

Задачи к семинарам 02.09.2024

- 1 Ящик содержит a белых и b черных шаров (все шары различимы). Наудачу извлекается шар. Он возвращается обратно, и, кроме того, добавляется c шаров одного с ним цвета. Далее, подобная процедура повторяется снова. Пусть событие A_k означает, что на k -м шаге извлечен белый шар. Найдите
 - (a) вероятность того, что при первых $n = n_1 + n_2$ извлечениях появилось n_1 белых и n_2 черных шаров;
 - (b) вероятность события A_k ;
 - (c) условную вероятность $P(A_m | A_k)$ при $m > k$;
 - (d) условную вероятность $P(A_k | A_m)$ при $m > k$.
- 2 На посадку в самолет выстроилась очередь из n пассажиров, каждый из которых имеет свое место в салоне, указанное в билете. Первой заходит сумасшедшая старушка, выбирает случайное место и садится на него. После этого каждый заходящий в салон пассажир либо садится на свое место, если оно свободно, либо садится на случайное свободное место в противном случае. Вопрос: с какой вероятностью
 - (a) последний пассажир сядет на свое место?
 - (b) предпоследний пассажир сядет на свое место?
 - (c) и последний, и предпоследний пассажиры сядут на свои места?
- 3 Игроки A и B играют в теннис. При розыгрыше на подаче A игрок A выигрывает с вероятностью p_1 , а при розыгрыше на подаче B — с вероятностью p_2 , все розыгрыши независимы. Игрок A подает первым, а выигрывает тот, кто первым наберет n очков. Существует два варианта правил перехода подачи:
 - а) поочередная;
 - б) игрок подает, пока не проиграет розыгрыш.Покажите, что вероятность выигрыша игрока A не зависит от правила перехода подачи.
- 4 На скамейке по кругу сидят n человек, $n > 10$. Каждый из них независимо бросает игральную шестигранную кость. Случайная величина X равна количеству людей, у которых у хотя бы одного соседа выпало то же число, что и у него самого. Найдите EX и DX .