

## Задачи к семинарам 14.10.2024

- 1** Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\xi$ , если
- (a)  $\xi \sim \text{Pois}(\lambda)$ , пуассоновское распределение с параметром  $\lambda > 0$ ;
  - (b)  $\xi \sim U(a, b)$ , равномерное распределение на отрезке  $(a, b)$ ;
  - (c)  $\xi \sim \text{Exp}(\alpha)$ , экспоненциальное распределение с параметром  $\alpha > 0$ ;
  - (d)  $\xi \sim \mathcal{N}(a, \sigma^2)$ , нормальное распределение с параметрами  $(a, \sigma^2)$ ;
  - (e)  $\xi \sim \Gamma(\alpha, \lambda)$ , гамма распределение с параметрами  $\alpha, \lambda > 0$ .
- 2** Пусть  $(\xi, \eta)$  — случайная точка из области  $D \subset \mathbb{R}^2$ . Найдите  $E\xi$  и  $E\eta$ , если
- а)  $D = \{(x, y) : y \geq 0, x \geq y, x + 2y \leq 3\}$  — треугольник,
  - б)  $D = \{(x, y) : y \geq 0, (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}$  — полукруг.
- 3** Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы,  $X$  имеет экспоненциальное распределение с параметром 1, а  $Y$  — равномерное на  $[0, 1]$ . Случайная величина  $Z$  равна  $Z = \max(X, Y)$ . Вычислите  $EZ$  и  $DZ$ .
- 4** Случайные величины  $X_1, \dots, X_n$  независимы и равномерно распределены на отрезке  $[0, 1]$ . Положим  $Y_k$  —  $k$ -е по порядку значение из набора  $X_1, \dots, X_n$ ,  $k = 1, \dots, n$ , (т.е.  $Y_1$  — это минимальное значение, а  $Y_n$  — максимальное). Вычислите  $EY_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ .