Домашнее задание 27.01.2025

1 Пусть $\xi_n \xrightarrow{d} \xi$ — случайные величины, а h(x) — функция, m раз дифференцируемая в точке $a \in \mathbb{R}$. Известно, что $h^{(i)}(a) = 0, i = 1, \ldots, m-1$. Найдите предел сходимости по распределению у последовательности

$$\frac{h(a+b_n\xi_n)-h(a)}{b_n^m},$$

где $b_n \to 0$ — произвольная последовательность положительных чисел.

2 Случайные величины $\{\xi_n, n \in \mathbb{Z}\}$ независимы и имеют распределение $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma > 0$. Обозначим $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Найдите предел сходимости по распределению у последовательности

$$n \cdot \left(\cos\left(\frac{S_n}{n}\right) - 1\right).$$