

〈알고리즘 실습〉 - 방향그래프

※ 입출력에 대한 안내

- 특별한 언급이 없으면 문제의 조건에 맞지 않는 입력은 입력되지 않는다고 가정하라.
- 특별한 언급이 없으면, 각 줄의 맨 앞과 맨 뒤에는 공백을 출력하지 않는다.
- 출력 예시에서 □는 각 줄의 맨 앞과 맨 뒤에 출력되는 공백을 의미한다.
- 입출력 예시에서 \mapsto 이 후는 각 입력과 출력에 대한 설명이다.

[문제 1] (위상순서 찾기) 주어진 방향그래프 **G**에 대해 다음과 같이 수행하는 프로그램을 작성하라.

- 1) **G**가 **방향 비사이클 그래프**(directed acyclic graph: DAG)면 **위상순서**(topological order)를 구해 인쇄.
- 2) **G**에 **방향 사이클**(directed cycle)이 존재하면 위상순서를 구할 수 없으므로 **0**을 인쇄.

힌트:

1. 이 문제의 경우 그래프를 **인접리스트 구조**로 표현하는 것이 시간 성능 면에서 유리하며 **배열**로 구현하는 편이 코딩에 용이하다. 아래의 “**알고리즘 설계 팁**” 역시 이 기준으로 제공된다.
2. **위상 정렬** 알고리즘에는 두 가지 버전이 있다. 첫째 **깊이우선탐색(DFS)**을 응용하는 버전, 둘째 **각 정점의 진입차수(in-degree)**를 이용하는 버전이다. 이 가운데 둘째 버전은 그래프 **G**가 DAG면 위상순서를 구하고 그렇지 않으면(즉, 방향사이클이 존재하면) 일부 정점에 대해 순위를 매기지 않은 채로 정지하므로 DAG가 아님을 알 수 있다. 본 문제 해결을 위해 이 버전을 사용할 것. 상세 내용은 아래의 “**알고리즘 설계 팁**”을 참고할 것.

주의:

1. **방향사이클의 존재여부** 검사와 위상순서 구하기를 별도 작업으로 수행하면 전체 실행시간이 늘어나므로, **위상순서를 구하는 과정에서 방향사이클의 존재 여부를 확인할 수 있도록 작성해야 한다.**
2. 원래 어떤 그래프에 대한 위상순서는 **여러 개** 있을 수 있다. 하지만 채점편의 상, 이 문제는 그 가운데 **단 한 개의** 위상순서만 출력 가능하도록 다음 사항을 **준수**해야 한다. 아래의 “**알고리즘 설계 팁**”도 이에 맞게 작성되어 있다.
 - 1) 그래프의 부차리스트 구축 시, 새로 입력되는 간선에 대한 **노드를 리스트의 맨 앞에 삽입**해야 한다(이전 실습에서는 정점번호의 오름차순으로 부차리스트 유지).
 - 2) 위상 정렬 알고리즘에서 **최초로 진입간선의 개수가 0인 정점을 찾을 때, 정점번호 순서대로 조사**해야 한다.

입출력 형식:

1) **main** 함수는 아래 형식으로 방향그래프를 표준입력 받는다.

입력 : 첫 번째 라인 : 정점 수(**n**)

두 번째 라인 : 정점들의 이름(단순 문자 - 예: 영문자, 숫자 등)

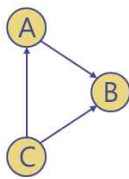
세 번째 라인 : 방향간선 수(**m**)

이후 **m**개의 라인 : 방향간선 정보

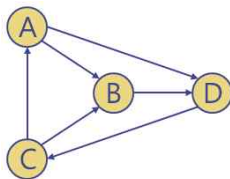
2) **main** 함수는 다음을 표준출력한다.

출력 : 위상순서(정점들의 이름을 인쇄)

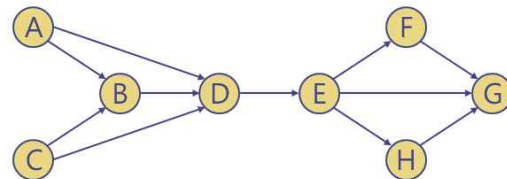
입력 예시 1



입력 예시 2



입력 예시 3



입력 예시 1

3	↳ n = 정점 수	C A B	↳ 위상순서
A B C	↳ 정점들		
3	↳ m = 간선 수		
A B	↳ 간선 정보		
C A	↳ 간선 정보		
C B	↳ 간선 정보		

출력 예시 1

입력 예시 2

4	↳ n = 정점 수	0	↳ 방향싸이클 존재 하므로 위상순서 없음
A B C D	↳ 정점들		
6	↳ m = 간선 수		
A B	↳ 간선 정보		
C A	↳ 간선 정보		
C B	↳ 간선 정보		
A D	↳ 간선 정보		
B D	↳ 간선 정보		
D C	↳ 간선 정보		

출력 예시 2

입력 예시 3

출력 예시 3

8	↦ n = 정점 수	A C B D E H F G	↦ 위상순서
A B C D E F G H	↦ 정점들		
11	↦ m = 간선 수		
A B	↦ 간선 정보		
C B	↦ 간선 정보		
A D	↦ 간선 정보		
C D	↦ 간선 정보		
B D	↦ 간선 정보		
D E	↦ 간선 정보		
E F	↦ 간선 정보		
E H	↦ 간선 정보		
E G	↦ 간선 정보		
F G	↦ 간선 정보		
H G	↦ 간선 정보		

필요 데이터구조:

- **G** 방향그래프
 - 크기: **n** < 100, **m** < 1,000
 - 내용: 방향그래프
 - 범위: 전역
- **n, m** 변수
 - 내용: **n** = 정점 수, **m** = 간선 수
 - 데이터 형: 정수
 - 범위: 전역
- **in** 배열
 - 크기: **n**
 - 데이터 형: 정수
 - 내용: **in[i]** = 정점 **i**의 진입차수
 - 범위: **topologicalSort** 함수
- **topOrder** 배열
 - 크기: **n** + 1
 - 데이터 형: 정수
 - 내용: **topOrder[0]** = 1 (**G**가 DAG인 경우), 0 (**G**가 non-DAG인 경우)
 - topOrder[1:n]** = 정점들의 위상순서 (**G**가 DAG인 경우 유효)
 - 범위: 전역
- **Q** 큐
 - 크기: 최대 **n**
 - 데이터 형: 정수
 - 내용: 정점들의 대기열
 - 범위: 전역

필요 함수:

- **main()** 함수
 - 인자: 없음
 - 반환값: 없음
 - 내용: 방향그래프 정보로부터 그래프를 구축한 후 위상순서를 구하거나, 방향싸이클 존재를 보고한 후 종료.
- **buildGraph()** 함수
 - 인자: 방향그래프 **G** (전역)
 - 반환값: 방향그래프 **G** (전역)
 - 내용: 표준입력으로부터 방향그래프 정보를 읽어 들여 그래프 **G**에 저장
- **insertVertex(vName, i)** 함수
 - 인자: 정점 이름 **vName**, 인덱스 **i**, 방향그래프 **G** (전역)
 - 반환값: 방향그래프 **G** (전역)
 - 내용: **vName** 정점 **i**를 **G**의 정점리스트에 삽입하고 **i**의 진입차수를 초기화
 - 시간 성능: **O(1)**
- **insertDirectedEdge(uName, wName, i)** 함수
 - 인자: 정점 이름 **uName**, **wName**, 인덱스 **i**, 방향그래프 **G** (전역)
 - 반환값: 방향그래프 **G** (전역)
 - 내용: **uName** 정점 **u**를 시점으로, **wName** 정점 **w**를 종점으로 하는 방향간선 **i**를, **G**의 간선리스트, **u**의 진출간선리스트, 그리고 **w**의 진입간선리스트에 각각 삽입하고 **w**의 진입차수를 갱신
 - 시간 성능: **O(n)**
- **index(vName)** 함수
 - 인자: 식별자 **vName**, 방향그래프 **G** (전역)
 - 반환값: 정수
 - 내용: **vName**에 해당하는 정점의 인덱스를 찾아 반환
 - 시간 성능: **O(n)**
- **addFirst(H, i)** 함수
 - 인자: 헤더연결리스트 **H**, 인덱스 **i**
 - 반환값: 없음
 - 내용: **H**의 첫 노드 위치에 정수 **i**를 원소로 하는 노드를 삽입
 - 시간 성능: **O(1)**
- **topologicalSort()** 함수
 - 인자: 배열 **topSort** (전역), 방향그래프 **G** (전역)
 - 반환값: 배열 **topSort** (전역)
 - 내용: **G**로부터 위상순서를 구하거나 방향싸이클이 존재함을 보고
 - 시간 성능: **O(n + m)**
- **isEmpty()** 함수
 - 인자: 큐 **Q** (전역)

- 반환값: **True/False**
- 내용 : **Q**가 비어 있으면 **True**, 아니면 **False**를 반환
- 시간 성능: **O(1)**
- **enqueue(v)** 함수
 - 인자: 큐 **Q** (전역), 정점 **v**
 - 반환값: 없음
 - 내용 : **v**를 **Q**에 삽입
 - 시간 성능: **O(1)**
- **dequeue()** 함수
 - 인자: 큐 **Q** (전역)
 - 반환값: 정점
 - 내용 : **Q**로부터 정점을 삭제하여 반환
 - 시간 성능: **O(1)**

알고리즘 설계 팁:

```

Alg main()
  input none
  output none

1. buildGraph()                                {입력으로부터 G 구축}

2. topologicalSort()                            {G를 위상 정렬}

3. if (topOrder[0] = 0)                         {G는 non-DAG, 즉 방향싸이클 존재}
    write(0)
  else                                           {G는 DAG}
    for i ← 1 to n
      write(G.vertices[topOrder[i]].name)

4. return
  
```

Alg buildGraph()	{그래프 구축 알고리즘}
input graph G	{ G : 전역, 방향그래프}
output graph G	{ G : 전역, 방향그래프}
1. initializeGraph()	{빈 그래프 G 초기화}
2. n ← readline()	{ n : 정점 수}
3. for i ← 0 to n - 1	
vName ← readchar()	{ vName : 정점 이름}
insertVertex(vName , i)	{그래프에 정점 삽입}
4. m ← readline()	{ m : 간선 수}
5. for i ← 0 to m - 1	
(uName , wName) ← readline()	{방향간선 입력}
insertDirectedEdge(uName , wName , i)	{그래프에 방향간선 삽입}
5. return	

Alg insertVertex(vName, i)	{그래프에 정점 삽입}
input identifier vName	
integer i	
graph G	{ G : 전역, 방향그래프}
output graph G	{ G : 전역, 방향그래프}
1. G.vertices[i].name ← vName	{정점 i 의 이름 저장}
2. G.vertices[i].outEdges ← empty list	{진출부착간선리스트 초기화}
3. G.vertices[i].inEdges ← empty list	{진입부착간선리스트 초기화}
4. G.vertices[i].inDegree ← 0	{정점 i 의 진입차수 초기화}
5. return	

Alg insertDirectedEdge (uName, wName, i)	{그래프에 방향간선 삽입}
input identifier uName, wName	
integer i	
graph G	{G : 전역, 방향그래프}
output graph G	{G : 전역, 방향그래프}
1. u ← index(uName)	{u : uName 정점의 배열 인덱스}
2. w ← index(wName)	{w : wName 정점의 배열 인덱스}
3. G.edges[i].origin ← u	{간선 i의 시점으로 u를 저장}
4. G.edges[i].destination ← w	{간선 i의 종점으로 w를 저장}
5. addFirst(G.vertices[u].outEdges, i)	{정점 u의 진출부착간선리스트에 i 삽입}
6. addFirst(G.vertices[w].inEdges, i)	{정점 w의 진입부착간선리스트에 i 삽입}
7. G.vertices[w].inDegree++	{정점 w의 진입차수 갱신}
8. return	

Alg index (vName)	{정점 vName의 인덱스 반환}
input identifier vName	
graph G	{G : 전역, 방향그래프}
output integer	
1. for i ← 0 to n - 1	
if G.vertices[i].name = vName	
return i	

Alg addFirst (H, i)	{헤더연결리스트의 첫 노드로 i를 삽입: 참고: 주의 사항 2-1}
input linked list H	{H를 헤더로 하는 연결리스트}
integer i	
output none	
1. node ← getnode()	{동적메모리 노드 node 할당}
2. node.element ← i	{node 원소로 i를 저장}
3. node.next ← H.next	{기존 연결리스트를 node 뒤에 연결}
4. H.next ← node	{node를 H의 첫 노드로 설정}
5. return	

Alg topologicalSort()	{위상 정렬 알고리즘}
input array topOrder [0:n]	{ topOrder : 전역, 위상순서}
graph G	{ G : 전역, 방향그래프}
output array topOrder [0:n]	{ topOrder : 전역, 위상순서}
1. Q ← empty queue	{ Q 초기화}
2. for i ← 0 to n - 1	{ G 의 모든 정점에 정점 번호순으로 반복: 참고: 주의 사항 2-2}
in [i] ← G.vertices [i].inDegree	{정점 i 의 진입차수를 in [i]에 저장}
if (in [i] = 0)	
Q.enqueue (u)	{진입차수 0인 정점들을 Q 에 삽입}
3. t ← 1	{ t : 위상순위}
4. while (! Q.isEmpty ())	{ Q 가 비지 않은 동안 반복}
<u>← Q.dequeue()</u>	{ Q 삭제}
topOrder [t] ← u	{위상순위 t 정점 저장}
t ← t + 1	{위상순위 t 증가}
for each e in G.vertices [u].outEdges	{ u 의 모든 진출간선 e 에 대해 반복}
w ← G.edges [e].destination	{ w : 간선 e 의 종점}
in [w] ← in [w] - 1	{ in [u] 감소}
if (in [w] = 0)	
Q.enqueue (w)	{정점 w 의 진입차수가 0이면 Q 에 삽입}
5. if (t ≤ n)	{아직 위상순위가 매겨지지 않은 정점이 존재하면}
topOrder [0] ← 0	{ G 는 non-DAG, 즉 방향싸이클 존재}
else	
topOrder [0] ← 1	{ G 는 DAG}
6. return	{위상순서 반환}

isEmpty, **enqueue**, **dequeue** 등 큐 관련 알고리즘 설계는 데이터구조 교재를 참고할 것.