

# Wyznaczenie długości fal elektromagnetycznych za pomocą metod interferencyjnych

Maksymilian Nguyen

CLF, Ćwiczenie 10, 18 kwietnia 2023

## Streszczenie

W ćwiczeniu na podstawie pomiarów z użyciem interferometrów Michelsona, Fabry-Perota oraz siatki dyfrakcyjnej wyznaczono długości fali. Stwierdzono że jest to fala radiowa i najmniejszą niepewność uzyskano w pomiarze dla układu Michelsona. Następnie wyznaczono długość fali dla lasera czerwonego za pomocą interferometru Michelsona laserowego, ale dokładność metody pomiarowej pozostawiła wątpliwości co też odzwierciedlił wynik.

## 1. Wstęp

### 1.1. Cel

Celem ćwiczenia było wyznaczenie długości fali  $\lambda$  za pomocą pomiaru przesunięcia  $\delta$  zwierciadła dla interferometru Michelsona, odległości  $d_{m+r}$  i  $d_m$  pomiędzy płytami i kąta  $\alpha$  nachylenia płytki dla interferometru Fabry-Perota oraz kąta ugęcia  $\alpha_g$  i stałej siatki  $d$  dla siatki dyfrakcyjnej. Dodatkowo zmierzono przesunięcie zwierciadła  $\delta_{100}$  dla setnego wzmacnienia dla interferometru Michelsona laserowego aby wyznaczyć długość fali światła czerwonego.

### 1.2. Teoria

Nateżenie fali elektromagnetycznej  $I$  się wzorem (1)[1]:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi, \quad (1)$$

Gdzie  $I_1, I_2$  to natężenia fal,  $\phi$  to kąt przesunięcia fazowego.

Kąt przesunięcia fazowego wyraża się wzorem (2):

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad (2)$$

Gdzie  $\lambda$  to długość fali,  $\Delta$  to różnica dróg optycznych fal.

Trzeci człon wyrażenia (1) opisuje efekt interferencji fal 1 i 2. W zależności od wartości (2), efektem tym może być wzmacnienie lub wygaszenie fali.

Wzmocnienie fali otrzymamy gdy (3):

$$\Delta = m\lambda, \quad (3)$$

Gdzie  $m$  to numer kolejnych wzmacnień.

Dla interferometru Michelsona przesunięcie zwierciadła o wartość  $\delta$  zmienia długość drogi optycznej  $\Delta$  o  $2\delta$ , więc długość fali na podstawie (3) wyniesie (4):

$$\lambda = \frac{2\delta}{m}. \quad (4)$$

Dla interferometru Fabry-Perota można geometrycznie wyznaczyć różnicę dróg optycznych i wyniesie ona (5):

$$\Delta = 2d \cos \alpha, \quad (5)$$

Gdzie  $d$  to odległość pomiędzy płytami,  $\alpha$  to kąt padania fali na płytę i jednocześnie kąt nachylenia płytki.

Wiedząc że wzmacnianie fali nastąpi gdy (5) będzie równe  $\lambda m$ , znaleźć można wzór na długość fali (6):

$$\lambda = 2 \cos \alpha (d_{m+r} - d_m), \quad (6)$$

Gdzie  $d_{m+r}$ ,  $d_m$  to odległości między płytami dla kolejnych 2 wzmacnień fal.

Dla siatki dyfrakcyjnej geometrycznie da się wyznaczyć różnicę dróg optycznych (7):

$$\Delta = d \sin \alpha_g, \quad (7)$$

Gdzie  $d$  to odległość pomiędzy środkami sąsiednich szczelin siatki,  $\alpha_g$  to kąt ugięcia.

Oczywiście wzmacnianie fali nastąpi gdy (7) będzie równe  $m\lambda$ . Wtedy długość fali wyniesie (8):

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha_g}{m}. \quad (8)$$

## 2. Metoda przeprowadzania pomiarów i aparatura

### 2.1. Aparatura

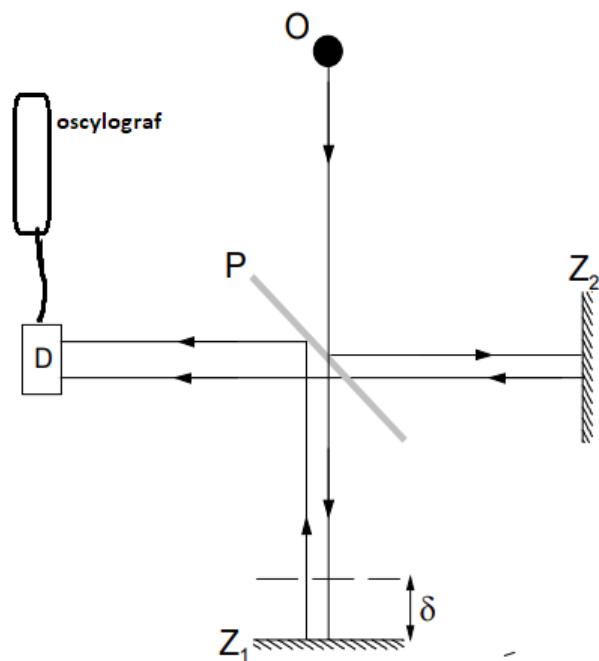
Podczas pomiarów użyto następujących przyrządów i przedmiotów [1]:

- Nadajnik fal radiowych
- Przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne
- Voltomierz analogowy
- Oscylograf
- Ława konstrukcyjna
- Zwierciadła metalowe
- Linijka

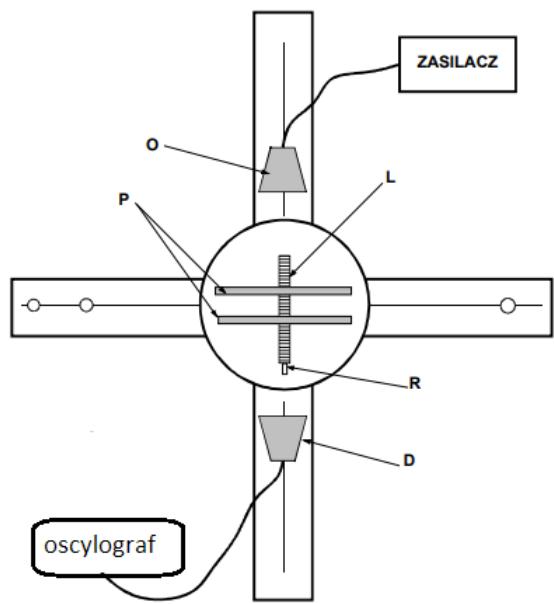
- Płytki półprzepuszczalne i płytki płasko-równoległe
- Plastykowe soczewki skupiające
- Gotowy układ interferometru Michelsona laserowego

Używając wymienionych przedmiotów można skonstruować stanowiska pomiarowe (interferometry i siatkę dyfrakcyjną) opisane w rozdziale 1.2.

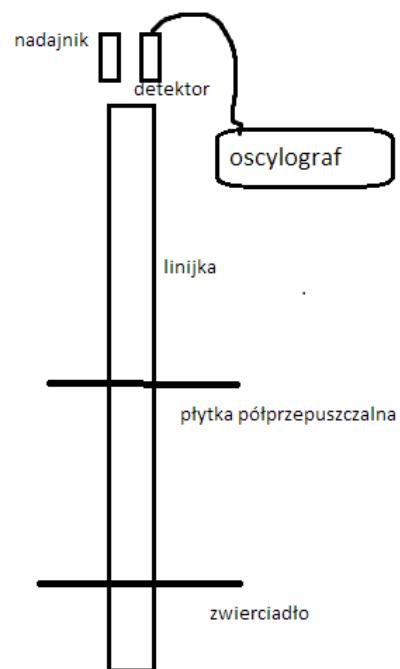
Na Rysunkach 1, 2, 3, 4 przedstawiono schematy układów pomiarowych.



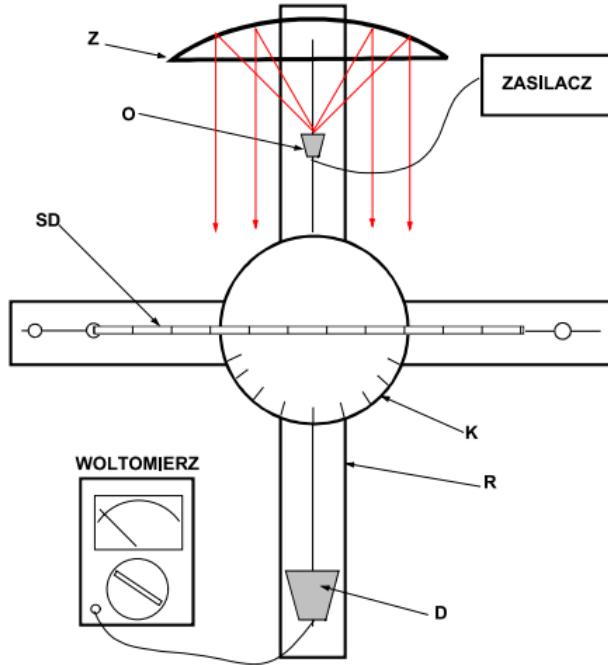
Rysunek 1: Interferometr Michelsona. O - źródło fal, P - płytka półprzepuszczalna,  $Z_1$ ,  $Z_2$  - zwierciadła, D - przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne. [1]



Rysunek 2: Interferometr Fabry-Perota. O - źródło fal, P - płytki płasko-równoległe, D - przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne, L - linijka, R - pokrętło do regulacji odległości pomiędzy płytami. [1]



Rysunek 3: Wariant 2 interferometru Fabry-Perota dla kąta  $\alpha = 0^\circ$ .



Rysunek 4: Siatka dyfrakcyjna. O - źródło fal, D - przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne, K - kątomierz, SD -siatka dyfrakcyjna, R - ruchome ramię ławy, Z - zwierciadło. [1]

## 2.2. Metoda przeprowadzania pomiarów

### 2.2.1. Interferometr Michelsona

Ustawiono zwierciadło  $Z_1$  w najdalszym możliwym położeniu od płytki a  $Z_2$  pozostawało nieruchome. Przesuwano zwierciadło  $Z_1$  w stronę płytki obserwując na oscylografie kiedy sygnał będzie maksymalny. Zanotowano te położenia jako kolejne wzmacnienia wraz z odczytanym przesunięciem  $\delta$  na linijce.

### 2.2.2. Interferometr Fabry-Perota

Nachylenie płytEK ustawiono na  $45^\circ$  i zbliżono do siebie płytki możliwie blisko. Potem zaczęto rozsuwać płytki i dla około drugiego wzmacnienia zaobserwowanego na oscylografie zanotowano odległość pomiędzy nimi  $d_m$ . Dalej płytki rozsunięto do kolejnego wzmacnienia i zanotowano ich odległość  $d_{m+r}$ .

### 2.2.3. Interferometr Fabry-Perota wariant 2

Zwierciadło ustawiono w możliwie najdalszym położeniu od detektora. Zaczęto przesuwać je aż do zaobserwowania około drugiego wzmacnienia na oscylografie i zanotowano te przesunięcie  $d_m$  odczytane z linijki. Potem przesunięto zwierciadło do momentu kolejnego wzmacnienia i odczytano  $d_{m+r}$ .

#### 2.2.4. Siatka dyfrakcyjna

Na początku zmierzono linijką 10 stałych siatki  $d_{10}$  w celu późniejszego uśrednienia i otrzymania stałej siatki  $d$ . Kolejną czynnością było skalibrowanie położenia początkowego ramienia ławy poprzez delikatnie jej przesuwanie od położenia wskazującego na kątomierzu  $0^\circ$  do momentu maksymalnego wskazania na woltomierzu. Jest to konieczne ze względu na niedokładne ustawienie panelu siatki. Następnie przesuwając ramię ławy odczytano kąty ugięcia  $\alpha_l$ ,  $\alpha_p$  dla pierwszego maksimum z lewej i prawej strony układu.

#### 2.2.5. Interferometr Michelsona laserowy

Laserowy interferometr działa analogicznie do układu na Rysunku 1. Kręcąc śrubą mikrometryczną przesuwano jedno ze zwierciadeł w układzie. Zamiast detektora w układzie był ekran na którym widoczne były prążki interferencyjne. Podczas kręcenia śrubą manualnie liczono zaobserwowane wygaszenia aż doliczono ich 100. Zanotowano przesunięcie  $\delta_{100}$  z śruby mikrometrycznej.

### 3. Wyniki pomiarów

W Tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów wraz z niepewnościami.

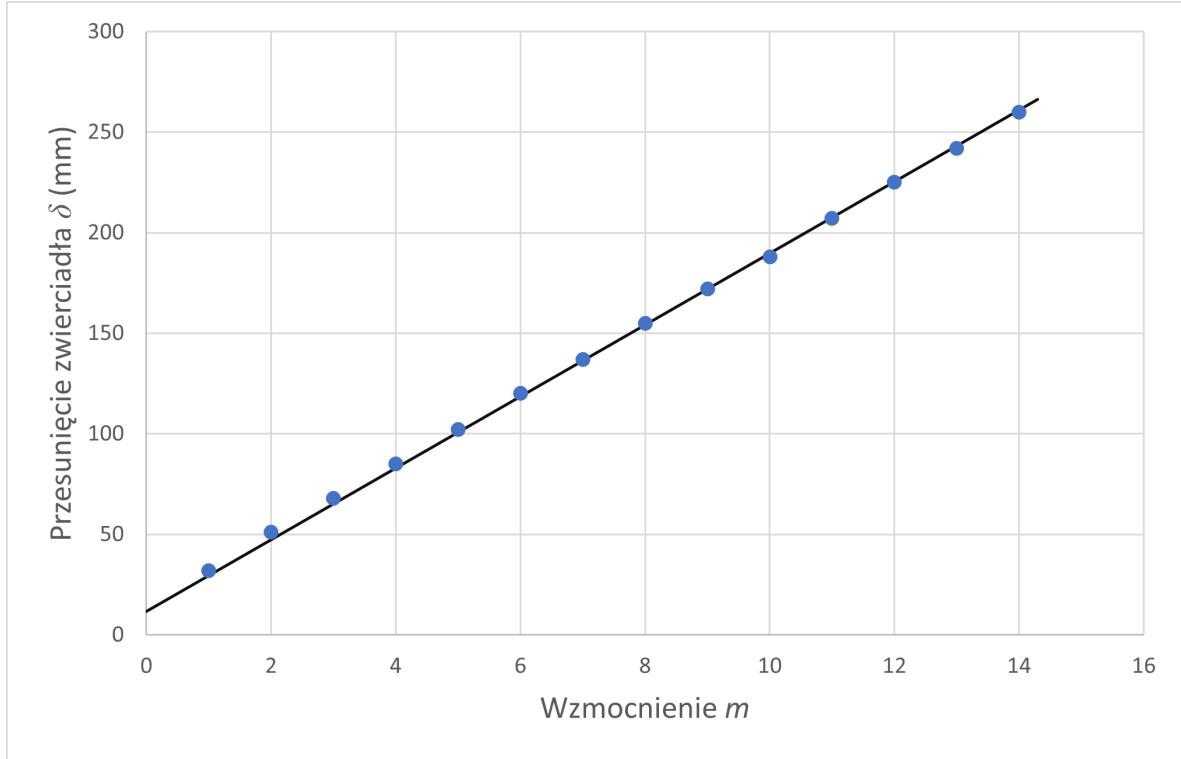
Michelson		Siatka		
m	$\delta$ (mm)	kalibracja ( $^\circ$ )	$\alpha_l$ ( $^\circ$ )	$\alpha_p$ ( $^\circ$ )
1	32	2	25	26
2	51	738		
3	68			
4	85			
5	102			
6	120			
7	137			
8	155			
9	172			
10	188			
11	207			
12	225			
13	242			
14	260			
Niep. kątów ( $^\circ$ )	0.65			
Niep. $\delta_{100}$ ( $\mu\text{m}$ )	1.8			
Niep. $\delta, d_m, d_{m+r}, d_{10}$ (mm)	0.65			

Tabela 1: Wyniki pomiarów opisanych w sekcji 2.2 wraz z niepewnościami

### 3.1. Opracowanie wyników pomiaru

#### 3.1.1. Interferometr Michelsona

Na Rysunku 5 przedstawiono zależność  $\delta$  od  $m$  sporządzoną na podstawie Tabeli 1.



Rysunek 5: Wykres przedstawiający zależność przesunięcia zwierciadła  $\delta$  od wzmocnienia  $m$  dla interferometru Michelsona na podstawie danych z Tabeli 1. Słupki niepewności  $\delta$  są zbyt małe aby były widoczne na wykresie. Linia prosta postaci  $y = ax + b$  została dopasowana metodą najmniejszych kwadratów.

Parametr  $a$  lini prostej na Rysunku 5 został uzyskany na podstawie wzoru (9):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i \delta_i - \sum_{i=1}^N w_i m_i \sum_{i=1}^N w_i \delta_i}{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i^2 - (\sum_{i=1}^N w_i m_i)^2}, \quad (9)$$

Gdzie  $w_i = \frac{1}{u_\delta^2}$ ,  $u_\delta$  to niepewność przesunięć zwierciadła  $\delta_i$ .  $m_i$  to kolejne wzmocnienia,  $N$  to liczba pomiarów.

Natomiast wyraz wolny  $b$  prostej na Rysunku 5 uzyskano ze wzoru (10):

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N w_i m_i^2 \sum_{i=1}^N w_i \delta_i - \sum_{i=1}^N w_i m_i \sum_{i=1}^N w_i m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i^2 - (\sum_{i=1}^N w_i m_i)^2}. \quad (10)$$

Bazując na wzorze (4) wiemy że prosta na Rysunku 5 ma postać (11):

$$\delta = \frac{\lambda}{2} m + \delta_0, \quad (11)$$

Gdzie  $\delta_0$  to położenie początkowe zwierciadła równe wyznaczonemu wyrazowi wolnemu  $b$ . Długość fali w tym przypadku wynosi więc (12):

$$\lambda = 2a, \quad (12)$$

ostatecznie więc długość fali  $\lambda = 35.64$  (0.08) mm.

### 3.1.2. Interferometr Fabry-Perota

Na podstawie wzoru (6) i wyników pomiarów uzyskano długość fali  $\lambda = 3.11$  (0.27) cm.

### 3.1.3. Interferometr Fabry-Perota, wariant 2

Na podstawie wzoru (6) i wyników pomiarów uzyskano długość fali  $\lambda = 3.00$  (0.18) cm.

### 3.1.4. Siatka dyfrakcyjna

Po uwzględnieniu kąta kalibracji i uśrednieniu wartości  $\alpha_l$  i  $\alpha_p$  otrzymano kąt ugięcia  $\alpha_g = 0.45$  (0.08) rad.

Podzielenie wartości  $d_{10}$  przez 10 dało stałą siatki  $d = 73.8$  (0.1) mm. W końcu ze wzoru (8) uzyskano długość fali  $\lambda = 3.18$  (0.51) cm.

### 3.1.5. Interferometr laserowy Michelsona

Na podstawie wzoru (4) i wyników pomiarów uzyskano długość fali  $\lambda = 620$  (36) nm.

## 3.2. Analiza niepewności

Niepewności kątów,  $\delta, d_m, d_{m+r}, d_{10}$  i  $\delta_{100}$  uzyskano ze wzoru (13):

$$u = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_E}{\sqrt{3}}\right)^2}, \quad (13)$$

Gdzie  $\Delta x$  to niepewność wzorcowania, a  $\Delta x_E$  niepewność eksperymentatora.

Dla długości  $\delta, d_m, d_{m+r}, d_{10}$  przyjęto niepewność wzorcowania zgodną z podziałką liniek: 1 mm. Niepewność eksperymentatora przyjęto równą 0.5 mm.

Analogicznie dla kątów przyjęto  $\Delta x$  równe  $1^\circ$  i  $0.5^\circ$  jako  $\Delta x_E$ . Nie było problemu z odczytem pomiaru dlatego przyjęto minimalne niepewności eksperymentatora.

Natomiast dla  $\delta_{100}$  przyjęto  $\Delta x$  równe 1  $\mu\text{m}$  a  $\Delta x_E$  równe 3  $\mu\text{m}$ . Niepewność eksperymentatora przyjęto relatywnie dużą i dość arbitralnie ponieważ manualna obserwacja wygaszeń na ekranie była uciążliwa. Nie było wyraźnie widać kiedy wygaszenia następowały gdyż zmiany na ekranie były bardzo szybkie wraz z kręceniem śrubą. Wynik pomiaru przedstawiony w Tabeli 1 to drugie podejście w liczeniu wygaszeń. Wynik z pierwszego podejścia był mniejszy od drugiego i został odrzucony. Wykonując więcej takich podejść, można byłoby 'poćwiczyć' sposób liczenia i osiągać pomiary bardziej dokładne i zbliżone do siebie. Wtedy od pewnego momentu należałyby notować pomiary i na przykład policzyć wartość średnią.

Niepewność parametru kierunkowego  $a$  prostej na Rysunku 5 obliczono ze wzoru (14):

$$u_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i^2 - (\sum_{i=1}^N w_i m_i)^2}}, \quad (14)$$

Którego składowe zostały objaśnione w podsekcji 3.1.1.

Niepewność dla długości fali liczonych ze wzorów (4), (6), (8), (12) oraz niepewność dla stałej siatki  $d$  i kąta  $\alpha_g$  uzyskano z prawa propagacji niepewności (15):

$$u_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \dots}, \quad (15)$$

Gdzie  $f$  to funkcja wyrażająca wielkość dla której liczona jest niepewność, a  $x, y, \dots$  to wielkości mające swoje własne niepewności  $u_x, u_y, \dots$  występujące we wzorze na  $f$ .

Dla czerwonych wskaźników laserowych, według [2] otrzymana wartość długości fali jest za mała. Wynika to z problemów opisanych w sekcji 3.2.

Dla pozostałych pomiarów, długości fal  $\lambda = 35.64$  (0.08) mm,  $\lambda = 3.11$  (0.27) cm,  $\lambda = 3.00$  (0.18) cm,  $\lambda = 3.18$  (0.51) cm są zgodne z użytym nadajnikiem (nadajnik fal radiowych) [3]. Rozbieżności mogą wynikać z różnicy w nadawanych falach przez nadajniki lub sposobie działania interferometrów.

## 4. Wnioski i podsumowanie

W ćwiczeniu wyznaczono długość fali z zakresu fal radiowych i długość fali emitowanej przez laser czerwony za pomocą interferometrów Michelsona, Fabry-Perota i siatki dyfrakcyjnej. Otrzymane wyniki to  $\lambda = 35.64$  (0.08) mm (Michelson),  $\lambda = 3.11$  (0.27) cm (Fabry-Perot  $\alpha = 45^\circ$ ),  $\lambda = 3.00$  (0.18) cm (Fabry-Perot  $\alpha = 0^\circ$ ),  $\lambda = 3.18$  (0.51) cm (Siatka),  $\lambda = 620$  (36) nm (laser). Różnice dla fali radiowej mogą wynikać z budowy interferometrów lub różnicy w nadajnikach fal. Za najdokładniejszy wynik uznaje się  $\lambda = 35.64$  (0.08) mm (Michelson) ze względu na najmniejszą niepewność i wielokrotność pomiaru (dopasowanie prostej).

Wynik dla czerwonej wiązki lasera nie jest poprawny [2] bo nie wykonano wystarczająco dużo pomiarów i nie nauczono się poprawnie liczyć wygaszeń na obrazie interferencyjnym.

## 5. Bibliografia

- [1] Instrukcja do ćwiczenia 10, Pomiar długości fal elektromagnetycznych metodami interferencyjnymi, Politechnika Warszawska
- [2] R. Paschotta, artykuł na temat 'red lasers' w RP Photonics Encyclopedia, [https://www.rp-photonics.com/red\\_lasers.html](https://www.rp-photonics.com/red_lasers.html), dostęp 2023-04-21
- [3] W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy Fizyki, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1997