

Задачи к семинарам 03.03.2025

1 Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение, $X, Y \sim U(0, 1)$. Вычислите условные математические ожидания:

а) $E(X|YX)$;

б) $E(X|Y/X)$;

в) $E(X^2|Y + X)$.

2 Пусть X и Y — независимые случайные величины, X имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$, а Y — экспоненциальное с параметром 1. Найдите $E(YX^2|X/Y)$.

3 Пусть X_1, \dots, X_n — выборка из равномерного распределения на отрезке $[0, 1]$. Обозначим $X_{(1)} = \min_{i=1, \dots, n} X_i$ и $X_{(n)} = \max_{i=1, \dots, n} X_i$. Найдите

а) $E(X_1|X_{(1)})$,

б) $E(X_1|X_{(n)})$,

в) $E(\sqrt{X_1 X_2}|X_{(n)})$.

4 Найдите

$$E(3X^2 + 5X - 5XY - Y^2 - 10Y|Y - X)$$

при условии, что X и Y независимы, X имеет стандартное распределение Лапласа (с параметром $\sigma = 1$), $Y \sim U(-1, 2)$.