

## LE2.2: Equações de Segunda Ordem

**Nota:** Resolva a **Q10(b)** também numericamente para  $y(0)=y'(0)=0$  e envie a solução como arquivo .ipynp para LE2. Plote ambas, a solução numérica e analítica, e compare. (3p).

### ODEs de Segunda Ordem (Aula 3-2)

4. (0.5p) Resolva estas equações  $P(D)y = \exp(ct)$  de coeficiente constante com força motriz exponencial by  $yp(t)=\exp(ct)/P(c)$ : (a)  $yp'' + 3yp' + 5yp = \exp(t)$ ; (b)  $2yp'' + 4yp = \exp(it)$ ; (c)  $y'''' = \exp(t)$ .
5. (0.5p) Como  $yp(t) = \exp(ct)/P(c)$  resolve  $y'' + y = \exp(t)$   $\exp(it)$  e então  $y'' + y = \exp(t) \cos(t)$ ?
6. (0.5p) Qual valor de  $C$  dá ressonância em  $y'' + Cy = \exp(iwt)$ ? Por que nunca obtemos ressonância em  $y'' + 5y' + Cy = \exp(iwt)$ ?
7. (0.5p) (a) Encontre a oscilação constante  $yp(t)$  que resolve  $y'' + 4y' + 3y = 5 \cos(wt)$ ; (b) Encontre a amplitude  $A$  de  $yp(t)$  e seu atraso de fase  $\alpha$ . (c) Qual frequência  $w$  fornece amplitude máxima (ganho máximo)?

### Exemplos de Engenharia (Aula 3-3)

8. (0.5p) Por que um loop LC sem resistor produz uma mudança de fase de  $90^\circ$  entre corrente e tensão? A corrente percorre o circuito a partir de uma bateria de tensão  $V$  no circuito.
9. (0.5p) Use o método de coeficientes indeterminados para encontrar uma solução  $yp(t)$  a (a)  $y'' + 9y = \exp(2t)$  e (b)  $y'' + 9y = t \exp(2t)$ .
10. (0.5p) Use o método de coeficientes indeterminados para encontrar uma solução  $yp(t)$  a (a)  $y'' + y = \exp(it)$  e (b)  $y'' + y = \cos(t)$ .
11. (0.5p) Para  $y'' + 4y = \exp(t) \sin(t)$  (exponencial versus sinusoidal), temos duas opções:  
(a) Substitua  $yp(t) = M \exp(t) \cos(t) + N \exp(t) \sin(t)$  e determine  $M$  e  $N$ ;  
(b) Resolva  $z'' + 4z = \exp[(1 + i)t]$ . Então  $y$  é a parte imaginária de  $z$ .  
Use os dois métodos para encontrar o mesmo  $y(t)$  - qual você prefere?

### Métodos Gerais (Aula 3-4)

12. (1p) Encontre duas soluções  $y_1, y_2$  a  $y'' + 3y' + 2y = 0$ . Use aquelas no método de variação de parâmetros para resolver: (a)  $y'' + 3y' + 2y = \exp(t)$ ; (b)  $y'' + 3y' + 2y = \exp(-t)$ .
13. (1p) (a) Encontre a transformada de Laplace  $Y(s)$  quando  $y'' = \exp(at)$  com  $y(0) = A$  e  $y'(0) = B$ . (b) Divida  $Y(s)$  em  $C1/(s - a) + C2/(s - a)^2 + C3/s$ . (c) Inverta  $Y(s)$  para encontrar  $y(t)$ .  
Verifique  $y'' = \exp(at)$  e  $y(0) = A$  e  $y'(0) = B$ .
14. (1p) Mostre que:  $(Hs + K)/(s-a)/(s-b) = (Ha + K)/(s-a)/(a-b) + (Hb + K)/(b-a)/(s-b)$ .