Relación de problemas 1

La densidad del cobre es $d = 8{,}96\ [gr/cm^3]$ y su peso atómico es de $p_a = 63{,}546\ [gr/mol]$. Calcular la densidad electrónica del cobre o el número de electrones móviles por centímetro cúbico.

Solución

$$\frac{\#e}{cm^3} = \frac{d \cdot N_a}{p_a} = \frac{8{,}96\ [gr/cm^3] \cdot 6{,}022 \cdot 10^{22}\ [\#e/mol]}{63{,}54\ [gr/mol]}$$

$$\frac{\#e}{cm^3} = 8{,}49 \cdot 10^{22} [\#e/cm^3]$$

Una corriente de electrones con una intensidad $I = 500\ [mA]$ circula por un hilo de cobre cilíndrico largo de $2\ [mm]$ de diámetro. Calcular la velocidad de deriva o de grupo $\overrightarrow{V_m}$ con la que viajan los electrones. La carga del electrón es $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [C]$.

Solución

$$j = \frac{I}{A}$$

$$j = qNV_m$$

$$V_m = \frac{I}{qNA}$$

$$V_m = \frac{500 \cdot 10^-3}{(1,6 \cdot 10^{-19})(8{,}49 \cdot 10^{22})(\pi(0{,}1)^2)}$$

$$V_m = 0{,}001\ [cm/s]$$

En este ejercicio hay que hacer un pequeño cambio de unidades en el área dado que la concentración de portadores lo tenemos en cm^3.

La conductividad eléctrica del cobre a temperatura ambiente es $\sigma = 5{,}96 \cdot 10^7\ [\Omega^{-1}m^{-1}]$. Calcular la movilidad del electrón en el cobre.

Solución

$$
\begin{aligned}
\sigma &= qN\mu \\
\mu &= \frac{\sigma}{qN} \\
\mu &= \frac{5{,}96 \cdot 10^7\ [\Omega^{-1}m^{-1}]}{(1,6 \cdot 10^{-19}\ [A \cdot seg/e])(8{,}49 \cdot 10^{28}\ [e/m^3])} \\
\mu &= 0{,}0043\ [m^2/Volt \cdot seg]
\end{aligned}
$$

Un condensador formado por dos láminas metálicas paralelas de cobre con un dieléctrico de poliéster posee una capacidad de $1\ [\mu F]$, y está conectado a una diferencia de potencial constante de $5\ [V]$.

- Calcular el número de electrones por exceso (carga negativa) y por defecto (carga positiva) que se encuentran en la superficie de cada una de las láminas.
- Calcular la energía alamacenada en [Watios · hora].

Solución

$$
\begin{aligned}
Q &= C(\Delta V) \\
Q &= (1\ [\mu F])(5\ [V]) \\
Q &= 5 \cdot 10^{-6}\ [C] \\
Q &= 5 \cdot 10^{-6}\ [C] \\
e &= \frac{Q}{q_e} \\
e &= \frac{5 \cdot 10^{-6}\ [C]}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [C/e]} \\
e &= 3{,}125 \cdot 10^{13}
\end{aligned}
$$

Observemos que es una cantidad relativamente pequeña comparada con la densidad electrónica del cobre que es de $8{,}49 \cdot 10^{22}[\#e/cm^3]$. Por esta razón, almacenar electrones en condensadores como método de almacenamiento de energía masiva no es buena idea.

Aunque los pendrives no tienen ningún problema en almacenar bits mediante condensadores o eso se comenta en la clase...

Solución

$$E_c'(Q) = V$$
$$\int_0^Q E_c'(q)dq = \int_0^Q vdq$$

Usamos la ecuación $C = \dfrac{Q}{V_1 - V_2}$ considerando que la tensión inicial o $V_2 = 0$.

$$E_c(Q) - E_c(0) = \int_0^Q \frac{q}{c}dq$$
$$E_c(Q) = \frac{1}{c}\int_0^Q qdq$$
$$E_c(Q) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{c}$$
$$E_c(Q) = \frac{(5 \cdot 10^{-6})^2}{(1 \cdot 10^{-6})(2)} = 1{,}25 \cdot 10^{-5}\ [Watts \cdot seg(Julios)]$$

$$E_c = \frac{(1{,}25 \cdot 10^{-5}[Watts \cdot seg])(1\ [horas])}{3600\ [seg]} = 3{,}47 \cdot 10^{-9}[Watts \cdot hora]$$

Por una resistencia superficial de grafito (carbón) circula una corriente de $25\ [mA]$, siendo la diferencia de potencial aplicada entre sus extermos de $5\ [V]$.

- ¿Cuál es su resistencia en ohmios?
- Si la resistividad del grafito amorfo es de $1{,}6 \cdot 10^{-5}\ [\Omega \cdot m]$ y la resistencia es de tipo superficial con un espesor $t = 1\ [\mu m]$, y anchura de $W = 2\ [mm]$. ¿Cuál es la longitud L de la resistencia?

Solución

$$V = RI$$
$$R = \frac{5\ [V]}{25 \cdot 10^{-6}\ [A]}$$
$$R = 200\ [\Omega]$$

Solución

$$R = \rho\frac{L}{A} = \rho\frac{L}{t \cdot W} = R_s\frac{L}{W}$$
$$R_s = \frac{\rho}{t} = \frac{1,6 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-6}} = 16\ [Ohms]$$
$$L = \frac{R}{R_s}W = \frac{200\ [ohms]}{16\ [ohms]}2\ [mm] = 25\ [mm] = 2,5\ [cm]$$

Relación de problemas 2

Demostrar que la inversa de la capacidad equivalente de la asociación de condensadores en serie es igual a a la suma de las capacidades recíprocas.

Solución

Aplicamos la segunda ley de Kirchhoff:

$$\begin{aligned} V_{eq}(t) - V_1(t) - V_2(t) - V_3(t) - ... - V_n(t) = 0 \\ V_{eq}(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + ... + V_n(t) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Derivamos la función $V_{eq}(t)$.

$$V'_{eq}(t) = V'_1(t) + V'_2(t) + V'_3(t) + ... + V'_n(t) \tag{2.2}$$

Reemplazamos V_n por la ecuación de la caída de tensión en los bornes de un condensador:

$$\frac{I(t)}{C} = V'(t) \tag{2.3}$$

$$\frac{I(t)}{C_{eq}} = \frac{I(t)}{C_1} + \frac{I(t)}{C_2} + \frac{I(t)}{C_3} + ... + \frac{I(t)}{C_n} \tag{2.4}$$

Como la corriente que pasa por el circuito es igual podemos eliminarla de la ecuación y resulta:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n} \tag{2.5}$$

Calcula el equivalente Thevening entre los puntos A y B del circuito siguiente:

Solución

1. Eliminar fuentes de corriente y tensión. Las de corriente se transforman en circuitos abiertos y las de tensión en cortocircuitos.

   Ya que los cortocircuitos eliminan algunas resistencias, como R_1 y R_2.

$$\begin{aligned}
R_s &= R_4 + R_3 + R_5 \\
R_S &= 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 + 500 \\
R_s &= 8{,}5 \cdot 10^3 \ \Omega \\
R_{TH} &= \frac{1}{\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_6}} \\
R_{TH} &= \frac{1}{\frac{1}{8{,}5 \cdot 10^3} + \frac{1}{0{,}8 \cdot 10^3}} \\
R_{TH} &= 731{,}18 \ \Omega
\end{aligned} \tag{2.6}$$

2. Para calcular la V_{TH} tenemos que resolver el circuito y calcular la diferencia de potencial entre los terminales A y B.

   Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
0 &= V_{fc} - i_{fc}R_1 - V_1 - i_1R_3 - i_{fc}R_2 \\
0 &= V_{fc} - i_{fc}R_1 - i_2R_4 - i_2R_6 - V_2 - i_2R_5 - i_{fc}R_2 \\
0 &= i_{fc} - i_2 - i_1
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Las ecuaciones anteriores pueden reescribirse de la forma $Ax = B$.

$$\begin{bmatrix} 1 & -5000 & 0 \\ 1 & 0 & -4300 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{fc} \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 15 \\ -3 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

[1] **NOTA:** Hay que recordar que la asociación de resistencias no funciona igual porque el puerto A-B está desconectado pero tiene un carga asociada.

Podemos usar cualquier método para resolver el sistema, a efectos prácticos MATLAB es la solución ideal ya que con el comando *mldivide(A,B)* lo hacemos fácilmente.

Las soluciones para V_{fc}, i_1, i_2 son las siguientes:

$$\begin{aligned} V_{fc} &= 20{,}5458 \\ i_1 &= 1{,}7 \cdot 10^{-3} \\ i_2 &= 1{,}3 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \tag{2.9}$$

No debemos olvidar que estas soluciones realmente no nos sirven directamente pero son el camino para calcular V_{TH}. Planteamos un último sistema de ecuaciones, que puede solucionarse por sustitución.

$$\begin{aligned} &V_B = 6 + V_c \\ &V_C = (1{,}3 \cdot 10^{-3})(500) \\ &V_A = (0{,}8 \cdot 10^3)(1{,}3 \cdot 10^{-3}) + 6 + (1{,}3 \cdot 10^{-3})(500) \\ &V_A = 7{,}69 \ \ V \end{aligned} \tag{2.10}$$

Para terminar de calcular la V_{TH} tenemos que calcular la diferencia de potencial entre V_A y V_C.

$$\begin{aligned} V_{TH} &= V_A - V_C \\ V_{TH} &= 7,69 - 0{,}65 \\ V_{TH} &= 7,04 \ \ V \end{aligned} \tag{2.11}$$

Hemos obtenido la V_{TH} y la R_{TH}.

$$\begin{aligned} V_{TH} &= 7{,}04 \ \ V \\ R_{TH} &= 731{,}18 \ \ \Omega \\ I_{cc} &= 9{,}63 \cdot 10^{-3} \ \ A \end{aligned} \tag{2.12}$$

Determinar el punto de operación (bias point), del siguiente circuito de forma manual y después verificarlo con la ayuda del simulador.

Solución

Este circuito se puede resolver mediante la segunda ley de Kirchhoff, las ecuaciones son:

$$\begin{aligned} 0 &= V_1 - i_2R_1 - V_3 - i_2R_6 - V_2 \\ 0 &= V_1 - i_3(R_3 + R_4 + R_5) - V_2 \\ 0 &= i_1 - i_2 - i_3 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Como podemos observar en las ecuaciones anteriores son independientes y pueden resolverse sin hacer uso de sistemas, no estoy seguro del motivo pero deduzco que es por la concepción topológica que tiene el circuito ya que simplifcado es un divisor de corriente.

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ i_2 &= \frac{V_1 - V_2}{R_3 + R_4 + R_5} \\ i_3 &= \frac{V_1 - V_2 - V_3}{R_1 + R_6} \end{aligned} \tag{2.14}$$

Realmente lo anterior no es el bias point del circuito pero calcular las tensiones en cada nudo/nodo es relativamente sencillo con toda la información (corrientes encontradas).

$$\begin{aligned} i_1 &= 2{,}833\ mA \\ i_2 &= 5{,}833\ mA \\ i_3 &= 3{,}000\ mA \end{aligned} \tag{2.15}$$

Con la ayuda del simulador calcular la curva de transferencia:“Tensión de salida en función de la tensión de entrada” para el circuito de la figura considerando que su entrada cambia entre 0 y 5 votios. ¿Qué función hace el condensador?. ¿Qué tensión hay a la salida en ausencia de tensión de entrada?

Con la ayuda del simulador, estudiar y explicar el comportamiento Transitorio del Circuito de la figura durante 40 milisegundos cuando se excita con un pulso de 5 voltios durante un tiempo de 10 milisegundos. ¿Cuál es la carga almacenada en el condensador a los 5 milisegundos?. ¿Y a los 30 milisegundos?.