

Produits dérivés de change

Richard Guillemot

DIFIQ

27 Mars 2016

EUR/USD=1.1162

EUR/USD=1.1162

1 euro vaut 1.1162 dollar.

EUR/USD=1.1162

1 **euro** vaut 1.1162 dollar.

EUR (euro) est la **devise étrangère ou devise 1.**

$$\text{EUR}/\text{USD}=1.1162$$

1 euro vaut 1.1162 dollar.

EUR (euro) est la devise étrangère ou devise 1.

USD (dollar) est la devise domestique ou devise 2.

$$\text{EUR/USD}=1.1162$$

On considère 5 chiffres significatifs dans un taux de change.

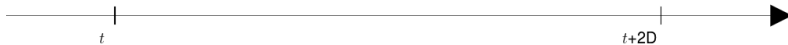
$$\text{EUR/USD} = 1.1 \mathbf{1}_{62}$$

Le 3^{ème} chiffre en partant de la gauche est appelé "**Big Figure**".

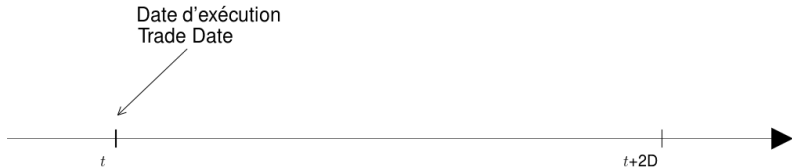
$$\text{EUR/USD} = 1.1162$$

Le 5^{ème} chiffre en partant de la gauche est appelé "**pips**".

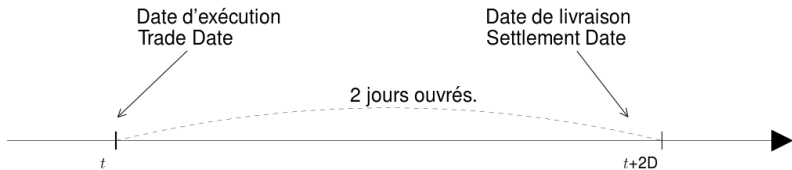
Livraison ou Settlement



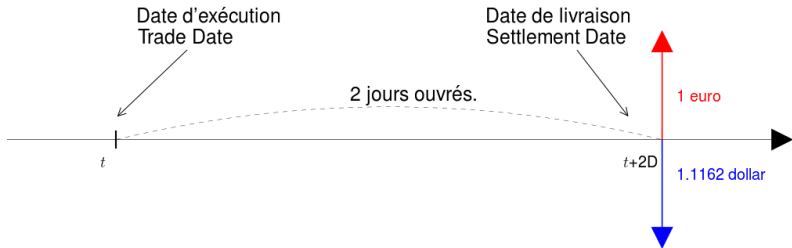
Livraison ou Settlement



Livraison ou Settlement



Livraison ou Settlement

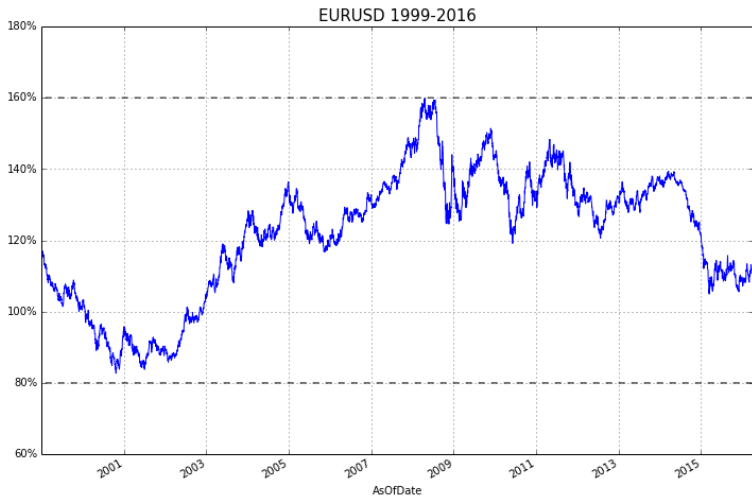


Taux de change & Taux d'intérêts

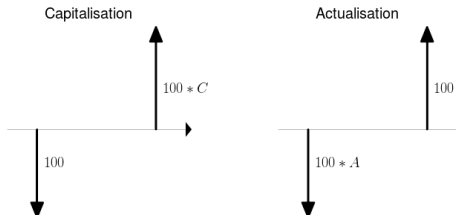
As of 24 Mars 2016 :

FX			IR	BS
EURUSD	1.1162	EUR	-0.27%	-0.29%
GBPUSD	1.4142	USD	0.81%	
USDCHF	0.9767	GBP	0.61%	-0.14%
USDJPY	112.64	CHF	-0.84%	-0.26%
USDCNY	6.5125	JPY	-0.08%	-0.56%
		CNY		3.78%

Historique EURUSD

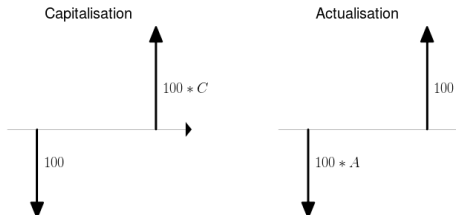


Les différents types de taux d'intérêts



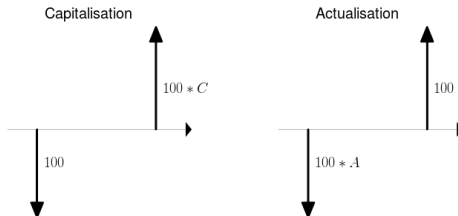
	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire		
Taux Actuariel		
Taux Continu		

Les différents types de taux d'intérêts



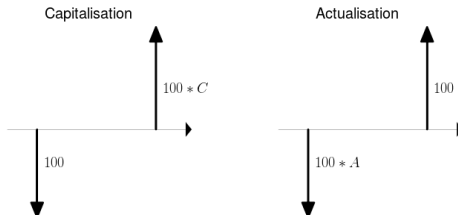
	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	
Taux Actuariel		
Taux Continu		

Les différents types de taux d'intérêts



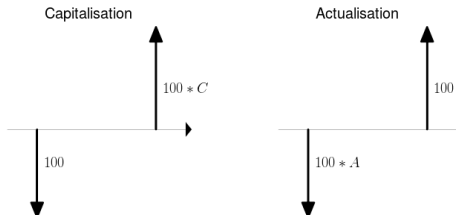
	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	$\frac{1}{1 + \delta R^L}$
Taux Actuariel		
Taux Continu		

Les différents types de taux d'intérêts



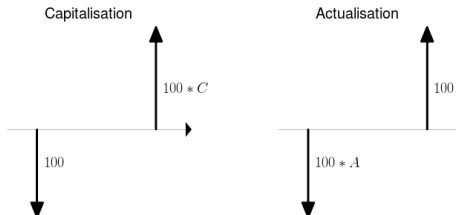
	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	$\frac{1}{1 + \delta R^L}$
Taux Actuariel	$(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N$	
Taux Continu		

Les différents types de taux d'intérêts



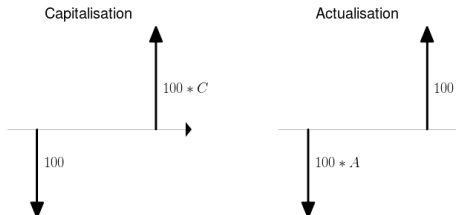
	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	$\frac{1}{1 + \delta R^L}$
Taux Actuariel	$(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N$	$\frac{1}{(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N}$
Taux Continu		

Les différents types de taux d'intérêts



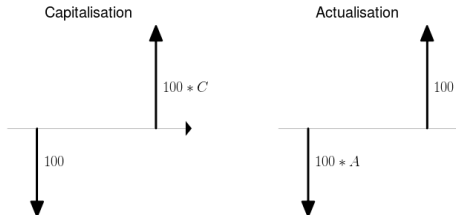
	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	$\frac{1}{1 + \delta R^L}$
Taux Actuariel	$(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N$	$\frac{1}{(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N}$
Taux Continu	$e^{\delta R^C}$	

Les différents types de taux d'intérêts



	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	$\frac{1}{1 + \delta R^L}$
Taux Actuariel	$(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N$	$\frac{1}{(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N}$
Taux Continu	$e^{\delta R^C}$	$e^{-\delta R^C}$

Les différents types de taux d'intérêts

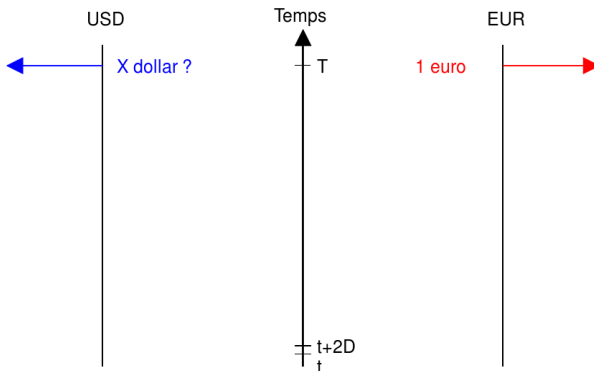


	Capitalisation	Actualisation
Taux Linéaire	$1 + \delta R^L$	$\frac{1}{1 + \delta R^L}$
Taux Actuariel	$(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N$	$\frac{1}{(1 + \frac{\delta}{N} R^A)^N}$
Taux Continu	$e^{\delta R^C}$	$e^{-\delta R^C}$

$$R^C < R^A < R^L$$

Taux de change "Forward"

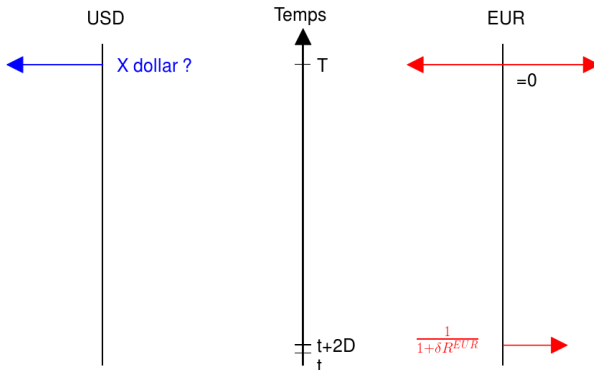
Comment garantir un taux de change à une date future T ?
Et à quel taux X .



Taux de change "Forward"

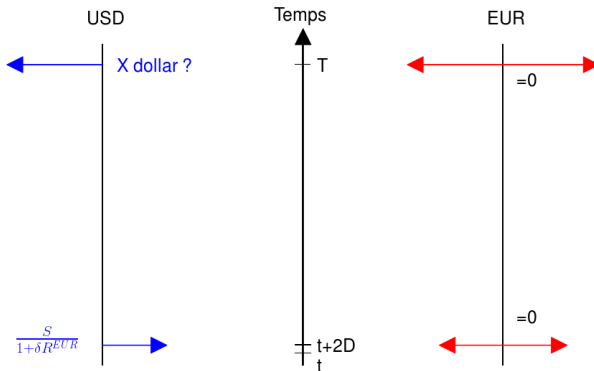
Prêt en t de $\frac{1}{1+\delta R^{EUR}}$ euros.

Remboursé en T avec les intérêts, c'est à dire **1 euro**.



Taux de change "Forward"

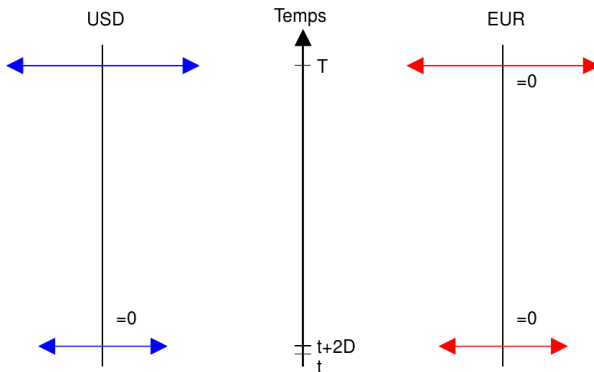
Change $\frac{1}{1+\delta R^{EUR}}$ euros contre $\frac{S}{1+\delta R^{EUR}}$ dollars.



Taux de change "Forward"

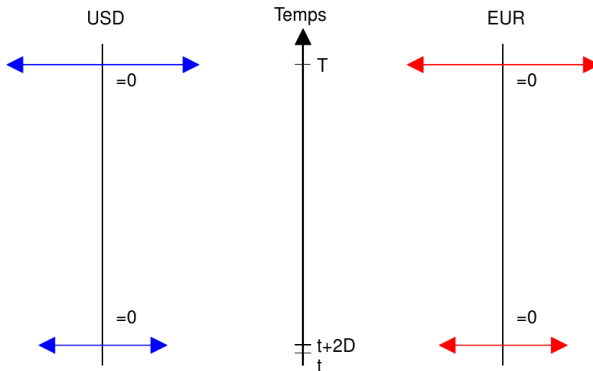
Emprunt en t de $\frac{S}{1+\delta R^{EUR}}$ dollars

Remboursé en T avec les intérêts, c'est à dire $S \frac{1+\delta R^{USD}}{1+\delta R^{EUR}}$ dollars.



Taux de change "Forward"

$$X = S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$$



Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ R^{EUR} R^{USD} S X			

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ R^{EUR} R^{USD} S X	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ R^{EUR} R^{USD} S X	Maturité du forward Taux euro.	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours -0.27%

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S			
X			

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S	Taux de change spot.		1.1162
X			

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S	Taux de change spot.		1.1162
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S	Taux de change spot.		1.1162
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X =$$

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S	Taux de change spot.		1.1162
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X = 1.1162 \times \frac{1 + 0.81\%}{1 - 0.27\%}$$

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S	Taux de change spot.		1.1162
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X = 1.1162 \times \frac{1 + 0.81\%}{1 - 0.27\%} = 1.1283$$

Taux de change "Forward" - Récapitulatif

As of 24 March 2016 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux euro.		-0.27%
R^{USD}	Taux dollar.		0.81%
S	Taux de change spot.		1.1162
X	Forward de change.	$S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta R^{EUR}}$??

$$X = 1.1162 \times \frac{1 + 0.81\%}{1 - 0.27\%} = 1.1283$$

Soit **121** points de base d'écart positif par rapport au taux spot.

Si on vend 100 millions euro dans 1 an au taux spot au lieu d'utiliser le taux foward précédemment calculé :

- a) On perd 1077 kEUR
- b) On gagne 107,7 kEUR
- c) On perd 10.77 millions d'euros.
- d) On gagne 107,7 kEUR.

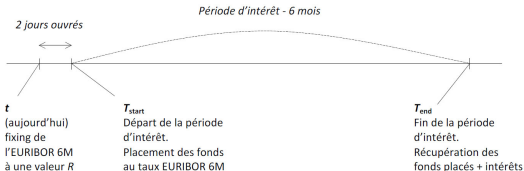
Si on vend 100 millions euro dans 1 an au taux spot au lieu d'utiliser le taux forward précédemment calculé :

- a) On perd 1077 kEUR **VRAI**
- b) On gagne 107,7 kEUR **FAUX**
- c) On perd 10.77 millions d'euros. **FAUX**
- d) On gagne 107,7 kEUR. **FAUX**

On emprunte à 0.81% en dollars et on prête à -0.27% en euros!!!

Le taux monétaire, dépôt ou money market

Voici l'échéancier de l'EURIBOR 6M :



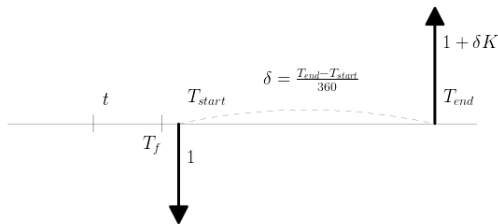
Le taux monétaire est défini comme :

$$R = L(t, T_{start}, T_{end}) = \frac{1}{\delta} \left(\frac{B(t, T_{start})}{B(t, T_{end})} - 1 \right)$$

La période est calculée avec la convention Act 360 :

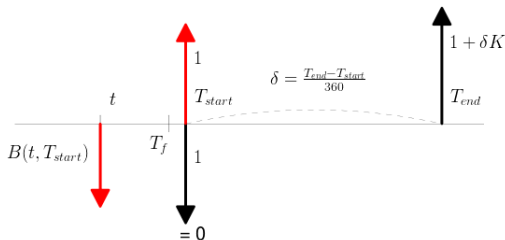
$$\delta = \frac{T_{end} - T_{start}}{360}$$

Réplication d'un emprunt futur



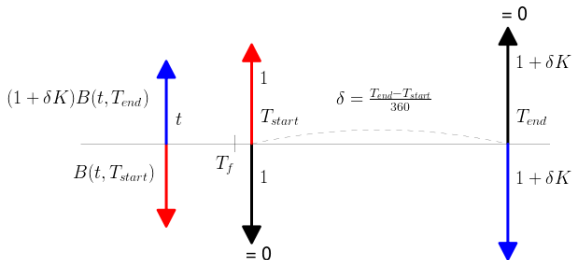
Soit un emprunt à taux fixe qui démarre dans le futur. Nous allons le répliquer par 2 emprunts qui démarrent aujourd'hui.

Réplication d'un emprunt futur



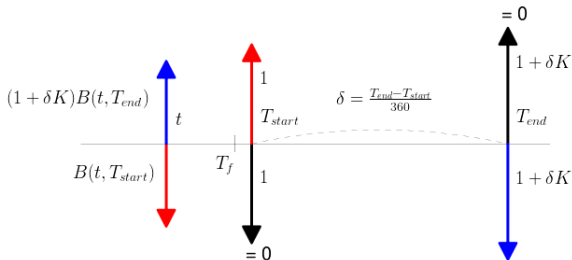
On prête aujourd'hui $B(t, T_{start})$ qui sera remboursé avec les intérêts en T_{start} par un flux de 1.

Réplication d'un emprunt futur



On emprunte aujourd'hui $(1 + \delta K)B(t, T_{end})$ qui nous sera remboursé avec les intérêts en T_{end} par un flux de $1 + \delta K$.

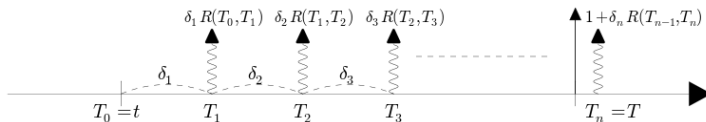
Réplication d'un emprunt futur



Il n'y a maintenant plus de flux futurs nous allons donc calculer le taux fixe K^* qui égalise les flux aujourd'hui :

$$K^* = R(t, T_{start}, T_{end}) = \frac{1}{\delta} \left(\frac{B(t, T_{start})}{B(t, T_{end})} - 1 \right)$$

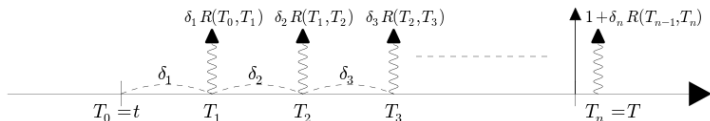
Obligation à taux variable



On calcule la valeur de l'obligation à taux variable :

$$P = \sum_{i=1}^n \delta_i \times R(T_{i-1}, T_i) \times B(t, T_i) + B(t, T_n)$$

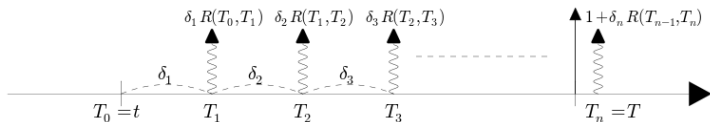
Obligation à taux variable



On estime la valeur actuelle du taux variable en utilisant le taux forward.

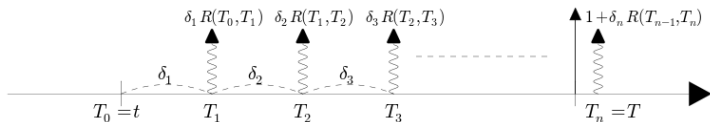
$$P = \sum_{i=1}^n \delta_i \times \frac{1}{\delta_i} \left(\frac{B(t, T_{i-1})}{B(t, T_i)} - 1 \right) \times B(t, T_i) + B(t, T_n)$$

Obligation à taux variable



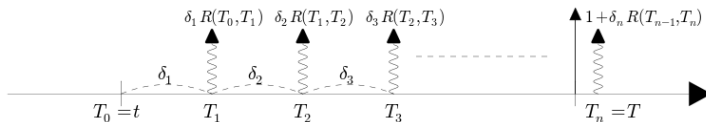
$$P = \sum_{i=1}^n (B(t, T_{i-1}) - B(t, T_i)) + B(t, T_n)$$

Obligation à taux variable



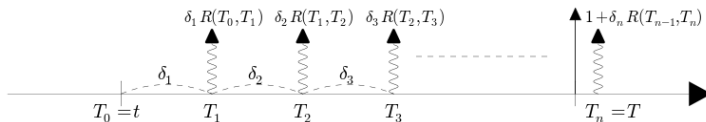
$$P = 1 - B(t, T_n) + B(t, T_n)$$

Obligation à taux variable



$$P = 1 - \cancel{B(t, T_n)} + \cancel{B(t, T_n)}$$

Obligation à taux variable

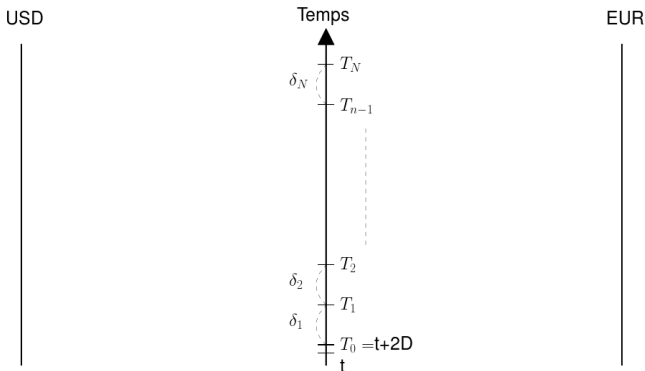


$$P = 1$$

La valeur d'une obligation à taux variable (sans marge) est insensible au niveau des taux (les jours de paiement de ses coupons).

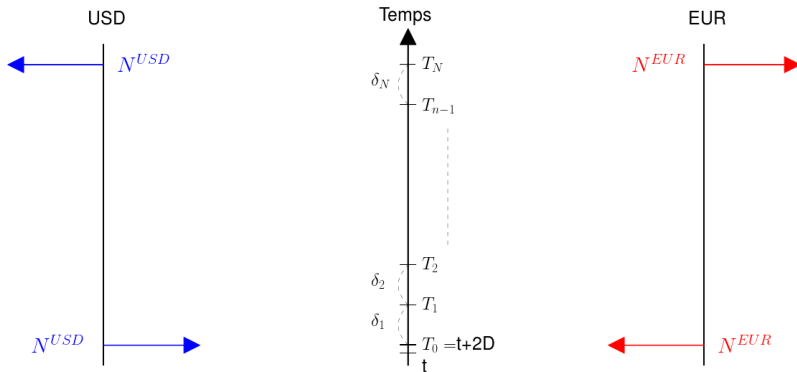
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

On considère l'échéancier d'un swap standard.



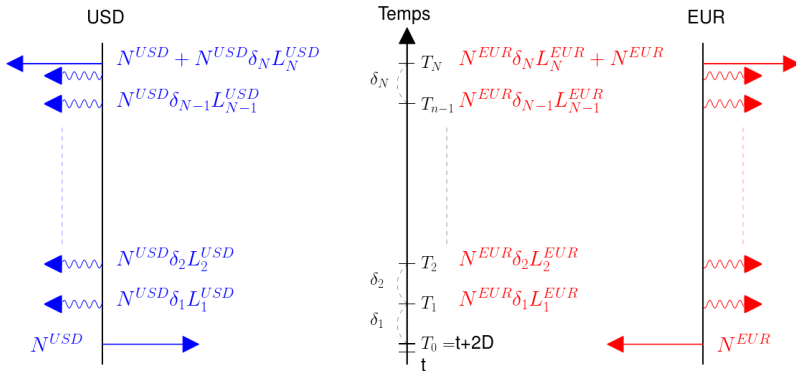
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

On échange en $t+2D$ ouvrés N^{USD} avec sa contrevaletur N^{EUR} .
On fera l'échange inverse à la maturité du swap T .



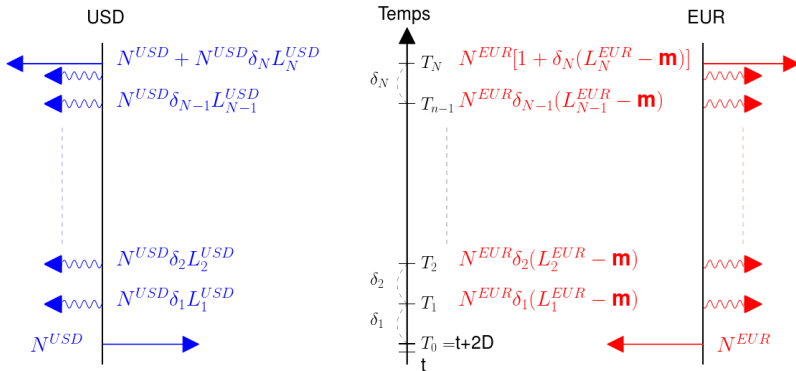
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

On reçoit une jambe variable euro en contrepartie d'une jambe variable dollar.



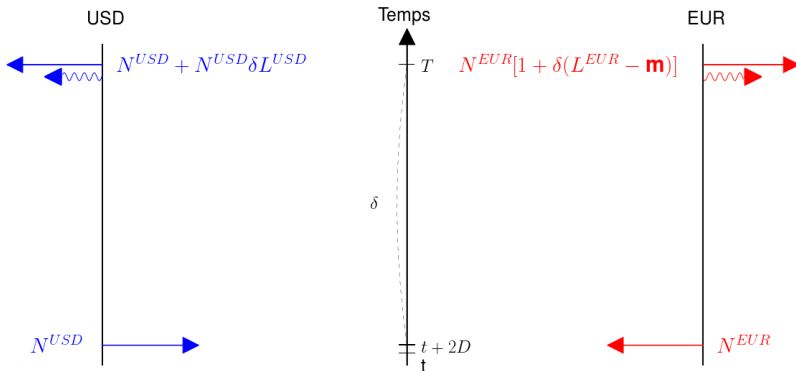
Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

En pratique il faut retirer la **marge de basis m** à la jambe EUR pour mettre le swap au pair (valeur nulle).



Le swap de devises ou Cross-Currency Swap

Un swap de devises d'une seule période est un forward de change de nominal $N^{EUR}(1 + \delta(L^{EUR} - m))$.



$$X = S \frac{1 + \delta R^{USD}}{1 + \delta (R^{EUR} - \mathbf{m})}$$

As of 24 March 2016 :

$$m = 29 \text{ bps}$$

- Le **delta de change** est la sensibilité ou la dérivée au taux de change de la valeur d'un portefeuille en devise domestique.

$$\Delta_{FX} = \frac{\partial \Pi^d}{\partial S}$$

- La **position de change** correspond au nominaux N^i équivalents au portefeuille dans chacune des devises. Elle indique la taille des opérations de change "Spot" nécessaires pour neutraliser le risque.

Delta de change et position de change

Illustration avec les 2 devises euro et dollar :

Taux de change	S	$= EUR/USD$
Valeur du portefeuille en dollar	Π^{USD}	$= N^{EUR} \times S + N^{USD}$
Delta de change	Δ_{EURUSD}	$= N^{EUR}$
Position de change		(N^{EUR}, N^{USD})

On reprend les données du premier exemple la marge de basis m est égale à 29 points de base :

- **Opération 1** : Une banque française doit recevoir de son client 113 millions de dollars contre 100 millions d'euros dans 1 an.
- **Opération 2** : Sa filiale américaine doit recevoir de son client 89 millions d'euros contre 100 millions de dollars dans 1 an.

Pour chacune des 2 opérations et pour le portefeuille total de la banque :

- 1 Quel est le Profit & Loss (PNL) pour la banque ?
- 2 Quels sont les Delta FX et la position de change ?
- 3 Quelles sont la sensibilités à un mouvement de 1 point de base des taux euro, dollar et de la marge de basis ?
- 4 Quelles opérations doit réaliser la banque pour neutraliser son risque de change ?

Exercice - Solution

	Cas 1	Cas 2	TOTAL	
PNL EUR	-142	728	491	kEUR
PNL USD	-158	706	546	kUSD
Delta FX	-100.56	89.50	-11.06	Mios EUR
Sensi taux EUR	10.05	-8.85	1.11	kEUR/bp
Sensi taux USD	-11.21	9.92	-1.29	kUSD/bp
Sensi basis	-10.05	8.85	-1.11	kEUR/bp
NEUR	-100.56	89.50	-11.07	Mios EUR/bp
NUSD	112.09	-99.20	12.90	Mios USD/bp

Pour se couvrir,

Exercice - Solution

	Cas 1	Cas 2	TOTAL	
PNL EUR	-142	728	491	kEUR
PNL USD	-158	706	546	kUSD
Delta FX	-100.56	89.50	-11.06	Mios EUR
Sensi taux EUR	10.05	-8.85	1.11	kEUR/bp
Sensi taux USD	-11.21	9.92	-1.29	kUSD/bp
Sensi basis	-10.05	8.85	-1.11	kEUR/bp
NEUR	-100.56	89.50	-11.07	Mios EUR/bp
NUSD	112.09	-99.20	12.90	Mios USD/bp

Pour se couvrir, il faut vendre 12.90 millions de dollars.