Übung 7

RANS - Herleitung Menter BSL Modell

Aufgabe 1: Transformierte ε Gleichung

In dem baseline Modell (BSL) des $k-\omega$ SST Modells wird mittels einer Funktion zwischen der Formulierung der ω Gleichung des standard $k-\omega$ Modells und der ε Gleichung des standard $k-\varepsilon$ Modells übergeblendet. Dafür wird die ε Gleichung verwendet, um eine Gleichung für ω herzuleiten.

Die Transportgleichungen des Standard $k-\varepsilon-$Modells sind gegeben als

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\varepsilon}{k}(c_{\varepsilon 1} P_k - c_{\varepsilon 2}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]$$

Leiten Sie die aus der ε Gleichung hervorgehende ω Gleichung her.
Dabei ist wie folgt vorzugehen:

1. Einsetzen der Definition

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} \tag{1}$$

   in die substantielle Ableitung $D\omega/Dt$

2. Ersetzen von ε in der entstehenden Gleichung mittels

$$\varepsilon = C_\mu \omega k \tag{2}$$

3. Umformulierung der Terme, um eine Gleichung analog der standard ω Gleichung zu erhalten

Die ω-Gleichung des Wilcox k-ω-Modell ist gegeben als:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \gamma_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu + \nu_t \sigma_{\omega_1})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] \tag{3}$$

Worin unterscheidet sich die aus der Transformation hergeleitete ω-Gleichung von der des Wilcox-Modells?