Teste 2 - MC758

Rian Radeck Santos Costa - 187793

17 de Setembro de 2022

1

Suponha que existam 2 equilibríos puros para a matriz, eles estão localizados em (i, j) e (i', j'), a utilidade dos jogadores é respectivamente $(a, -a)$ e $(d, -d)$. Agora vamos olhar para as células (i, j') e (i', j), a utilidade dos jogadores é respectivamente $(b, -b)$ e $(c, -c)$. Sabemos que (i, j) é um equilíbrio, portanto:

$$a > c$$

$$-a > -b \Leftrightarrow a < b$$

Analogamente para o outro equilíbrio:

$$d > b$$

$$-d > -c \Leftrightarrow d < c$$

Sendo assim:

$$a > c > d > b > a$$

O que é uma contradição, assumindo que todos os valores são diferentes $(a \neq b \neq c \neq d)$.

2

Em um equilíbrio do nosso jogo a distribuição de probabilidade do jogador linha é $p = (p_0, p_1, p_2)$ e do jogador coluna é $q = (q_0, q_1)$. Assim podemos escrever a utilidade dos jogadores da seguinte forma:

$$u_L = (p_0 q_0 + 4p_0 q_1) + (p_1 q_1 + 0) + (2p_2 q_0 + p_2 q_1)$$

$$u_C = (4p_0 q_0 + 3p_0 q_1) + (5p_1 q_0 + 6p_1 q_1) + (0 + 2p_2 q_1)$$

Reescrevendo:

$$u_L = p_0(q_0 + 4q_1) + p_1(q_0) + p2(2q_0 + q_1)$$

$$u_C = q_0(4p_0 + 5p_1) + q_1(3p_0 + 6p_1 + 2p_2)$$

Vamos então considerar um equilíbrio que $q_0 \neq 0$ e $q_1 \neq 0$. Dessa forma podemos concluir então que $4p_0 + 5p_1 = 3p_0 + 6p_1 + 2p_2 \Leftrightarrow p_0 = p_1 + 2p_2$, mas olhando para o jogador linha, podemos obervar que o fator que multiplica

p_0 é maior que o fator de p_1, já que $q_1 \neq 0$. Portanto podemos concluir que $p_0 = 2p_2 \Leftrightarrow p_0 = \frac{2}{3}, p_1 = 0, p_2 = \frac{1}{3}$.

Como $p_0 \neq 0$ e $p_2 \neq 0$, podemos concluir que $q_0 + 4q_1 = 2q_0 + q_1 \Leftrightarrow q_0 = \frac{3}{4}, q_1 = \frac{1}{4}$.

Encontramos então nosso primeiro equilíbrio:

$$p = \left(\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{3}\right)$$

$$q = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

Agora vamos analisar o caso que $q_0 = 0$ e $q_1 = 1$. Assim a utilidade do jogador linha será $u_L = 4p_0 + p_2$, portanto a melhor escolha para ele é $p_0 = 1$. Analisando agora a utilidade do jogador coluna, percebemos que ela seria $u_C = 4q_0 + 3q_1$, sendo assim faria mais sentido para ele que q_0 fosse 1, portanto não existe equilíbrio nesse caso.

Finalmente basta analisarmos o caso $q_0 = 1$ e $q_1 = 0$. Assim a utilidade do jogador linha será $u_L = p_0 + p_1 + 2p_2$, portanto a melhor escolha para ele é $p_2 = 1$. Analisando agora a utilidade do jogador coluna, temos que $u_C = 2q_1$ e faria mais sentido para ele que q_1 fosse 1, logo também não existem equilíbrio nesse caso.