

Produits dérivés de change

Richard Guillemot

DIFIQ

11 Avril 2014

EUR/USD=1.3885

EUR/USD=1.3885

1 euro vaut 1.3889 dollar.

EUR/USD=1.3885

1 **euro** vaut 1.3889 dollar.

EUR (euro) est la **devise étrangère** ou **devise 1**.

$$\text{EUR}/\text{USD}=1.3885$$

1 euro vaut 1.3889 dollar.

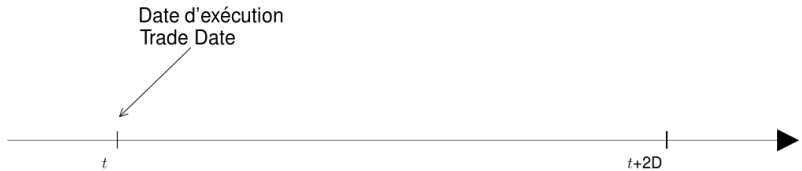
EUR (euro) est la devise étrangère ou devise 1.

USD (dollar) est la devise domestique ou devise 2.

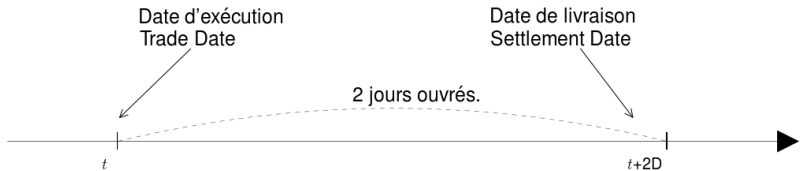
Livraison ou Settlement



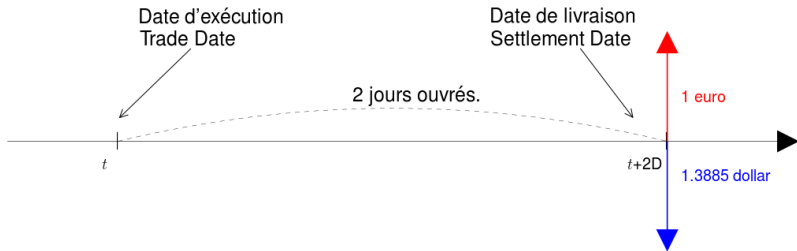
Livraison ou Settlement



Livraison ou Settlement

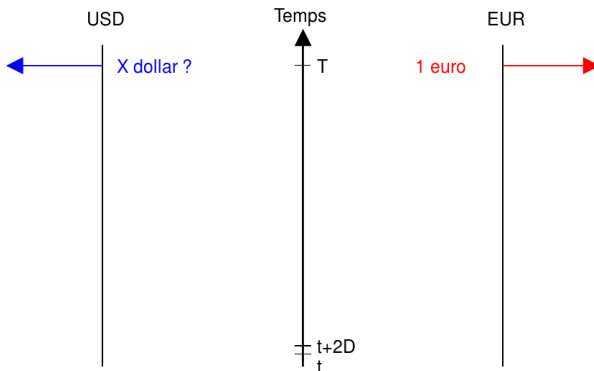


Livraison ou Settlement



Taux de change "Forward"

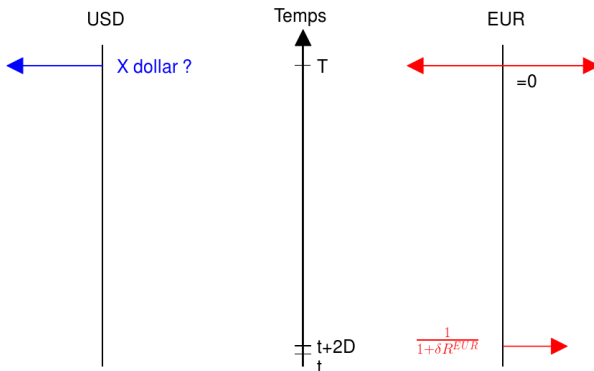
Comment garantir un taux de change à une date future T ?
Et à quel taux X .



Taux de change "Forward"

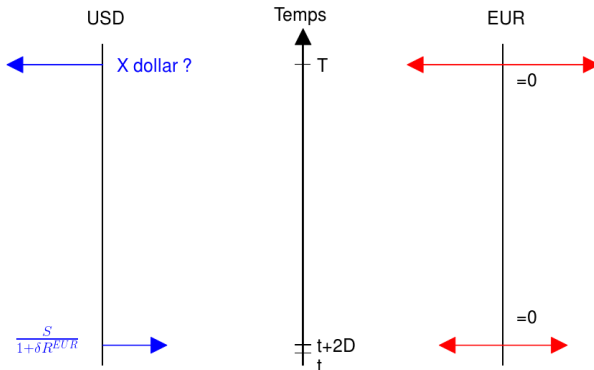
Prêt en t de $\frac{1}{1+\delta R^{EUR}}$ euros.

Remboursé en T avec les intérêts, c'est à dire **1 euros**.



Taux de change "Forward"

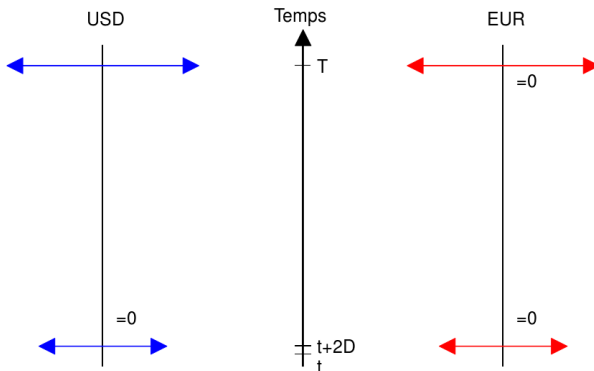
Change $\frac{1}{1+\delta R^{EUR}}$ euros contre $\frac{S}{1+\delta r^{EUR}}$ dollars.



Taux de change "Forward"

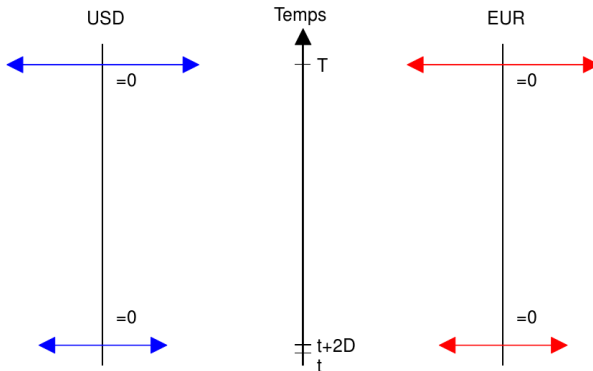
Emprunt en t de $\frac{S}{1+\delta R^{EUR}}$ dollars

Remboursé en T avec les intérêts, c'est à dire $S \frac{1+\delta R^{USD}}{1+\delta R^{EUR}}$ dollars.



Taux de change "Forward"

$$X = S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$$



Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ R^{EUR}	Maturité du forward Taux zéro coupon euro.	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours 0.5%

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%
S	Taux de change spot.		1.3889

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%
S	Taux de change spot.		1.3889
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%
S	Taux de change spot.		1.3889
X	Forward de change.	$S \frac{1+\delta R^{USD}}{1+\delta R^{EUR}}$??

$X =$

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%
S	Taux de change spot.		1.3889
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X = 1.3889 \times \frac{1 + \frac{365}{360} \times 0.3\%}{1 + \frac{365}{360} \times 0.5\%}$$

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%
S	Taux de change spot.		1.3889
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X = 1.3889 \times \frac{1 + \frac{365}{360} \times 0.3\%}{1 + \frac{365}{360} \times 0.5\%} = 1.3861$$

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon euro.		0.5%
R^{USD}	Taux zéro coupon euro.		0.3%
S	Taux de change spot.		1.3889
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X = 1.3889 \times \frac{1 + \frac{365}{360} \times 0.3\%}{1 + \frac{365}{360} \times 0.5\%} = 1.3861$$

Soit **27.6** points de base d'écart négatif par rapport au taux spot.

Si on vend 100 Mios euro dans 1 an d'euros au taux spot au lieu d'utiliser le taux foward précédemment calculé :

- a) On gagne 276 kEUR
- b) On perd 27 kEUR
- c) On gagne 2.76 millions d'euros.
- d) On perd 276 kEUR.

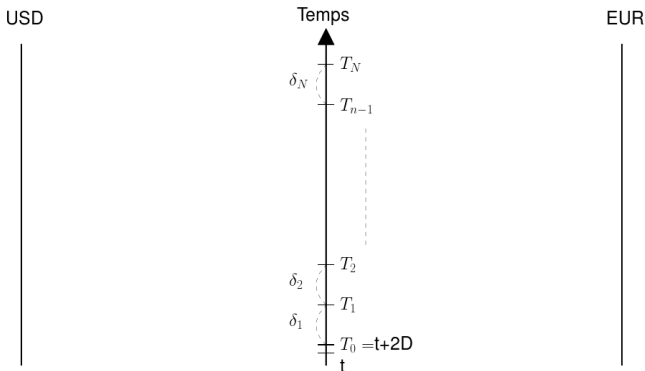
Si on vend 100 Mios euro dans 1 an d'euros au taux spot au lieu d'utiliser le taux foward précédemment calculé :

- a) On gagne 276 kEUR **VRAI**
- b) On perd 27 kEUR **FAUX**
- c) On gagne 2.76 millions d'euros. **FAUX**
- d) On perd 276 kEUR. **FAUX**

On emprunte à 0.3% en dollars et on prête à 0.5% en euros !!!

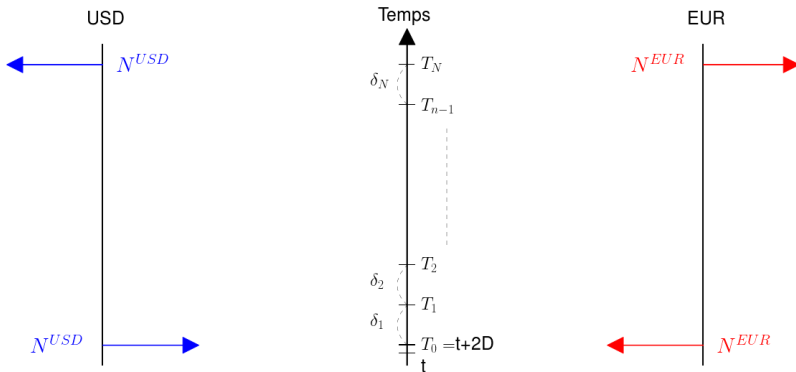
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

On considère l'échéancier d'un swap standard.



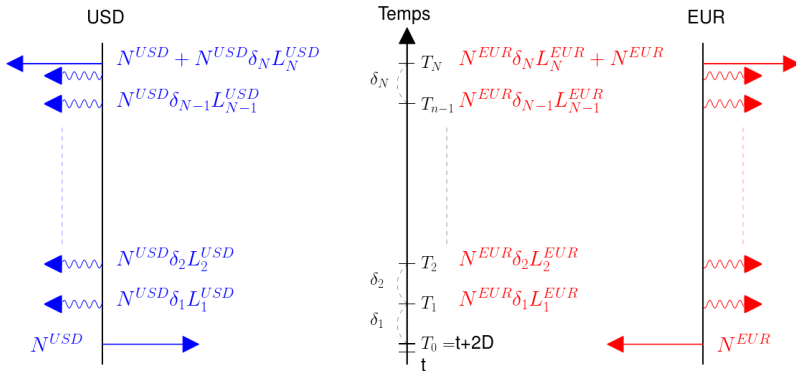
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

On échange en $t+2D$ ouvrés N^{USD} avec sa contrevaletur N^{EUR} .
On fera l'échange inverse à la maturité du swap T .



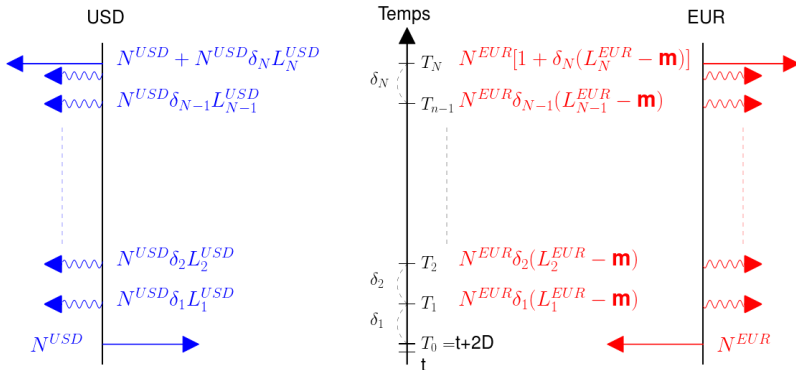
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

On reçoit une jambe variable euro en contrepartie d'une jambe variable dollar.



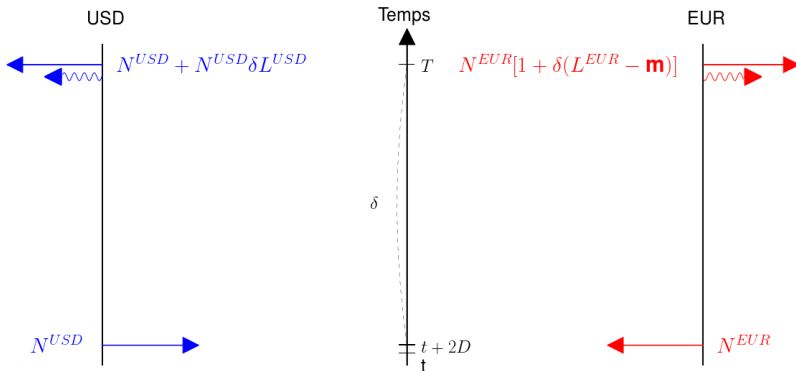
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

En pratique il faut retirer la **marge de basis m** à la jambe EUR pour mettre le swap au pair (valeur nulle).



Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

Un swap de devises d'une seule période est un forward de change de nominal $N^{EUR}(1 + \delta(L^{EUR} - m))$.



$$X = S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta(R^{EUR} - \mathbf{m})}$$

Delta de change et position de change

- Le **delta de change** est la sensibilité ou la dérivé au taux de change de la valeur d'un portefeuille en devise domestique.

$$\Delta_{FX} = \frac{\partial \Pi^d}{\partial S}$$

- La **position de change** correspond au nominaux équivalents N^i au portefeuille dans chacune des devises. Elle indique la taille des opérations de change "Spot" nécessaires pour neutraliser le risque.

Delta de change et position de change

Illustration avec les 2 devises euro et dollar :

Taux de change	S	$= EUR/USD$
Valeur du portefeuille en dollar	Π^{USD}	$= N^{EUR} \times S + N^{USD}$
Delta de change	Δ_{EURUSD}	$= N^{EUR}$
Position de change		(N^{EUR}, N^{USD})

Problème

On reprend les données du premier exemple la marge de basis m égale à 5 points de base :

- **Opération 1** : Une banque française doit recevoir de son client 138.70 millions de dollars contre 100 millions d'euros dans 1 an.
- **Opération 2** : Sa filiale américaine doit recevoir de son client 72.11 millions d'euros contre 100 millions de dollars dans 1 an.

Pour chacune des 2 opérations et le portefeuille total de la banque :

- 1 Quel est le Profit & Loss (PNL) pour la banque ?
- 2 Quels sont de Delta FX et la position de change ?
- 3 Quelle est la sensibilité à un mouvement de 1 point de base des taux euros, dollar et de la marge de basis ?
- 4 Quelles opérations doit réaliser la banque pour neutraliser son risque de change ?

	Cas 1	Cas 2	TOTAL	
PNL EUR	12	3	15	kEUR
PNL USD	17	4	21	kUSD
Delta FX	-99.55	71.79	-27.77	Mios EUR
Sensi taux	9.91	-7.15	2.76	kEUR/bp
Sensi taux	-13.79	9.94	-3.85	kUSD/bp
Sensi basis	-9.91	7.15	-2.76	kEUR/bp
NEUR	-99.552	71.787	-27.765	Mios EUR/bp
NUSD	138.285	-99.701	38.584	Mios USD/bp

Il faut vendre 38.584 millions de dollar contre 27.780 millions d'euros.

Une **option de change** est un contrat asymétrique par lequel à une date future T :

- La contrepartie **vendeuse s'engage** à recevoir un montant N^1 en devise 1 contre N^2 en devise 2.
- La contrepartie **acheteuse peut à son gré** recevoir un nominal N^2 en devise 2 contre un nominal N^1 en devise 1.

Une **option de change** est un contrat asymétrique par lequel à une date future T :

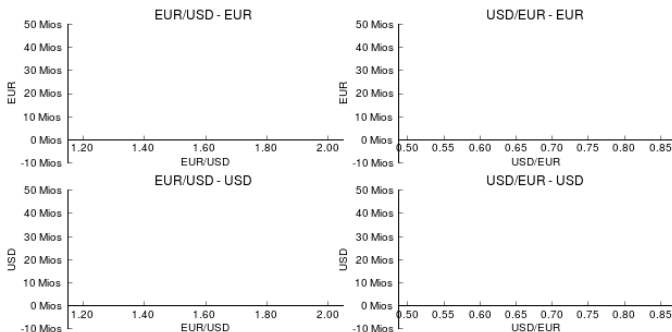
- La contrepartie **vendeuse s'engage** à recevoir un montant N^{EUR} en euro contre N^{USD} en dollar.
- La contrepartie **acheteuse peut à son gré** recevoir un nominal N^{USD} en dollar contre un nominal N^{EUR} en euros.

Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S_{\text{EUR/USD}}$	$S_{\text{USD/EUR}}$
EUR USD		

100 Mios d'euros call contre 139 Mios de dollars put.

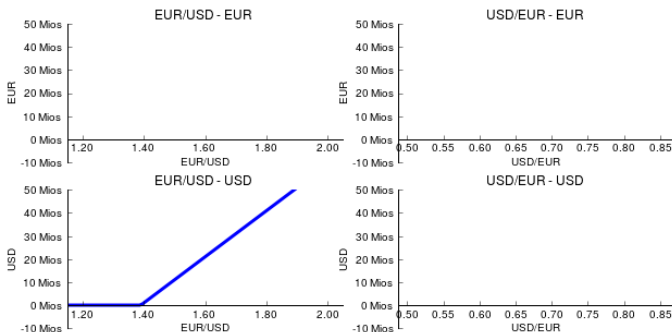


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	
USD		

100 Mios d'euros call contre 139 Mios de dollars put.

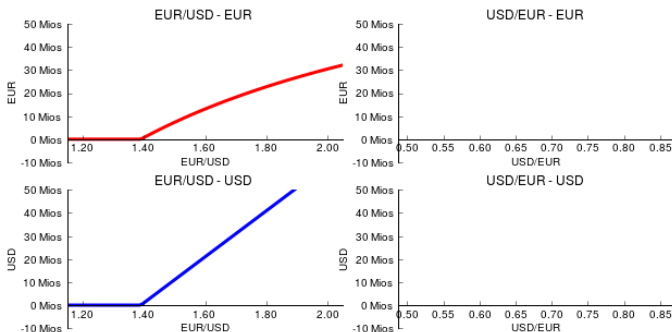


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$\frac{(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+}{S^{EUR/USD}}$	
USD	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	

100 Mios d'euros call contre 139 Mios de dollars put.

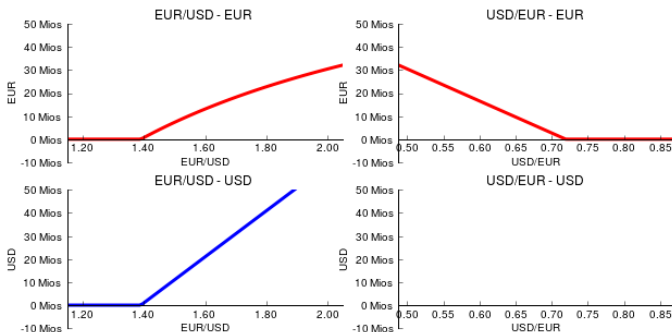


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$\frac{(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+}{S^{EUR/USD}}$	$(N^{EUR} - N^{USD} \times S^{USD/EUR})_+$
USD	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	

100 Mios d'euros call contre 139 Mios de dollars put.

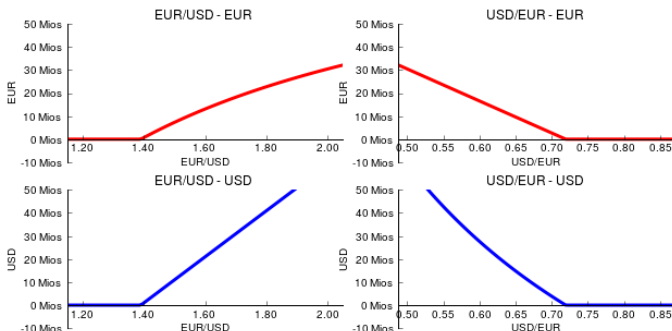


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$\frac{(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+}{S^{EUR/USD}}$	$(N^{EUR} - N^{USD} \times S^{USD/EUR})_+$
USD	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	$\frac{(N^{EUR} - N^{USD} \times S^{USD/EUR})_+}{S^{USD/EUR}}$

100 Mios d'euros call contre 139 Mios de dollars put.



Option de change - Black & Scholes

En contrepartie le vendeur reçoit une prime (**p**) de la part de l'acheteur que l'on peut calculer à l'aide de la formule de Black & Scholes :

$$e^{-r^1 \times T} \times N^1 \times S \times \mathcal{N}(d_1) - e^{-r^2 \times T} \times N^2 \times \mathcal{N}(d_2)$$

avec :

\mathcal{N} : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{N^1}{N^2} S\right) + (r^1 - r^2) \times T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Option de change - Black & Scholes

En contrepartie le vendeur reçoit une prime (**p**) de la part de l'acheteur que l'on peut calculer à l'aide de la formule de Black & Scholes :

$$e^{-r^{EUR} \times T} \times N^{EUR} \times S^{EUR/USD} \times \mathcal{N}(d_1) - e^{-r^{USD} \times T} \times N^{USD} \times \mathcal{N}(d_2)$$

avec :

\mathcal{N} : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{N^{EUR}}{N^{USD}} S^{EUR/USD}\right) + (r^{EUR} - r^{USD}) \times T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

On peut exprimer la prime (**p**) de l'option de plusieurs manières :

$$e^{-r_{EUR} \times T} \times N^{EUR} \times S^{EUR/USD} \times \mathcal{N}(d_1) - e^{-r_{USD} \times T} \times N^{USD} \times \mathcal{N}(d_2)$$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln \left(\frac{N^{EUR}}{N^{USD}} S^{EUR/USD} \right) + (r_{EUR} - r_{USD}) \times T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

Comme un call sur EUR/USD :

$$e^{-r_{USD} \times T} \times N^{EUR} \times [F^{EUR/USD} \times \mathcal{N}(d_1) - K \times \mathcal{N}(d_2)]$$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F^{EUR/USD}}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$K = \frac{N^{USD}}{N^{EUR}}$$

$$F = S^{EUR/USD} e^{(r^{EUR} - r^{USD}) \times T}$$

Comme un put sur USD/EUR :

$$e^{-r_{EUR} \times T} \times N^{USD} \times \left[\frac{1}{K} \times \mathcal{N}(-d_2) - F^{USD/EUR} \times \mathcal{N}(-d_1) \right]$$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln(F^{USD/EUR} \times K) + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$K = \frac{N^{USD}}{N^{EUR}}$$

$$F = S^{USD/EUR} e^{(r^{USD} - r^{EUR}) \times T}$$

$$\text{EUR/USD}=1.3889$$

On considère 5 chiffres significatifs dans un taux de change.

$$\text{EUR/USD} = 1.3\mathbf{8}_{89}$$

Le 3^{ème} chiffre en partant de la gauche est appelé "**Big Figure**".

$$\text{EUR/USD} = 1.3889$$

Le 5^{ème} chiffre en partant de la gauche est appelé "**pips**".

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 139 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars		
Prix en euros		
Prix en % de nominal dollar		
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 139 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	53.98 kUSD
Prix en euros		
Prix en % de nominal dollar		
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 139 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	53.98 kUSD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	38.87 kEUR
Prix en % de nominal dollar		
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit **100 millions d'euros** contre **139 millions de dollars**.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	53.98 kUSD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	38.87 kEUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	3.8837%
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 139 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	53.98 kUSD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	38.87 kEUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	3.8837%
Prix en % de nominal euro	$\frac{p}{N}$	5.3983%
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit **100 millions d'euros** contre **139 millions de dollars**.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	53.98 kUSD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	38.87 kEUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	3.8837%
Prix en % de nominal euro	$\frac{p}{N}$	5.3983%
Prix en dollars pips per EUR	$\frac{p}{1e^4}$	539.83 dollar pips
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime

On considère les même données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on quote la prime d'une option change de maturité 1 an qui reçoit **100 millions d'euros** contre **139 millions de dollars**.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	53.98 kUSD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	38.87 kEUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	3.8837%
Prix en % de nominal euro	$\frac{p}{N}$	5.3983%
Prix en dollars pips per EUR	$\frac{p}{1e^4}$	539.83 dollar pips
Prix en euros pips per USD	$\frac{p}{S \times K \times 1e^4}$	279.62 euro pips

Option de change - Delta de change

Le Delta de change δ est le pourcentage du nominal en devise 1 qu'il faut vendre pour couvrir la position de change.

$$\delta = \frac{\partial p}{\partial S} = e^{-r^{EUR} \times T} \times \mathcal{N}(d_1)$$

On peut exprimer de façon équivalente le delta de change en pourcentage du nominal $\delta^{reverse}$ en devise 2 :

$$\delta^{reverse} = -\frac{\delta \times S}{K}$$