**(3p)** Encontre uma solução específica **yp(t) = R cos(wt-a)** para **y" + 100y = cos(wt) - sin(wt)**.

- $y_p(t) = R.\cos(wt - \phi)$

$y'' + 100y = \cos(wt) - \text{sen}(wt)$ $\quad \begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \end{cases}$

$y'' + 100y = R.\cos(wt + \phi)$

$y'' + 100y = \sqrt{2}.\cos(wt + \pi/4)$

$\boxed{A.\cos(wt) + B.\text{sen}(wt) = R.\cos(wt - \phi)}$

$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2}}$ $\quad \boxed{\phi = \text{arctg}\left(\frac{B}{A}\right)}$

$R = \sqrt{1^2 + (-1)^2}$ $\quad \phi = \text{arctg}\left(\frac{-1}{1}\right)$

$R = \sqrt{1+1}$ $\quad \phi = \text{arctg}(-1)$

$R = \sqrt{2}$ $\quad \phi = -\pi/4$

Sabendo que $y_p(t) = R.\cos(wt - \phi)$ é a solução da equação:

- $y_p'(t) = -R.\text{sen}(wt - \phi).w$
- $y_p''(t) = -R.w^2.\cos(wt - \phi)$

Portanto: $y'' + 100y = \sqrt{2}.\cos(wt + \pi/4)$

$$\frac{-R.w^2.\cancel{\cos}(wt + \pi/4)}{\cancel{\cos}(wt + \pi/4)} - \frac{100.R.\cancel{\cos}(wt + \pi/4)}{\cancel{\cos}(wt + \pi/4)} = \frac{\sqrt{2}.\cancel{\cos}(wt + \pi/4)}{\cancel{\cos}(wt + \pi/4)}$$

$$-R.w^2 + 100.R = \sqrt{2}$$

$$R.(-w^2 + 100) = \sqrt{2}$$

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{2}}{100 - w^2}}$$

Por fim, temos a solução específica: $\boxed{y_p(t) = \frac{\sqrt{2}}{100 - w^2}.\cos(wt + \pi/4)}$ //

**(3p)** (a) Se você conhece **exp(iθ)** e **exp(-iθ)**, como pode encontrar **sin(θ)**? (b) Encontre todos os ângulos **θ** com **exp(iθ) = -1**, e (c) todos os ângulos $\phi$ com **exp(i$\phi$) = i**.

$\boxed{e^{i\theta} = \cos(\theta) + i.\text{sen}(\theta)}$ $\boxed{e^{-i\theta} = \cos(\theta) - i.\text{sen}(\theta)}$

a) $\begin{cases} e^{i\theta} = \cos(\theta) + i.\text{sen}(\theta) \\ e^{-i\theta} = \cos(\theta) - i.\text{sen}(\theta) \quad .(-1) \end{cases}$

$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = i.\text{sen}(\theta) + i.\text{sen}(\theta)$

$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2.i.\text{sen}(\theta)$

$\boxed{\text{sen}(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2.i}}$ //

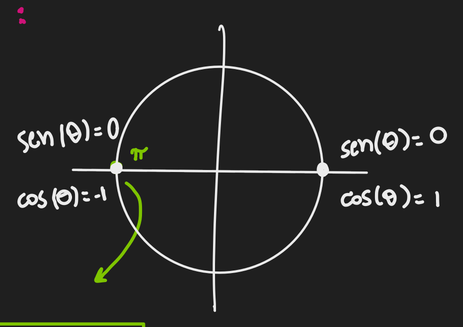
b) $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i.\text{sen}(\theta) = -1$

- P/ o resultado de $e^{i\theta} = -1$, isso significa que o termo imaginário $i.\text{sen}(\theta) = 0$, ou seja, $\text{sen}(\theta) = 0$ :

$\text{sen}(\theta) = 0$

e

$\cos(\theta) = -1$




$\boxed{\theta = (2K+1).\pi}$

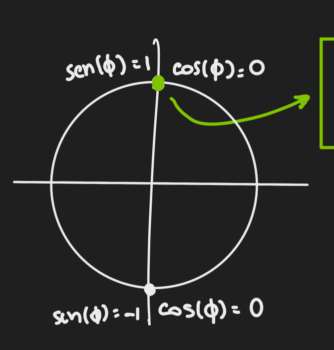
c) $e^{i\phi} = \cos(\phi) + i.\text{sen}(\phi) = i$

- P/ o resultado de $e^{i\phi} = i$, isso significa que o termo real $\cos(\phi) = 0$ e o termo imaginário $i.\text{sen}(\phi) = i$, ou seja, $\text{sen}(\phi) = 1$ :

$\cos(\phi) = 0$

e

$\text{sen}(\phi) = 1$




$\boxed{\theta = \frac{(4n+1).\pi}{2}}$

**(4p)** Qual equação de segunda ordem é resolvida por **y(t) = c1 exp(-2t) + c2 exp(-4t)**? Ou **y(t) = t exp (5t)**?

(A) $y(t) = C_1.e^{-2t} + C_2.e^{-4t}$ → Sabemos que a equação pode ser obtida por $y^2 - Sy + P = 0$, ou seja, $y^2 + 6y + 8 = 0$!

$\begin{cases} R_1 = -2 \\ R_2 = -4 \end{cases}$

Desta forma, a equação de 2ª ordem será:

$\boxed{y'' + 6y' + 8y = 0}$ //

- Produto $= R_1 . R_2 = (-2).(-4) \rightarrow 8$ (P)
- Soma $= R_1 + R_2 = (-2) + (-4) \rightarrow -6$ (S)

(B) $y(t) = t.e^{5t}$ → Sabemos que a equação pode ser obtida por $y^2 - Sy + P = 0$, ou seja, $y^2 - 10y + 25 = 0$!

$\{ R = 5$

Desta forma, a equação de 2ª ordem será:

$\boxed{y'' - 10y' + 25y = 0}$

- Produto $= R_1 . R_2 = 5.5 \rightarrow 25$ (P)
- Soma $= R_1 + R_2 = 5 + 5 \rightarrow 10$ (S)