

## Задачи к семинарам 13.01.2025

**1** Найдите характеристическую функцию случайной величины  $\xi$ , если она имеет

- (a) пуассоновское распределение с параметром  $\lambda > 0$ ;
- (b) геометрическое распределение с параметром  $p$ ;
- (c) равномерное распределение на отрезке  $[a, b]$ ;
- (d) гамма распределение с плотностью

$$p(x) = \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} e^{-x} \mathbf{I}\{x > 0\}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

**2** Какие из следующих функций являются характеристическими?

- (a)  $\sin t$ ,
- (б)  $\cos t$ ,
- (в)  $\cos^2 t$ ,
- (г)  $\cos t^2$ .

**3** (a) Пусть  $\xi$  — случайная величина с распределением Лапласа,

$$p(x) = \frac{a}{2} e^{-a|x|}, \quad a > 0.$$

Вычислите ее характеристическую функцию.

(б) Пусть  $\xi$  — случайная величина с распределением Коши,  $K(a)$ , с плотностью

$$p(x) = \frac{a}{\pi(x^2 + a^2)},$$

$a > 0$ . Вычислите ее характеристическую функцию с помощью формулы обращения.

**4** (a) Пусть  $\xi_1, \xi_2$  — независимые случайные величины,  $\xi_i \sim K(a_i)$ ,  $i = 1, 2$ . Найдите распределение суммы  $\xi_1 + \xi_2$ .

(б) Приведите пример таких двух зависимых случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ , что

$$\varphi_{\xi+\eta}(t) = \varphi_{\xi}(t) \cdot \varphi_{\eta}(t).$$