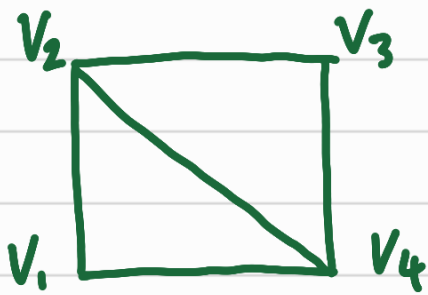
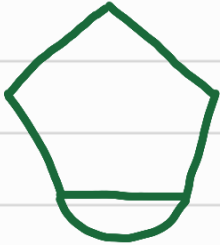


G455



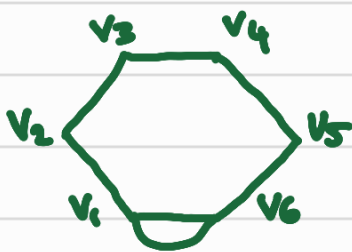
G51



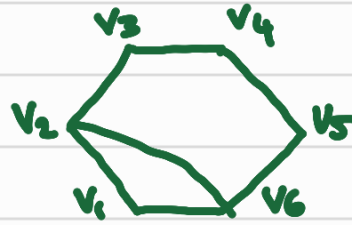
G52



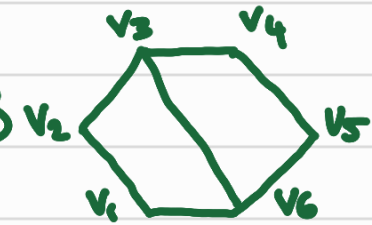
G61



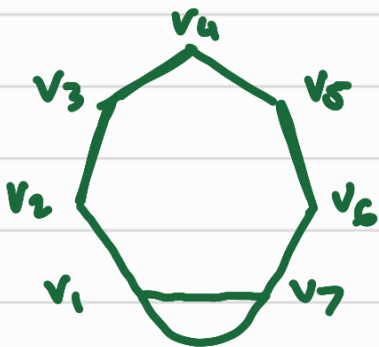
G62



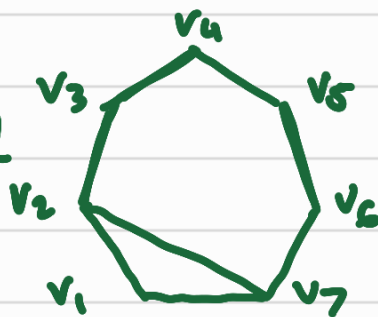
G63



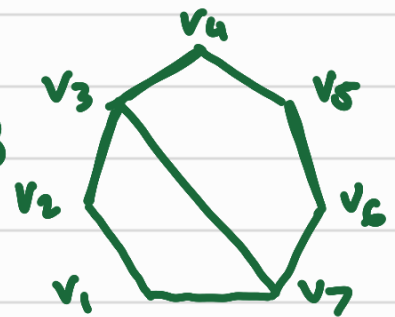
G71



G72



G73



Graphs    G455    G51    G52    G61    G62    G63    G71    G72    G73

# Weak stabilities    6    24    24    120    120    120    720    720    720

# Phi stabilities    6    24    24    120    72    84    720    480    288

# Cases that fail to phi stabilities    0    0    0    0    48    36    0    240    432

G62

Of the 120 weak stabilities 48 fail to satisfy the phi inequality when taking the phi to be the average.

Example:

Assignments on trees (tree,assignment)

```
([1, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(2, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(3, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(4, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(5, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(6, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(7, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(8, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(9, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(10, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(11, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(12, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(13, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),  
(14, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
```

Line bundle multidegrees

```
array([[0., 0., 0., 0., 0., 2.],  
       [0., 0., 0., 0., 1., 1.],  
       [0., 0., 0., 1., 0., 1.],  
       [0., 0., 1., 0., 0., 1.],  
       [0., 1., 0., 0., 0., 1.],  
       [0., 1., 0., 0., 1., 0.],  
       [0., 1., 0., 1., 0., 0.],  
       [0., 1., 1., 0., 0., 0.],  
       [0., 2., 0., 0., 0., 0.],  
       [1., 0., 0., 0., 0., 1.],  
       [1., 0., 0., 0., 1., 0.],  
       [1., 0., 0., 1., 0., 0.],  
       [1., 0., 1., 0., 0., 0.],  
       [1., 1., 0., 0., 0., 0.]])
```

6-cycle the weak stability is an extension of:

(1, 2, 3, 4, 5, 6))

Failure to satisfy inequality:

```
Multidegree: [0. 0. 0. 0. 0. 2.],  
Phi: [0.35714286 0.5          0.21428571 0.21428571 0.21428571 0.5          ],  
Indices summed 6,  
Failed the inequality |2.0 - 0.5|<1.5
```

G63

Of the 120 weak stabilities 36 fail to satisfy the phi inequality when taking the phi to be the average.

Example:

Assignments on trees (tree,assignment)

```
([ (1, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (2, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (3, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (4, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (5, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (6, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (7, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (8, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (9, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (10, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (11, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (12, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (13, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (14, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (15, array([0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
```

Line bundle multidegrees

```
array([[0., 0., 0., 0., 0., 2.],
       [0., 0., 0., 0., 1., 1.],
       [0., 0., 0., 1., 0., 1.],
       [0., 0., 1., 0., 0., 1.],
       [0., 0., 1., 0., 1., 0.],
       [0., 0., 1., 1., 0., 0.],
       [0., 0., 2., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 1.],
       [0., 1., 0., 0., 1., 0.],
       [0., 1., 0., 1., 0., 0.],
       [0., 1., 1., 0., 0., 0.],
       [1., 0., 0., 0., 0., 1.],
       [1., 0., 0., 0., 1., 0.],
       [1., 0., 0., 1., 0., 0.],
       [1., 0., 1., 0., 0., 0.]])
```

6-cycle the weak stability is an extension of:

(1, 2, 3, 4, 5, 6))

Failure to satisfy inequality:

Multidegree: [0. 0. 0. 0. 0. 2.],  
Phi: [0.26666667 0.26666667 0.46666667 0.26666667 0.26666667 0.46666667],  
Indices summed 6,  
Failed the inequality  $|2.0 - 0.4666666666666667| < 1.5$

G72

Of the 720 weak stabilities 240 fail to satisfy the phi inequality when taking the phi to be the average.

Example:

Assignments on trees (tree,assignment)

```
([ (1, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (2, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
  (3, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
```

```
(4, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(5, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(6, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(7, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(8, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(9, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(10, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(11, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(12, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(13, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(14, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(15, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(16, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(17, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
```

Line bundle multidegrees

```
array([[0., 0., 0., 0., 0., 0., 2.],
       [0., 0., 0., 0., 0., 1., 1.],
       [0., 0., 0., 0., 1., 0., 1.],
       [0., 0., 0., 1., 0., 0., 1.],
       [0., 0., 1., 0., 0., 0., 1.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 0., 1.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 1., 0.],
       [0., 1., 0., 0., 1., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 1., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 1., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 2., 0., 0., 0., 0., 0.],
       [1., 0., 0., 0., 0., 0., 1.],
       [1., 0., 0., 0., 0., 1., 0.],
       [1., 0., 0., 0., 1., 0., 0.],
       [1., 0., 0., 1., 0., 0., 0.],
       [1., 0., 1., 0., 0., 0., 0.],
       [1., 1., 0., 0., 0., 0., 0.])),
```

7-cycle the weak stability is an extension of:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7))

Failure to satisfy inequality:

Multidegree: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 2.],  
 Phi: [0.35294118 0.47058824 0.17647059 0.17647059 0.17647059 0.17647059  
 0.47058824],  
 Indices summed 7,  
 Failed the inequality  $|2.0 - 0.47058823529411764| < 1.5$

G73

Of the 720 weak stabilities 432 fail to satisfy the phi inequality when taking the phi to be the average.

An example

Assignments on trees (tree,assignment)  
 ([1, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),

```
(2, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(3, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(4, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(5, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(6, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(7, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(8, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(9, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(10, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(11, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(12, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(13, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(14, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(15, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(16, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(17, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(18, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
(19, array([0., 0., 0., 0., 0., 0., 0.])),
```

Line bundle multidegrees

```
array([[0., 0., 0., 0., 0., 0., 2.],
       [0., 0., 0., 0., 0., 1., 1.],
       [0., 0., 0., 0., 1., 0., 1.],
       [0., 0., 0., 1., 0., 0., 1.],
       [0., 0., 1., 0., 0., 0., 1.],
       [0., 0., 1., 0., 0., 1., 0.],
       [0., 0., 1., 0., 1., 0., 0.],
       [0., 0., 1., 1., 0., 0., 0.],
       [0., 0., 2., 0., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 0., 1.],
       [0., 1., 0., 0., 0., 1., 0.],
       [0., 1., 0., 0., 1., 0., 0.],
       [0., 1., 0., 1., 0., 0., 0.],
       [0., 1., 1., 0., 0., 0., 0.],
       [1., 0., 0., 0., 0., 0., 1.],
       [1., 0., 0., 0., 0., 1., 0.],
       [1., 0., 0., 0., 1., 0., 0.],
       [1., 0., 0., 1., 0., 0., 0.],
       [1., 0., 1., 0., 0., 0., 0.])),
```

7-cycle the weak stability is an extension of:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7))

Failure to satisfy inequality:

```
Multidegree: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 2.],
Phi: [0.26315789 0.26315789 0.42105263 0.21052632 0.21052632 0.21052632
0.42105263],
Indices summed 7,
Failed the inequality |2.0 - 0.42105263157894735|<1.5
```