Capítulo 6 - Variáveis Aleatórias de Duas ou Mais Dimensões

1. Sejam X e Y variáveis aleatórias contínuas com a seguinte função de densidade conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} 2e^{xy} & , -1 < x < 2, 0 < y < 3 \\ 0 & , c.c. \end{cases}$$

a) Obtenha as densidades marginais de X e Y , identificando as suas respectivas distribuições de probabilidade.

b) Verifique se X e Y são independentes, justificando a sua resposta

2. O proprietário de um parque privado de ciclismo vem observando a movimentação de clientes em seu estabelecimento durante anos. O parque conta com duas pistas de ciclismo distintas, onde a 1ª percorre a borda do parque, e a 2ª explora o seu interior arborizado. O cliente pagante pode frequentar o parque sozinho, ou em um grupo de até 4 pessoas. A tabela abaixo apresenta as frequências relativas que podem ser vistas como uma distribuição de probabilidade conjunta.

	Pista 1	Pista 2
1 pessoa	0.15	0.25
2 pessoas	0.09	0.16
3 pessoas	0.1	0.14
4 pessoas	0.01	0.1

a) Mapeie a tabela para variáveis da forma:
X = "pista x foi escolhida"
Y = "o grupo possui y pessoas"
Encontre ambas as distribuições marginais.

b) X e Y são independentes?

c) Dado que um cliente pagante escolha a pista 1, qual a probabilidade de que faça parte de um grupo de 4 pessoas?

d) Qual o valor esperado de Y?

3. Em um jogo de tabuleiro são utilizados 1 dado e 1 moeda para determinar a quantidade de casas a avançar. Ambos são justos. O dado é lançado 1 vez e gera a V.A. X = "face do dado voltada para cima". A moeda é lançada 2 vezes e gera a V.A. Y = "número de caras obtidas". X e Y são independentes. Sabendo que o número de casas a avançar no tabuleiro é dado pela V.A. Z = XY, responda:

a) Encontre a distribuição de X. Qual o valor esperado de X?
b) Encontre a distribuição de Y. Qual o valor esperado de Y?
c) Qual o valor esperado de Z?

4. Resolva o que se pede:

a) Suponha que X tenha uma distribuição de Poisson com parâmetro ß. Se P(X = 0) = 0, 2, calcule P(X > 2).

b) Suponha que X tenha uma distribuição de Poisson. Se P(X = 2) = ⅔ P(X = 1), calcule P(X = 0) e P(X = 3).

(c) (0,3) O número de partículas emitidas por uma fonte radioativa, durante um período especificado, é uma variável aleatória com distribuição de Poisson. Se a probabilidade de não haver emissões for igual a 1/3, qual é a probabilidade de que 2 ou mais emissões ocorram?

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^{k}}{k!}, \; k = 0, 1, \ldots$$

5. Se X tiver uma distribuição de poisson com parâmetro λ, e se P(X = 0) = 0, 2, calcule o valor esperado de X.

Capítulo 8 - Variáveis Aleatórias Discretas: A de Poisson e Outras

6. Yasmin não é uma boa cozinheira, a chance de que ela queime alguma comida é de 5 vezes ao dia e seu comportamento segue uma distribuição de Poisson. Num período de 7 dias, qual a probabilidade de que ela queime alguma comida no máximo 7 vezes?

Capítulo 9 - Algumas Variáveis Aleatórias Contínuas Importantes

7. Suponha que o tempo que uma pessoa passa dançando sem parar dentro de um dia segue uma distribuição gama com média 20 minutos e variância de 90 minutos. Quais são os parâmetros da distribuição gama utilizada? Qual é a probabilidade de uma pessoa dançar por, no máximo, 30 minutos? Qual é a probabilidade dessa pessoa passar entre 20 e 60 minutos dançando sem parar?

8. Uma fábrica de brinquedos produz um lote de 500 ursinhos de pelúcia por dia. A altura de cada ursinho é uma variável aleatória normal com média de 20 cm e desvio padrão de 3 cm. Qual é a probabilidade de que a altura média de um lote seja maior que 21 cm? E qual é a probabilidade de que pelo menos 90% dos ursinhos do lote tenham altura menor que 23 cm?