

Домашнее задание 03.02.2025

- 1 Случайные величины X_1, \dots, X_n — независимые $U(0, a)$ (равномерное распределение на отрезке $[0, a]$). Обозначим

$$Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^3, \quad Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^4.$$

Найдите предел по распределению у последовательности:

$$\sqrt{n} \left(\frac{5Z_n}{4Y_n} - a \right).$$

- 2 Случайные величины $\{X_n, n \in \mathbb{N}\}$ — независимые случайные величины, имеющие распределение Лапласа с плотностью $p_\theta(x) = \frac{1}{2}e^{-|x-\theta|}$. Положим $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ и введем

$$Y_n = \begin{cases} \overline{X}, & \text{если } |\overline{X}| > n^{-1/4}; \\ \frac{1}{3}\overline{X}, & \text{если } |\overline{X}| \leq n^{-1/4}. \end{cases}$$

Для каждого $\theta \in \mathbb{R}$ найдите предел по распределению у последовательности

$$\sqrt{n} (Y_n - \theta).$$