j = 1,2,3$$

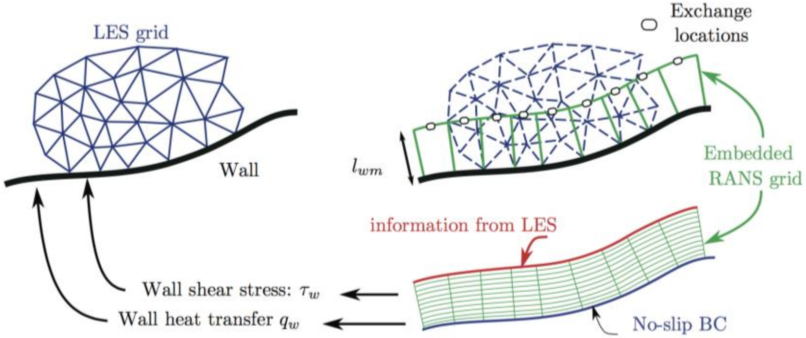
$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0$$

- Idee: Lösung dieser innerhalb wandnächster Zelle



Quelle: [1]



Quelle: [2]

[1]: Jochen Fröhlich. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B.G. Teubner Verlag, 2006.
[2]: Park GI, Moin P. An improved dynamic non-equilibrium wall-model for large eddy simulation. Phys Fluids. 2014;26:015108

12.4 Detached Eddy Simulation (DES)

- Grundlage: Spalart-Allmaras Modell [1] (siehe Vorlesungssatz 3)

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} = M(\tilde{\nu})\tilde{\nu} + P(\tilde{\nu})\tilde{\nu} - D(\tilde{\nu})\tilde{\nu} + T \quad \text{mit} \quad \nu_t = \tilde{\nu} f_{\nu 1}$$

- Destruktionsterm *D* unter anderem an Abstand zur Wand (über *d* sowie die Funktionen f_w und f_{t2}) gekoppelt

$$D(\tilde{\nu})\tilde{\nu} = \left[c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}\right]\left[\frac{\tilde{\nu}}{d}\right]^2$$

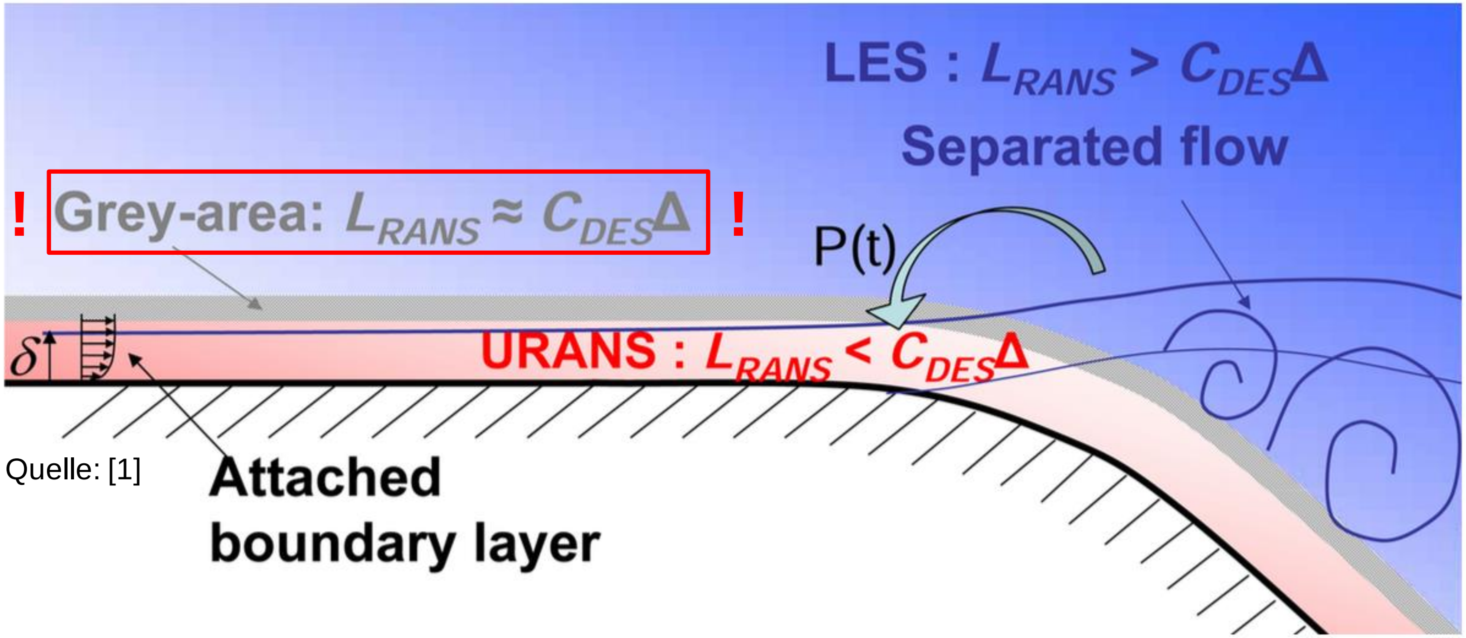
- Selektion zwischen RANS- und LES-Modellierung durch Modifikation des Längenmaßes *d* in [2]:

$$\tilde{d} = min\left(d,\, C_{DES}\,\Delta\right) \quad \longrightarrow \quad D(\tilde{\nu})\tilde{\nu} = \left[c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}\right]\left[\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}}\right]^2$$

[1] Spalart & Allmaras: A one equation model for aerodynamic flows, AIAA, 1992
[2] Spalart, P.; Jou, W.-H.; Strelets, M.; Allmaras, S.: Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In: C. Liu; Z. Liu (eds.), Advances in DNS/LES. Greyden Press 1997

- Visualisierung Modellierungsbereiche:

$$L_{DES} = min\left(L_{RANS},\, C_{DES}\,\Delta\right)$$

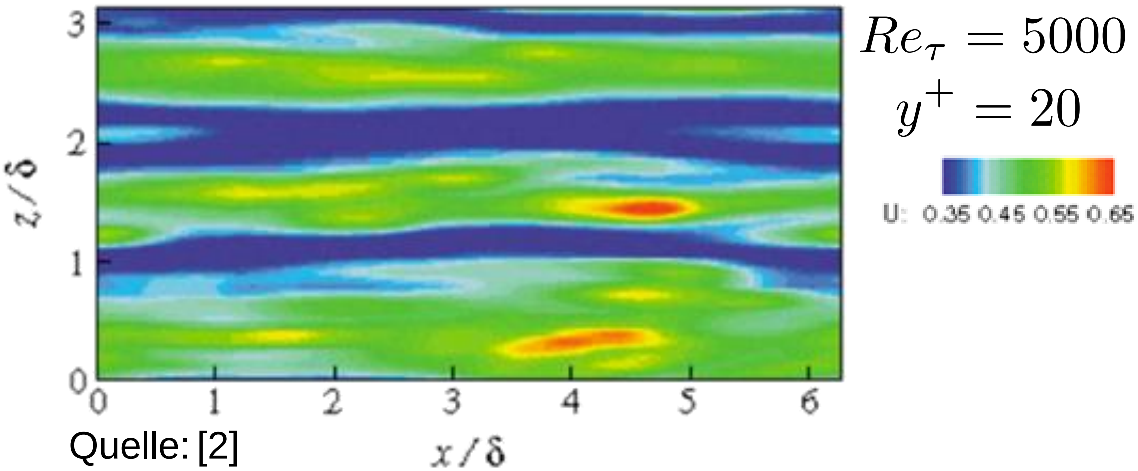


Quelle: [1]

- RANS in Wandnähe, LES in Kernströmung
  → Simulation abgelöster Wirbel, „Detached Eddy Simulation“

[1]: P. Sagaut et al., Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence, 2nd Edition. Imperial College Press, 2013

- Beobachtung in [1], [2]:
  - Wandnahe Strukturen gitterabhängig
  - Ausbildung von „Super-Streaks“: Streaks mit einer Ausdehnung von ungefähr 260 Wandeinheiten in Strömungsrichtung
    → Near-wall cycle falsch abgebildet

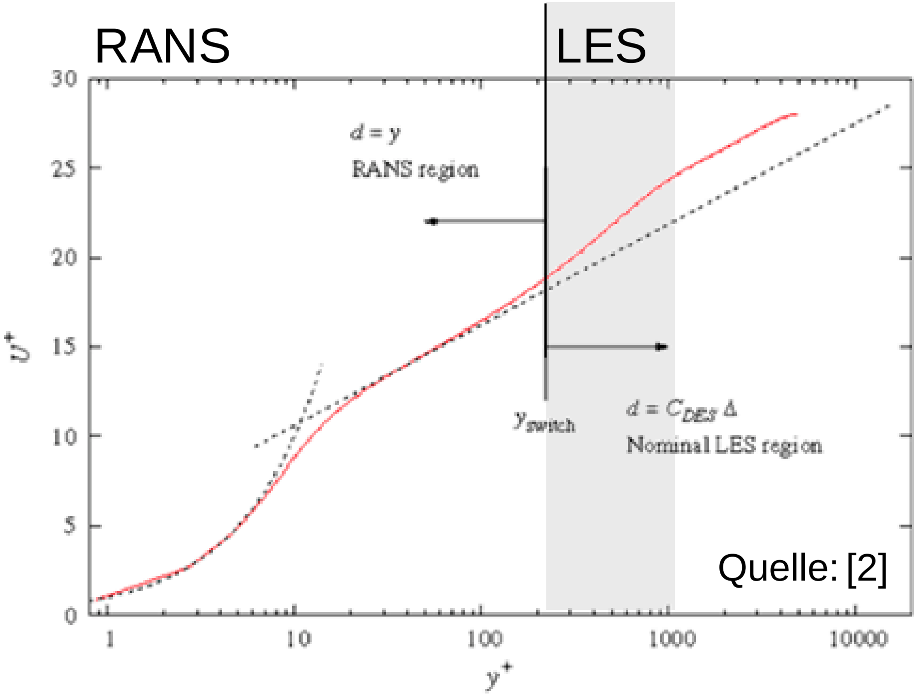


Quelle: [2]

[1] Baggett JS. On the feasibility of merging LES with RANS in the near-wall region of attached turbulent flows. In: Annual research briefs—1998, Center for Turbulence Research. Stanford, CA: Stanford University; 1998. p. 267–77
[2] Keating A, Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. J Turbul 2006;7(12):1–24

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Beobachtung in [1], [2]:
  - Resultat: „Logarithmic law mismatch“ (LLM)
  - Erklärung anhand Schubspannung in innerer Zone



Quelle: [2]

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \nu \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_2} - \langle u_1' u_2' \rangle$$

Gegeben durch Druckgradient

Summe über Grenzschicht konst.

Eintritt LES-Bereich:

$$\left.\begin{aligned} \nu_{ges} &= \nu + \nu_t \downarrow \\ \langle u_1' u_2' \rangle &\approx const. \end{aligned}\right\} \longrightarrow \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_2} \uparrow$$

[1] Baggett JS. On the feasibility of merging LES with RANS in the near-wall region of attached turbulent flows. In: Annual research briefs—1998, Center for Turbulence Research. Stanford, CA: Stanford University; 1998. p. 267–77
[2] Keating A, Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. J Turbul 2006;7(12):1–24

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Stochastic Forcing [1], weiterentwickelt in [2]:
  - Isotroper Kraftterm (gaußverteilt), Amplitude frei gewählt um „Super Streaks“ zu stören [1]

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \overline{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \tau_{ij}^{FS}}{\partial x_j} + f_i$$

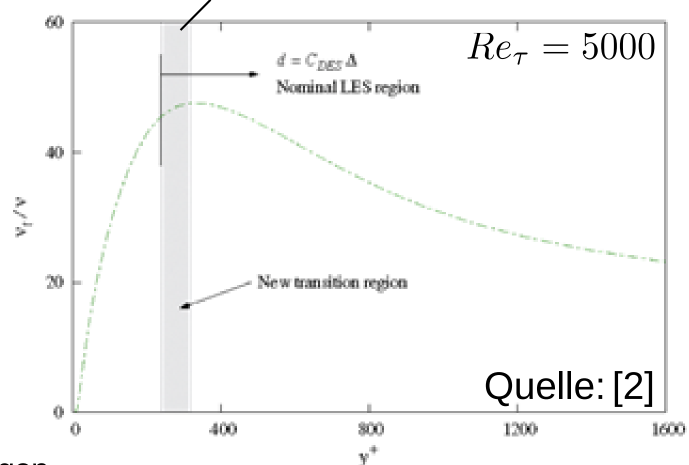
  - Bestimmung der Amplitude A mit Ziel, Größe der Übergangsschicht zu minimieren [2]

$$A^{(n+1)} = A^n + \alpha\, e$$

$$e = \int_{y_{switch}}^{y_\nu} \Big(\underbrace{-\langle \nu \rangle \frac{\mathrm{d}\langle u_1 \rangle}{\mathrm{d}x_2}}_{\text{modellierte Reynoldsspannungen}} - \langle u_1' u_2' \rangle \Big)$$

$\langle u_1' u_2' \rangle$: aufgelöste Reynoldsspannungen

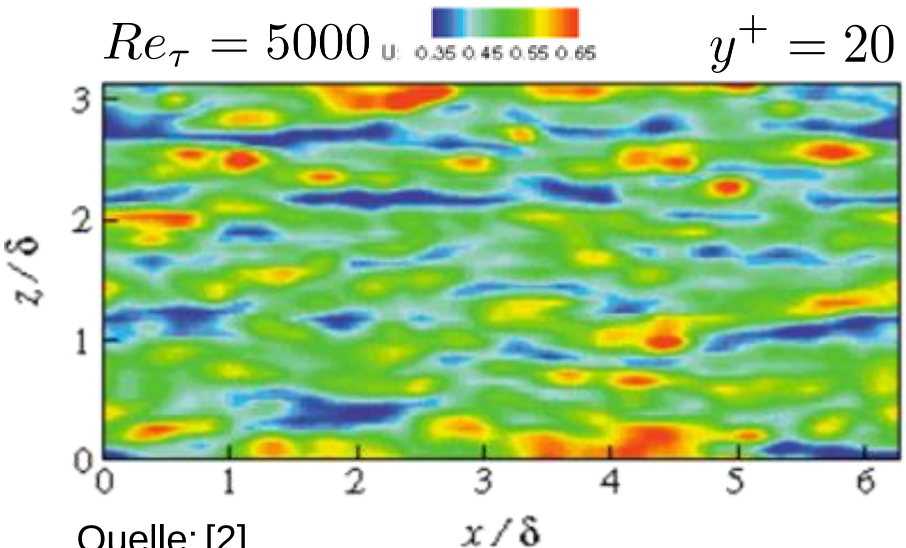
$\nu_t(y_\nu) = \nu_{t,max}$



[1] Piomelli U, Balaras E, Pasinato H, Squires KD, Spalart PR. The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. Int J Heat Fluid Flow 2003;24:538–50. |
[2] Keating A, Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. J Turbul 2006;7(12):1–24

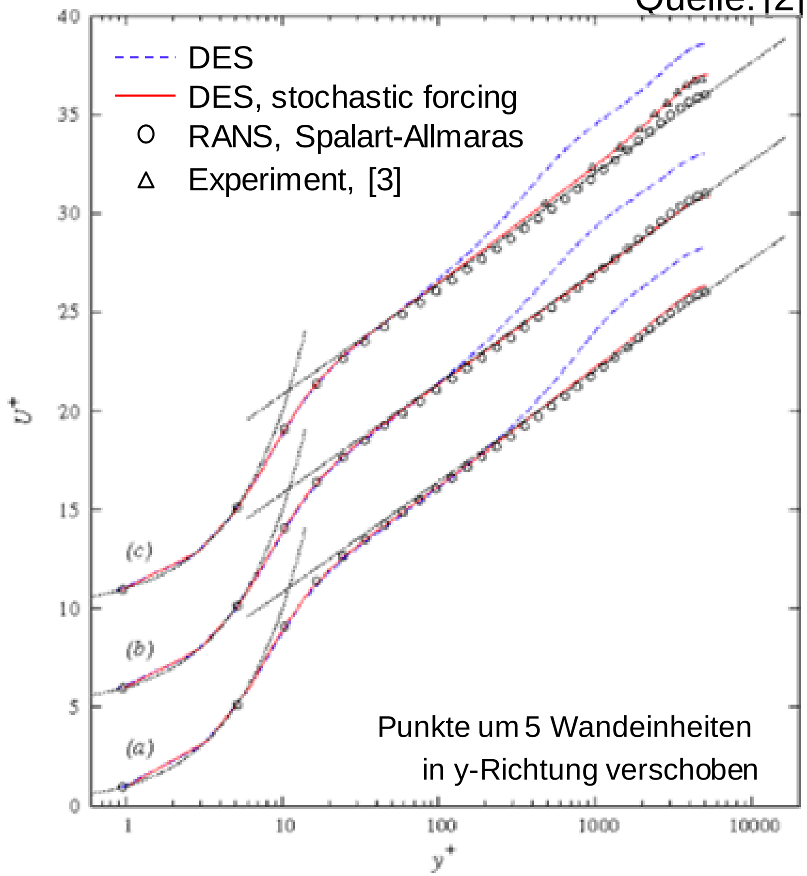
Detached Eddy Simulation - Stochastic Forcing

- ▶ Stochastic Forcing [1], weiterentwickelt in [2]:
- ▶ Resultat:



Quelle: [2]

Quelle: [2]



[1] Piomelli U, Balaras E, Pasinato H, Squires KD, Spalart PR. The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. Int J Heat Fluid Flow 2003;24:538–50. |

[2] Keating A, Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. J Turbul 2006;7(12):1–24

Improved Delayed Detached Eddy Simulation (IDDES)

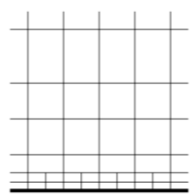
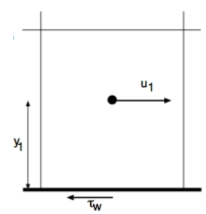
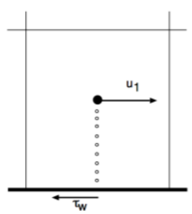
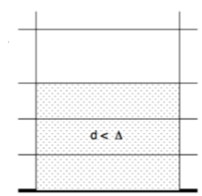
- IDDES [1]:
  - Anpassung LES-Längenmaß:
    - dritte Wurzel aus Zellvolumen u.U. kein gutes Längenmaß für LES wandgebundener Strömung (da Anpassung von Modellkonstanten notwendig)
    - Einbezug aller Kantenlängen und Abstand zur Wand d_w

$$\Delta = f(h_x, h_y, h_z, d_w)$$

  - Reduktion der Wirbelviskosität im inneren Bereich über empirisch geprägte Blending-Funktionen

[1] Travin AK, Shur M, Spalart P, Strelets MK. Improvement of delayed detached-eddy simulation for LES with wall modelling. In: Wesseling P, Oñate E, Périaux J, editors, European conference on computational fluid dynamics ECCOMAS CFD 2006, TU Delft, 2006. p. 410–32.

12.5 Zusammenfassung

<table>
<tr><td rowspan="3">Bezeichnung / Klassifizierung</td><td rowspan="3">Wandauflösende LES (WR-LES)</td><td colspan="3">LES mit Wandmodell (wall modelled LES, WM-LES)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">LES mit Wandfunktion (WF-LES)</td><td colspan="2">Zonale Modelle (zonal LES)</td></tr>
<tr><td>Zweischichten-modelle (Two-Layer model)</td><td>DES</td></tr>
<tr><td>Typische Gitter</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Randbedingung an Wand</td><td>Haftbedingung</td><td colspan="2">Approximierte Randbedingung (Wandschubspannung)</td><td>Haftbed.</td></tr>
</table>

Quelle Abbildungen: [1]

[1]: Jochen Fröhlich. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. B.G. Teubner Verlag, 2006.

Empfehlungen Wandauflösung

Tab. 8.1 Obergrenzen bzw. Bereiche für die Wahl des numerischen Gitters in Wandnähe je nach verwendeter Simulationsmethode. Dargestellt sind Angaben aus der Literatur und eigene Empfehlungen. WF–LES sei für die Grenzschicht in einer voll turbulenten Strömung betrachtet. Der wandnächste Gitterpunkt sollte i.A. bei $y_1 = \Delta_y/2$ liegen. (1) In dieser Referenz wir jedoch $\Delta_y = 0{,}005\delta$ verwendet. (2) s ist die Gitterstreckung in y–Richtung.

Methode	Δ_x^+	Δ_y^+	Δ_z^+	Quelle
WR–LES	10	2	5	[527] in [508]
	100	2	20	[86]
	50...100	2	15...40	[462]
	50	2	15	[diese Arbeit]
WF–LES	100...600	30...150	100...300	[462]
		20...200		[508]
		$\Delta_y < \delta/5$		[370] (1)
	$\Delta_x < \delta/5$	$\Delta_y < \delta/5$	$\Delta_z \approx \Delta_y$	[diese Arbeit]
DES, viskoser RANS–Bereich	$< \infty$	2	$< \infty$	$s < 1{,}25$ (2) [552]
DES, äußerer RANS–Bereich	$< \infty$	$\Delta_y < \delta/10$	$< \infty$	[552]

12.6 Lernziele

Lernziele: Sie sollen …

- die Relevanz von Wänden für die Turbulenzmodellierung erläutern können
- die typischen Verläufe für Produktion, Dissipation und Diffusion in der Nähe fester Wände aufzeichnen können
- Streaks als Hauptquelle für Turbulenzproduktion im Buffer-Layer charakterisieren können
- Verschiedene Wandfunktionen im LES Kontext nennen und von einander differenzieren können
- Die Idee hinter Detached Eddy Simulationen erklären können
- Simulationsstrategien in Wandnähe kategorisieren und einordnen können