Домашнее задание 02.12.2024

1 Пусть $\{\xi_n, n \in \mathbb{N}\}$ — бесконечная схема Бернулли с постоянной вероятностью успеха испытания p. Рассмотрим другую последовательность случайных величин:

$$\eta_n = \begin{cases} 1, & \text{если } \xi_n = \xi_{n+1} = 1; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Докажите, что выполнен закон больших чисел для $S_n = \eta_1 + \ldots + \eta_n$:

$$\frac{S_n - \mathsf{E} S_n}{n} \stackrel{\mathsf{P}}{\longrightarrow} 0$$
 при $n \to \infty$.

2 Пусть $\{\xi_n, n \in \mathbb{N}\}$ — независимые случайные величины с одинаковым геометрическим распределением $\mathrm{Geom}(p), p \in (0,1)$. Найдите такую функцию f(n), что будет выполнено

$$\mathsf{P}\left(\overline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{\xi_n}{f(n)}=1\right)=1.$$