

Задачи к семинарам 11.11.2024

1 Случайный граф $G(n, p)$ получается случайным и независимым удалением ребер из полного графа на n вершинах K_n : любое ребро остается в $G(n, p)$ независимо от других с вероятностью p . Пусть X_n — число простых циклов длины 4 в $G(n, p)$. Вычислите $\mathbf{E}X_n$ и $\mathbf{D}X_n$.

2 Случайные величины ξ и η независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Вычислите

$$\text{cov} \left(\frac{\xi}{\xi + \eta}, \frac{\eta}{\xi + \eta} \right).$$

3 Случайный вектор (ξ, η) имеет плотность

$$p_{(\xi, \eta)}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{x^2-2xyr+y^2}{2(1-r^2)}},$$

где $|r| < 1$. Вычислите $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{D}\eta$ и $\text{cov}(\xi, \eta)$.

4 Случайные величины ξ и η независимы и имеют распределение $\mathcal{N}(0, 1)$. Вычислите $\mathbf{E}e^{\frac{XY}{2}}$.