



アルゴリズムクイック リファレンス

Algorithms in a Nutshell

第2章：アルゴリズムの数学
お気持ちスライド

@rian_tkb

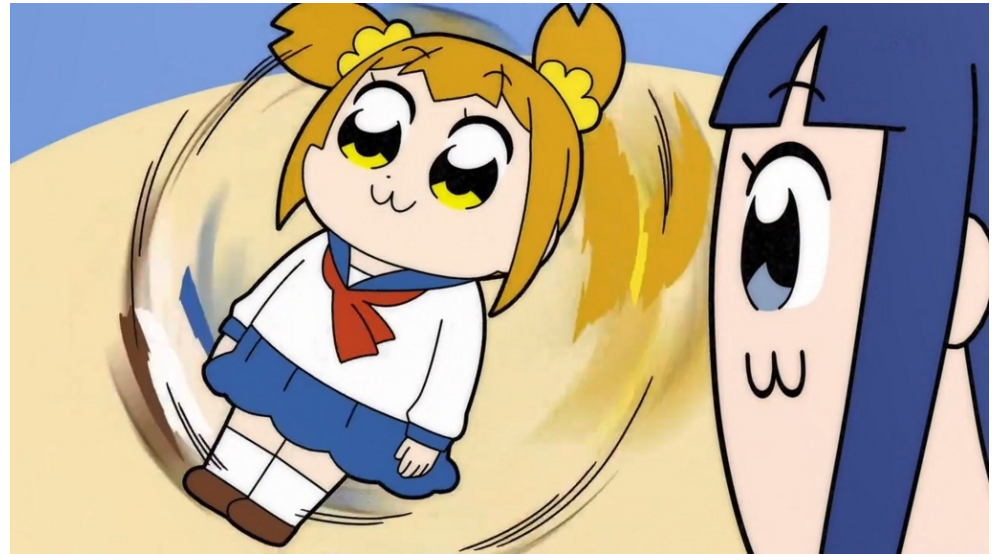
2018/04/19

2 章：アルゴリズムの数学

2

▶ この章の内容

- ▶ **アルゴリズム**の実行速度を定量的に評価したい
- ▶ **計算量** という概念を用いる



- ▶ このスライドではけっこう適当なことを言っているので、
鵜呑みにするとあとあと計算量警察に殺される可能性があります

計算量って？

- ▶ そのアルゴリズムがどのくらい速いか、というのを大雑把に表す指標
 - ▶ 例えば、以下のコードはループが N 回まわるので $O(N)$

```
int n;  
cin >> n;  
int counter = 0;  
  
for (int i = 0; i < n; ++i) {  
    ++counter;  
}  
  
cout << counter << "¥n";
```

計算量って？

4

▶ じゃあこれは？

- ▶ ループは合計で $3N$ 回まわっているが、計算量は定数倍を気にしないので $O(N)$ になる

```
int n;  
cin >> n;  
int counter = 0;  
  
for (int i = 0; i < n; ++i) {  
    ++counter;  
}  
for (int i = 0; i < n * 2; ++i) {  
    ++counter;  
}  
  
cout << counter << "¥n";
```

計算量って？

5

▶ じゃあこれは？

- ▶ ループは合計で $\frac{N(N-1)}{2} + 2N$ 回まわっているが、計算量は定数倍を気にせず、 N は N^2 よりも小さいので $O(N^2)$ になる

```
int n;  
cin >> n;  
int counter = 0;  
  
for (int i = 0; i < n; ++i) {  
    for (int j = 0; j < i; ++j) {  
        ++counter;  
    }  
}  
for (int i = 0; i < n * 2; ++i) {  
    ++counter;  
}  
  
cout << counter << "¥n";
```

計算量って？

6

▶ じゃあこれは？

```
int n;  
cin >> n;  
int counter = 0;  
  
for (int i = 1; i <= n; ++i) {  
    for (int j = 0; j < n; j += i) {  
        ++counter;  
    }  
}  
  
cout << counter << "¥n";
```

計算量って？

- ▶ ループの回数はおおよそ

$$\frac{N}{1} + \frac{N}{2} + \cdots + \frac{N}{N} = \sum_{k=1}^N \frac{N}{k} = N \sum_{k=1}^N \frac{1}{k} \simeq N \left(1 + \int_1^N \frac{1}{x} dx \right) = N(1 + \log N)$$

- ▶ よって、 $O(N \log N)$ になる
 - ▶ エラトステネスの篩などにおいてこのような形が登場する
 - ▶ 実際のエラトステネスの篩は素数の逆数和の話により $O(N \log \log N)$ になる

log はすごい！

- ▶ log はめっちゃ小さい
 - ▶ 任意の正の実数 d に対して、任意の実数 $x > X$ に対して $\log x < x^d$ となるような実数 X が存在する
- ▶ 今後の章でもいっぱい計算量に log を含んだものが出てくると思うので、出たら「へえー、すごいんだなあー」と思ってもらえればと思います

