

# Wyznaczenie współczynnika lepkości gliceryny i oleju silnikowego

Maksymilian Nguyen

CLF, Ćwiczenie 19, 21 Marzec 2023

## Streszczenie

W ćwiczeniu za pomocą pomiarów czasu opadania kulek w glicerynie i oleju silnikowym wyznaczono ich prędkość graniczną. Zmierzono także ich masy oraz średnice. Wykorzystując te wielkości wyznaczono współczynnik lepkości dla gliceryny oraz oleju silnikowego.

## 1. Wstęp

Na kulkę opadającą w płynie działają trzy siły: wyporu, ciężkości oraz lepkości (Stokesa). Po pewnym czasie siła Stokesa osiągnie wartość która pozwoli na zrównoważenie sił działających na kulkę. Wtedy osiągnie ona prędkość graniczną  $v_{gr}$ , której wzór jest rozwiązaniem równania ruchu kulki (1) przy  $t \rightarrow \infty$  i jest równy (2):

$$v(t) = \frac{2r^2g}{9\eta}(\rho_k - \rho_c) \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta r t}{m_k}}\right) \quad (1)$$

$$v_{gr} = \frac{2r^2g}{9\eta}(\rho_k - \rho_c) \quad (2)$$

Gdzie  $r$  to promień kulki,  $m_k$  - masa kulki,  $g$  - przyspieszenie ziemskie,  $\eta$  - współczynnik lepkości,  $\rho_k$  - gęstość kulki,  $\rho_c$  - gęstość cieczy.

Podczas pomiarów kulka opadała w cylindrze wypełnionym płynem. Po uwzględnieniu wpływu dna oraz ścianek bocznych cylindra, wzór (2) zmienia postać na (3):

$$v_{gr} = \frac{2r^2g(\rho_k - \rho_c)}{9\eta \left(1 + 2.4\frac{r}{R}\right) \left(1 + 3.1\frac{r}{H}\right)} \quad (3)$$

Gdzie  $H = s + h$  i  $s$  to odcinek drogi gdzie poruszała się kulka,  $h$  wysokość słupa cieczy mierzona od początku odcinka  $s$ ,  $R$  to promień cylindra.

W ćwiczeniu dysponowano dziesięcioma kulkami. Zmierzono ich średnicę  $d$ , uzyskując wartość promienia  $r = \frac{d}{2}$ . Następnie zważono je razem otrzymując masę  $M$ . Założono, że kulki mają jednakowe masy. Masa jednej kulki wynosi więc (4):

$$m_k = \frac{M}{10} \quad (4)$$

Na tej podstawie wyznaczono gęstość  $\rho_k$  kulki (5):

$$\rho_k = \frac{m_k}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3} \quad (5)$$

Następnie zmierzono czas  $t$  ruchu kulek na pewnym odcinku  $s$  cylindra, gdzie założono że poruszają się już one ruchem jednostajnym. To pozwoliło na wyznaczenie wartości  $v_{gr}$  (6):

$$v_{gr} = \frac{s}{t} \quad (6)$$

Promień  $R$  i gęstość  $\rho_c$  były dane. Wraz z wartościami (5), (6) i zmierzonymi wartościami  $H$ ,  $r$  wyznaczono współczynnik lepkości  $\eta$  ze wzoru (3).

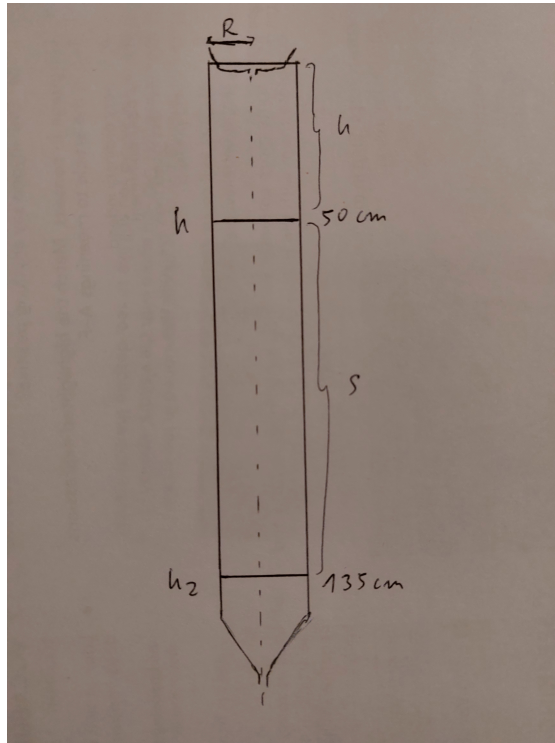
## 2. Metoda przeprowadzania badań, materiały i aparatura

W trakcie pomiarów użyto następujących przedmiotów i przyrządów:

- 10 małych metalowych kulek, których wymiary i waga zostaną opisane w dziale Wyniki pomiarów
- 2 cylindry o średnicy 40,0 (0.3) mm i wysokości około 140 cm zamocowane pionowo, jeden wypełniony gliceryną a drugi olejem silnikowym
- Miarka taśmowa zamocowana wzdłuż cylindrów z dwoma znacznikami do oznaczenia miejsc na miarce
- Lejek z wylotem nie dużo większym niż średnica kulek
- Laboratoryjna waga szalkowa
- Śruba mikrometryczna
- Telefon z funkcją stopera

Najpierw zmierzono średnicę wszystkich kulek za pomocą śruby mikrometrycznej. Potem zważono za pomocą wagi szalkowej wszystkie 10 kulek na raz.

W kolejnym kroku zaczęto wrzucać kulki do cylindrów z pomocą lejka tak aby kulki spadały możliwie blisko środka cylindra. Na początku upewniono się na jakiej wysokości w cylindrach kulki zaczynają poruszać się ruchem jednostajnym i zaznaczono tę wysokość  $h$  znacznikiem. Zaznaczono także miejsce znajdujące się około 5 cm od końca cylindra  $h_2$ . Te miejsca wyznaczyły odcinek drogi  $s$  dla kulek. Ostatnim etapem było mierzenie czasu spadania kulek na wcześniej zaznaczonym odcinku drogi. Wykonano 10 pomiarów tego czasu dla każdego z płynów używając stopera w telefonie. Na Rysunku 1 przedstawiono schemat układu pomiarowego.



Rysunek 1: Schemat układu pomiarowego

### 3. Wyniki pomiarów

W Tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów wraz z niepewnościami.

	$d$ (mm)	$t$ w oleju (s)	$t$ w glicerynie (s)			
	2.95	7.76	36.93			
	2.93	7.61	38.03			
	2.95	7.62	38.09			
	2.94	8.09	38.33			
	2.97	7.49	36.52			
	2.95	7.81	37.36			
	2.93	7.88	37.22			
	2.95	7.68	36.55			
	2.96	7.69	36.56			
	2.94	8.15	36.54	masa $M$ (mg)	słup $h$ (cm)	$h_2$ (cm)
Średnia	2.95	7.78	37.21	1122	50.00	135.00
niepewności:						
wzorc. $\Delta x$	0.01	0.01	0.01	1	0.01	0.01
eksperyment. $\Delta x_E$	0.005	0.60	0.60	nie uwzg.	0.005	0.005
typ A $u_A$	0.0040	0.063	0.21	pojedynczy pomiar		
typ B $u_B$	0.0065	0.35	0.35	0.58	0.0065	0.0065
całkowita	0.01	0.35	0.41	1	0.01	0.01

Tabela 1: Wyniki pomiarów wraz z niepewnościami

Dodatkowo, w instrukcji do zadania były podane gęstości gliceryny oraz oleju - odpowiednio  $1.261 \text{ g/cm}^3$  i  $0.867 \text{ g/cm}^3$ .

Niepewności typu A dla czasów  $t$  i średnicy  $d$  obliczono ze wzoru na wartość średnią (7) i niepewność średniej (8):

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_i \quad (7)$$

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N \cdot (N - 1)}} \quad (8)$$

Gdzie  $x_i$  to wartości poszczególne pomiaru,  $N$  liczba pomiarów.

Niepewności typu B obliczono ze wzoru (9):

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_E}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (9)$$

Gdzie  $\Delta x$  to niepewność wzorcowania,  $\Delta x_E$  niepewność eksperymentatora.

Całkowitą niepewność uzyskano z (10):

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (10)$$

### 3.1. Opracowanie wyników pomiarów

Za pomocą wyników pomiarów opisanych w Tabeli 1 wyliczono wartości konieczne do wyznaczenia współczynnika lepkości dla oleju i gliceryny ze wzoru (3) oraz prędkości granicznej z (6):

- Masa kulki ze wzoru (4)  $m_k = 112.2$  (0.1) mg
- Gęstość kulki ze wzoru (5)  $\rho_k = 8.37$  (0.56) mg/mm<sup>3</sup>
- Promień kulki  $r = 1.47$  (0.01) mm
- Wartość  $H = s + h = h_2 = 135.00$  (0.01) cm
- Wartość  $s = 85.00$  (0.01) cm

Korzystając ze wzoru (6), prędkości graniczne wynoszą:

- dla oleju silnikowego  $v_{gr} = 10.93$  (0.49) cm/s
- dla gliceryny  $v_{gr} = 2.28$  (0.03) cm/s

Po obliczeniach z użyciem wzoru (3) uzyskano wartości współczynnika lepkości:

- dla oleju silnikowego  $\eta = 0.27$  (0.02) Pa·s
- dla gliceryny  $\eta = 1.24$  (0.1) Pa·s

Aby obliczyć powyższe niepewności dla wartości wyliczanych na podstawie pomiarów z Tabeli 1, wykorzystano prawo propagacji niepewności (11):

$$u_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \dots} \quad (11)$$

Gdzie  $x, y$  to zmienne pewnej funkcji  $f$ .  $u_x, u_y$  to niepewności tych zmiennych.

W obliczaniu niepewności z prawa (11) dla funkcji  $\eta(v_{gr}, r, R, H, \rho_k, \rho_c)$  otrzymanej ze wzoru (3) wykorzystano program Maxima - A Computer Algebra System.

## 4. Analiza niepewności

Dla pomiarów średnicy i wysokości słupa uwzględniono rozdzielczość przyrządów pomiarowych przyjmując niepewności wzorcowania równe najmniejszej podziałce i połowę tej wartości jako niepewności eksperymentatora. Nie zauważono żadnych anomalii skłaniających do zmiany tego klasycznego podejścia.

Dla pomiarów czasu przyjęto niepewności eksperymentatora ze względu na refleks i niedokładną obserwację kulki, przyjęto że opóźnienie przy włączaniu i wyłączaniu stopera wynosi 0.3 s, a więc łącznie 0.6 s.

Nie przyjęto niepewności eksperymentatora dla pomiaru wagi kulek ponieważ odczyt był dokładny. Składowe niepewności które są trudne do oszacowania ilościowo to fakt, że kulka nie była zawsze idealnie po środku cylindra. Mowa tutaj o drobnych tego typu odchyleniach, które nie są zauważalne podczas pomiarów - widoczne odchyły były odrzucane.

## 5. Podsumowanie i wnioski

Po zmierzeniu mas i średnic metalowych kulek dokonano pomiaru czasów jednostajnego ich opadania w glicerynie i oleju silnikowym. Wyznaczono prędkości graniczne i dalej współczynniki lepkości dla oleju i gliceryny, odpowiednio wynoszące 0.27 (0.02) Pa·s i 1.24 (0.1) Pa·s.

Porównując otrzymaną wartość lepkości dla gliceryny z wartościami tablicowymi opisanymi w [1], stwierdza się iż wynik jest poprawny oraz gliceryna użyta podczas pomiarów ma stężenie w przedziale od 99% do 100%.

Dla otrzymanego współczynnika oleju silnikowego znaleziono olej SAE 20 Motor Oil [2] którego zakres wartości lepkości (0.14 - 0.42 Pa·s) odpowiada wyznaczonej w ćwiczeniu wartości.

## 6. Literatura

[1] <https://wwold.fizyka.umk.pl/~lab2/tables/viscosit.html>

[2] <https://oilviscositychart.com/learn/viscosity-list.php>