

Diskrete Mathematik

Cédric Volk

November 14, 2024

Contents

1	Zahlenmengen	2
1.1	Natürliche Zahlen	2
1.2	Ganze Zahlen	2
1.3	Rationale Zahlen	2
1.4	Reelle Zahlen	2
2	Zahlensysteme	2
3	Prädikate	2
3.1	Aussagen	2
3.2	Quantoren	2
3.2.1	Allquantor	2
3.2.2	Existenzquantor	2
3.3	Junktoren	2
3.3.1	Negation	2
3.3.2	Konjunktion	2
3.3.3	Disjunktion	2
3.3.4	Implikation	2
3.3.5	Äquivalenz	2
4	Lemmas	2
4.1	Lemma 1 - Transitivität der Implikation	2
4.2	Lemma 2 - Kontraposition	3

1 Zahlenmengen

1.1 Natürliche Zahlen

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

1.2 Ganze Zahlen

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

1.3 Rationale Zahlen

$$\mathbb{Q} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, -\frac{3}{7}, 0, 1, -2, \dots\}$$

1.4 Reelle Zahlen

$$\mathbb{R} = \{-2, 0, 1.5, \sqrt{2}, \pi, e, \dots\}$$

2 Zahlensysteme

3 Prädikate

3.1 Aussagen

3.2 Quantoren

3.2.1 Allquantor

$$\forall A$$

3.2.2 Existenzquantor

$$\exists A$$

3.3 Junktoren

3.3.1 Negation

$$A \neg B$$

3.3.2 Konjunktion

$$A \wedge B$$

3.3.3 Disjunktion

$$\vee A$$

3.3.4 Implikation

$$B \Rightarrow A$$

3.3.5 Äquivalenz

$$B \Leftrightarrow A$$

4 Lemmas

4.1 Lemma 1 - Transitivität der Implikation

Für alle Prädikate mit A,B und C mit $A \Rightarrow B$ und $B \Rightarrow C$ gilt $A \Rightarrow C$.

4.2 Lemma 2 - Kontraposition

Für alle Prädikate mit A und B gilt $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$.

Beweis. Wir wenden die Junktorenregeln an:

$A \Rightarrow B$	
$\Leftrightarrow \neg A \vee B$	Definition von $A \rightarrow B$
$\Leftrightarrow B \vee \neg A$	Kommutativität
$\Leftrightarrow \neg \neg B \vee \neg A$	Doppelte Negation
$\Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$	Definition von $\neg B \rightarrow \neg A$