

Доп. задачи также из книг "Сборник задач по математическому анализу". Том 2. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. ФИЗМАТЛИТ, 2003 год ([3]); "Математический анализ в задачах и упражнениях". Том 2. Виноградова И. А., Олехник С. Н., Садовничий В. А. МЦНМО, 2017 год ([4]).

1. Исследовать ряды на сходимость и найти суммы в случае сходимости:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(nx)$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} q^n \sin(nx)$, $|q| < 1$.

См. [3], с. 290 – с. 292, № 1 – № 9; [4], №9.1 – №9.41.

2*. а) Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$;

б) доказать равенство $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$;

в) найти сумму $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$.

См. [1], с. 167, № 275; [2], №3.82.

3. Исследовать ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{2n^2+3} \right)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \cdot \frac{1}{n \cdot 2^{n+1}}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{e^n}$;

е) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$; ж) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln \ln n}}$.

См. [3], с. 292, № 11, № 12, с. 302 – с. 308, № 2, № 3, № 18 – № 20, № 21, № 22; [4], № 9.42 – № 9.70, № 9.89 – № 9.97.

Домашнее задание 5.

1. Исследовать ряды на сходимость и найти суммы в случае сходимости:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+3n+2}{n^2+3n}$.

2. Исследовать ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n(\sqrt[n]{2}-1)$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (4n-1)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+3}{n^2+4} \right)^{n^3+1}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[n]{n}}$; е) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^\alpha}$.