

# Produits dérivés de crédit

Richard Guillemot

DIFIQ

22 Avril 2014

“Un crédit est une mise à disposition d'argent sous forme de prêt, consentie par un **créancier (créditeur, prêteur)** à **un débiteur (emprunteur)**.”

“Un crédit est une mise à disposition d'argent sous forme de prêt, consentie par un **créancier (créditeur, prêteur)** à **un débiteur (emprunteur)**.”

Le **Risque de Crédit** fait référence à l'incapacité du **débiteur** de remplir ses engagements (le remboursement du capital ou le paiement des intérêts) totalement ou en partie. On dit alors que ce dernier fait défaut.

Le **Risque de Crédit** est intégralement porté par **le créancier**.

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	
Créditeur, Prêteur	
Créancier, Emprunteur	
(Qualité de) crédit	
Défaut, Insolvabilité, Faillite	
Capital prêté, Intérêts	
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	
Créancier, Emprunteur	
(Qualité de) crédit	
Défaut, Insolvabilité, Faillite	
Capital prêté, Intérêts	
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	
(Qualité de) crédit	
Défaut, Insolvabilité, Faillite	
Capital prêté, Intérêts	
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	
Défaut, Insolvabilité, Faillite	
Capital prêté, Intérêts	
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	Creditworthiness
Défaut, Insolvabilité, Faillite	
Capital prêté, Intérêts	
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	



<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	Creditworthiness
Défaut, Insolvabilité, Faillite	Default, Insolvency, Bankruptcy
Capital prêté, Intérêts	
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	Creditworthiness
Défaut, Insolvabilité, Faillite	Default, Insolvency, Bankruptcy
Capital prêté, Intérêts	Principal, Interests
Remboursement	
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	Creditworthiness
Défaut, Insolvabilité, Faillite	Default, Insolvency, Bankruptcy
Capital prêté, Intérêts	Principal, Interests
Remboursement	Repayment
Prêt hypothécaire ou garanti	
Saisie	

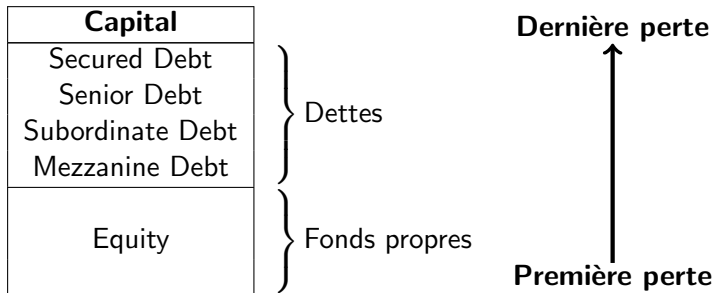
<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	Creditworthiness
Défaut, Insolvabilité, Faillite	Default, Insolvency, Bankruptcy
Capital prêté, Intérêts	Principal, Interests
Remboursement	Repayment
Prêt hypothécaire ou garanti	Mortgage or secured loan
Saisie	

<b>Français</b>	<b>Anglais</b>
Prêt, Crédit, Obligation	Loan, Credit, Bond
Créditeur, Prêteur	Creditor, Lender
Créancier, Emprunteur	Debtor, Borrower
(Qualité de) crédit	Creditworthiness
Défaut, Insolvabilité, Faillite	Default, Insolvency, Bankruptcy
Capital prêté, Intérêts	Principal, Interests
Remboursement	Repayment
Prêt hypothécaire ou garanti	Mortgage or secured loan
Saisie	Foreclosure

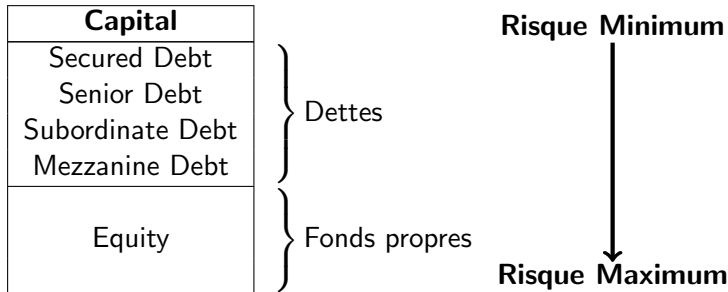
# Struture du capital (ou passif) d'une entreprise.

Capital	
Secured Debt	} Dettes
Senior Debt	
Subordinate Debt	
Mezzanine Debt	
Equity	} Fonds propres

# Struture du capital (ou passif) d'une entreprise.

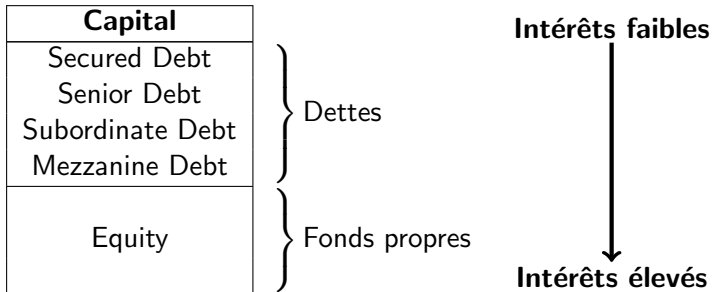


# Structure du capital (ou passif) d'une entreprise.

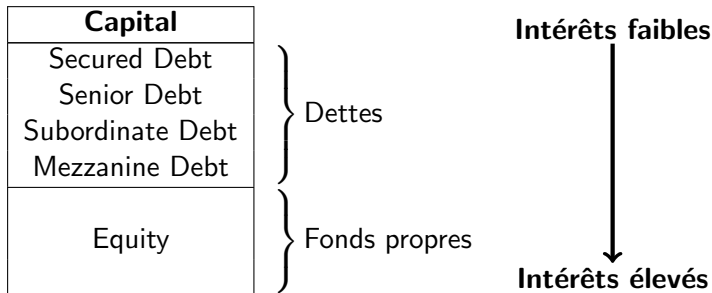




# Struture du capital (ou passif) d'une entreprise.



# Struture du capital (ou passif) d'une entreprise.



Ratio à respecter pour une banque  $\frac{\text{Fonds Propres}}{\text{Dettes}} \geq 8\%$

Comment atténuer le risque de crédit ?

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- 1 **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- ① **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.
- ② **Conventions de crédit (Loan covenants)** : clauses restrictives pour le prêteur.

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- ① **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.
- ② **Conventions de crédit (Loan covenants)** : clauses restrictives pour le prêteur.
- ③ **Limites de Risque**

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- ① **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.
- ② **Conventions de crédit (Loan covenants)** : clauses restrictives pour le prêteur.
- ③ **Limites de Risque**
- ④ **Diversification**



Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- ➊ **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.
- ➋ **Conventions de crédit (Loan covenants)** : clauses restrictives pour le prêteur.
- ➌ **Limites de Risque**
- ➍ **Diversification**
- ➎ **Dépot de garantié** : Hypothèque, Collatéral, Haircut

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- ① **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.
- ② **Conventions de crédit (Loan covenants)** : clauses restrictives pour le prêteur.
- ③ **Limites de Risque**
- ④ **Diversification**
- ⑤ **Dépôt de garantié** : Hypothèque, Collatéral, Haircut
- ⑥ **Securitization**

Comment atténuer le risque de crédit ?

En anglais : How to mitigate the credit risk ?

- ➊ **Valorisation basée sur la qualité de crédit** : Introduction d'une marge (ou spread) de crédit.
- ➋ **Conventions de crédit (Loan covenants)** : clauses restrictives pour le prêteur.
- ➌ **Limites de Risque**
- ➍ **Diversification**
- ➎ **Dépot de garantié** : Hypothèque, Collatéral, Haircut
- ➏ **Securitization**
- ➐ **Assurance ou dérivés de crédits**

“Un dérivé de crédit est instrument financier conçu pour transférer le risque de crédit associé à un **emprunteur** à une entité autre que le **prêteur**.”

“Un dérivé de crédit est instrument financier conçu pour transférer le risque de crédit associé à un **emprunteur** à une entité autre que le **prêteur**.”

L'entité **vendeuse de protection** et à laquelle est transférée le risque est dite "**Long Credit**".

“Un dérivé de crédit est instrument financier conçu pour transférer le risque de crédit associé à un **emprunteur** à une entité autre que le **prêteur**.”

L'entité **vendeuse de protection** et à laquelle est transférée le risque est dite "**Long Credit**".

L'entité **acheteuse de protection** et qui transfère le risque est dite "**Short Credit**".

Il existe 2 différents types de dérivés de crédit :

Il existe 2 différents types de dérivés de crédit :

- **Unfunded Credit Derivatives** : le vendeur de protection de détient pas d'actif. Exemple : Crédit Default Swap.



# Unfunded or Funded Credit Derivatives

Il existe 2 différents types de dérivés de crédit :

- **Unfunded Credit Derivatives** : le vendeur de protection de détient pas d'actif. Exemple : Crédit Default Swap.
- **Funded Credit Derivatives** : le vendeur de protection détient un actif. Exemple : Credit Linked Note.

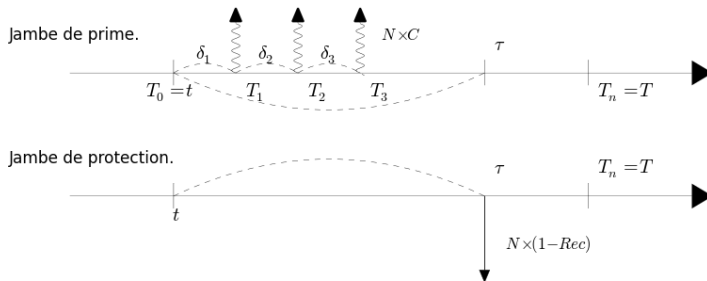
Il existe 2 différents types de dérivés de crédit :

- **Unfunded Credit Derivatives** : le vendeur de protection de détient pas d'actif. Exemple : Crédit Default Swap.
- **Funded Credit Derivatives** : le vendeur de protection détient un actif. Exemple : Credit Linked Note.

Il est possible d'acheter un Crédit Default Swap sans détenir aucune créance associée!!!!

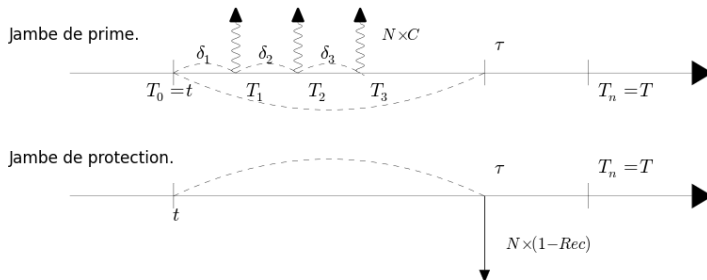
# Credit Default Swap

$N$	
$C$	
$Rec$	
$\tau$	



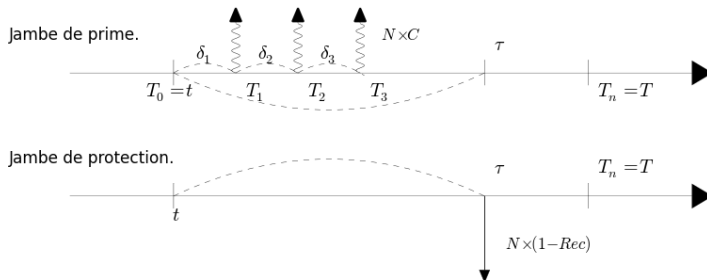
# Credit Default Swap

$N$	Nominal
$C$	
$Rec$	
$\tau$	



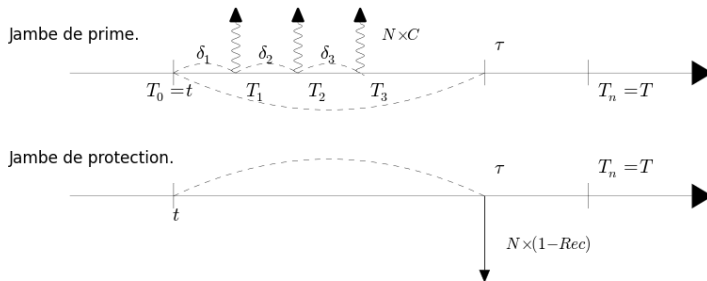
# Credit Default Swap

$N$	Nominal
$C$	Coupon ou prime du CDS
$Rec$	
$\tau$	



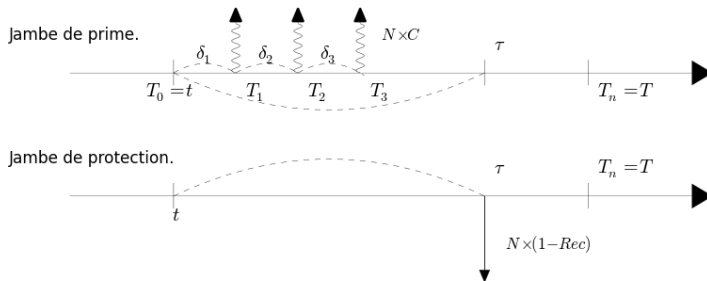
# Credit Default Swap

$N$	Nominal
$C$	Coupon ou prime du CDS
$Rec$	Taux de recouvrement (Recovery rate)
$\tau$	



# Credit Default Swap

$N$	Nominal
$C$	Coupon ou prime du CDS
$Rec$	Taux de recouvrement (Recovery rate)
$\tau$	Temps de défaut



# La courbe de taux "sans risque".

$B(t, T)$  est la valeur en  $t$  de l'obligation zéro coupon qui paie 1 unité de nominal en  $T$  :

$$B(t, T) = \mathbb{E}\left[e^{\int_t^T r_s ds} | \mathcal{F}_t\right]$$

$r$  est appelé le taux court.



# La courbe de taux "sans risque".

$B(t, T)$  est la valeur en  $t$  de l'obligation zéro coupon qui paie 1 unité de nominal en  $T$  :

$$B(t, T) = e^{-\int_t^T r_s ds}$$

$r$  est appelé le taux court.

On supposera par la suite que ce taux est déterministe.

# La courbe de taux "sans risque".

$B(t, T)$  est la valeur en  $t$  de l'obligation zéro coupon qui paie 1 unité de nominal en  $T$  :

$$B(t, T) = e^{-\int_t^T r_s ds}$$

$r$  est appelé le taux court.

On supposera par la suite que ce taux est déterministe.

Dans le cas où  $t = 0$  on simplifiera la notation.

$$B(T) = B(0, T)$$

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = \mathbb{P}[\tau > T | \mathcal{F}_t]$$

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = \mathbb{P}[\tau > T | \tau > t]$$

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = \mathbb{P}[\tau > T | \tau > t]$$

Le modèle à intensité suppose que la probabilité défaut suit formule suivante :

$$\mathbb{P}[t < \tau \leq t + dt | \tau > t] = \lambda(t)dt$$

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = \mathbb{P}[\tau > T | \tau > t]$$

Le modèle à intensité suppose que la probabilité défaut suit formule suivante :

$$\frac{\mathbb{P}[\tau \leq t + dt] - \mathbb{P}[\tau \leq t]}{1 - \mathbb{P}[\tau \leq t]} = \lambda(t)dt$$

# La Probabilité de défaut

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = \mathbb{P}[\tau > T | \tau > t]$$

Le modèle à intensité suppose que la probabilité défaut suit formule suivante :

$$dQ(0, t) = -\lambda(t)Q(0, t)dt$$

# La Probabilité de défaut

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = \mathbb{E}\left[e^{-\int_t^T \lambda(s)ds}\right]$$

Le modèle à intensité suppose que la probabilité défaut suit formule suivante :

$$dQ(0, t) = -\lambda(t)Q(0, t)dt$$



# La Probabilité de défaut

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = e^{-\int_t^T \lambda(s) ds}$$

Le modèle à intensité suppose que la probabilité défaut suit formule suivante :

$$dQ(0, t) = -\lambda(t)Q(0, t)dt$$

Par la suite on suppose que  $\lambda(t)$  est déterministe.

# La Probabilité de défaut

$Q(t, T)$  est la probabilité vue de la date  $t$  de ne pas faire défaut à une date ultérieure  $T$  :

$$Q(t, T) = e^{-\int_t^T \lambda(s) ds}$$

Le modèle à intensité suppose que la probabilité défaut suit formule suivante :

$$dQ(t) = -\lambda(t)Q(t)dt$$

Par la suite on suppose que  $\lambda(t)$  est déterministe.

Dans le cas  $t = 0$  on simplifie la notation  $Q(T) = Q(0, T)$

$$PV_{\text{Protection}} = N \times (1 - \text{Rec}) \times \mathbb{E}[e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{T < T}]$$

$$\begin{aligned} PV_{\text{Protection}} &= N \times (1 - \text{Rec}) \times \mathbb{E}[e^{-\int_t^\tau r_s ds} \mathbb{1}_{\tau < T}] \\ &= -N \times (1 - \text{Rec}) \times \int_t^T B(t, s) \frac{dQ(t, s)}{ds} ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}PV_{\text{Protection}} &= N \times (1 - \text{Rec}) \times \mathbb{E}\left[e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{\tau < T}\right] \\&= N \times (1 - \text{Rec}) \times \lambda \times \int_t^T e^{-(\lambda+r) \times (s-t)} ds\end{aligned}$$

On peut terminer le calcul dans le cas où le taux d'intérêt continu et l'intensité de défaut sont constants :

$$B(t) = e^{-r \times t}$$

$$Q(t) = e^{-\lambda \times t}$$

$$\begin{aligned}PV_{\text{Protection}} &= N \times (1 - Rec) \times \mathbb{E}[e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{T < \tau}] \\ &= N \times (1 - Rec) \times \lambda \times \frac{1 - e^{-(\lambda+r) \times (T-t)}}{\lambda + r}\end{aligned}$$

On peut terminer le calcul dans le cas où le taux d'intérêt continu et l'intensité de défaut sont constants :

$$B(t) = e^{-r \times t}$$

$$Q(t) = e^{-\lambda \times t}$$

$$PV_{\text{Premium Only}} = N \times C \times \sum_{i=1}^n \delta_i \times \mathbb{E}[e^{-\int_t^\tau r_s ds} \mathbb{1}_{T_i < \tau}]$$

$$\begin{aligned} PV_{\text{Premium Only}} &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \delta_i \times \mathbb{E}\left[e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{T_i < \tau}\right] \\ &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \delta_i \times \underbrace{B(t, T_i) \times Q(t, T_i)}_{\text{Zéro Coupon risqué}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} PV_{\text{Premium Only}} &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \delta_i \times \mathbb{E}[e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{T_i < \tau}] \\ &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \delta_i \times e^{-(r+\lambda) \times (T_i - t)} \end{aligned}$$

On peut terminer le calcul dans le cas où le taux d'intérêt continu et l'intensité de défaut sont constants :

$$B(t) = e^{-r \times t}$$

$$Q(t) = e^{-\lambda \times t}$$

$$PV_{\text{Accrued Interest}} = N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \mathbb{E}[\text{DCC}(T_{i-1}, s) e^{-\int_t^{\tau} r_s ds} \mathbb{1}_{T_{i-1} < \tau \leq T_i}]$$

$$\begin{aligned}PV_{\text{Accrued Interest}} &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \mathbb{E}[\text{DCC}(T_{i-1}, s) e^{-\int_t^\tau r_s ds} \mathbb{1}_{T_{i-1} < \tau \leq T_i}] \\&= N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \int_{T_{i-1}}^{T_i} (s - T_{i-1}) B(t, s) \frac{dQ(t, s)}{ds} ds\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}PV_{\text{Accrued Interest}} &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \mathbb{E}[\text{DCC}(T_{i-1}, s) e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{T_{i-1} < \tau \leq T_i}] \\ &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \lambda \times \int_{T_{i-1}}^{T_i} (s - T_{i-1}) e^{-(r+\lambda) \times (s-t)} ds\end{aligned}$$

On peut terminer le calcul dans le cas où le taux d'intérêt continu et l'intensité de défaut sont constants :

$$B(t) = e^{-r \times t}$$

$$Q(t) = e^{-\lambda \times t}$$

$$\begin{aligned} PV_{\text{Accrued Interest}} &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \mathbb{E}[\text{DCC}(T_{i-1}, s) e^{-\int_t^T r_s ds} \mathbb{1}_{T_{i-1} < \tau \leq T_i}] \\ &= N \times C \times \sum_{i=1}^n \times \lambda \times \left[ \frac{e^{-(r+\lambda) \times (T_{i-1}-t)} - e^{-(r+\lambda) \times (T_i-t)}}{(r+\lambda)^2} \right. \\ &\quad \left. - \delta_i \times \frac{e^{-(r+\lambda) \times (T_i-t)}}{r+\lambda} \right] \end{aligned}$$

On peut terminer le calcul dans le cas où le taux d'intérêt continu et l'intensité de défaut sont constants :

$$B(t) = e^{-r \times t}$$

$$Q(t) = e^{-\lambda \times t}$$

Considérons un CDS **5 ans** qui démarre aujourd'hui et qui paie une prime **trimestrielle**.

On suppose les données de marché suivante :

Taux d'intérêt continu	<b>2%</b>
Intensité de défaut	<b>1%</b>
Recovery	<b>40%</b>

Quelle est la prime qui rend la structure au pair ?

Pour un nominal de **10 millions d'euros**, quelles sont les valeurs :

- de la Jambe de protection ?
- de la Jambe de prime ?
- de la Jambe de coupon courru ?

Une réforme du marché des CDS a eu lieu en Avril 2009 :

- **Fixed Coupon :**
- **IMM Dates :**
-