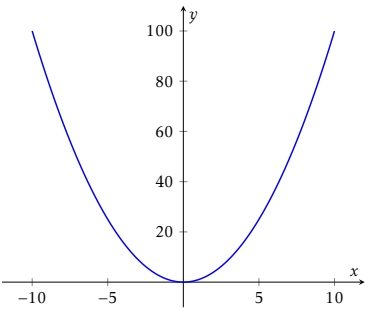


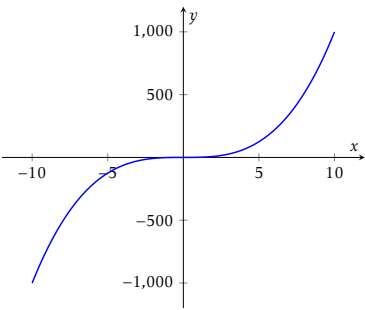
1 Funktionen

1.1 Symetrien

- Eine Funktion f heisst gerade, wenn $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in D$.



- Eine Funktion f heisst ungerade, wenn $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in D$.



1.2 Umkehrfunktionen

Für die Umkehrfunktionen einfach nach x auflösen und dann x und y vertauschen.
Eigenschaften von Umkehrfunktionen:

- Für jede Relation R gilt $R^{-1-1} = R$
- R ist genau dann linksvollständig, wenn R^{-1} rechtseindeutig ist.
- R ist genau dann linkseindeutig, wenn R^{-1} rechtseindeutig ist.

1.3 Komposition

Für $g : A \rightarrow B$ und $f : B \rightarrow C$ definieren wir:

$$f \circ g : A \rightarrow C$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Wörtlich sagt man auch "f nach g" da f nach g ausgeführt wird bzw. g zuerst ausgeführt wird.

1.3.1 Assoziativität

Für $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ und $h : C \rightarrow D$ gilt:

- $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

1.4 Summenformel

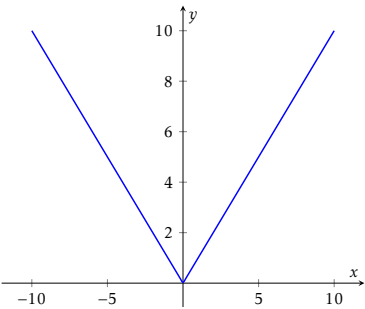
Arithmetische Summenformel:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

Summe der Quadratzahlen:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

1.5 Betragsfunktion



$$|x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

2 Polynome

2.1 Definition

Ein Polynom ist eine Funktion der Form:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

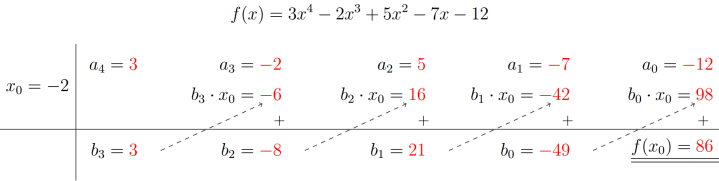
2.2 Nullstellen

Im Polynom $f(x) = (x-1)(x+3)(x-8)^2(x-6)^3$ ist 8 eine Doppelnullstelle und 6 eine Dreifachnullstelle.

2.2.1 Nullstellen Raten

In Analysis 1 der ZHAW dürfen zudem Nullstellen geraten werden. Diese sind immer im folgenden Bereich: $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

2.3 Horner-Schema



2.4 Polynomdivision

GOOD LUCK HOMIE

3 Ableiten

3.1 Ableitungsregeln

3.1.1 Faktorregel

$$(c \cdot f)(x)' = c \cdot f'(x)$$

3.1.2 Summenregel

$$(f + g)(x)' = f'(x) + g'(x)$$

3.1.3 Produktregel

$$(u \cdot v)'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

3.1.4 Quotientenregel

$$\left(\frac{u}{v}\right)'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

3.1.5 Kettenregel

$$(F \circ u)'(x) = F'(u) \cdot u'(x)$$

3.2 Ableitungen bestimmter Funktionen

- $\sin(x)' = \cos(x)$
- $\cos(x)' = -\sin(x)$
- $(e^x)' = e^x$
- $(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$
- $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$
- $(\log_a(x))' = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$

3.3 Linearisierung einer Funktion

Die Funktionsgleichung für die Tangente von $f(x)$ an der Stelle x_0 lautet:

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

4 Integral

Um die Fläche unter einer Funktion zu berechnen muss man folgende Schritte durchgehen:

- 1. Bestimme die Stammfunktion $F(x)$
- 2. Berechne $F(b) - F(a)$

4.1 Stammfunktion

Die Stammfunktion $F(x)$ einer Funktion $f(x)$ ist die Funktion, deren Ableitung $f(x)$ ist, also äufleiten".

4.2 Satz

Gegeben ist eine Funktion f , die auf einem Intervall I stetig ist, und eine beliebige Stamm- funktion F von f . Dann gilt für alle $a, b \in I$:

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

4.3 Integrale von bestimmten Funktionen

4.3.1 Potenz- und Logharithmusfunktionen

- $\int a^x dx = \frac{a^x}{ln(a)+C}$
- $\int ln(x) dx = x \cdot ln(x) - x + C$
- $\int log_a(x) dx = \frac{1}{ln(a)} \cdot (x \cdot ln(x) - x) + C$

4.3.2 Trigonometrische Funktionen

- $\int sin(x) dx = -cos(x) + C$
- $\int cos(x) dx = sin(x) + C$
- $\int tan(x) dx = -ln|cos(x)| + C$
- $\int (1 + tan^2(x)) dx = \int \frac{1}{cos^2(x)} dx = tan(x) + C$
- $\int (1 - x^2)^{-1/2} dx = arcsin(x) + C$
- $\int -(1 - x^2)^{-1/2} dx = arccos(x) + C$
- $\int (1 + x^2)^{-1} dx = arctan(x) + C$

5 Folgen und Reihen

5.1 Folgen

5.1.1 Arithmetische Folge

$a_n = c + (n - 1) \cdot d$

5.1.2 Geometrische Folge

$a_n = c \cdot q^{n-1}$

5.1.3 Grenzwert von Folgen

5.2 Rechnen mit Grenzwerten

$\lim_{n \rightarrow \infty} c \cdot a_n = c \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{a_n}{b_n}) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}$

5.2.1 Arithmetische Reihe

$s_n = n \cdot a_1 + \frac{n \cdot (n - 1)}{2} \cdot d$

5.2.2 Geometrische Reihe

$s_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$

5.2.3 Grenzwert von Reihen