

# Obserwacja zjawiska rezonansu w szeregowym układzie RLC i wyznaczenie jego dobroci

Maksymilian Nguyen

CLF, Ćwiczenie 25, 28 Marzec 2023

## Streszczenie

W ćwiczeniu obserwowano zachowanie szeregowego układu RLC. Na podstawie pomiarów częstotliwości źródła prądu oraz napięcia układu stwierdzono że występuje w nim rezonans elektryczny i obliczono dobroć takiego układu rezonansowego. Następnie przedyskutowano sens otrzymanego wyniku.

## 1. Wstęp

### 1.1. Cel

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z działaniem szeregowego układu RLC. Pomiary częstotliwości źródła i napięcia w obwodzie pozwoliły na obserwację zjawiska rezonansu elektrycznego i co za tym idzie wyznaczenie dobroci układu rezonansowego.

### 1.2. Drgania

Układy drgające to takie, w których pewne wielkości fizyczne zmieniają się w sposób periodyczny, przechodząc przez stan równowagi. Prostym przykładem jest klocek zawieszony na sprężynie. Wykrycie go pewną siłą wymuszającą z położenia równowagi spowoduje działanie na niego siły sprężystości zależnej od jego położenia, skierowanej zawsze w stronę położenia równowagi. W układach teoretycznych bez strat energii taki ruch odbywałby się nieustannie. Uwzględniając straty energii aby utrzymać taki ruch należało przykładać okresowo pewną siłę wymuszającą.

### 1.3. Rezonans

Jeśli siła wymuszająca będzie przykładowana z odpowiednią częstotliwością zauważymy wzrost amplitudy drgań. Jest to zjawisko rezonansu.

Amplituda tych drgań zależy od częstotliwości drgań wymuszających. Gdy jest ona bliska częstotliwości drgań własnych to amplituda rośnie i osiąga maksimum dla drgań własnych zwanych częstotliwością rezonansową  $f_0$ .

## 1.4. Układ szeregowy RLC

Taki układ zawiera rezystor, cewkę i kondensator połączone szeregowo. Zakładając że na początku kondensator był naładowany, będzie on nieustannie wymieniał energię z cewką powodując oscylację napięcia w obwodzie. Jednak obecność rezystora sprawi że energia ta będzie rozpraszana, a więc drgania ostatecznie wytłumione. Jeśli podłączymy do układu źródło prądu zmiennego, będzie on pełnił rolę analogiczną do siły wymuszającej. Dla pewnej jego częstotliwości  $f_0$  amplituda napięcia osiągnie maksimum.

## 1.5. Dobroć

Dobroć  $Q$  układu wyraża się wzorem (1):

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (1)$$

Gdzie  $f_2$  to częstotliwość wyższa niż rezonansowa  $f_0$  przy której napięcie  $U_0$  osiąga wartość  $\frac{U_0}{\sqrt{2}}$ .  $f_1$  to analogiczna wartość do  $f_2$  lecz niższa niż  $f_0$ .

## 2. Metoda przeprowadzania pomiarów, aparatura

Podczas pomiarów wykorzystano następujące przedmioty i przyrządy:

- Generator funkcyjny
- Oscyloskop
- Płytki z rezystorem, kondensatorem i cewką
- Przewody

Używając przewodów i płyt z rezystorem, kondensatorem i cewką utworzono obwód szeregowy RLC. Podłączono także generator funkcyjny i oscyloskop aby dostarczyć prąd zmienny do obwodu i dokonać pomiarów częstotliwości i napięcia. Po uruchomieniu wszystkich urządzeń zaczęto dostosowywać częstotliwość na generatorze w taki sposób, aby na oscyloskopie odczytane napięcie osiągnęło wartość największą  $U_0$ . Zanotowano tę wartość wraz z odczytaną częstotliwością  $f_0$  na generatorze (częstotliwość rezonansowa). Następnie odnaleziono wartości  $f_d$  i  $f_g$  dla napięcia około dwukrotnie mniejszego niż  $U_0$ . Wybierając różne wartości częstotliwości w przedziale  $< f_d, f_0 >$  dokonano tak 15 pomiarów napięcia. Potem dokonano tych pomiarów dla przedziału  $< f_0, f_g >$ .

## 3. Wyniki pomiarów

W Tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów wraz z niepewnościami częstotliwości. Nie wzięto pod uwagę niepewności napięcia ponieważ ta wielkość nie wpływa na wyznaczaną wartość dobroci ze wzoru (1).

f (Hz)	niep. f (Hz)	U (V)
$f_d = 522.6$	0.1	1.00
538.8	0.1	1.12
546.0	0.1	1.12
731.5	0.1	1.32
899.2	0.1	1.60
$f_1 = 1049$	1	1.48
1049	1	1.60
1140	1	1.70
1156	1	1.70
1367	1	1.80
1392	1	1.80
1742	1	1.90
1808	1	1.90
1968	1	2.00
2432	1	2.00
$f_0 = 2916$	1	2.10
2917	1	2.00

f (Hz)	niep. f (Hz)	U (V)
2940	1	2.00
3084	1	2.00
3199	1	2.00
6410	1	1.80
7523	1	1.80
9289	1	1.70
13040	6	1.60
$f_2 = 14970$	6	1.50
18510	6	1.40
20400	6	1.40
21620	6	1.36
23330	6	1.32
26230	6	1.28
27980	6	1.24
30240	6	1.24
$f_g = 31420$	6	1.20

Tabela 1: Wyniki pomiarów

Niepewność częstotliwości obliczono ze wzorów (2) i (3):

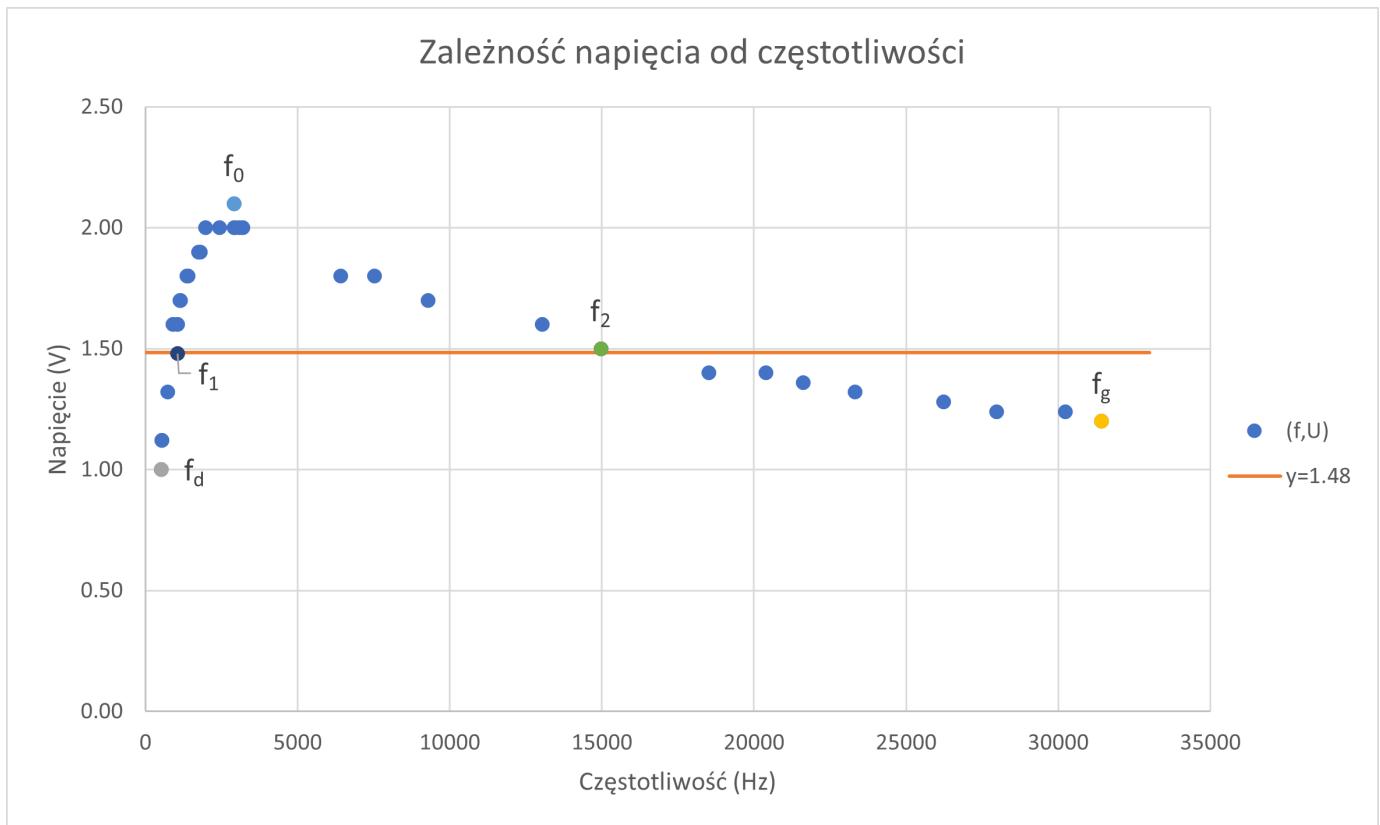
$$\Delta f = 0.003\% \cdot \text{pomiar} + 1 \cdot \text{rozdzielczosc} \quad (2)$$

$$u(f) = \frac{\Delta f}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

Wszystkie wartości w Tabeli 1 powyżej 1000 Hz zostały zamienione na tę jednostkę z jednostki kHz którą wskazywał miernik. W obliczeniach niepewności uwzględniono odpowiednią rozdzielczosć do wzoru (2).

Linia w tabeli z wartością  $f_1$  nie jest rzeczywistym pomiarem, a punktem uzyskanym metodą interpolacji w celach obliczeń.

Na Rysunku 1 przedstawiono wykres zależności napięcia od częstotliwości dla wartości z Tabeli 1.



Rysunek 1: Wykres zależności napięcia od częstotliwości

Linia prosta na wykresie wskazuje wartość napięcia równą  $\frac{U_0}{\sqrt{2}}$ . W tym przypadku  $U_0 = 2.10 \text{ V}$  a  $\frac{U_0}{\sqrt{2}} = 1.48 \text{ V}$ .  
 Linia ta przecina punkt  $f_2$  oraz punkt  $f_1$ .

### 3.1. Opracowanie wyników

Mając wartości z Tabeli 1 można obliczyć dobroć układu ze wzoru (1). Wynosi ona:

$$Q = 0.20947 \text{ (0.00012)}$$

Niepewność dla dobroci układu obliczono ze wzoru:

$$u_Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial f_2}\right)^2 (u_{f_2})^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial f_1}\right)^2 (u_{f_1})^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial f_0}\right)^2 (u_{f_0})^2} \quad (4)$$

## 4. Analiza niepewności

Odpowiednie wartości do wstawienia do wzoru (2) uzyskano na podstawie dokumentacji producenta urządzenia [1]. Nie przyjęto niepewności eksperymentatora ponieważ nie zauważono znacznych fluktuacji na wyświetlaczu.

Nie przyjęto żadnej niepewności dla napięcia ponieważ wzór (1) na dobroć nie uwzględnia tej wielkości i nie uznano tej niepewności za mającą wkład w odczycie częstotliwości  $f_2, f_1$  z wykresu.

## 5. Wnioski

W układzie występował rezonans ponieważ wraz ze zmieniającą się częstotliwością źródła obserwano zmianę napięcia zgodną z Rysunkiem (1).

Wyznaczona wartość dobroci  $Q$  wydaje się mieć sens gdyż w układzie panował relatywnie wysoki opór. Zapisana rezystancja na płytce z opornikiem to  $8.09 \text{ k}\Omega$ , a obwody i elementy układu także mają swój niezerowy opór. Większy opór sprawia że układ był mocniej tłumiony, a to oznacza niższą dobroć.

Ogólnie, wyższa dobroć oznacza większą stabilność oscylatora związaną z tym, że częstotliwość jego oscylacji jest bliższa jego częstotliwości rezonansowej [2]. Ma to zastosowanie na przykład w telekomunikacji, gdzie pożdanym może być uzyskanie pewnego wąskiego zakresu częstotliwości. Jednak wszystko zależy od zastosowania układu i potrzeb, więc nie można stwierdzić czy układ badany w ćwiczeniu był 'dobry'.

Cel ćwiczenia, a mianowicie zapoznanie się z działaniem układu RLC oraz wyznaczenie jego dobroci został osiągnięty. Kolejnym krokiem mogłoby być zmierzenie tych samych wartości ale dla układu z mniejszym oporem, aby porównać dobroci takich układów.

## 6. Bibliografia

[1] [https://volteq.com/files/public/manuals/MANUAL\\_-\\_SFG1010.pdf](https://volteq.com/files/public/manuals/MANUAL_-_SFG1010.pdf)

[2] <https://web.archive.org/web/20080504160852/http://tf.nist.gov/general/enc-q.htm>