

Wyznaczenie długości fal elektromagnetycznych za pomocą metod interferencyjnych

Maksymilian Nguyen

CLF, Ćwiczenie 10, 18 kwietnia 2023

Streszczenie

W ćwiczeniu na podstawie pomiarów z użyciem interferometrów Michelsona, Fabry-Perota oraz siatki dyfrakcyjnej wyznaczono długości fali. Stwierdzono że jest to fala radiowa i najmniejszą niepewność uzyskano w pomiarze dla układu Michelsona. Następnie wyznaczono długość fali dla lasera czerwonego za pomocą interferometru Michelsona laserowego, ale dokładność metody pomiarowej pozostawiła wątpliwości co też odzwierciedlił wynik.

1. Wstęp

1.1. Cel

Celem ćwiczenia było wyznaczenie długości fali λ za pomocą pomiaru przesunięcia δ zwierciadła dla interferometru Michelsona, odległości d_{m+r} i d_m pomiędzy płytkami i kąta α nachylenia płytki dla interferometru Fabry-Perota oraz kąta ugięcia α_g i stałej siatki d dla siatki dyfrakcyjnej. Dodatkowo zmierzono przesunięcie zwierciadła δ_{100} dla setnego wzmocnienia dla interferometru Michelsona laserowego aby wyznaczyć długość fali światła czerwonego.

1.2. Teoria

Natężenie fali elektromagnetycznej I się wzorem (1)[1]:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi, \quad (1)$$

Gdzie I_1 , I_2 to natężenia fal, ϕ to kąt przesunięcia fazowego.

Kąt przesunięcia fazowego wyraża się wzorem (2):

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad (2)$$

Gdzie λ to długość fali, Δ to różnica dróg optycznych fal.

Trzeci człon wyrażenia (1) opisuje efekt interferencji fal 1 i 2. W zależności od wartości (2), efektem tym może być wzmocnienie lub wygaszenie fali.

Wzmocnienie fali otrzymamy gdy (3):

$$\Delta = m\lambda, \quad (3)$$

Gdzie m to numer kolejnych wzmocnień.

Dla interferometru Michelsona przesunięcie zwierciadła o wartość δ zmienia długość drogi optycznej Δ o 2δ , więc długość fali na podstawie (3) wyniesie (4):

$$\lambda = \frac{2\delta}{m}. \quad (4)$$

Dla interferometru Fabry-Perota można geometrycznie wyznaczyć różnicę dróg optycznych i wyniesie ona (5):

$$\Delta = 2d \cos \alpha, \quad (5)$$

Gdzie d to odległość pomiędzy płytkami, α to kąt padania fali na płytkę i jednocześnie kąt nachylenia płytki.

Wiedząc że wzmocnienie fali nastąpi gdy (5) będzie równe λm , znaleźć można wzór na długość fali (6):

$$\lambda = 2 \cos \alpha (d_{m+r} - d_m), \quad (6)$$

Gdzie d_{m+r} , d_m to odległości między płytkami dla kolejnych 2 wzmocnień fal.

Dla siatki dyfrakcyjnej geometrycznie da się wyznaczyć różnicę dróg optycznych (7):

$$\Delta = d \sin \alpha_g, \quad (7)$$

Gdzie d to odległość pomiędzy środkami sąsiednich szczelin siatki, α_g to kąt ugięcia.

Oczywiście wzmocnienie fali nastąpi gdy (7) będzie równe $m\lambda$. Wtedy długość fali wyniesie (8):

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha_g}{m}. \quad (8)$$

2. Metoda przeprowadzania pomiarów i aparatura

2.1. Aparatura

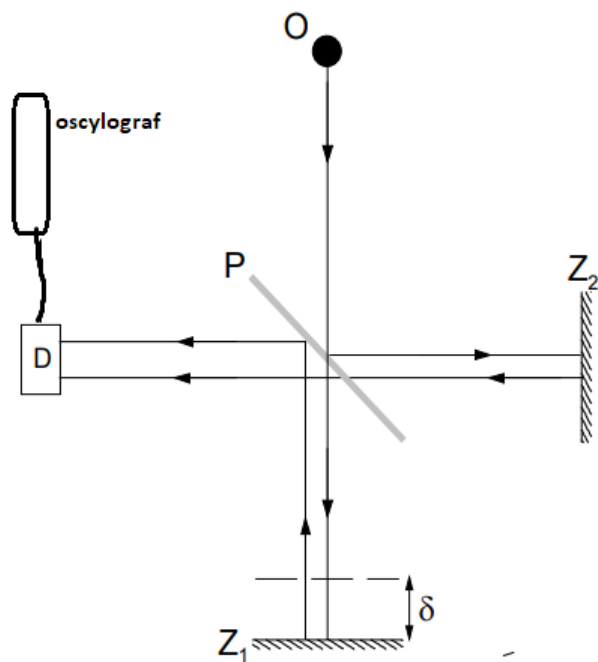
Podczas pomiarów użyto następujących przyrządów i przedmiotów [1]:

- Nadajnik fal radiowych
- Przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne
- Woltomierz analogowy
- Oscylograf
- Ława konstrukcyjna
- Zwierciadła metalowe
- Linijka

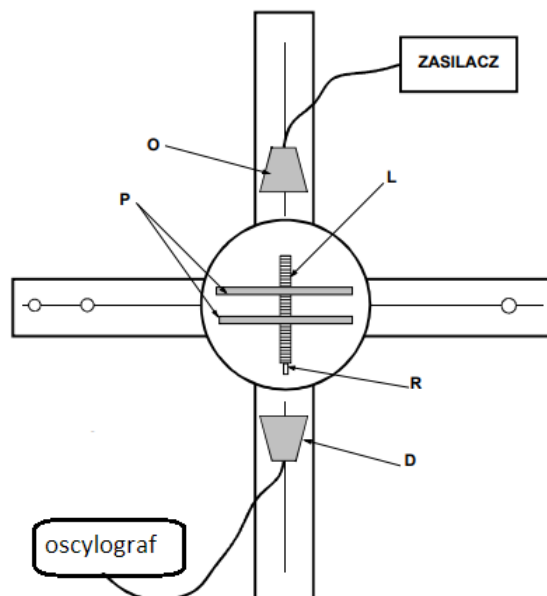
- Płytką półprzepuszczalną i płytki płasko-równoległe
- Plastikowe soczewki skupiające
- Gotowy układ interferometru Michelsona laserowego

Używając wymienionych przedmiotów można skonstruować stanowiska pomiarowe (interferometry i siatkę dyfrakcyjną) opisane w rozdziale 1.2.

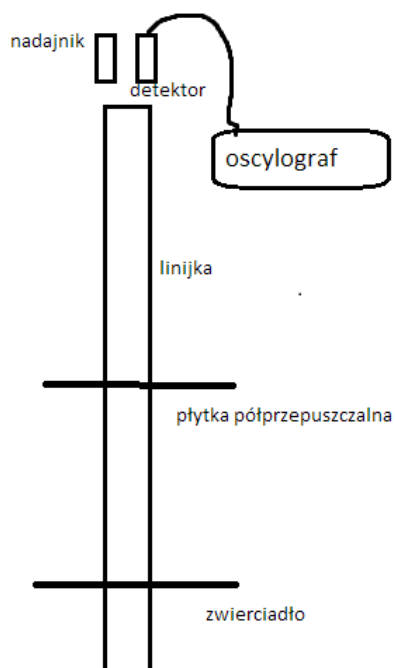
Na Rysunkach 1, 2, 3, 4 przedstawiono schematy układów pomiarowych.



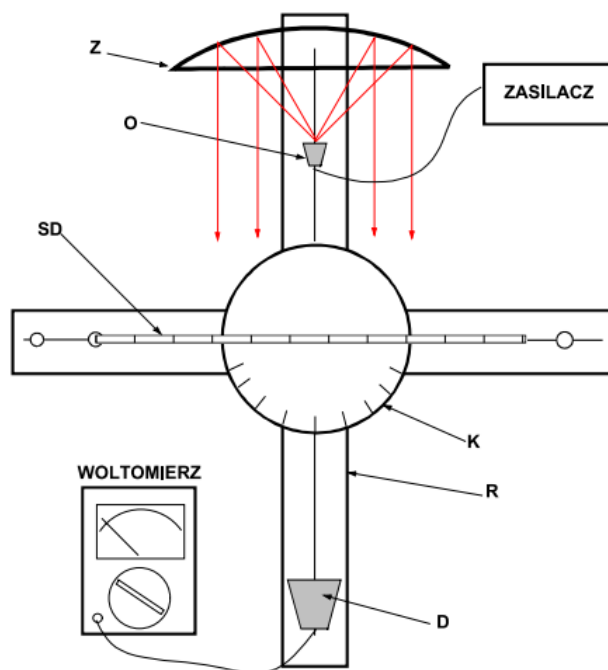
Rysunek 1: Interferometr Michelsona. O - źródło fal, P - płytka półprzepuszczalna, Z_1 , Z_2 - zwierciadła, D - przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne. [1]



Rysunek 2: Interferometr Fabry-Perota. O - źródło fal, P - płytki płasko-równoległe, D - przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne, L - linijka, R - pokrętło do regulacji odległości pomiędzy płytkami. [1]



Rysunek 3: Wariant 2 interferometru Fabry-Perota dla kąta $\alpha = 0^\circ$.



Rysunek 4: Siatka dyfrakcyjna. O - źródło fal, D - przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne, K - kątomierz, SD - siatka dyfrakcyjna, R - ruchome ramię ławy, Z - zwierciadło. [1]

2.2. Metoda przeprowadzania pomiarów

2.2.1. Interferometr Michelsona

Ustawiono zwierciadło Z_1 w najdalszym możliwym położeniu od płytki a Z_2 pozostawało nieruchome. Przesuwano zwierciadło Z_1 w stronę płytki obserwując na oscylografie kiedy sygnał będzie maksymalny. Zanotowano te położenia jako kolejne wzmocnienia wraz z odczytanym przesunięciem δ na linijce.

2.2.2. Interferometr Fabry-Perota

Nachylenie płytek ustawiono na 45° i zbliżono do siebie płytki możliwie blisko. Potem zaczęto rozsuwać płytki i dla około drugiego wzmocnienia zaobserwowanego na oscylografie zanotowano odległość pomiędzy nimi d_m . Dalej płytki rozsunęto do kolejnego wzmocnienia i zanotowano ich odległość d_{m+r} .

2.2.3. Interferometr Fabry-Perota wariant 2

Zwierciadło ustawiono w możliwie najdalszym położeniu od detektora. Zaczęto przesuwając je aż do zaobserwowania około drugiego wzmocnienia na oscylografie i zanotowano te przesunięcie d_m odczytane z linijki. Potem przesunięto zwierciadło do momentu kolejnego wzmocnienia i odczytano d_{m+r} .

2.2.4. Siatka dyfrakcyjna

Na początku zmierzono linijką 10 stałych siatki d_{10} w celu późniejszego uśrednienia i otrzymania stałej siatki d . Kolejną czynnością było skalibrowanie położenia początkowego ramienia ławy poprzez delikatnie jej przesuwanie od położenia wskazującego na kątomierzu 0° do momentu maksymalnego wskazania na woltomierzu. Jest to konieczne ze względu na niedokładne ustawienie panelu siatki. Następnie przesuwając ramię ławy odczytano kąty ugięcia α_l , α_p dla pierwszego maksimum z lewej i prawej strony układu.

2.2.5. Interferometr Michelsona laserowy

Laserowy interferometr działa analogicznie do układu na Rysunku 1. Kręcąc śrubą mikrometryczną przesuwano jedno ze zwierciadeł w układzie. Zamiast detektora w układzie był ekran na którym widoczne były prążki interferencyjne. Podczas kręcenia śrubą manualnie liczono zaobserwowane wygaszenia aż doliczono ich 100. Zanotowano przesunięcie δ_{100} z śruby mikrometrycznej.

3. Wyniki pomiarów

W Tabeli 1 przedstawiono wyniki pomiarów wraz z niepewnościami.

Michelson	
m	δ (mm)
1	32
2	51
3	68
4	85
5	102
6	120
7	137
8	155
9	172
10	188
11	207
12	225
13	242
14	260
Niep. kątów (°)	0.65
Niep. δ_{100} (μm)	1.8
Niep. $\delta, d_m, d_{m+r}, d_{10}$ (mm)	0.65

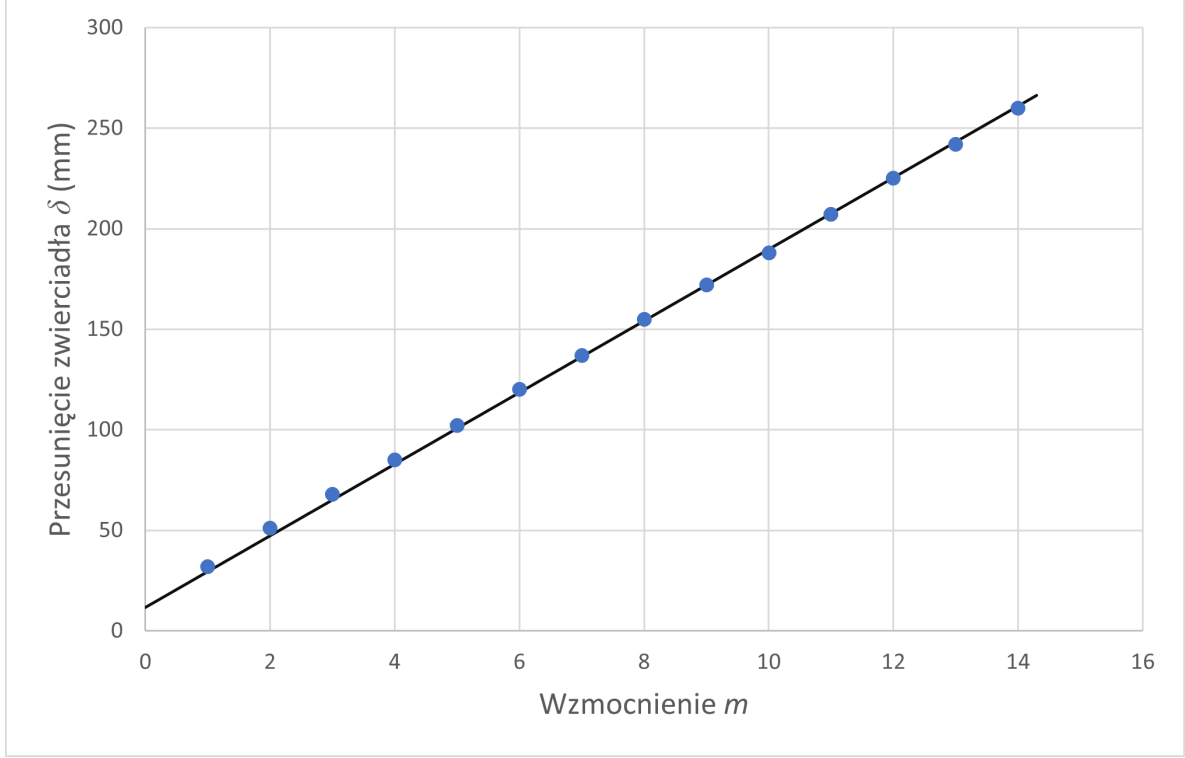
Siatka			
kalibracja (°)	α_l (°)	α_p (°)	d_{10} (mm)
2	25	26	738
Perot wariant 2			
α (°)	d_m (mm)	d_{m+r} (mm)	
0	13	28	
Perot			
α (°)	d_m (mm)	d_{m+r} (mm)	
45	24	46	
Laserowy			
$\delta_{100}(\mu\text{m})$			
31			

Tabela 1: Wyniki pomiarów opisanych w sekcji 2.2 wraz z niepewnościami

3.1. Opracowanie wyników pomiaru

3.1.1. Interferometr Michelsona

Na Rysunku 5 przedstawiono zależność δ od m sporządzoną na podstawie Tabeli 1.



Rysunek 5: Wykres przedstawiający zależność przesunięcia zwierciadła δ od wzmacnienia m dla interferometru Michelsona na podstawie danych z Tabeli 1. Słupki niepewności δ są zbyt małe aby były widoczne na wykresie. Linia prosta postaci $y = ax + b$ została dopasowana metodą najmniejszych kwadratów.

Parametr a linii prostej na Rysunku 5 został uzyskany na podstawie wzoru (9):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i \delta_i - \sum_{i=1}^N w_i m_i \sum_{i=1}^N w_i \delta_i}{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N w_i m_i \right)^2}, \quad (9)$$

Gdzie $w_i = \frac{1}{u_{\delta}^2}$, u_{δ} to niepewność przesunięć zwierciadła δ_i . m_i to kolejne wzmacnienia, N to liczba pomiarów.

Natomiast wyraz wolny b prostej na Rysunku 5 uzyskano ze wzoru (10):

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N w_i m_i^2 \sum_{i=1}^N w_i \delta_i - \sum_{i=1}^N w_i m_i \sum_{i=1}^N w_i m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N w_i m_i \right)^2}. \quad (10)$$

Bazując na wzorze (4) wiemy że prosta na Rysunku 5 ma postać (11):

$$\delta = \frac{\lambda}{2} m + \delta_0, \quad (11)$$

Gdzie δ_0 to położenie początkowe zwierciadła równe wyznaczonemu wyrazowi wolnemu b . Długość fali w tym przypadku wynosi więc (12):

$$\lambda = 2a, \quad (12)$$

ostatecznie więc długość fali $\lambda = 35.64$ (0.08) mm.

3.1.2. Interferometr Fabry-Perota

Na podstawie wzoru (6) i wyników pomiarów uzyskano długość fali $\lambda = 3.11$ (0.27) cm.

3.1.3. Interferometr Fabry-Perota, wariant 2

Na podstawie wzoru (6) i wyników pomiarów uzyskano długość fali $\lambda = 3.00$ (0.18) cm.

3.1.4. Siatka dyfrakcyjna

Po uwzględnieniu kąta kalibracji i uśrednieniu wartości α_l i α_p otrzymano kąt ugięcia $\alpha_g = 0.45$ (0.08) rad.

Podzielenie wartości d_{10} przez 10 dało stałą siatki $d = 73.8$ (0.1) mm. W końcu ze wzoru (8) uzyskano długość fali $\lambda = 3.18$ (0.51) cm.

3.1.5. Interferometr laserowy Michelsona

Na podstawie wzoru (4) i wyników pomiarów uzyskano długość fali $\lambda = 620$ (36) nm.

3.2. Analiza niepewności

Niepewności kątów, δ , d_m , d_{m+r} , d_{10} i δ_{100} uzyskano ze wzoru (13):

$$u = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_E}{\sqrt{3}}\right)^2}, \quad (13)$$

Gdzie Δx to niepewność wzorcowania, a Δx_E niepewność eksperymentatora.

Dla długości δ , d_m , d_{m+r} , d_{10} przyjęto niepewność wzorcowania zgodną z podziałką linijek: 1 mm. Niepewność eksperymentatora przyjęto równą 0.5 mm.

Analogicznie dla kątów przyjęto Δx równe 1° i 0.5° jako Δx_E . Nie było problemu z odczytem pomiaru dlatego przyjęto minimalne niepewności eksperymentatora.

Natomiast dla δ_{100} przyjęto Δx równe $1 \mu\text{m}$ a Δx_E równe $3 \mu\text{m}$. Niepewność eksperymentatora przyjęto relatywnie dużą i dość arbitralnie ponieważ manualna obserwacja wygaszeń na ekranie była uciążliwa. Nie było wyraźnie widać kiedy wygaszenia następowały gdyż zmiany na ekranie były bardzo szybkie wraz z kręceniem śrubą. Wynik pomiaru przedstawiony w Tabeli 1 to drugie podejście w liczeniu wygaszeń. Wynik z pierwszego podejścia był mniejszy od drugiego i został odrzucony. Wykonując więcej takich podejść, można byłoby 'poćwiczyć' sposób liczenia i osiągać pomiary bardziej dokładne i zbliżone do siebie. Wtedy od pewnego momentu należałoby notować pomiary i na przykład policzyć wartość średnią.

Niepewność parametru kierunkowego a prostej na Rysunku 5 obliczono ze wzoru (14):

$$u_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^N w_i \sum_{i=1}^N w_i m_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N w_i m_i\right)^2}}, \quad (14)$$

Którego składowe zostały objaśnione w podsekcji 3.1.1.

Niepewność dla długości fali liczonych ze wzorów (4), (6), (8), (12) oraz niepewność dla stałej siatki d i kąta α_g uzyskano z prawa propagacji niepewności (15):

$$u_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \dots}, \quad (15)$$

Gdzie f to funkcja wyrażająca wielkość dla której liczona jest niepewność, a x, y, \dots to wielkości mające swoje własne niepewności u_x, u_y, \dots występujące we wzorze na f .

Dla czerwonych wskaźników laserowych, według [2] otrzymana wartość długości fali jest za mała. Wynika to z problemów opisanych w sekcji 3.2.

Dla pozostałych pomiarów, długości fal $\lambda = 35.64$ (0.08) mm, $\lambda = 3.11$ (0.27) cm, $\lambda = 3.00$ (0.18) cm, $\lambda = 3.18$ (0.51) cm są zgodne z użytym nadajnikiem (nadajnik fal radiowych) [3]. Rozbieżności mogą wynikać z różnicy w nadawanych falach przez nadajniki lub sposobie działania interferometrów.

4. Wnioski i podsumowanie

W ćwiczeniu wyznaczono długość fali z zakresu fal radiowych i długość fali emitowanej przez laser czerwony za pomocą interferometrów Michelsona, Fabry-Perota i siatki dyfrakcyjnej. Otrzymane wyniki to $\lambda = 35.64$ (0.08) mm (Michelson), $\lambda = 3.11$ (0.27) cm (Fabry-Perot $\alpha = 45^\circ$), $\lambda = 3.00$ (0.18) cm (Fabry-Perot $\alpha = 0^\circ$), $\lambda = 3.18$ (0.51) cm (Siatka), $\lambda = 620$ (36) nm (laser). Różnice dla fali radiowej mogą wynikać z budowy interferometrów lub różnicy w nadajnikach fal. Za najdokładniejszy wynik uznaje się $\lambda = 35.64$ (0.08) mm (Michelson) ze względu na najmniejszą niepewność i wielokrotność pomiaru (dopasowanie prostej).

Wynik dla czerwonej wiązki lasera nie jest poprawny [2] bo nie wykonano wystarczająco dużo pomiarów i nie nauczono się poprawnie liczyć wygaszeń na obrazie interferencyjnym.

5. Bibliografia

- [1] Instrukcja do ćwiczenia 10, Pomiar długości fal elektromagnetycznych metodami interferencyjnymi, Politechnika Warszawska
- [2] R. Paschotta, artykuł na temat 'red lasers' w RP Photonics Encyclopedia, https://www.rp-photonics.com/red_lasers.html, dostęp 2023-04-21
- [3] W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy Fizyki, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1997