

# Matrix - Assignment

এইচএসসি পরীক্ষা ২০২২ এ অংশগ্রহণকারী শিক্ষার্থীদের জন্য অ্যাসাইনমেন্ট  
পত্র: প্রথম কোড: ২৬৫

বিষয়: উচ্চতর গণিত

সূত্র: এইচএসসি

অ্যাসাইনমেন্ট নম্বর	অ্যাসাইনমেন্ট	নির্ধারিত/বিষয়বস্তু	নির্ণেপনা (সংকেত/সাম্পর্কিত)	মূল্যায়ন নির্ণেপনা (বুঝি)	মন্তব্য
০১	কোনো একটি কলেজের একাদশ শ্রেণির মানবিক, ব্যবসা শিক্ষা ও বিজ্ঞান বিভাগের মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা 1500 জন। কিন্তু সংখ্যক অনাবাসিক শিক্ষার্থী ব্যতীত অন্যরা M হল ও F হলের আবাসিক শিক্ষার্থী। F হলের 460 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কলেজটির মানবিকের 20%, ব্যবসা শিক্ষার 40% ও বিজ্ঞানের 30% শিক্ষার্থী রয়েছে। অন্যদিকে M হলের 540 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কলেজের মানবিকের 40%, ব্যবসা শিক্ষার 20% ও বিজ্ঞানের 50% শিক্ষার্থী রয়েছে। মানবিক, ব্যবসা শিক্ষা ও বিজ্ঞানের শিক্ষার্থী সংখ্যাকে যথাক্রমে x, y ও z দ্বারা প্রকাশ করা হলো।	<ul style="list-style-type: none"> <li>● ম্যাট্রিক্স ও ম্যাট্রিক্সের প্রকারভেদ উদাহরণসহ বর্ণনা করতে পারবে।</li> <li>● ম্যাট্রিক্স এর সমতা, যোগ, বিয়োগ ও গুণ করতে পারবে।</li> <li>● নির্ণায়কের মান নির্ণয় করতে পারবে।</li> <li>● নির্ণায়কের অনুরাগি ও সহগুণক ব্যাখ্যা করতে পারবে।</li> <li>● বর্ণ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স ব্যাখ্যা করতে পারবে এবং প্রয়োজ্য ক্ষেত্রে তা নির্ণয় করতে পারবে।</li> </ul>	<p>ক) তিনটি সমীকরণ গঠন করে <math>AX = B</math> আকারে প্রকাশ কর।</p> <p>খ) ম্যাট্রিক্সকে A ধরে উহা অংকনযুক্ত ম্যাট্রিক্স কিনা যাচাই কর।</p> <p>গ) <math>Adj(A)</math> নির্ণয় কর।</p> <p>ঘ) <math>4A^3 + 3A = 2I_3 + 11I</math> হলে, Y নির্ণয় কর।</p> <p>ঙ) সমীকরণগুলি সমাধান করে কলেজের মানবিক, ব্যবসা শিক্ষা ও বিজ্ঞান বিভাগের শিক্ষার্থী সংখ্যা নির্ণয় কর।</p>	<p>প্রশ্ন</p> <p>ক) <ul style="list-style-type: none"> <li>● সমীকরণ ও ম্যাট্রিক্স নির্ণয়</li> <li>● সমীকরণ চিহ্নভাবে নির্ণয়</li> </ul> </p> <p>খ) <ul style="list-style-type: none"> <li>● ম্যাট্রিক্স গুণ ও শর্ত যাচাই</li> <li>● ম্যাট্রিক্স গুণ চিহ্নভাবে নির্ণয়</li> </ul> </p> <p>গ) <ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>Adj(A)</math> নির্ণয়</li> <li>● সহগুণক নির্ণয়</li> </ul> </p> <p>ঘ) <ul style="list-style-type: none"> <li>● Y নির্ণয়</li> <li>● ম্যাট্রিক্স গুণ, ভেক্টর গুণ, যোগ ও বিয়োগ নির্ণয়</li> <li>● ম্যাট্রিক্স গুণ ও ভেক্টর গুণ নির্ণয়</li> <li>● ম্যাট্রিক্স গুণ নির্ণয়</li> </ul> </p> <p>ঙ) <ul style="list-style-type: none"> <li>● সমাধান নির্ণয়</li> <li>● <math>X = A^{-1}B</math> নির্ণয়</li> <li>● <math>A^{-1}B</math> নির্ণয়</li> <li>● <math>A^{-1}</math> নির্ণয়</li> </ul> </p>	<p>০২</p> <p>০১</p> <p>০২</p> <p>০১</p> <p>০২</p> <p>০১</p> <p>০২</p> <p>০১</p> <p>০৪</p> <p>০৩</p> <p>০২</p> <p>০১</p> <p>০৪</p> <p>০৩</p> <p>০২</p> <p>০১</p>

বস্তুনিষ্ঠ নম্বর- ১৪

ক্রম	বাস্তি	মন্তব্য
১	১১ - ১৪	অতি উত্তম
২	০৯ - ১০	উত্তম
৩	০৭ - ০৮	ভালো
৪	০০ - ০৬	অগ্রগতি প্রয়োজন

AKW 96

ক) ধরি, মানবিকের শিক্ষার্থী =  $x$  জন  
 ব্যবসায়ী  $y = y$  জন  
 বিজ্ঞানীর  $z = z$  জন

প্রকৃতি

$$x + y + z = 1500 \quad \text{--- (I)}$$

$$x \times 20\% + y \times 40\% + z \times 30\% = 460$$

$$\Rightarrow x \frac{20}{100} + y \frac{40}{100} + z \frac{30}{100} = 460$$

$$\Rightarrow 2x + 4y + 3z = 460 \quad \text{--- (II)}$$

$$x \times 40\% + y \times 20\% + z \times 50\% = 540$$

$$\Rightarrow x \frac{40}{100} + y \frac{20}{100} + z \frac{50}{100} = 540$$

$$\Rightarrow 4x + 2y + 5z = 5400 \quad \text{--- (III)}$$

এখন ①, ② ও ③ নং সমীকরণ ব্যবহার করে,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1500 \\ 4600 \\ 5400 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AX = B$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1500 \\ 4600 \\ 5400 \end{bmatrix}$$

2)  $A^{-1} = A \cdot A = I$  રૂબ  $A$  મર્યાદિત બરબર-  
 ઘાતિ મર્યાદિત રૂબ.

$$\therefore A^{-1} = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2+4 & 1+4+2 & 1+3+5 \\ 2+8+12 & 2+16+6 & 2+12+15 \\ 4+4+20 & 4+8+10 & 4+6+25 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 7 & 9 \\ 22 & 24 & 29 \\ 28 & 22 & 35 \end{bmatrix} \neq I$$

$\therefore A$  બરબરઘાતિ રૂબ.

$$2) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 20 - 6 = 14$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -(10 - 12) = 2$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 16 = -12$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -(5 - 2) = -3$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 4 = 1$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -1(2 - 4) = 2$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(3 - 2) = -1$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 2 = 2$$

$$\text{Adj}(A) = \begin{vmatrix} 14 & 2 & -12 \\ -3 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 14 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -12 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} \quad [\text{7 वर 270}]$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 9 \\ 22 & 24 & 29 \\ 28 & 22 & 35 \end{bmatrix} \quad [\text{7 वर 270}]$$

$$\therefore A^3 = A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 9 \\ 22 & 24 & 29 \\ 28 & 22 & 35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7+14+36 & 7+28+18 & 7+21+45 \\ 22+48+116 & 22+96+58 & 22+72+145 \\ 28+44+140 & 28+88+70 & 28+66+175 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 57 & 53 & 73 \\ 186 & 176 & 239 \\ 212 & 186 & 269 \end{bmatrix}$$

Now,  $A^3 + 3A = 2I_3 + 11Y$

$$\Rightarrow A^3 + 3A - 2I_3 = 11Y$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 57 & 53 & 73 \\ 186 & 176 & 239 \\ 212 & 186 & 269 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 11Y$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 57 & 53 & 73 \\ 186 & 176 & 239 \\ 212 & 186 & 269 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 6 & 12 & 9 \\ 12 & 6 & 15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 11Y$$

$$\Rightarrow 11Y = \begin{bmatrix} 58 & 56 & 75 \\ 192 & 186 & 248 \\ 224 & 192 & 282 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 58 & 56 & 75 \\ 192 & 186 & 248 \\ 224 & 192 & 282 \end{bmatrix}$$

Q)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  [7 marks]

$\text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 14 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -12 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  [5 marks]

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1(20 - 6) - 1(10 - 12) + 1(4 - 16) \\
 &= 14 + 2 + 12 - \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A^{-1} &= \frac{1}{|A|} \text{Adj}(A) \\
 &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 14 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -12 & 2 & 2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 7/2 & -3/4 & -1/4 \\ 1/2 & 1/4 & -1/4 \\ -3 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

From 3,

$$AX = B$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7/2 & -3/4 & -1/4 \\ 1/2 & 1/4 & -1/4 \\ -3 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1500 \\ 4600 \\ 5900 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5250 & -3450 & -1350 \\ 750 & +1150 & -1350 \\ -4500 & +2300 & +2700 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 450 \\ 550 \\ 500 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 450 \\ 550 \\ 500 \end{bmatrix}$$

$\therefore$  ਸਾਨਹਿਕਰ ਕਿਸਮਤੀ  $x = 450$  ਕਰ  
 $\therefore$  ਰੁਪਸਾਧਰ  $\sim y = 550$  ਯ  
 $\therefore$  ਰਿਫ਼ਕਰ  $\sim z = 500$  ਯ