

## Задачи к семинарам 18.11.2024

- 1 Случайные величины  $\xi_1, \xi_2$  независимы и имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ . Найдите плотности случайных величин  $\xi_1\xi_2$  и  $\xi_1/\xi_2$ .
- 2 Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы,  $X \sim U(1, 2)$ , а  $Y$  имеет плотность  $p(x) = 2x \cdot I\{x \in (0, 1)\}$ . Вычислите совместную плотность случайных величин  $X^2$  и  $Y/X$ .
- 3 Случайные величины  $\xi_1, \dots, \xi_n$  независимы и одинаково распределены с распределением  $U(0, 1)$ . Найдите совместную плотность случайных величин

$$\xi_{(1)} = \min\{\xi_1, \dots, \xi_n\} \text{ и } \xi_{(n)} = \max\{\xi_1, \dots, \xi_n\}.$$

Вычислите  $cov(\xi_{(1)}, \xi_{(n)})$ .

- 4 Пусть  $\xi_1, \dots, \xi_n$  — независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения  $F(x)$  и плотностью  $f(x)$ . Упорядочим значения  $\xi_1, \dots, \xi_n$  по неубыванию. Возникает новая последовательность случайных величин  $\xi_{(1)} \leq \dots \leq \xi_{(n)}$ . Найдите плотность случайного вектора  $(\xi_{(1)}, \dots, \xi_{(n)})$ .