



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Física

---

## Experimento 3: Pêndulo Simples

Física Experimental 1 / 2023.1

---

### Informações sobre a Equipe

Nome: Ênio Henrique Nunes Ribeiro

Nome: Rafael Ramon Batista Corcino

Nome: \_\_\_\_\_

Bancada: \_\_\_\_\_ Turma: 77 Data: \_\_\_\_\_

# Atividades

## Parte I - primeira aula

### 1. Revisão teórica [1 ponto]

Uma massa suspensa pelo fio forma em princípio um *pêndulo físico*, isto é, um pêndulo com massa distribuída ao longo de toda a sua extensão.

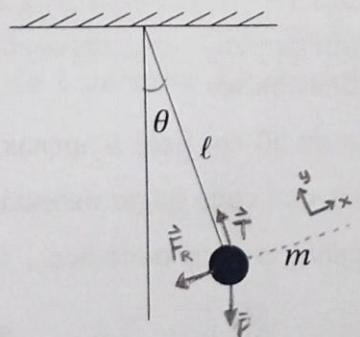
Sob algumas circunstâncias, não é necessário determinar a distribuição de massa do pêndulo físico em seus mínimos detalhes, pois ele deve ser bem descrito pelo *modelo do pêndulo simples*. Cite condições necessárias para que isso ocorra.

- Amplitude pequena;
- O comprimento do pêndulo físico deve ser significativamente maior que o objeto suspenso;
- Massa concentrada na extremidade.

Discuta com seus colegas algumas complicações que você poderia encontrar no pêndulo à sua frente com relação ao modelo do pêndulo simples. Cite-as abaixo.

- Puxona de resistência do ar;
- Puxona de forças externas, como o atrito da corda com a haste;
- Eventual variação do comprimento da corda.

O movimento do pêndulo simples é bem descrito pela mecânica de Newton. Desenhe no esquema abaixo os vetores de **todas** as forças atuando **sobre** a massa  $m$ .



A geometria do problema sugere decompor as forças atuando sobre o pêndulo nas direções:

(i) do fio e (ii) ortogonal a ele. Desenhe na figura o vetor força resultante.

Sendo  $\theta(t)$  o ângulo entre o fio e a vertical, escreva a equação para a aceleração angular

$\ddot{\theta}(t) = d^2\theta(t)/dt^2$  do pêndulo decorrente da 2ª lei de Newton.

$$\alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -\frac{g}{l}\cdot\theta$$

Você sabe que essa equação admite soluções oscilatórias, o *movimento harmônico simples*, em certo limite. Em que aproximação isso vale?

Resposta: Para ângulos pequenos, pode-se verter como uma boa aproximação  
 $\sin\theta \approx \theta$ .

Nesse caso, mostre por substituição direta na equação obtida acima que  $\theta(t) = \theta_0 \cos[\omega(t - t_0)]$  é solução. Deduza, com isso, a frequência de oscilação  $\omega$  como função de  $l$  e  $g$ , a aceleração da gravidade.

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= -\theta_0 \omega^2 \cos(\omega(t-t_0)) \\ \therefore \alpha(t) &= -\omega^2 \cdot \theta(t) \\ \text{Como } \alpha &= -\frac{g}{l} \cdot \theta \end{aligned}$$

$\frac{-g}{l} \cdot \theta(t) = -\omega^2 \cdot \theta(t)$

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

Nessa aproximação, o período de oscilação  $T = 2\pi/\omega$  depende de sua amplitude  $\theta_0$ ? Indique uma consequência da sua resposta na realização de um experimento nessas condições de aproximação.

Resposta: Não depende, quer, como nimor, o  $\omega$  depende apesar de  $g$  e de  $l$ . A consequencia é, mantendo os valores de  $g$  e  $l$ , terímos o mesmo período de oscilação para qualquer que seja  $\theta_0$ .

## 2. Medida do período de oscilação de um pêndulo [1 ponto]

O movimento do *pêndulo simples* possui algumas características gerais bem conhecidas, como você revisou acima. Vamos investigar experimentalmente um pêndulo real e determinar seu comportamento com relação ao modelo simplificado. Siga as instruções abaixo:

1. Monte o pêndulo com comprimento  $l$  em torno de 80 cm (isso é apenas uma sugestão!).
2. Coloque-o para oscilar seguindo as aproximações que você julgar necessárias.
3. Perturbe o pêndulo e observe como o movimento parece periódico. Você consegue fazer o pêndulo oscilar num plano fixo?

Para testar seu comportamento de forma um pouco mais detalhada, buscamos medir seu *período de oscilação*  $T$ . Embora pareça uma medição simples, devemos pensar cuidadosamente sobre a melhor forma de realizá-la para que seja *confiável*.

Para realizar medições confiáveis, é preciso considerar todos os detalhes do procedimento, desde o ato

uitar o pêndulo até a forma como determinar os pontos de início e fim da oscilação.

realize o seguinte procedimento de medida:

1. O experimentador perturba o pêndulo, colocando-o para oscilar; observa algumas oscilações para "pegar o ritmo" do pêndulo e determina visualmente pontos de retorno da trajetória.
2. Escolhendo algum ponto da trajetória como referência, experimentador dispara o cronômetro.
3. O cronômetro é parado quando o pêndulo retorna *ao ponto inicial com mesma velocidade*.

Aponte e descreva sucintamente possíveis fontes de (i) erros sistemáticos e (ii) erros aleatórios:

Resposta: (i) Comprimento do pêndulo, amplitude inicial, calibração do cronômetro;

(ii) Tempo de reação, interferência externa, como vento.

Notamos que mesmo tomando bastante cuidado sempre haverá uma fonte de erro da qual não é possível se livrar. A "pegada do ritmo", por exemplo, sempre produz *erro aleatório*. Para diminuir a influência do erro aleatório, é necessário **adquirir dados estatísticos**.

Vamos medir repetidas vezes o período de uma oscilação do pêndulo.

Denotamos o intervalo de tempo *medido* como  $\tau$ , para não confundi-lo conceitualmente com  $T$  (uma propriedade do pêndulo). Assim, almejamos determinar o valor mais confiável e incerteza de  $T$  a partir de medições de  $\tau$ .

Pense em seu procedimento experimental e descreva-o no espaço abaixo. Que ponto da trajetória do pêndulo você utilizará como referência para o início da oscilação, o ponto de velocidade máxima ou de deslocamento máximo? Justifique sua escolha.

Resposta: Com o comprimento de aproximadamente 80 cm, decidimos largar o pêndulo a uma pequena amplitude a olho. Para inicio da oscilação, utilizamos como referência o ponto de deslocamento máximo, já que quanto maior o período, menor o pêndulo diminui de velocidade até zero, o que torna mais fácil de identificá-lo.  
Realize 32 medições de 1 período do pêndulo (pelo mesmo membro da equipe!), denotadas por  $\tau_1 = T_1$ .

$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(18,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(18,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(16,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(18,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(16,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(16,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(17,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(18,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$
$(17,5 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(16,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$	$(16,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$

Utilizando todos os dados, calcule algumas propriedades estatísticas importantes de seu conjunto de medições: a média  $\langle T_1 \rangle$ , o desvio padrão  $\sigma_{T_1}$  e o desvio padrão da média  $\sigma_{\langle T_1 \rangle}$ .

$\langle T_1 \rangle$	$\sigma_{T_1}$	$\sigma_{\langle T_1 \rangle}$
1,77 $\Delta$	0,05 $\Delta$	0,009 $\Delta$

Com base nas propriedades estatísticas acima, escreva no quadro abaixo a expressão para a incerteza de  $T_1$ ,  $\sigma_{T_1}$ , como função do erro estatístico apropriado ( $\sigma_{T_1}$  ou  $\sigma_{\langle T_1 \rangle}$ ) e da incerteza instrumental  $\sigma_i$ .

$$\sigma_{T_1} = \sqrt{\sigma_{\text{est}}^2 + \sigma_i^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_{T_1} = 0,01 \Delta}$$

$$\sigma_{\text{est}} = \frac{\sigma_{T_1}}{\sqrt{N}} \Leftrightarrow \sigma_{\langle T_1 \rangle}$$

Enuncie seu valor  $T_1$  para o período do pêndulo.

$$T_1 = (17,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} \Delta$$

Justifique sua escolha de  $\sigma_{T_1}$  ou  $\sigma_{\langle T_1 \rangle}$  para a composição da incerteza.

Resposta: Para calcular a incerteza de  $T_1$  ( $\sigma_{T_1}$ ) é preciso da incerteza instrumental e da incerteza estatística. Como a incerteza estatística é o desvio padrão sobre a raiz quadrada de  $N$ , que é exatamente igual ao desvio padrão da média, optamos por utilizar o desvio padrão da média ( $\sigma_{\langle T_1 \rangle}$ ).

### Medições de 10 períodos de oscilação do pêndulo [1 ponto]

Você deve ter percebido uma certa dificuldade prática em medir o período do pêndulo, dificuldade essa que seria ainda maior para medir períodos mais curtos de oscilação.

A causa disso é o tempo de reação humano,  $t_R$ , que, por ser apenas algumas vezes menor que  $T$ , introduz erro aleatório na medida. **Estime o tempo de reação humano**, descrevendo seu método de estimativa

$$t_R = 0,175 \Delta$$

Resposta: Utilizando-se de uma régua, fazendo o fute de reação simulando uma queda livre. Pegamos o comprimento da guia, considerando o valor da gravidade como  $9,8 \text{ m/s}^2$ , subtraímos o tempo de reação a partir da função horária do espaço.

Para diminuir o erro (aleatório ou sistemático?) causado pelo tempo de reação, devemos tentar aumentar a razão entre o tempo de medida  $\tau$  e seu tempo de reação  $t_R$ . Uma forma de se fazer isso é diminuir  $t_R$ , o que requereria, por exemplo, um treinamento para melhorar o seu reflexo.

A outra forma é aumentar  $\tau$ , pela *medição do tempo de múltiplas oscilações consecutivas*.

**Meça o tempo  $\tau_{10}$  no qual o pêndulo oscila 10 vezes.**

O período do pêndulo obtido por este procedimento é então  $T_{10} = \tau_{10}/10$ . Preencha a tabela abaixo.

$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$
$(18,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s$

$$\sigma_{T_{10}} = \sqrt{\sigma_{\text{est}}^2 + \sigma_i^2}$$

$$\sigma_{T_{10}} = \sqrt{\sigma_{T_{10s}}^2 + \sigma_i^2}$$

$$\sigma_{T_{10}} = 0,01$$

Determine abaixo as propriedades estatísticas deste novo conjunto de medições.

$\langle T_{10} \rangle$	$\sigma_{T_{10}}$	$\sigma_{\langle T_{10} \rangle}$
$1,79 s$	$0,008 s$	$0,001 s$

Com base nas propriedades estatísticas acima e na incerteza instrumental  $\sigma_i$ , enuncie o período do pêndulo  $T_{10}$  encontrado pelo método de medir 10 períodos consecutivos.

$$T_{10} = \frac{(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1} s}{10}$$

Compare os valores medidos de  $T_1$  e  $T_{10}$  obtidos pelos dois métodos. São compatíveis? Justifique sua resposta em seus dados.

Resposta: Apesar de serem valores diferentes, não são compatíveis, pois não têm proximidade com a incerteza de re concordam.

Qual método de medida é mais preciso, segundo seus dados? Justifique sua resposta.

Resposta: O segundo método, pois, se analisarmos cada medida de cada método, as medidas do segundo método são mais próximas e divergem menos, comparadas às medidas do 1º método.

Para que o erro aleatório tenha a mesma magnitude que a incerteza instrumental seria necessário realizar um número  $N_{max}$  de medições de  $T_{10}$ . De acordo com a estatística obtida para o tempo  $T_{10}$ , estime o valor de  $N_{max}$ .

$$\text{Resposta: } \sigma_{T_{10}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{N}} \Rightarrow 0,001 = \frac{0,008}{\sqrt{N}} \Rightarrow \sqrt{N} = \frac{0,008}{0,001} \Rightarrow N_{max} = 64$$

Faz sentido continuar aumentando o conjunto de medições além de  $N_{max}$ ? Por quê?

Resposta: Não, pois, se aumentarmos N, o erro ficará cada vez menor e como  
 $\sigma_{T_{10}} = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_{erro}^2}$ , o erro se apropria cada vez mais do erro instrumental.

#### 4. Análise estatística dos dados [2 pontos]

Você deve ter concluído que um dos procedimentos anteriores leva a uma redução na incerteza experimental na medida do período.

Faça, agora, uma análise estatística/gráfica das medições associadas ao segundo procedimento (medição de  $T_{10}$ )

Gráfico 1 - Histograma das medições de  $T_{10}$  [1,0 ponto]:

- Numa folha de papel milimetrado, represente o histograma das medições de  $T_{10}$ .  
Não esqueça de colocar título e denominar os eixos!

Escreva na tabela abaixo os intervalos e frequências do histograma, utilizando tantas linhas e colunas quanto necessárias. Não se esqueça de denominar as colunas, incluindo-se aí unidades e incertezas, caso necessário. Coloque títulos nas tabelas.

Histograma das medições de $T_{10}$			
Intervalo	Valor Míadiano	Freq. Absoluta	Probabilidade
[1,77; 1,78[	1,775	1	3,1%
[1,78; 1,79[	1,785	3	9,4%
[1,79; 1,80[	1,795	12	37,5%
[1,80; 1,81[	1,805	15	46,9%
[1,81; 1,82[	1,815	1	3,1%

Para o conjunto de dados acima, escreva o número de dados  $N_\sigma$  esperados dentro do intervalo de 1 desvio padrão ( $1\sigma$ ) no entorno da média. Faça a mesma estimativa para  $N_{2\sigma}$  e  $N_{3\sigma}$  (i.e. o número de dados abarcados pelo intervalo  $2\sigma$  e  $3\sigma$ , respectivamente). Utilize como incerteza nesses números a flutuação estatística típica esperada para um processo gaussiano aleatório.

$$N_{1\sigma} = 22 \pm 5$$

$$N_{2\sigma} = 30 \pm 5$$

$$N_{3\sigma} = 32 \pm 6$$

Justifique

gráfico 1.

1. Marque com uma linha vertical tracejada a posição do valor médio do conjunto,  $\langle T_{10} \rangle$ .
2. Aponte da mesma forma os valores de  $T_{10}$  que se encontram a 1 desvio padrão (denotado por  $\sigma_{T_{10}}$ ) de distância da média, i.e.  $\langle T_{10} \rangle - \sigma_{T_{10}}$  e  $\langle T_{10} \rangle + \sigma_{T_{10}}$ .
3. Marque, também, os pontos de tolerância para o erro na média, denotado por  $\sigma_{\langle T_{10} \rangle}$ , nos valores  $\langle T_{10} \rangle - \sigma_{\langle T_{10} \rangle}$  e  $\langle T_{10} \rangle + \sigma_{\langle T_{10} \rangle}$ .

Análise o histograma.

1. Determine a partir do histograma no gráfico o número de dados  $N_\sigma^{(10)}$  abarcados no intervalo de  $1 \sigma_{T_{10}}$  em torno da média, i.e. entre os pontos  $\langle T_{10} \rangle - \sigma_{T_{10}}$  e  $\langle T_{10} \rangle + \sigma_{T_{10}}$ .
2. Determine a quantidade de dados  $N_{2\sigma}^{(10)}$  no intervalo de  $2 \sigma_{T_{10}}$  no entorno da média.
3. Faça o mesmo para  $N_{3\sigma}^{(10)}$ , o número de dados no intervalo  $3 \sigma_{T_{10}}$  ao redor da média.

$$N_\sigma^{(10)} = \underline{12} \quad N_{2\sigma}^{(10)} = \underline{30} \quad N_{3\sigma}^{(10)} = \underline{32}$$

Esses números são compatíveis com o esperado para uma distribuição gaussiana? Justifique.

Resposta: Não exatamente, pois, apesar de  $N_{2\sigma}^{(10)}$  e  $N_{3\sigma}^{(10)}$  atingirem os valores esperados para uma distribuição gaussiana, o  $N_\sigma^{(10)}$  se distancia dos valores esperados para essa distribuição.

A partir do histograma determine o valor mais provável  $T_{10}^{mp}$  (moda), e escreva-o abaixo, sempre denotando a margem de tolerância estimada a partir do histograma.

$$T_{10}^{mp} = \underline{1180,5 \pm 0,5} \cdot 10^{-2}$$

O valor mais provável é compatível com o valor médio? Justifique.

Resposta: Não é compatível, pois mesmo com a incerteza dada acima, não se consegue atingir o valor médio.

---

**Forte sugestão:** você deve ter completado todas as atividades propostas até aqui antes de iniciar a segunda aula deste experimento

---

## Parte II - segunda aula

### 5. Medição da magnitude da aceleração gravitacional [1 ponto]

No início deste experimento, você apontou o cenário esperado em que o pêndulo físico se comporta como um pêndulo simples. Tendo o cuidado de se manter dentro desses limites, é possível medir a aceleração da gravidade.

Segundo o **modelo teórico** do pêndulo simples, a relação entre seu período  $T$ , o comprimento  $\ell$  do fio e a magnitude da aceleração local da gravidade  $g$ , é dada pela expressão

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\ell}. \quad (1)$$

Deve ser possível, então, determinar  $g$  pelo movimento do pêndulo, bastando para isso medir  $T$  e  $\ell$ . Siga o procedimento abaixo:

1. Obtenha o período  $T$  do pêndulo para 5 valores diferentes de  $\ell$ . Escolha o procedimento de medição de  $\tau$  que achar mais apropriado. Coloque seus resultados na próxima tabela.
2. Na tabela, o intervalo de tempo  $t$  se refere ao dado *bruto* obtido pela medição, enquanto  $T$  é o período do pêndulo obtido a partir de suas medições  $\tau$ .

OBS: Use o espaço abaixo para descrever de forma sucinta seu procedimento experimental, definindo o que é  $\tau$  em seu caso e como foi medido. **Enuncie o valor adotado para a incerteza em  $\tau$  (use suas medições anteriores).**

Resposta: Utilizei o 2º método para calcular  $T$ , em que  $\tau$  é o período para 10 oscilações, i.e.  $T = \frac{\tau}{10}$ . A incerteza de  $\tau$  é 0,01 s.

Descreva no espaço abaixo seu procedimento para medida de  $\ell$ , explicando como você definiu esse comprimento em sua medida.

Resposta: Iniciei a medição com 80 cm de comprimento de  $\ell$ , utilizando uma frenagem diaminuindo o comprimento de  $\ell$  de 10 em 10 centímetros, medindo o período de oscilação para cada comprimento.

$\ell$	$t$	$T$
$(800,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-1}$ cm	$(179,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s
$(700,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-1}$ cm	$(169,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s	$(16,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s
$(600,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-1}$ cm	$(158,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s	$(15,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s
$(500,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-1}$ cm	$(146,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s	$(14,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s
$(400,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-1}$ cm	$(130,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s	$(13,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-1}$ s

## Linearização gráfica para análise de dados [2 pontos]

Analice esses dados por **representação gráfica**. Uma *relação linear* entre duas grandezas medidas pode ser quantitativamente determinada por um *ajuste de reta* aos dados.

Em nosso caso, no entanto, a Eq. (1) não é uma relação linear entre  $T$  e  $\ell$  (esperamos *segundo o modelo teórico* que  $T$  varie com  $\sqrt{\ell}$ ). Mas isso é fácil de contornar por uma *mudança de variáveis*.

Definindo  $x = \sqrt{\ell}$  e  $y = T$  a Eq. (1) pode ser escrita como uma relação linear

$$y = Ax + B \quad \text{onde} \quad A = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \quad \text{e} \quad B = 0 \quad (2)$$

Com isso, podemos proceder com o ajuste linear.

O coeficiente linear  $A$  da reta (sua inclinação, ou derivada), deve fornecer o valor de  $g$ , enquanto seu coeficiente linear  $B$  é esperado ser nulo.

Utilize seus dados de  $\ell$  e  $T$  para obter as novas variáveis  $x$  e  $y$  (com as respectivas incertezas!).

$x \pm \sigma_x$	$y \pm \sigma_y$
$(894,4 \pm 0,3) \cdot 10^2 \sqrt{\text{cm}}$	$(17,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
$(836,7 \pm 0,3) \cdot 10^2 \sqrt{\text{cm}}$	$(16,9 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
$(774,6 \pm 0,3) \cdot 10^2 \sqrt{\text{cm}}$	$(15,8 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
$(707,1 \pm 0,4) \cdot 10^2 \sqrt{\text{cm}}$	$(14,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$
$(632,5 \pm 0,4) \cdot 10^2 \sqrt{\text{cm}}$	$(13,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$

Escreva no quadro abaixo a expressão utilizada no cálculo das incertezas  $\sigma_x$  como função de  $\sigma_\ell$ .

$$\sigma_x = \sqrt{(\sigma_\ell \cdot \frac{1}{2\sqrt{\ell}})^2} \rightsquigarrow \sigma_x = \frac{1}{2\sqrt{\ell}} \cdot \sigma_\ell$$

$$\frac{\partial x}{\partial \ell} = \frac{1}{2\sqrt{\ell}}$$

### Gráfico 2 - Gráfico linear para obtenção de $g$ - [1 ponto]

- Numa folha de papel milimetrado, faça o gráfico de  $x = \sqrt{\ell}$  versus  $y = T$ .

Denote sempre as grandezas e unidades nos eixos! Utilize barras de erro! usando as incertezas.

Analise cuidadosamente o seu gráfico.

A relação encontrada *experimentalmente* é *linear*, em acordo com nosso modelo?

Resposta: Não, pois os pontos não se encontram na mesma reta.

Encontre **visualmente** uma boa reta de ajuste aos dados. Utilize uma régua para guiar seus olhos na escolha das possíveis retas. Você perceberá que existem muitas possibilidades. De fato, o ajuste visual consiste num método *grosseiro* e, por isso, veremos técnicas melhores ao longo do curso. Para traçar a melhor reta, considere todos os pontos experimentais de tal maneira que a reta passe por todos os intervalos de incerteza.

Para determinar o coeficiente angular do ajuste visual e sua incerteza aproximada, trace

duas retas extremas no gráfico: uma com inclinação máxima e outra com inclinação mínima. Lembre-se de que as duas retas devem se ajustar bem a todos os dados em suas margens de incertezas.

Determine o coeficiente angular de cada reta. Para facilitar a leitura, encontre dois pontos em que cada reta cruze ao mesmo tempo ambas as marcações (horizontal e vertical) do papel milimetrado e marque esses pontos no gráfico. Escolha pontos distantes para maximizar sua precisão.

Para a reta com coeficiente angular mínimo  $A_{min}$ , leia no papel a distância  $\Delta x$  e  $\Delta y$  entre esses dois pontos. Calcule então a inclinação da reta  $A_{min} = \Delta y / \Delta x$ .

$\Delta x$	$\Delta y$	$A_{min}$
$\Delta x = 8,944 - 6,325 = 2,619$	$\Delta y = 1,79 - 1,30 = 0,49$	0,19

Faça o mesmo para a reta com coeficiente angular máximo  $A_{max}$ .

$\Delta x$	$\Delta y$	$A_{max}$
$\Delta x = 7,746 - 6,325 = 1,421$	$\Delta y = 1,58 - 1,30 = 0,28$	0,20

Para determinar graficamente o coeficiente linear da reta visual e seu erro, utilize uma régua para estimar os valores máximo  $B_{max}$  e mínimo  $B_{min}$  do ponto onde as retas possíveis cruzariam o eixo  $x=0$  (cuidado: verifique se esse ponto aparece em seu gráfico!).

$B_{min}$	$B_{max}$
0,04	0,14

Utilize seus resultados para enunciar os coeficientes  $A$  e  $B$  da reta visual e suas incertezas.

$$A = 0,0 \pm 0,2 \cdot 10^{-1}$$

$$B = 0,1 \pm 0,1$$

Trace no gráfico a reta ajustada visualmente (utilize caneta para destacar das demais).

Utilizando a Eq. (2), determine o valor de  $g$  obtido a partir da reta ajustada.

$$g = 9,86 \pm 0,22 \text{ m/s}^2$$

Considere o valor aceito para a magnitude da aceleração da gravidade como  $g_0 = 9,781 \text{ m/s}^2$ . Seu resultado experimental é compatível com esse valor? Justifique.

Resposta: Sim, pois, com o valor da gravidade que calculamos, a partir da incerteza obtivemos o valor de  $g_0$ .

O coeficiente linear  $B$  obtido experimentalmente é nulo? Ou seja, você defenderia  $B = 0$  ou  $B \neq 0$  com base em seus dados? Justifique. Caso  $B \neq 0$ , conjecture sobre o possível motivo.

Resposta: Sim, pois a partir da incerteza de  $B$  obtemos o valor de  $B = 0$ .

Histograma das medições de  $T_{10}$ 