

Задачи к семинарам 10.02.2025

- 1 Пусть $\xi \sim \mathcal{N}(a, \Sigma)$ — гауссовский вектор. Вычислите распределение его линейного преобразования $\eta = C\xi + b$. Отдельно рассмотрите случай, когда $\Sigma = \sigma^2 \cdot I_n$ (I_n — единичная матрица размера $n \times n$), а C — ортогональная матрица.
- 2 Пусть $(\xi, \eta) \sim \mathcal{N}(a, \Sigma)$ — двумерный гауссовский вектор. Докажите, что существует такое разложение $\xi = \xi_1 + \xi_2$, что ξ_1 независима с η , а ξ_2 является функцией от η .
- 3 Пусть (X, Y, Z) — гауссовский вектор с нулевым средним и ковариационной матрицей

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найдите $\mathbb{E}(X^2YZ)$ и $\mathbb{E}e^{X+Y+Z}$.

- 4 Случайные величины X и Y — независимые нормальные с параметрами $(0, 1)$. Докажите, что распределение случайной величины $Z = (X + a)^2 + (Y + b)^2$ зависит только лишь от величины $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ (т.е. при фиксированном $r > 0$ оно будет одним и тем же для любых a, b с условием $a^2 + b^2 = r^2$).