

Übung 12

LES - Wandauflösung

Aufgabe 1: Asymptotisches Verhalten des Feinstrukturtenors

Gegeben ist die Strömung in der Nähe einer festen Wand. Die Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung wird mit u bezeichnet, die wandnormale Komponente mit v und die laterale Komponente mit w . Die zugehörigen Koordinaten sind x , y und z .

- 1) Mit welcher Ordnung fallen die (instantanen, nicht-gefilterten) Geschwindigkeitskomponenten u , v , w in Bezug auf die wandnormale Koordinate y ab?
Hinweis: Beginnen Sie mit der Reihenentwicklung

$$\begin{aligned}u &= a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + \dots \\v &= b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots \\w &= c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3 + \dots\end{aligned}\tag{1}$$

- 2) In wandauflösenden LES muss eine hohe Auflösung in Wandnormalenrichtung sichergestellt werden. Im Grenzfall sehr kleiner Gitterweiten und Verwendung der impliziten Filterung nimmt die Filterweite die Werte $\Delta_x, \Delta_y \rightarrow 0, \Delta_z$ an. Leiten Sie das asymptotische Verhalten der mit dieser Filterweite gefilterten Geschwindigkeitskomponenten \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} her.
- 3) Leiten Sie aus den Ergebnissen von 1) und 2) das asymptotische Verhalten der Einträge des Feinstrukturtenors $\tau_{ij}^{FS} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ her. Vergleichen Sie diese mit dem aus der Vorlesung bekannten Verhalten der Reynoldsspannungen im RANS-Kontext.

Aufgabe 2: Asymptotisches Verhalten Smagorinsky-Modell

Unter Verwendung des Smagorinsky Modells wird der Feinstrukturtenor modelliert als

$$\tau_{ij}^{a,SGS} = -2 (C_s \Delta)^2 |\bar{\mathbf{S}}| \bar{S}_{ij}\tag{2}$$

- 1) Bestimmen Sie das asymptotische Verhalten der Ableitungen von \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} hin zur Wand. Welche Ableitungen dominieren?
- 2) Bestimmen Sie das asymptotische Verhalten von $\tau_{12}^{a,SGS}$ und vergleichen Sie dies mit dem Verhalten der Komponenten des exakten Feinstrukturtenors τ_{12}^{FS} .
- 3) Mit welchem Exponenten müsste das Längenmaß skaliert werden, um das richtige asymptotische Verhalten sicherzustellen?