

# Листок 16

## Семинарские задачи

**Задача 16.1.** Найдите расстояние между кривой  $x^2 - y^2 = 3$  и прямой  $y - 2x = 0$ .

**Задача 16.2.** Какова максимальная величина периметра прямоугольника, вписанного в эллипс  $x^2 + 4y^2 = 4$ ?

**Задача 16.3.** Найдите максимум и минимум функции  $f(x, y, z) = x^2 + x + 2y^2 + 3z^2$  на единичной сфере  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

**Задача 16.4.** Найти условные экстремумы функции  $f(x, y, z) = xyz$  относительно уравнений связи

$$x + y + z = 6, \quad x + 2y + 3z = 6.$$

*Подсказка: эта задача призвана показать, что иногда условный экстремум можно свести к обычному. Для этого попробуйте выразить  $x$  и  $y$  через  $z$ , используя уравнения связи.*

**Задача 16.5.** Исследуйте функцию  $f(x, y, z) = xyz$  на условный экстремум при условии  
а)  $xy + xz + yz = a^2$  ( $x > 0, y > 0, z > 0, a > 0$ );      б)  $x + y + z = 5, xy + yz + zx = 8$ .

**Задача 16.6.** Найдите точки (глобального) максимума и минимума функции

$$f(x, y, z) = x^2 - 2ax + y^2 - 2ay + z^2 - 2az$$

на множестве  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2, z \geq 0$  ( $a > 0$ ).

## Домашние задачи

**Задача 16.7 (ДЗ).** Исследуйте на условный экстремум функцию

а)  $f(x, y, z) = 2x + y - z + 1$  при условии  $x^2 + y^2 + 2z^2 = 22$ ;

б)  $f(x, y, z) = xyz$  при условии  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ;

в)  $f(x, y, z) = xy + yz$  при условии  $x^2 + y^2 = 2, y + z = 2, x > 0, y > 0, z > 0$ .

**Задача 16.8 (ДЗ).** Найдите условные экстремумы функции

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n a_i x_i^2, \quad n > 1$$

относительно уравнения связи

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad a_i > 0.$$