

MEDICIÓN E INSTRUMENTACIÓN

SENSORES RESISTIVOS

Roberto Giovanni Ramírez-Chavarría

rg.unam.sysid@gmail.com

Facultad de Ingeniería, UNAM

Semestre 2019-2



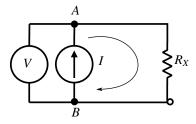


Sensores Resistivos

- Varían su resistencia eléctrica en función de la variable a medir.
- Eléctricamente simples de analizar.
- Medición de temperatura, luz, humedad, posición, campo magnético, etc...
- Técnicas de medición de resistencia eléctrica?



Medición a dos puntas Ohmetro Ideal

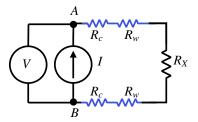


- Fuente de corriente I
- Resistencia a medir R_x
 - Voltmetro V
 - Puntas A y B

Con ley de Ohm $R_x = V/I$



Medición a dos puntas Ohmetro Real Sin embargo, existen elementos que afectan la medición



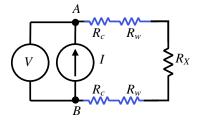
- Resistencias de contacto R_c
- Resistencias de los cables R_w

Forman una resistencia equivalente

$$R_{eq} = R_x + 2 \cdot R_c + 2 \cdot R_w$$



Medición a dos puntas Ohmetro Real Sin embargo, existen elementos que afectan la medición



Por lo que el voltaje medido es

$$V = I \left(R_x + 2 \cdot R_c + 2 \cdot R_w \right)$$

En donde el error

$$\epsilon = 2 \cdot R_c + 2 \cdot R_w$$



Medición a dos puntas Ohmetro Real

 R_c y R_w son de valor bajo, pero si R_x también lo es, ϵ será grande.

Minimización del error

① Antes de medir R_x , ponemos la puntas A y B en corto circuito y medimos V_1

$$V_1 = I\left(R_c + 2 \cdot R_w\right)$$

2 Colocamos a R_x en el circuito y medimos V_2

$$V_2 = I(R_x + 2 \cdot R_c + 2 \cdot R_w)$$

3 Restamos

$$V_2 - V_1 = I(Rx + Rc)$$



Medición a dos puntas Ohmetro Real

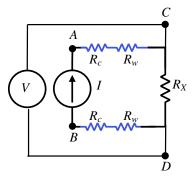
$$V_2 - V_1 = I(Rx + Rc)$$

Eliminamos la resistencia de los cables pero aún así queda la de contacto.

EL MÉTODO DE 2 PUNTAS NO SIRVE CUANDO NECESITAMOS MEDIR RESISTENCIAS PEQUEÑAS (ALTA PRECISIÓN)



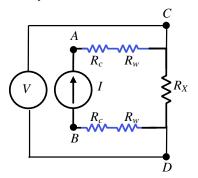
Medición a cuatro puntas



- La corriente I se aplica por las puntas A y B
- El voltaje en el resistor R_x se mide por las puntas C y D.



Medición a cuatro puntas



 Únicamente se mide la caída de potencial en el resistor de interés.

$$V = IR_x$$



Medición a cuatro puntas

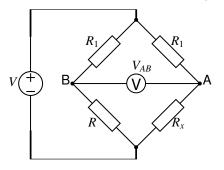
Permite medir resistencia de valor bajo o cuando se requiere alta precisión.

Muchos sensores resistivos varían su resistencia en décimas, centésimas o milésimas de ohms.



Puente de Wheatstone

Implementación común del método de cuatro puntas

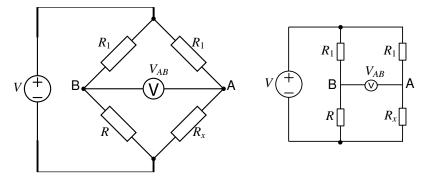


La idea es encontrar que

$$R_x := f(V_{AB})$$



Puente de Wheatstone-Análisis

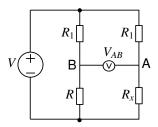


Calcular el voltaje V_{AB}



Puente de Wheatstone-Análisis

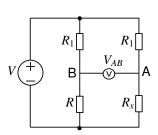
Divisor de voltaje en B





Puente de Wheatstone-Análisis

Divisor de voltaje en B

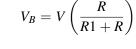


$$V_B = V\left(\frac{R}{R1 + R}\right)$$

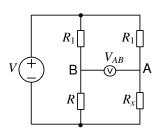


Puente de Wheatstone-Análisis

Divisor de voltaje en B



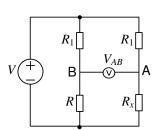
Divisor de voltaje en A





Puente de Wheatstone-Análisis

Divisor de voltaje en B



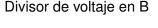
$$V_B = V\left(\frac{R}{R1 + R}\right)$$

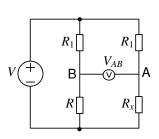
Divisor de voltaje en A

$$V_A = V\left(\frac{R_x}{R1 + R_x}\right)$$



Puente de Wheatstone-Análisis





$$V_B = V\left(\frac{R}{R1 + R}\right)$$

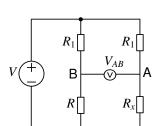
Divisor de voltaje en A

$$V_A = V\left(\frac{R_x}{R1 + R_x}\right)$$

La diferencia es



Puente de Wheatstone-Análisis



Calcular el voltaje V_{AB}

Divisor de voltaje en B

$$V_B = V\left(\frac{R}{R1 + R}\right)$$

Divisor de voltaje en A

$$V_A = V\left(\frac{R_x}{R1 + R_x}\right)$$

La diferencia es

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$= V \left(\frac{R_x}{R1 + R_x} - \frac{R}{R1 + R} \right)$$



Puente de Wheatstone-Análisis

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$= V \left(\frac{R_x}{R1 + R_x} - \frac{R}{R1 + R} \right)$$

$$= V \left(\frac{R_1}{R1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R1 + R_x} \right)$$

El voltaje V_{AB} crece con el valor de R_x .

¿Qué pasa si
$$R_x = R$$
?



Puente de Wheatstone-Análisis

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$= V \left(\frac{R_x}{R_1 + R_x} - \frac{R}{R_1 + R} \right)$$

$$= V \left(\frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x} \right)$$

El voltaje V_{AB} crece con el valor de R_x .

¿Qué pasa si $R_x = R$?

$$V_{AB} = 0$$

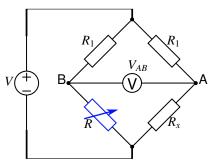
Condición de EQUILIBRIO del puente



Puente de Wheatstone-Análisis

Condición de EQUILIBRIO del puente

En la práctica se la resistencia de compensación R es variable (potenciómetro).





$$V_{AB} = V\left(\frac{R_1}{R1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R1 + R_x}\right) \quad \forall R_x \in [100, 200]$$

$$R = 100\Omega$$

$$0.5$$

$$0.5$$

$$0.5$$

$$0.5$$

$$0.5$$

$$0.7$$

$$0.7$$

$$0.7$$

$$0.7$$

$$0.7$$

$$0.8$$

$$0.8$$

$$0.8$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.9$$

$$0.$$



Puente de Wheatstone-Análisis

$$V_{AB} = V\left(\frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x}\right)$$

Es una función **NO LINEAL**. Para linealizar $R1 >> R_x$

$$V_{AB-\mathsf{lin}} pprox V\left(rac{R_1}{R1+R}\cdotrac{R_x-R}{R1}
ight) \ pprox V\left(rac{R_x-R}{R1+R}
ight)$$

La sensibilidad (suponiendo R1 >> R) es



Puente de Wheatstone-Análisis

$$V_{AB} = V\left(\frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x}\right)$$

Es una función **NO LINEAL**. Para linealizar $R1 >> R_x$

$$V_{AB-\mathsf{lin}} pprox V\left(rac{R_1}{R1+R}\cdotrac{R_x-R}{R1}
ight) \ pprox V\left(rac{R_x-R}{R1+R}
ight)$$

La sensibilidad (suponiendo R1 >> R) es

$$S = \frac{\partial V_{AB-\mathsf{lin}}}{\partial R_{x}} = \frac{V}{R1}$$



Puente de Wheatstone-Análisis

La sensibilidad (suponiendo R1 >> R) es

$$S = \frac{\partial V_{AB-\mathsf{lin}}}{\partial R_{x}} = \frac{V}{R1}$$

- La sensibilidad AUMENTA incrementando V
- La sensibilidad DISMINUYE incrementando R1

** Take Home Message: Al diseñar un puente de Wheatstone se debe cuidar la selección de los parámetros R1 y V, para linealizar y no perder sensibilidad.

Una mejor alternativa para linealizar es usando **MÍNIMOS CUADRADOS**



Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre 100 y 150 Ω usando un puente de Wheatstone alimentado con 10 V. Determine el voltaje de salida con R1=10K, tanto el real como el linealizado.



Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre 100 y 150 Ω usando un puente de Wheatstone alimentado con 10 V. Determine el voltaje de salida con R1=10K, tanto el real como el linealizado.

Eligiendo R = 100 (equilibrio),



Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre 100 y 150 Ω usando un puente de Wheatstone alimentado con 10 V. Determine el voltaje de salida con R1=10K, tanto el real como el linealizado.

Eligiendo R = 100 (equilibrio),

$$V_{AB} = V\left(\frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x}\right) = 10\left(\frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 100}{10000 + R_x}\right)$$
$$= 9.901\left(\frac{R_x - 100}{10000 + R_x}\right)$$

sí
$$R_{x}=100\Omega
ightarrow V_{AB}=0$$
V sí $R_{x}=150\Omega$



Ejercicio

Se pretende medir resistencias entre 100 y 150 Ω usando un puente de Wheatstone alimentado con 10 V. Determine el voltaje de salida con R1=10K, tanto el real como el linealizado.

Eligiendo R = 100 (equilibrio),

$$V_{AB} = V\left(\frac{R_1}{R_1 + R} \cdot \frac{R_x - R}{R_1 + R_x}\right) = 10\left(\frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 100}{10000 + R_x}\right)$$
$$= 9.901\left(\frac{R_x - 100}{10000 + R_x}\right)$$

sí
$$R_x = 100\Omega \rightarrow V_{AB} = 0\text{V}$$

sí $R_x = 150\Omega \rightarrow V_{AB} = 48.77\text{mV}$



Ejercicio (continuación)...

Linealizando ($R1 >> R_X$),

$$V_{AB-lin} = V \left(\frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 1000}{10000} \right)$$
$$= 0.0009901 (R_x - 100)$$

$$ext{si } R_{\scriptscriptstyle X} = 100\Omega
ightarrow V_{AB-\mathsf{lin}} = 0 \mathsf{V}$$
 $ext{si } R_{\scriptscriptstyle X} = 150\Omega$



Ejercicio (continuación)...

Linealizando ($R1 >> R_X$),

$$V_{AB-lin} = V \left(\frac{10000}{10000 + 100} \cdot \frac{R_x - 1000}{10000} \right)$$
$$= 0.0009901 (R_x - 100)$$

$$\mathbf{Si}\ R_{x} = 100\Omega \rightarrow V_{AB-\mathsf{lin}} = 0\mathsf{V}$$

 $\mathbf{Si}\ R_{x} = 150\Omega \rightarrow V_{AB-\mathsf{lin}} = 49.50\mathsf{mV}$



Ejercicio (continuación)...

El error de linealización, cuando $R_x = 150\Omega$

$$\epsilon = \left| rac{V_{AB} - V_{AB-\mathsf{lin}}}{V_{AB}}
ight| imes 100$$



Ejercicio (continuación)...

El error de linealización, cuando $R_x = 150\Omega$

$$\epsilon = \left| \frac{V_{AB} - V_{AB - \mathsf{lin}}}{V_{AB}} \right| \times 100$$

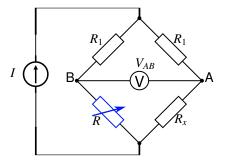
$$\epsilon = 1.5$$

También lo podemos calcular como

$$\epsilon = \frac{Rx}{R1}$$



Puente de Wheatstone-Alimentado con fuente de corriente



TAREA

Obtenga las expresiones del voltaje V_{AB} real y linealizada, de la sensibilidad y del error de linealidad.

Análisis completo del circuito



Gracias!

Contact: https://rgunam.github.io

rg.unam.sysid@gmail.com