

Wyznaczenie rezystancji oporników za pomocą pomiarów napięcia i natężenia prądu oraz wyznaczenie objętości walca za pomocą pomiarów geometrycznych

Maksymilian Nguyen

CLF, Ćwiczenie 1, 21-28 luty 2023

Streszczenie

W pierwszej części ćwiczenia zmierzono średnicę małego metalowego walca oraz jego wysokość. Następnie przy użyciu tych wartości wyliczono objętość walca. W drugiej części ćwiczenia zmierzono spadki napięcia na czterech opornikach i natężenie prądu w obwodzie. Dla jednego z nich mierzono te wartości dla kilku różnych napięć zasilacza aby uzyskać charakterystkę prądowo-napięciową. Za jej pomocą wyznaczono opór, który porównano z oporem wyliczonym na podstawie pojedynczego pomiaru.

1. Część pierwsza

1.1. Wstęp

W ćwiczeniu zmierzono zostały wysokość h metalowego walca za pomocą suwarki oraz średnica d za pomocą śruby mikrometrycznej. Następnie korzystając ze wzoru (1):

$$V = \pi h \frac{d^2}{4} \quad (1)$$

obliczono jego objętość V .

1.2. Metoda przeprowadzenia pomiarów, materiały i aparatura

W ćwiczeniu użyto następujących przedmiotów i przyrządów:

- Suwarki analogowej noniuszowej o dokładności 0.02 mm,
- Śruby mikrometrycznej o dokładności 0.01 mm,
- Metalowego walca.

Do pomiaru wysokości walca użyto suwarki. Do pomiaru średnicy użyto śruby mikrometrycznej. Wykonano 10 pomiarów wysokości walca, przykładając zaciski suwarki w różnych miejscach podstaw walca. Miejsca były wybierane losowo. Pomiarów średnicy wykonano 30, zaciskając śrubę mikrometryczną w losowych miejscach na ściance walca.

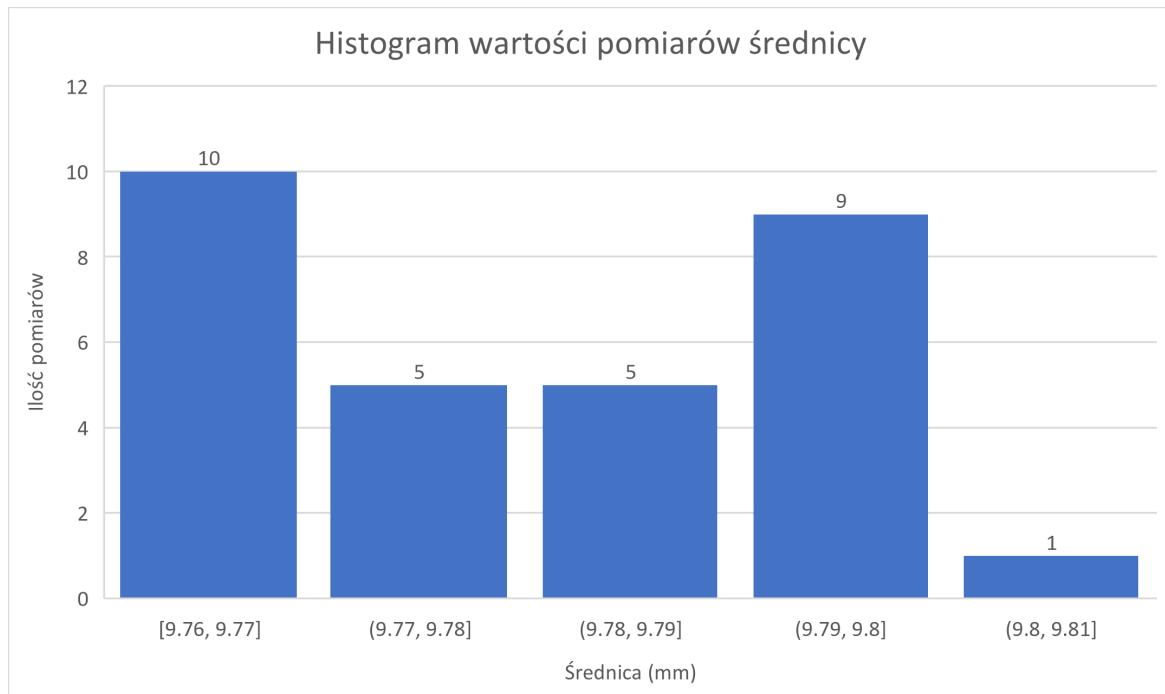
1.3. Wyniki pomiarów

W tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów wysokości oraz średnicy walca wraz z niepewnościami. Sposób zapisu niepewności jest celowy aby lepiej zobrazować obliczenia. Poprawnie zaokroąglone wyniki końcowe podano w sekcji 1.6. Histogramy dla pomiarów średnicy walca i wysokości pokazano na rysunkach 1 i 2.

Średnica (mm)	Wysokość (mm)	Niepewności	dla średnicy	dla wysokości
9.81	37.46	typu A (mm)	0.002856062	0.00745356
9.79	37.46	typu B (mm)	0.006454972	0.01632993
9.77	37.50	wzorcowania (mm)	0.01	0.02
9.76	37.46	eksperymentatora (mm)	0.005	0.02
9.76	37.48	całkowita (mm)	0.0070585943	0.0179505493
9.77	37.50			
9.80	37.50			
9.79	37.52			
9.80	37.52			
9.80	37.50			
9.80				
9.79				
9.77				
9.76				
9.79				
9.77				
9.76				
9.80				
9.80				
9.78				
9.80				
9.78				
9.79				
9.78				
9.77				
9.78				
9.76				
9.80				
9.80				

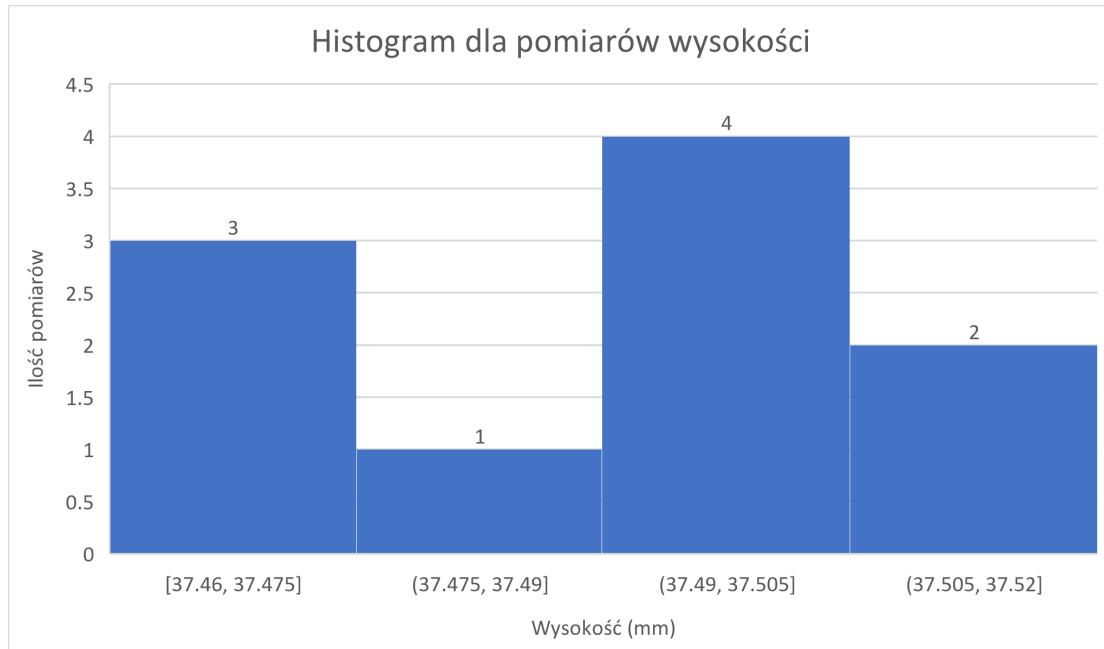
Tabela 1: Wyniki pomiarów

1.4. Histogram dla pomiarów średnicy



Rysunek 1: Histogram dla pomiarów średnicy

1.5. Histogram dla pomiarów wysokości



Rysunek 2: Histogram dla pomiarów wysokości

Wzory (2), (3), (4) i (5) zostały analogicznie użyte dla wartości pomiarów wysokości i średnicy. Aby obliczyć niepewności typu A użyto wzoru (2) na wartość średnią, gdzie N to liczba pomiarów a x_i to kolejne pomiary.:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_i \quad (2)$$

I wzór (3) na niepewność średniej:

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N \cdot (N - 1)}} \quad (3)$$

Aby policzyć niepewności typu B posłużyono się wzorem (4), gdzie Δx to niepewność wzorcowania a Δx_E to niepewność eksperymentatora:

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_E}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (4)$$

Niepewności całkowite otrzymano ze wzoru (5):

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (5)$$

1.6. Opracowanie wyników

Aby obliczyć objętość walca skorzystano ze wzoru (6), podstawiając wartości średnie wysokości h oraz średnicy d :

$$V = \pi h \frac{d^2}{4} \quad (6)$$

Następnie zastosowano prawo propagacji niepewności (7), aby policzyć niepewność wartości objętości V :

$$u_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d}\right)^2 (u_d)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)^2 (u_h)^2} \quad (7)$$

Ostateczne wyniki to:

Średnica $d = 9.78(0.01)\text{mm}$

Wysokość $h = 37.49(0.02)\text{mm}$

Objętość $V = 2818.44(4.28)\text{mm}^3$

1.7. Analiza niepewności, źródła błędów. Wnioski.

Niepewności typu B przyjęto na podstawie rozdzielczości przyrządów pomiarowych. Ich skończona dokładność to jeden z głównych źródeł błędu w pomiarze. Inne źródło błędów, które nie jest łatwo opisywalne ilościowo to:

- walec mógł odbiegać w rzeczywistości od walca idealnego, a wzór z którego została policzona objętość zakłada że tak jest (podstawy to koła, są pod kątem 90 stopni do ściany bocznej, walec idealnie gładki)

Podczas ćwiczenia nie podano żadnej wartości wzorcowej, więc niemożliwe jest porównanie wyników. Pomijając ten fakt, niepewność względna V jest rzędu 10^{-3} więc można uznać za zadowalającą.

2. Część druga

2.1. Wstęp

W tej części ćwiczenia zmierzono spadki napięcia na czterech opornikach i natężenie prądu w obwodzie. Dla jednego z nich mierzono te wartości dla kilku różnych napięć zasilacza aby uzyskać charakterystkę prądowo-napięciową. Za jej pomocą wyznaczono opór, który porównano z oporem wyliczonym na podstawie pojedynczego pomiaru.

2.2. Teoria

Aby wyznaczyć opór, użyto wzoru (8) gdzie I to natężenie, U to napięcie:

$$R = \frac{U}{I} \quad (8)$$

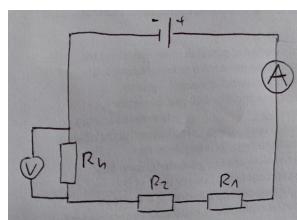
2.3. Metoda przeprowadzenia pomiarów, aparatura

Do przeprowadzenia pomiarów wykorzystano następujące przedmioty:

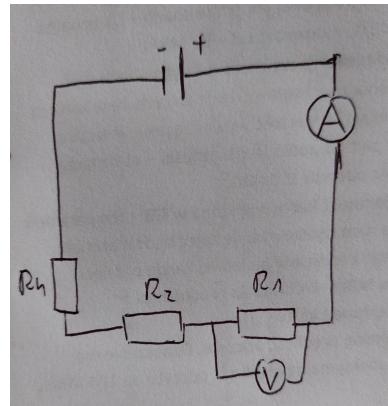
- Zasilacz regulowany prądu stałego
- Miernik uniwersalny UM – 112B
- Cyfrowy miernik uniwersalny M – 3800
- Przewody
- Gotowy układ elektryczny wymagający jedynie podłączenia ww. przewodów

W pierwszej części pomiarów miernik cyfrowy połączono szeregowo aby mierzył natężenie prądu, a miernik analogowy równolegle aby mierzył spadki napięcia na opornikach. Analogicznie podłączono w ten sposób mierniki dla każdych z 4 oporników i dokonano pomiarów. Schematy obwodów dla tych pomiarów przedstawiono na rysunkach (3), (4), (5), (6). Zakres dla natężenia prądu wynosił 20mA, a zakres dla napięcia 10V. Napięcie na zasilaczu wynosiło 10V.

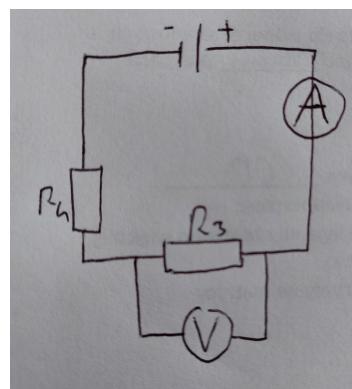
W drugiej części pomiarów połączono mierniki tak samo jak wcześniej dla opornika R4. Tym razem zmierzono spadki napięcia i natężenie ale dla różnych wartości napięcia na zasilaczu. Zakresy pozostały takie same.



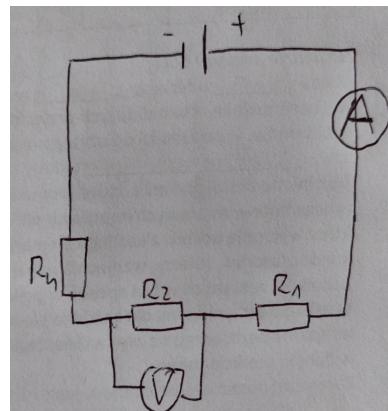
Rysunek 3: Schemat układu dla pomiarów dla opornika R4



Rysunek 4: Schemat układu dla pomiarów dla opornika R1



Rysunek 5: Schemat układu dla pomiarów dla opornika R3



Rysunek 6: Schemat układu dla pomiarów dla opornika R2

2.4. Wyniki pomiarów

W tabeli 2 przedstawiono wyniki pomiarów napięcia U oraz natężenia I z poszczególnych części pomiarów oraz obliczone wartości oporu R . Podano także obliczone niepewności.

Opornik	U (V)	I (mA)	Niep. I (mA)	R (Ω)	Niep. R (Ω)
R1	0.8	16.92	0.05	47.28	3.41
R2	1.8	16.93	0.05	106.32	3.41
R3	1.8	18.65	0.06	96.51	3.10
R4	6.4	16.95	0.05	377.58	3.41
	Niepewność U (V)	0.1			

Część II

U zasilacza (V)	U (V)	I (mA)	Niep. I (mA)
5.2	3.4	8.97	0.03
4.9	3.2	8.24	0.03
3.4	2.2	5.75	0.02
2.9	2.0	4.90	0.02
2.2	1.6	3.78	0.02
10.1	6.6	17.09	0.06
8.4	5.6	14.28	0.05
7.1	4.6	12.04	0.04
6.4	4.2	10.87	0.04
5.8	3.8	9.96	0.03
	Niepewność U (V)	0.1	
Dopasowanie	R=386.83 Ω	Niep. R=1.76 Ω	

Tabela 2: Wyniki pomiarów

Niepewność napięcia u(U) obliczono korzystając ze wzorów (9) i (10):

$$\Delta U = 1\% \cdot 10 \quad (9)$$

$$u(U) = \frac{\Delta U}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

Niepewność natężenia u(I) policzono ze wzorów (11) i (12):

$$\Delta I = 0.5\% \cdot \text{pomiar} + 1 \cdot 0.01 \quad (11)$$

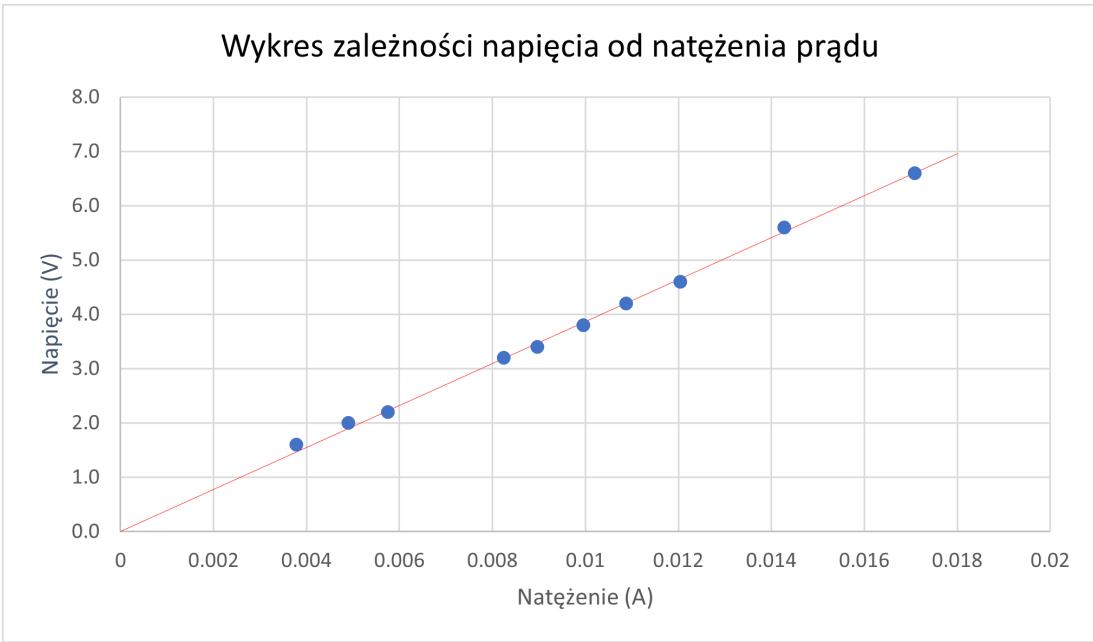
$$u(I) = \frac{\Delta I}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

Opór R wyliczono ze wzoru (13):

$$R = \frac{U}{I} \quad (13)$$

Niepewność oporu u(R) ze wzoru (14):

$$u(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)^2 \cdot u(U)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \cdot u(I)^2} \quad (14)$$



Rysunek 7: Wykres zależności napięcia od natężenia prądu

Rysunek 7 przedstawia wykres z danymi z części II tabeli. Jest to charakterystka prądowo napięciowa opornika R4. Niepewności są zbyt małe w porównaniu do skali wykresu aby były widoczne. Parametr kierunkowy a lini prostej został uzyskany ze wzoru (15):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{s_y^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{s_y^2}} \quad (15)$$

Gdzie x_i to wartości natężenia, y_i to wartości napięcia a s_y to niepewność napięcia. Założono dla uproszczenia że niepewności na osi x nie są znane.

Niepewność tego parametru wynosi (16):

$$u_a = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{s_y^2}}} \quad (16)$$

W takim wypadku parametr a jest naszym szukanym oporem R , gdyż nasza funkcja liniowa ma postać $U = RI$.

Wartość tego oporu wraz z niepewnością została podana w ostatniej linii w Tabeli 1.

2.5. Analiza niepewności

Niepewności wyliczono na podstawie dokumentacji przyrządów pomiarowych [1]. Miernik analogowy ma klasę 1%, a cyfrowy 0.5% na mierzonym zakresie 20mA.

Wyznaczone opory na oporniku R4 różnią się i nie zawierają się w niepewnościach. Różnica może wynikać z tego, że parametr prostej został wyliczony ze wzoru nie uwzględniającego niepewności natężenia. Może być to także spowodowane faktem, że ilość pomiarów nie była duża, a napięcia zasilacza wybierane w sposób nieregularny, więc dokładność wyznaczenia parametru a mogła być wyższa. W obliczeniach nie przyjęto także niepewności eksperymentatora, a wahania na mierniku cyfrowym zdarzały się - można zakres takich wahań oszacować i uwzględnić.

2.6. Podsumowanie

Pomimo różnicy w wyznaczonych oporach opornika R4 wartości te są bliskie na tyle, że można stwierdzić iż metodologia ćwiczenia była poprawna. Wynik prawdopodobnie można poprawić, wykonując więcej pomiarów na szerszym zakresie napięcia zasilacza. Można także uwzględnić wahania na wyświetlaczu cyfrowym. Jednak dopasowanie prostej tą samą metodą nadal nie uwzględnia niepewności zmierzonej wartości natężenia prądu.

3. Bibliografia

- [1] CLF METODY POMIAROWE I OPRACOWANIA WYNIKÓW W LABORATORIUM FIZYKI ĆW.1