

Options de change

Richard Guillemot

DIFIQ

27 Mars 2016

Une **option de change** est un contrat asymétrique par lequel à une date future T :

- La contrepartie **vendeuse s'engage** à recevoir un montant N^1 en devise 1 contre N^2 en devise 2.
- La contrepartie **acheteuse peut à son gré** recevoir un nominal N^2 en devise 2 contre un nominal N^1 en devise 1.

Une **option de change** est un contrat asymétrique par lequel à une date future T :

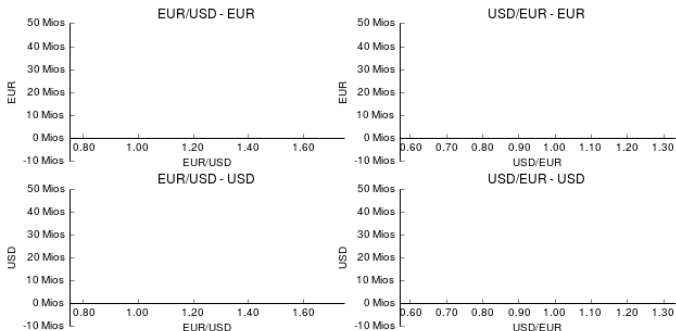
- La contrepartie **vendeuse s'engage** à recevoir un montant N^{EUR} en euro contre N^{USD} en dollar.
- La contrepartie **acheteuse peut à son gré** recevoir un nominal N^{USD} en dollar contre un nominal N^{EUR} en euro.

Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S_{\text{EUR/USD}}$	$S_{\text{USD/EUR}}$
EUR USD		

100 Mios d'euros call contre 112 Mios de dollars put.

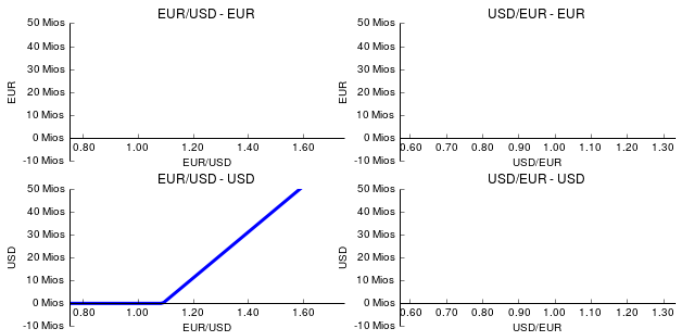


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	
USD		

100 Mios d'euros call contre 112 Mios de dollars put.

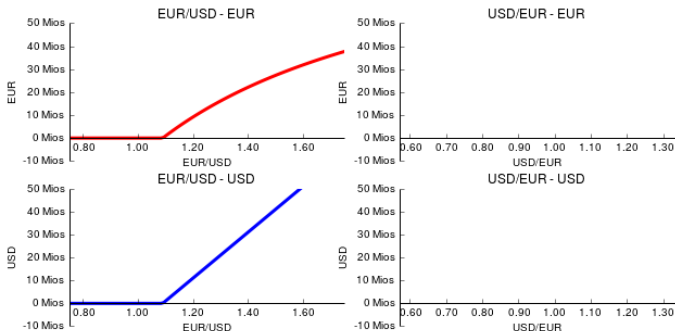


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$\frac{(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+}{S^{EUR/USD}}$	
USD	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	

100 Mios d'euros call contre 112 Mios de dollars put.

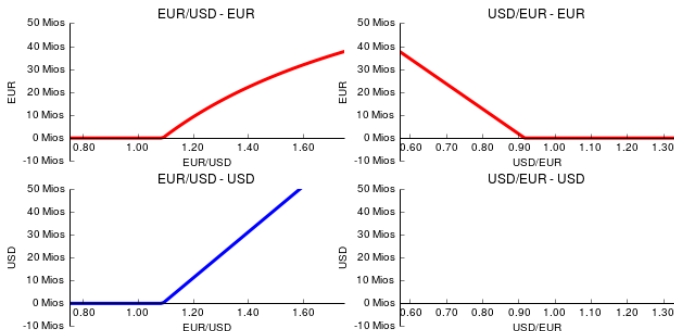


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$\frac{(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+}{S^{EUR/USD}}$	$(N^{EUR} - N^{USD} \times S^{USD/EUR})_+$
USD	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	

100 Mios d'euros call contre 112 Mios de dollars put.

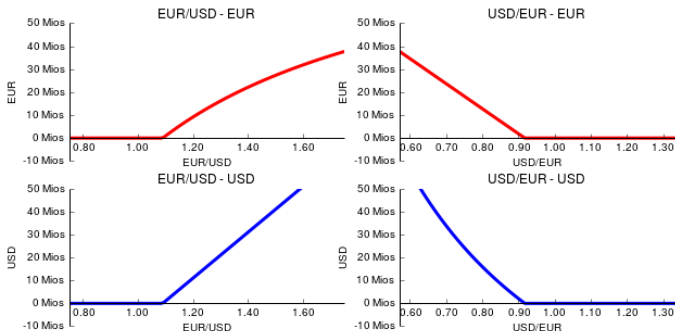


Option de change - Payoff

Quel est le payoff d'une option de change ?

	$S^{EUR/USD}$	$S^{USD/EUR}$
EUR	$\frac{(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+}{S^{EUR/USD}}$	$(N^{EUR} - N^{USD} \times S^{USD/EUR})_+$
USD	$(N^{EUR} \times S^{EUR/USD} - N^{USD})_+$	$\frac{(N^{EUR} - N^{USD} \times S^{USD/EUR})_+}{S^{USD/EUR}}$

100 Mios d'euros call contre 112 Mios de dollars put.



En contrepartie le vendeur reçoit de la part de l'acheteur une prime (**p**) que l'on peut calculer à l'aide de la formule de Black & Scholes :

$$e^{-r^1 \times T} \times N^1 \times S \times \mathcal{N}(d_1) - e^{-r^2 \times T} \times N^2 \times \mathcal{N}(d_2)$$

avec :

\mathcal{N} : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{N^1}{N^2} S\right) + (r^2 - r^1) \times T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

En contrepartie le vendeur reçoit de la part de l'acheteur une prime (**p**) que l'on peut calculer à l'aide de la formule de Black & Scholes :

$$e^{-r^{EUR} \times T} \times N^{EUR} \times S^{EUR/USD} \times \mathcal{N}(d_1) - e^{-r^{USD} \times T} \times N^{USD} \times \mathcal{N}(d_2)$$

avec :

\mathcal{N} : fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{N^{EUR}}{N^{USD}} S^{EUR/USD}\right) + (r^{USD} - r^{EUR}) \times T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

On peut exprimer la prime (**p**) de plusieurs manières :

$$e^{-r_{EUR} \times T} \times N^{EUR} \times S^{EUR/USD} \times \mathcal{N}(d_1) - e^{-r_{USD} \times T} \times N^{USD} \times \mathcal{N}(d_2)$$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln \left(\frac{N^{EUR}}{N^{USD}} S^{EUR/USD} \right) + (r_{EUR} - r_{USD}) \times T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

Comme un call sur EUR/USD :

$$e^{-r_{USD} \times T} \times N^{EUR} \times [F^{EUR/USD} \times \mathcal{N}(d_1) - K \times \mathcal{N}(d_2)]$$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F^{EUR/USD}}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$K = \frac{N^{USD}}{N^{EUR}}$$

$$F = S^{EUR/USD} e^{(r^{USD} - r^{EUR}) \times T}$$

Comme un put sur USD/EUR :

$$e^{-r_{EUR} \times T} \times N^{USD} \times \left[\frac{1}{K} \times \mathcal{N}(-d_2) - F^{USD/EUR} \times \mathcal{N}(-d_1) \right]$$

avec :

$$d_1 = \frac{\ln(F^{USD/EUR} \times K) + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

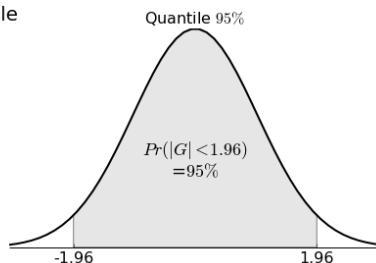
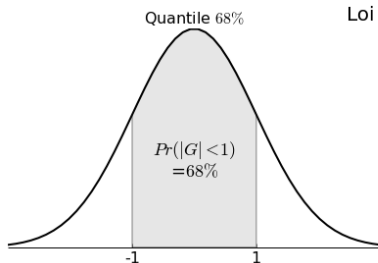
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$K = \frac{N^{USD}}{N^{EUR}}$$

$$F = S^{USD/EUR} e^{(r^{EUR} - r^{USD}) \times T}$$

Quantile de la loi normale - Sens de la volatilité

Au bout d'un an un actif financier de volatilité σ a plus d'**une** chance sur **deux** de s'être écartée de $\pm\sigma$ de sa valeur initiale.



Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 112 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars		
Prix en euros		
Prix en % de nominal dollar		
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 112 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	5.937 Mios USD
Prix en euros		
Prix en % de nominal dollar		
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 112 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	5.937 Mios USD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	5.320 Mios EUR
Prix en % de nominal dollar		
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 112 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	5.937 Mios USD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	5.320 Mios EUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	5.3015%
Prix en % de nominal euro		
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 112 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	5.937 Mios USD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	5.320 Mios EUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	5.3015%
Prix en % de nominal euro	$\frac{p}{N \times S}$	5.3196%
Prix en dollars pips per EUR		
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit 100 millions d'euros contre 112 millions de dollars.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	5.937 Mios USD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	5.320 Mios EUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	5.3015%
Prix en % de nominal euro	$\frac{p}{N \times S}$	5.3196%
Prix en dollars pips per EUR	$\frac{p \times 1e^{-4}}{N}$	593.77 USD pips
Prix en euros pips per USD		

Option de change - Cotation de la prime - Exercice

On considère les mêmes données de marché que précédemment avec une volatilité $\sigma = 12\%$ et on cote la prime d'une option de change de maturité 1 an qui reçoit **100 millions d'euros** contre **112 millions de dollars**.

Les 6 modes de cotations :

Prix en dollars	p	5.937 Mios USD
Prix en euros	$\frac{p}{S}$	5.320 Mios EUR
Prix en % de nominal dollar	$\frac{p}{N \times K}$	5.3015%
Prix en % de nominal euro	$\frac{p}{N \times S}$	5.3196%
Prix en dollars pips per EUR	$\frac{p \times 1e^{-4}}{N}$	593.77 USD pips
Prix en euros pips per USD	$\frac{p \times 1e^{-4}}{S \times N \times K}$	474.96 EUR pips

Le Delta de change δ est le pourcentage du nominal en devise 1 qu'il faut vendre pour couvrir la position de change.

$$\delta = \frac{\partial p}{\partial S} = e^{-r^{EUR} \times T} \times \mathcal{N}(d_1)$$

On peut exprimer de façon équivalente le delta de change en pourcentage du nominal $\delta^{reverse}$ en devise 2 :

$$\delta^{reverse} = -\frac{\delta \times S}{K}$$

Le Delta de change δ est le pourcentage du nominal en devise 1 qu'il faut vendre pour couvrir la position de change.

$$\delta = \frac{\partial p}{\partial S} = e^{-r^{EUR} \times T} \times \mathcal{N}(d_1)$$

On peut exprimer de façon équivalente le delta de change en pourcentage du nominal $\delta^{reverse}$ en devise 2 :

$$\delta^{reverse} = -\frac{\delta \times S}{K}$$

Attention ces formules supposent que la prime est payée en dollars !!!

Option de change - Delta de change

Dans le cas où la prime est payée en euros il faut ajuster le delta du paiement de la prime.

delta ccy	premium ccy	Formule	Delta
% EUR	EUR	δ	
% EUR	USD		
% USD	EUR	$-\frac{\delta S}{K}$	
% USD	USD		

Option de change - Delta de change

Dans le cas où la prime est payée en euros il faut ajuster le delta du paiement de la prime.

delta ccy	premium ccy	Formule	Delta
% EUR	EUR	$\delta - p^{EUR}$	
% EUR	USD	δ	
% USD	EUR	$-\frac{(\delta - p^{EUR})S}{K}$	
% USD	USD	$-\frac{\delta S}{K}$	

Option de change - Delta de change

Dans le cas où la prime est payée en euros il faut ajuster le delta du paiement de la prime.

delta ccy	premium ccy	Formule	Delta
% EUR	EUR	$\delta - p^{EUR}$	56.11%
% EUR	USD	δ	
% USD	EUR	$-\frac{(\delta - p^{EUR})S}{K}$	
% USD	USD	$-\frac{\delta S}{K}$	-55.92%

La prime est égale à 5.5319% du nominal EUR.

Option de change - Delta de change

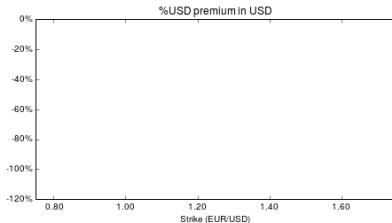
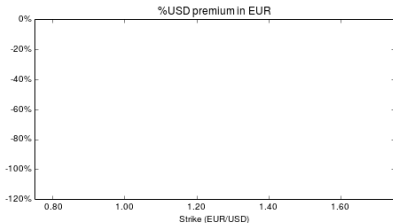
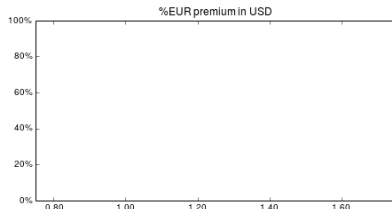
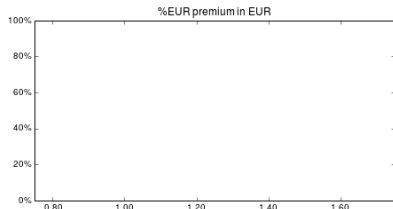
Dans le cas où la prime est payée en euros il faut ajuster le delta du paiement de la prime.

delta ccy	premium ccy	Formule	Delta
% EUR	EUR	$\delta - p^{EUR}$	50.79%
% EUR	USD	δ	56.11%
% USD	EUR	$-\frac{(\delta - p^{EUR})S}{K}$	-50.62%
% USD	USD	$-\frac{\delta S}{K}$	-55.92%

La prime est égale à 5.5319% du nominal EUR.

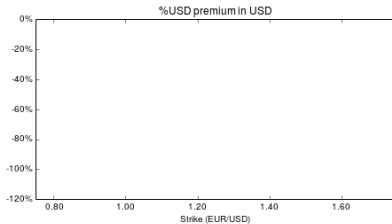
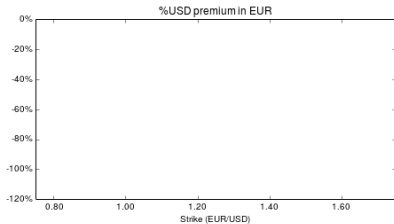
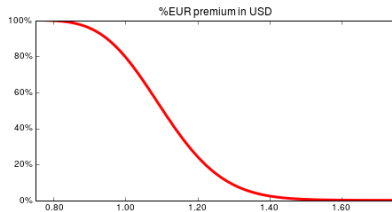
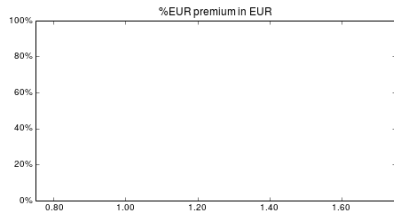
Option de change - Delta de change

Comment évolue le delta de change en fonction du strike ?



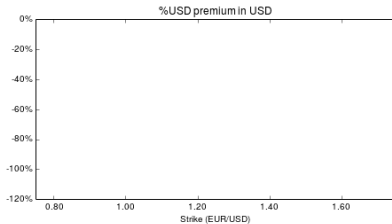
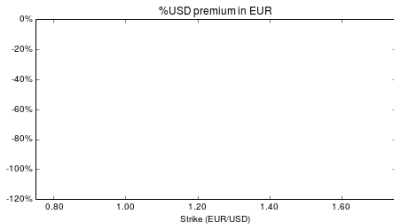
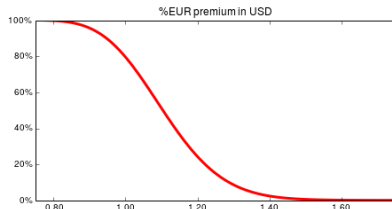
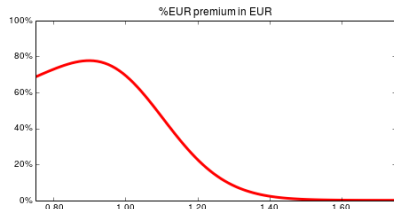
Option de change - Delta de change

Comment évolue le delta de change en fonction du strike ?



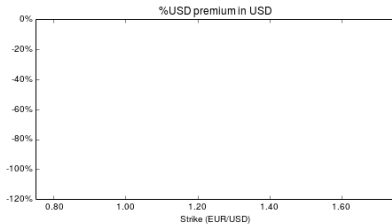
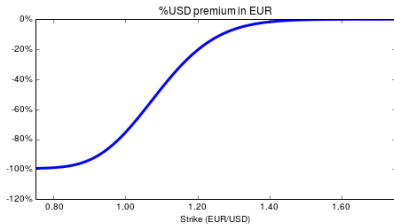
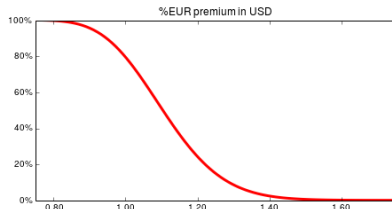
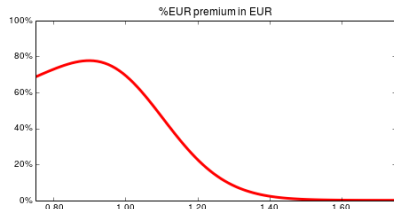
Option de change - Delta de change

Comment évolue le delta de change en fonction du strike ?



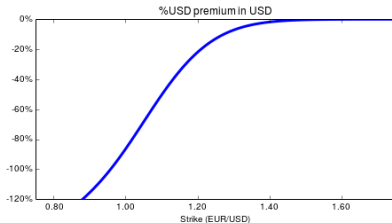
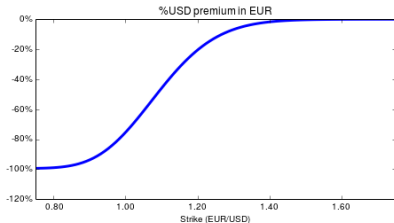
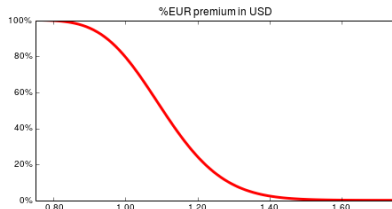
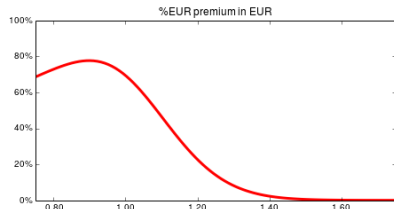
Option de change - Delta de change

Comment évolue le delta de change en fonction du strike ?



Option de change - Delta de change

Comment évolue le delta de change en fonction du strike ?



Refaire tous les calculs précédent avec ces nouvelles données.

As of 2 Avril 2015 :

Notation	Description	Formule	Valeur
δ	Maturité du forward	$T - (t + 2D)$	1 an = 365 jours
R^{EUR}	Taux zéro coupon dollar.		0.11%
R^{USD}	Taux zéro coupon yen.		0.45%
S	Taux de change spot.		119.76
m	Marge de basis.		0.39%

Besoin d'un client américain.

Un client américain doit payer son fournisseur français dans 1 an
100 millions d'euros.

Besoin d'un client américain.

Un client américain doit payer son fournisseur français dans 1 an
100 millions d'euros.

Pour des raisons "stratégiques" il ne souhaite pas couvrir cette position de change à terme.

Besoin d'un client américain.

Un client américain doit payer son fournisseur français dans 1 an
100 millions d'euros.

Pour des raisons "stratégiques" il ne souhaite pas couvrir cette position de change à terme.

Cependant il souhaite tout de même se protéger contre des mouvements trop importants du taux de change.

Ainsi :

- Il veut payer au **maximum 119 millions de dollars.**
- A l'inverse il veut payer au **minimum 99 millions de dollars.**

Besoin d'un client américain.

Un client américain doit payer son fournisseur français dans 1 an
100 millions d'euros.

Pour des raisons "stratégiques" il ne souhaite pas couvrir cette position de change à terme.

Cependant il souhaite tout de même se protéger contre des mouvements trop importants du taux de change.

Ainsi :

- Il veut payer au **maximum 119 millions de dollars.**
- A l'inverse il veut payer au **minimum 99 millions de dollars.**

Comment satisfaire le besoin de notre client ?