Diskrete Mathematik

Cédric Volk

November 14, 2024

Contents

1 Zahlenmengen

1.1 Natürliche Zahlen

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

1.2 Ganze Zahlen

$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

1.3 Rationale Zahlen

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{3}{7}, 0, 1, -2, ...\right\}$

1.4 Reelle Zahlen

$\mathbb{R} = \{-2, 0, 1.5, \sqrt{2}, \pi, e, ...\}$

2 Zahlensysteme

3 Prädikate

3.1 Aussagen

3.2 Quantoren

3.2.1 Allquantor

$\forall A$

3.2.2 Existenzquantor

$\exists A$

3.3 Junktoren

3.3.1 Negation

$A \neg B$

3.3.2 Konjunktion

$A \wedge B$

3.3.3 Disjunktion

$\vee A$

3.3.4 Implikation

$B \Rightarrow A$

3.3.5 Äquivalenz

$B \Leftrightarrow A$

4 Lemmas

4.1 Lemma 1 - Transitivität der Implikation

Für alle Prädikate mit A,B und C mit $A \Rightarrow B$ und $B \Rightarrow C$ gilt $A \Rightarrow C$.

4.2 Lemma 2 - Kontraposition

Für alle Prädikate mit A und B gilt $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$.
Beweis. Wir wenden die Junktorenregeln an:

$$\begin{aligned}
& A \Rightarrow B && \\
\Leftrightarrow\ & \neg A \vee B && \text{Definition von A} \to \text{B} \\
\Leftrightarrow\ & B \vee \neg A && \text{Kommutativität} \\
\Leftrightarrow\ & \neg\neg B \vee \neg A && \text{Doppelte Negation} \\
\Leftrightarrow\ & \neg B \Rightarrow \neg A && \text{Definition von } \neg B \to \neg A
\end{aligned}$$