

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS APUCARANA

JULIO CESAR GARCIA RIBEIRO

RELATÓRIO DA ATIVIDADE SEMANAL 1
SISTEMAS DE CONTROLE 2

Apucarana, 2020

Neste relatório, se apresenta o uso de compensadores de avanço de fase para ajuste dos índices de performance de sistemas.

O sistema analisado é o descrito abaixo:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+4)(s+6)}$$

Primeiramente, se analisou o sistema sem compensador, onde o índice de desempenho requerido era *overshoot* percentual próximo de 30%. Então, se utilizou do software MATLAB para gerar o gráfico do lugar das raízes do sistema e sobrepôr a reta de ultrapassagem percentual. Esta reta é gerada utilizando como parâmetro o coeficiente de amortecimento para um overshoot de 30%, que pode ser calculado utilizando a expressão abaixo:

$$\xi = e^{-\left(\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)}$$

Para um *overshoot* de 30%, se tem que:

$$\xi = 0.358$$

Se pode observar na Figura 1 este o gráfico do lugar das raízes com a reta de ultrapassagem:

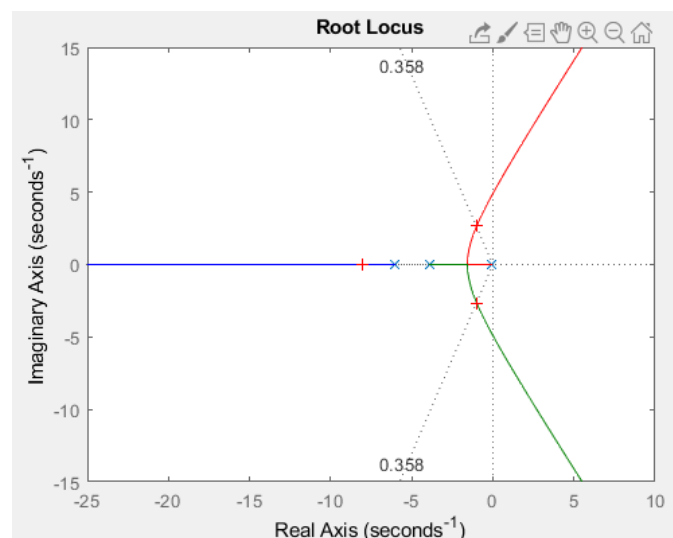


Figura 1 – Lugar das raízes do sistema sem compensação

Selecionando o ponto de intercepção da reta ultrapassagem percentual com o gráfico do lugar das raízes, se pode gerar o gráfico de resposta ao degrau (Figura 2), onde se encontrar outros valores interessantes para a análise e cálculos:

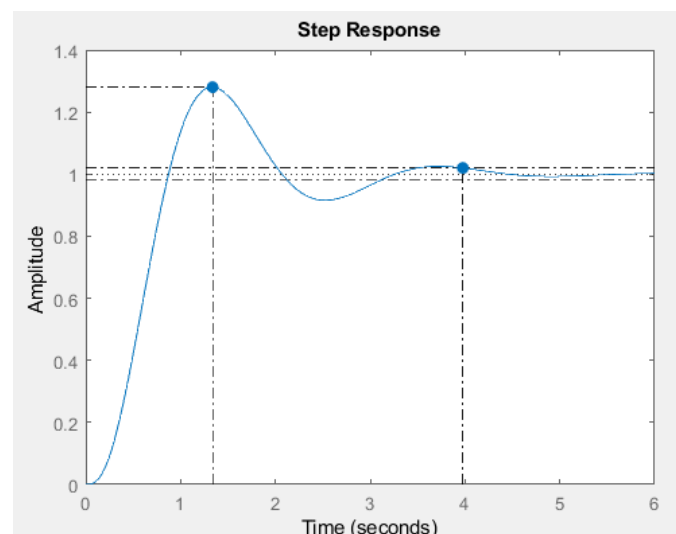


Figura 2 – Resposta a um degrau do sistema sem compensação

Com o gráfico da Figura 2 se tem o valor do tempo de acomodação (3.98s) e se pode conferir o percentual de *overshoot*, neste caso, em torno de 28%.

O software MATLAB também é capaz de calcular o ganho do sistema para este caso, e mostrar a localização dos polos do sistema. Neste primeiro caso, se tem que:

```
K =
    63.3002

P =
    -8.0054 + 0.0000i
    -0.9973 + 2.6528i
    -0.9973 - 2.6528i
```

Onde os polos dominantes são descritos pelo par conjugado.

Com estes dados se pode calcular os demais índices de performance do sistema, utilizando das equações abaixo:

$$\omega_n = \frac{4}{T_s \xi}$$

$$Kv = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

$$e(\infty) = \frac{1}{Kv}$$

Para este caso, se tem que:

$$\omega_n = 2.676s$$

$$Kv = 2.637$$

$$e(\infty) = 0.379$$

Com o compensador, se deseja continuar com valores de *overshoot* próximos de 30% e reduzir o tempo de acomodação do sistema pela metade (cerca de 1.99s). Para desenvolver o compensador, se precisa primeiramente encontrar os valores da frequência do sistema e do amortecimento. Como se sabe o tempo de acomodação necessário e o coeficiente de amortecimento, se pode calcular desta forma:

$$\omega_n = \frac{4}{T_s \xi}$$

Com estes valores, se calcula os polos do sistema da seguinte forma:

$$P_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

Com o valor do polo, se pode calcular a defasagem angular, subtraindo 180 do valor do ângulo de defasagem do resultado da função de malha aberta quando calculada no ponto do polo encontrado, da seguinte forma:

$$\theta = 180^\circ - (< G(P_{1,2}))$$

Com este valor, e utilizando de trigonometria se pode obter a posição do polo que comentará o zero do compensador, como na Figura 3 abaixo:

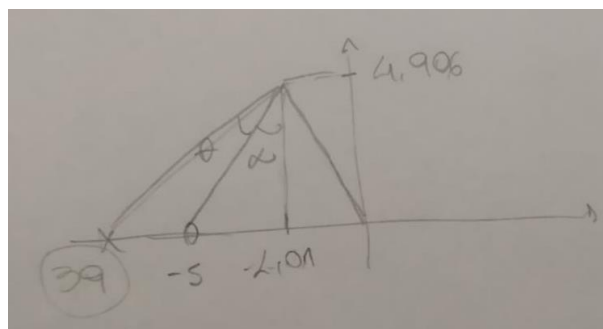


Figura 3 – Cálculo da posição do polo do controlador

Com a posição do polo, se pode calcular os índices de desempenho do sistema compensado, utilizando as seguintes expressões abaixo:

$$Kc|G_c(s)G(s)| = 1, Kc = \frac{1}{|G_c(s)G(s)|}$$

$$\alpha = \frac{P_{zero}}{P_{polo}}$$

$$Ganho_{compensador} = \alpha Kc K$$

Os sistemas compensados foram feitos utilizando a plataforma MATLAB, e os seus índices de desempenho podem ser observados na Tabela 1 abaixo.

Tabela 1 – Índices de desempenhos dos sistemas não compensado e compensado

	Sem compensação	Compensação A	Compensação B	Compensação C
Fator de amortecimento ξ	0.3755	0.3719	0.3828	0.5461
Polos dominantes	-0.997±2.653j	-1.970±4.917j	-1.961±4.731i	-2.299±3.527j
Outros polos	-8.00	-39	-18.2	-8.1
K escolhido	63.30	63.30	63.30	63.3
Tempo de acomodação T_s	3.98s	2.03s	2.04s	1.74s
ω_n	2.676	5.298	5.1215	4.21
Overshoot percentual M_p	28%	28.4%	27.2%	12.9%
K_v	2.637	6.673	5.1942	2.9137
$e(\infty)$	0.379	0.15	0.1925	0.3432

Abaixo se pode observar os gráficos de lugar das raízes e de resposta ao impulso dos sistemas compensados, em cada caso.

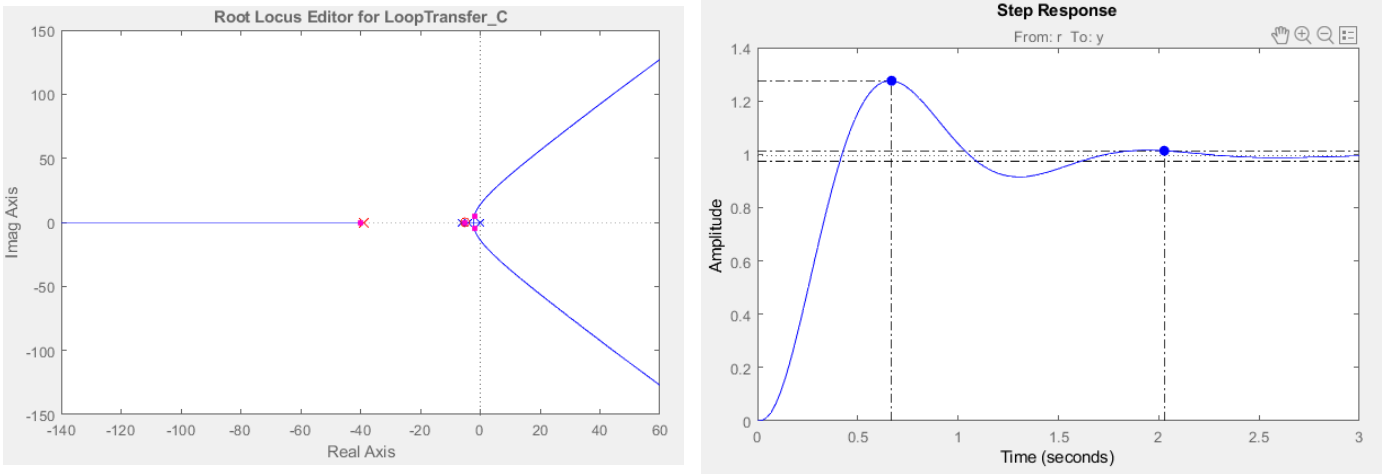


Figura 4 – Sistema com compensação e zero em -5

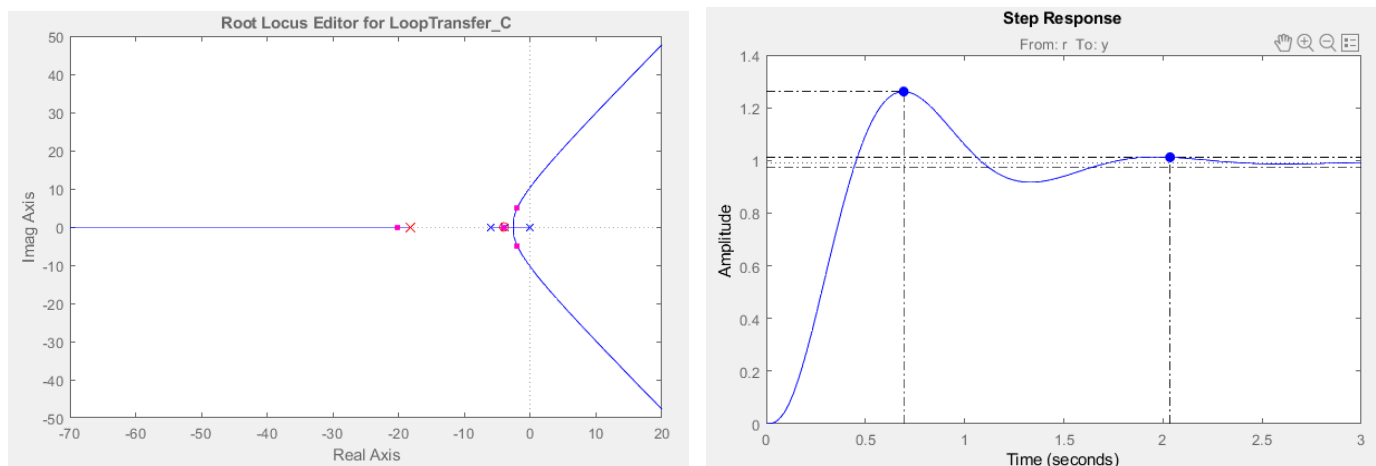


Figura 5 – Sistema em compensação e zero em -4

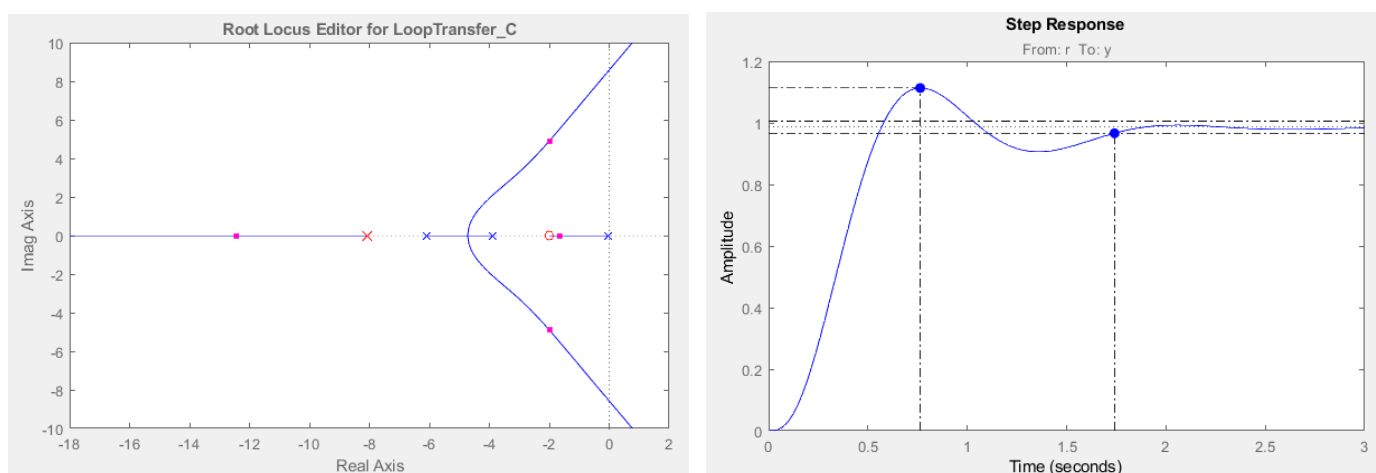


Figura 6 – Sistema com compensação e zero em -2

Se pode observar com as figuras e a tabela, que os sistemas alcançaram os índices de desempenho requeridos. Todos os casos reduziram pela metade o tempo de estabelecimento do sistema, como requerido. Se pode observar no sistema com a compensação C que o valor de *overshoot* e tempo de estabelecimento foram bem menores aos outros dois compensadores. Quando o zero foi colocado em -2, o gráfico do lugar das raízes também foi alterado de maneira mais abrupta em relação aos outros casos. Como o ponto está mais próximo da origem em comparação aos outros casos, o sistema acaba ficando mais rápido, mas também começa a ficar mais instável. Se o zero fosse posicionado ainda mais para a direita, o sistema se tornaria ainda mais instável.