

Домашнее задание 17.02.2025

- 1** Пусть случайные величины ξ_1, \dots, ξ_n независимы и имеют стандартное нормальное распределение. Докажите, что случайная величина $\eta = \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2$ имеет распределение $\chi_n^2 = \Gamma(\frac{1}{2}, \frac{n}{2})$ (такое распределение называется распределением хи-квадрат с n степенями свободы).
- 2** Пусть $\{X_n, n \in \mathbb{N}\}$ — независимые случайные величины с распределением $U(0, a)$, $a > 0$. Обозначим $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$, $Z_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^4$. Найдите предельное распределение у последовательности

$$\sqrt{n} \left(\frac{(3Y_n)^3}{(5Z_n)^{5/4}} - a \right).$$