

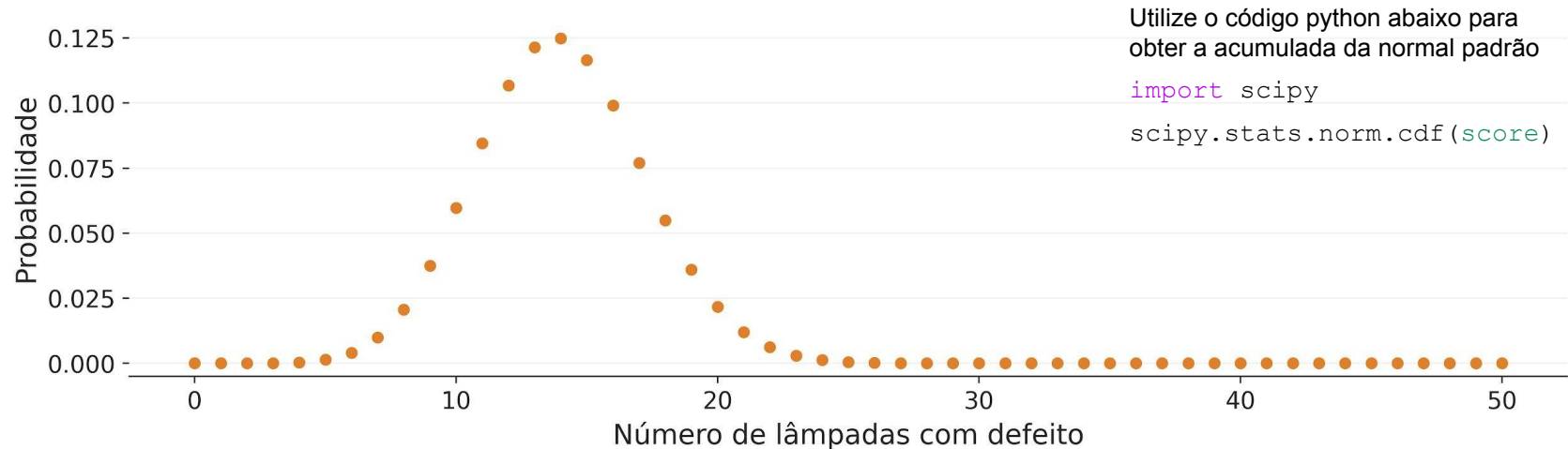
Lista 3

Soma de Variáveis Aleatórias e Estimação de Parâmetros

1. Um baralho comum de 52 cartas possui 4 naipes, cada naipe indo de ás a rei. Deseja-se estudar a diferença entre a frequência relativa e a probabilidade teórica de apanhar ao acaso um valete, uma dama ou um rei que sejam de naipe vermelho. Se forem realizadas 10450 tentativas com reposição, então estaremos ao menos quantos por cento confiantes de que a diferença seja menor que 0.02?
2. Em uma loja de presentes há uma grande caixa com canetas pretas e azuis em proporção desconhecida. Define-se um experimento com reposição que consiste em apanhar uma caneta aleatória por vez até que se consiga 6 da cor azul, encerrando a sequência. Tal experimento foi conduzido 14 vezes e a quantidade de retiradas necessárias para encerrar cada sequência foi (18,15,16,17,21,19,14,20,17,22,18,13,11,22). Encontre a estimativa de máxima verossimilhança de p , a probabilidade de apanhar uma caneta azul.



3. Um lote de lâmpadas incandescentes vem apresentando problemas de descolamento do filamento de tungstênio. O gerente do setor afirma que houve um defeito de fabricação que surge com 28% de probabilidade ao sacudir um exemplar de lâmpada. Um conjunto de 50 lâmpadas passarão pelo teste do sacolejo e deseja-se saber qual a probabilidade de que um total de 12 a 19 lâmpadas apresentem o dito defeito. Com 3 ou mais casas decimais de precisão, encontre esta probabilidade:
- a) Usando diretamente sua distribuição discreta.
 - b) Aproximando pela normal sem aplicar a correção de continuidade.
 - c) Aproximando pela normal aplicando a correção de continuidade.

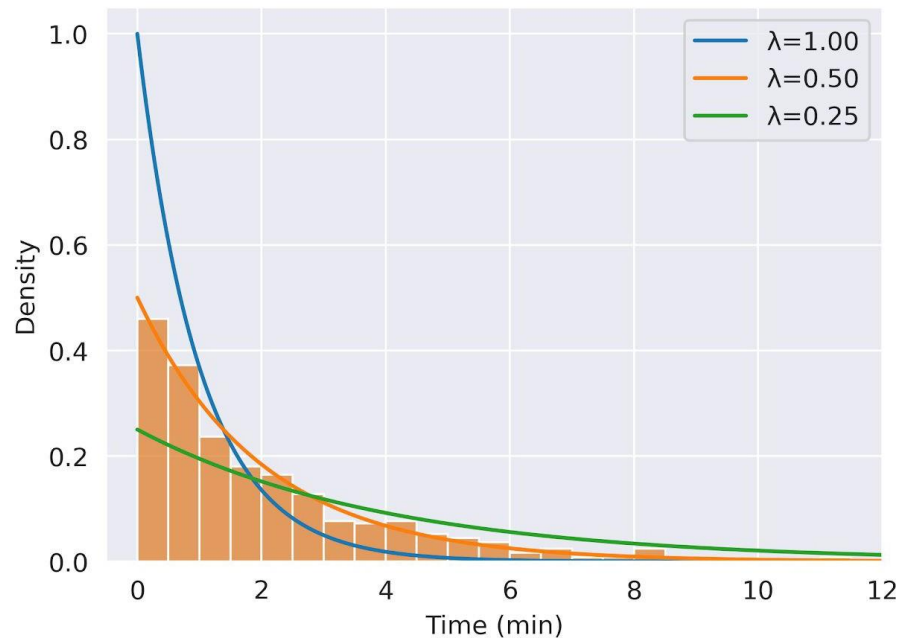
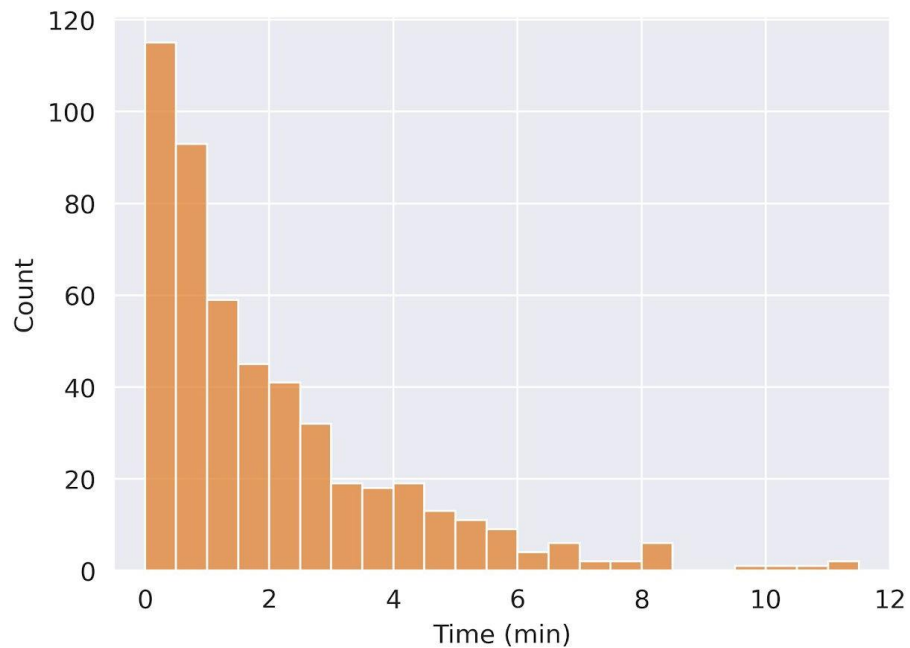


4. Meses atrás, o gerente de uma agência bancária andava preocupado com o crescimento exagerado da fila de atendimento. Seguindo conselhos, ele decidiu contratar um estatístico para modelar o tempo entre chegadas sucessivas de clientes, pois só depois disso seria possível tomar decisões a fim de contornar o problema. O estatístico então planejou a coleta de 500 amostras do tempo entre chegadas, sendo (X_1, X_2, \dots, X_n) medidas em minutos. Após dispor os dados em um histograma, verificou-se uma grande similaridade com uma distribuição exponencial, o que é esperado para problemas desta natureza (Teoria das Filas). O somatório dos tempos de todas as amostras foi igual a 1023.68 minutos.
-

$$X : f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \begin{matrix} E(X) = 1/\lambda \\ V(X) = 1/\lambda^2 \end{matrix}$$

Encontre a estimativa de máxima verossimilhança do parâmetro λ para a distribuição exponencial do estudo acima.

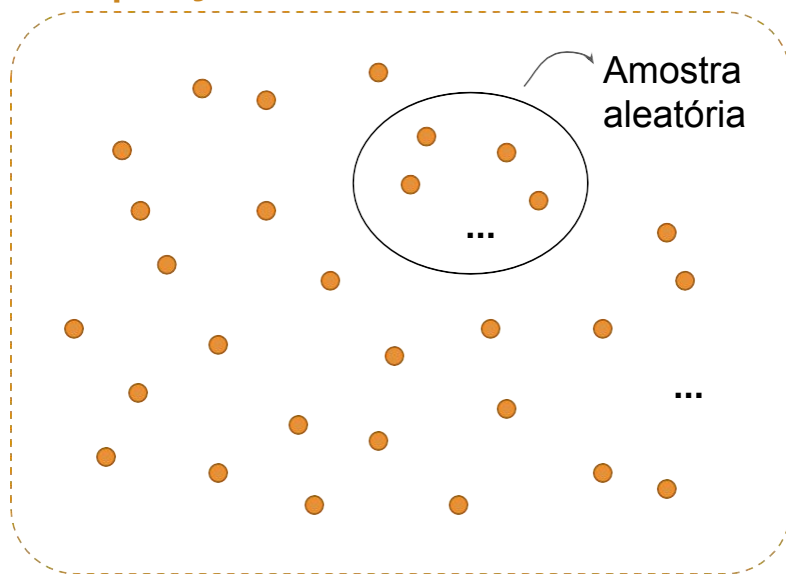
Normalização
do histograma



5. O preço do litro da gasolina no Recife é caracterizado por uma variável aleatória X de média $E(X) = \mu$ e variância $V(X) = \sigma^2$. Se $\bar{X} = (1/n)(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ é a média amostral de uma amostra aleatória (X_1, X_2, \dots, X_n) , então, pelo Teorema do Limite Central, \bar{X} tenderá a uma variável aleatória normal caso n seja suficientemente grande. A aplicação do TLC decorre de que X é função de uma soma de variáveis aleatórias X_i independentes e identicamente distribuídas, $i=1,2,\dots,n$. Chamamos de distribuição amostral da média*.

*Sampling distribution of the sample mean

População



- a) Mostre que $E(\bar{X}) = \mu$ e $V(\bar{X}) = \sigma^2/n$.
- b) Sabe-se que a média e o desvio padrão populacional são 4.65 e 0.76 reais, respectivamente. 18 postos de gasolina do Recife foram selecionados de forma aleatória e os preços do litro da gasolina estão dispostos abaixo. Verifique se a média amostral em questão faz parte daquelas 10% mais incomuns positivamente.

5.06	4.98	5.47	5.34	4.73	5.57
4.02	5.85	4.84	5.13	4.71	5.26
5.33	4.56	4.19	5.10	4.96	4.44

6. A seguinte amostra de tamanho 5 foi obtida da variável bidimensional (X, Y). Utilizando esses valores, calcule o coeficiente de correlação amostral.

X	15	16	17	18	19
Y	16	14	16	14	17

8. Um cliente julga que o preço (por litro) da gasolina está aumentando. Através de abastecimentos anteriores, sabe-se que a média do preço por litro é de 5 reais com desvio padrão de $3/2$ reais. Uma pesquisa feita nos dias atuais em 49 postos de gasolina, revelou uma média de 5,35 reais por litro. Teste a hipótese apresentada por este cliente. Considere o nível de significância de 5%.