

5. Encontre a série complexa de Fourier para  $F(x) = \exp(x)$  em  $-\pi \leq x \leq \pi$ . Essa função  $\exp(x)$  parece suave, mas deve haver um salto oculto para obter os coeficientes  $c_k$  proporcionais a  $1/k$ . Onde está o salto?

Período fundamental  $= 2L \therefore T = 2\pi \therefore$  Logo,  $L = \pi$

$\curvearrowright -\pi \leq x \leq \pi$

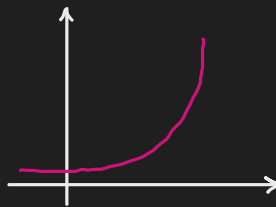
Coeficiente  $C_k = \frac{1}{2L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \bar{e}^{i \cdot \omega \cdot x} dx \quad [\omega = \frac{k \cdot \pi}{L}]$

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} e^x \cdot \bar{e}^{-i \cdot \omega \cdot x} dx \rightarrow C_k = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} e^{x - i \cdot \omega \cdot x} dx \rightarrow C_k = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ e^{x - i \cdot \omega \cdot x} \right]_{-\pi}^{+\pi}$$

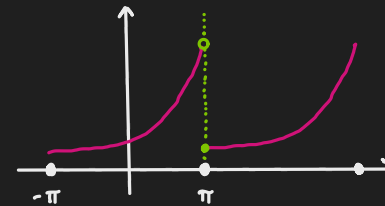
$$\rightarrow C_k = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \frac{e^{\pi - i \cdot \omega \cdot \pi}}{1 - i \cdot k} - \frac{e^{-\pi + i \cdot \omega \cdot \pi}}{1 - i \cdot k} \right] \rightarrow$$

$C_k = \frac{1}{2\pi \cdot (1 - i \cdot k)} \cdot (e^{\pi - i \omega \pi} - e^{i \omega \pi - \pi})$

Analisando o gráfico da função exponencial, temos:



Se estendermos esta função periodicamente, teremos:



Sabemos que o salto ocorre quando a função é descontínua, desta forma, percebemos que o salto ocorre em  $x = \pi$  !