Prof. Dr. Stefan Michael Blawid
Departamento de Engenharia de Computação
Centro de Informática

Tel. (81) 2126-8430 r: 4328
sblawid@cin.ufpe.br
https://sites.google.com/a/cin.ufpe.br/if817/

LE1: Equações de Primeira Ordem

Nota: (1) Selecione e resolva uma questão para a AC. Não reenvie esta questão novamente para LE1. Em vez disso, indicado como "resolvido anteriormente". (2) Resolva a **Q6** também numericamente para **y(0)=1** e envie a solução como arquivo .ipynp para LE1. Plote ambas, a solução numérica e analítica, e compare. (**3p**).

Recapitulando o Cálculo (Aula 2-1)

1. **(0.5p)** A regra do produto fornece qual derivada para $\exp(t)\exp(-t)$? O que significa o resultado?
2. **(0.5p)** Defina $t = 2$ na série infinita para e^2. A soma deve ser **e** vezes **e**, próxima a 7,39. Quantos termos da série alcançam uma soma de 7? Quantos termos para passar 7,3?
3. **(0.5p)** Em um investimento de um ano de $y(0) = R\$100$, suponha que a taxa de juros salte de 6% para 10% após seis meses. A taxa equivalente para um ano inteiro é igual a 8% ou superior a 8% ou inferior a 8%?
4. **(0.5p)** Para $dy/dt = y$, o primeiro passo de Euler escolhe $Y1 = (1+\Delta t)\ Y0$. Euler para trás escolhe $Y1 = Y0/(1-\Delta t)$. Explique por que $1+\Delta t$ é menor que o $\exp(\Delta t)$ exato e $1/(1-\Delta t)$ é maior que $\exp(\Delta t)$.

ODEs de Primeira Ordem (Aula 2-2)

5. **(0.5p)** Suponha que a função de etapa seja ativada em $T = 4$ e desativada em $T = 6$. Então $q(t) = H(t-4) - H(t-6)$. Começando com $y(0) = 0$, resolva $dy/dt + 2y = q(t)$. O que é $y_\infty = y(t \to \infty)$?
6. **(0.5p)** Estas equações são lineares e separáveis: Resolva (i) $dy/dt = (y+4)\cos(t)$ e (ii) $dy/dt = y\exp(t)$
7. **(0.5p)** Teste a condição de exatidão $\partial g/\partial y = -\partial f/\partial t$ e resolva (i) $dy/dt = (-3t^2 - 2y^2)/(4ty + 6y^2)$ e (ii) $dy/dt = -[1 + y\exp(ty)]/[2y + t\exp(ty)]$

Oscilações e Crescimento Variável (Aula 2-3)

8. **(0.5p)** Escreva $2 + 3i$ como $r\exp(i\phi)$. Escreva $y = \exp(iwt) / (2 + 3i)$ na forma polar. Então encontre as partes reais e imaginárias de y. E também encontre essas partes reais e imaginárias diretamente de $(2 - 3i)\exp(iwt) / (2 - 3i)(2 + 3i)$.
9. **(0.5p)** Encontre a solução real para $dy/dt - 2y = \cos(wt)$ a partir de $y(0) = 0$, em três etapas: Resolva a equação complexa $dz/dt - 2z = \exp(iwt)$, pegue $Y_p = \mathrm{Re}\{z\}$ e adicione a solução nula $Y_n = C\exp(2t)$ com o C correto.

10. **(0.5p)** A corrente elétrica I em um circuito RL é a solução $Re\{I\}$ de $L\, dI/dt + R\, I\, (t) = V \exp(iwt)$. Determine $Z = V/I$ assumindo $I(t) = I \exp(i\, wt)$. Qual é a magnitude e o ângulo de fase de Z. A magnitude da corrente é maior ou menor por causa de L?
11. **(0.5p)** Qual é o fator de crescimento $G(t,s)$ para a equação $dy/dt = \sin(t)\, y + Q \sin(t)$? Qual é a solução nula $yn(t)$ com $yn(0) = 1$ e a solução específica $yp(t)$ com $yp(0) = 0$.

Modelagem com ODEs (Aula 2-4)

12. **(0.5p)** Equação logística $dy/dt = ay - by^2$: Se a capacidade de carga da Terra é $a/b = 14$ bilhões de pessoas, qual será a população no ponto de inflexão? O que é dy/dt nesse ponto?
13. **(0.5p)** A equação de Bernoulli $dy/dt = ay - by^n$ tem um termo de competição by^n. Resolva a equação introduzindo $z = y^{1-n}$.
14. **(0.5p)** Decida estabilidade ou instabilidade para os estados estacionários de (i) $dy/dt = 2\, (1-y)\, (1-\exp[y])$ e (ii) $dy/dt = (1-y^2)\, (4-y^2)$