

Задачи к семинарам 25.11.2024

- 1 Приведите пример такой последовательности случайных величин $\{\xi_n, n \in \mathbb{N}\}$, что
 - а) $\xi_n \xrightarrow{P} 0$, но $\xi_n \not\xrightarrow{\text{п.н.}} 0$,
 - б) $\xi_n \xrightarrow{d} 0$, но $\xi_n \not\xrightarrow{P} 0$,
 - в) $\xi_n \xrightarrow{L^p} 0$, но $\xi_n \not\xrightarrow{\text{п.н.}} 0$,
 - г) $\xi_n \xrightarrow{\text{п.н.}} 0$, но $\xi_n \not\xrightarrow{L^p} 0$.
- 2 Пусть последовательность случайных величин $\{\xi_n, n \in \mathbb{N}\}$ сходится по распределению к константе C . Докажите, что тогда $\xi_n \xrightarrow{P} C$.
- 3 Докажите, что в дискретном вероятностном пространстве сходимость по вероятности эквивалентна сходимости почти наверное.
- 4 Пусть $\{\xi_n, n \in \mathbb{N}\}$ — последовательность случайных величин. Обозначим $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$.
 - а) Покажите, что если $\xi_n \xrightarrow{\text{п.н.}} \xi$, то $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{\text{п.н.}} \xi$.
 - б) Приведите пример, показывающий, что в предыдущем пункте сходимость почти наверное нельзя заменить на сходимость по вероятности.
 - в) Покажите, что если $\xi_n \xrightarrow{L^1} \xi$, то $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{L^1} \xi$.