

アルゴリズムクイック リファレンス

Algorithms in a Nutshell

第3章：アルゴリズムの構成要素
お気持ちスライド

@rian_tkb

2018/05/10

3章：アルゴリズムの構成要素

- ▶ この章の内容
- ▶ 貪欲法、分割統治法、動的計画法

▶ 本の中ではさらっと流されているので、ここでもやっぱりさらっと流します



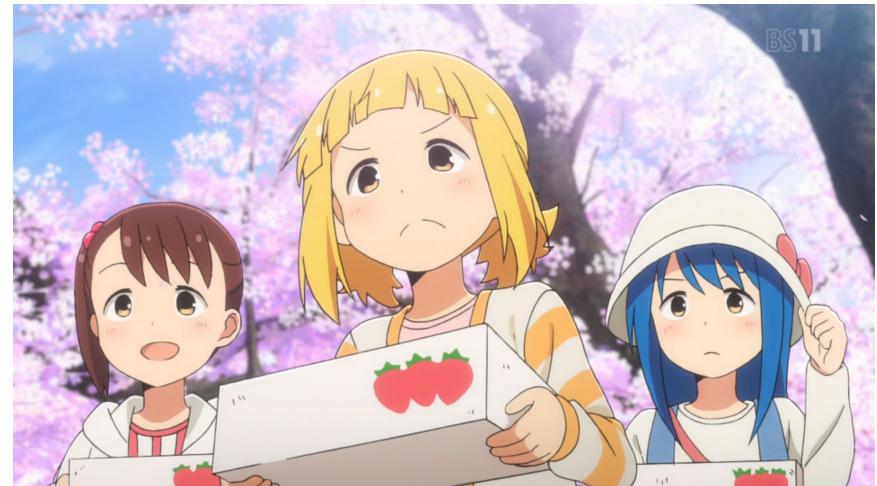
貪欲法とは？

▶ 局所的に最適[要出典]な選択肢を選び続けるアルゴリズム

- ▶ 全ての問題に対してこの戦略により全体的な最適解が得られるとは限らない

▶ 例題

- ▶ あなたはお金を M 円持っています
この町には N 個の青果店があり、 i 番目の店ではイチゴが
1 個あたり c_i 円で売られていて、在庫は K_i 個あります
このとき、 M 円ができるだけ多くのイチゴを買うには
どうしたらいいでしょうか



貪欲法とは？

- ▶ 安い店から順に買えるだけ買えばよい
 - ▶ 在庫のあるイチゴの中で最も安いものを買う（**局所的最適**）ということを繰り返すと**全体的にも最適**になる
- ▶ 例題：https://beta.atcoder.jp/contests/abc085/tasks/abc085_b
 - ▶ いまある中で置ける最大（最小のもの）を貪欲においていけばよい、とも考えることができる
- ▶ 第6章に出てくる最小全域木を求める2つのアルゴリズムは貪欲法の一種と考えることができる
 - ▶ どのように局所構造を定義して、どのように最適を評価して、なんでそれが全体的にも最適になるのか、が考えられるととてもよい

これも貪欲法？

▶ 例題

- ▶ あなたはお金を M 円持っています
この町には N 個の青果店があり、 i 番目の店ではイチゴが
 K_i 個パックで C_i 円で 1 パックだけ売られています
このとき、 M 円ができるだけ多くのイチゴを買うには
どうしたらいいでしょうか

- ▶ 1 個あたりの値段が安い順に貪欲に買っていけば最適？

これも貪欲法？

- ▶ これだとうまくいかない

- ▶ ぜひ、どのようなケースで最適解が出せないかを
考えてみてください



- ▶ これは「0,1-ナップサック問題」と呼ばれる問題と
考えることができて、**動的計画法**で $O(NM)$ で解けます

分割統治法.....?

- ▶ 一般的に、問題とか入力を小さな部分問題に**分割**し、それらを解くことにより全体を解く手法のことを**分割統治法**と言います
 - ▶ なので貪欲法も次に出てくる動的計画法も、広い意味では分割統治法の一種だということもできます
- ▶ 分割統治法と言うと、特に問題を**再帰的に半分ずつに分割**していくものなどを指すことが多いです
 - ▶ 第4章で出てくるマージソートやクイックソートがその典型例と言えます
 - ▶ 正直分割統治法とか動的計画法とかの定義とかはめんどいのでなんとなくでいいです

動的計画法

▶ 動的計画法 (Dynamic Programming; DP)

- ▶ 問題を部分問題に分割し、その計算結果を保存しながら解いていく手法
- ▶ イメージで言うと「**少し多めにデータを持っておく貪欲法**」
- ▶ 漸化式、と言った方が理系大学生にはわかりやすいかも？



簡単な動的計画法

- ▶ 例題：<http://judge.u-aizu.ac.jp/onlinejudge/description.jsp?id=0168>
- ▶ 漸化式に落ちそう？
- ▶ なんで全探索しないで解けるんだろう？
 - ▶ 複数の「部分問題での状態」を一つにまとめられる
（複数の状態を同一視できる）から！
 - ▶ この例で言うと、「 i 段まで上った」という状態において、そこまでの上り方はもう関係ない情報なので、「 i 段目まで上った」という一つの状態にまとめられます

動的計画法

- ▶ さっきのイチゴの例題が、どうやったら最適解が出るか考えてみる
 - ▶ 全部の買い方を試す！

- ▶ $O(2^N)$ かかる
- ▶ 無駄な計算はないか？
- ▶ ...
- ▶
- ▶ ?



- ▶ さっきの簡単な例みたいに複数の状態を同一視できないだろうか

動的計画法

- ▶ N 個の店のイチゴのうち、「前半 i 個の店のイチゴについて買うか買わないか決めたときの状況」（これが**部分問題の状態**）がうまくまとめられないか考える

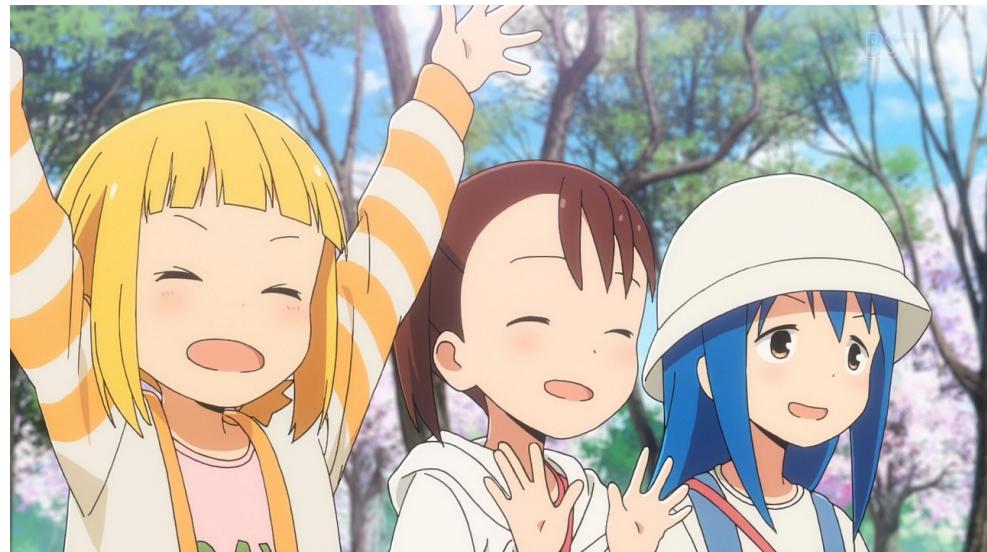


- ▶ 前半 i 個の店で「 P 円使って Q 個のイチゴを入手した」という状態は同一視できそう！
 - ▶ もう一捻りできる

動的計画法

12

- ▶ 前半 i 個の店で「100 円使って 2 個のイチゴを入手した」という状態と「100 円使って 3 個のイチゴを入手した」という状態が両方あった場合、これは明らかに 3 個のイチゴを入手した方を選んだ方が良いに決まっている
- ▶ つまり、前半 i 個の店で「 P 円使った」という状態は全て一つにまとめられて、その中で「一番多くイチゴを買った数」を持つておくだけでよい！
 - ▶ さっきまでに比べてとても効率的になった.....ような気がする！



まとめ

- ▶ 動的計画法では特に、「どのようにすれば効率よく状態を同一視できるか」がとても重要！
- ▶ これがなかなかむずかしい.....

