

# Листок 6<sup>+</sup>

## Дополнительные задачи для самостоятельной подготовки к контрольной

Этот листок создан для самостоятельной подготовки к контрольной работе. Перечисленные в ниже темы соответствуют темам заданий на контрольной. Задачи на контрольной будут отличаться от представленных в листочке!

Чтобы узнать ответ, выделите область после надписи «**Ответ:**», скопируйте и вставьте в любое текстовое поле.

### Предел последовательности

**Задача 6<sup>+</sup>.1.** Вычислите пределы:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$ ;    б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \dots + \frac{(n-1)^2}{n^3}\right)$ ;    в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$ ;

Ответ: а)    ;    б)    ;    в)    .

**Задача 6<sup>+</sup>.2.** Докажите, что последовательность  $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$ ,  $x_1 = \frac{1}{2}$  сходится и найдите ее предел.

Ответ:    .

### Сумма ряда

**Задача 6<sup>+</sup>.3.** Выясните, имеет ли предел следующая последовательность

$$a_n = \frac{\cos^3 1}{1 + 1^6 \cos^6 1} + \frac{\cos^3 2}{1 + 2^6 \cos^6 2} + \dots + \frac{\cos^3 n}{1 + n^6 \cos^6 n}.$$

Ответ:    .

**Задача 6<sup>+</sup>.4.** Установите сходимость или расходимость следующих рядов, а в случае сходимости вычислите пределы:

а)  $\sum_{k=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ ;    б)  $\sum_{k=2}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ ;    в)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!(k+2)}$ ;    г)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[k]{k}}$ ;    д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n^2}}$ .

Ответ: а)    ;    б)    ;    в)    ;    г)    ;    д)    .

**Задача 6<sup>+</sup>.5.** Используя критерий Коши, исследуйте на сходимость следующие последовательности:

а)  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{\cos k}{2^k}$ ;    б)  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{|\sin k|}{k}$ .

Ответ: а)    ;    б)    .

### Частичный предел

**Задача 6<sup>+</sup>.6.** Найдите  $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$ ,  $\underline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n$ , если

а)  $a_n = \frac{n^2+n+1}{1+2n+3n^2} \cos \frac{2n\pi}{3}$ ;    б)  $a_n = \frac{n}{\sqrt{2n^2+1}} - \cos \frac{\pi n}{5}$ .

Ответ: а)    ;    б)    .

### Предел функции

**Задача 6<sup>+</sup>.7.** Вычислите пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos^2 x) \ln(1+2x)}{\sin x \cdot (\pi^x - 1)^2}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \operatorname{tg}(4x) + \sin(x^3)}{\sqrt[3]{8+24x-2}}$ .

Ответ: а)    ;    б)    .

**Задача 6<sup>+.8</sup>.** Пусть  $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ . Для каких значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$

**а)**  $f(x) \sim x^\alpha$  при  $x \rightarrow +0$ ;      **б)**  $f(x) \sim x^\beta$  при  $x \rightarrow +\infty$ .

**Ответ:** **а)**      ;    **б)**      .

**Задача 6<sup>+.9</sup>.** Вычислите пределы

**а)**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + 2 \operatorname{arctg} 3x + 3x^2}{\ln(1 + 3x + \sin^2 x) + xe^x}$ ;      **б)**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+10x} - \sqrt[3]{1+3x}}{\arcsin(3x+x^2) - \operatorname{sh}(2x+x^3)}$ ;      **в)**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \ln \left( 1 + \frac{x}{2} \right) - \ln \frac{x}{2} \right)$ .

**Ответ:** **а)**      ;    **б)**      ;    **в)**      .