Centro de Informática
UFPE

Prof. Dr. Stefan Michael Blawid
Departamento de Engenharia de Computação
Centro de Informática

Tel. (81) 2126-8430 r: 4328
sblawid@cin.ufpe.br
https://sites.google.com/a/cin.ufpe.br/if817/

LE3: Fourier Transforms

Séries de Fourier (Aula 5-1)

1. Encontre a série de Fourier em $-\pi \leqq x \leqq \pi$ para $f(x) = |\sin(x)|$, uma função par (série cosseno)
2. Suponha que $G(x)$ tenha um período $2L$ em vez de 2π. Então $G(x + 2L) = G(x)$ e as funções básicas da série de Fourier precisam mudar de $\exp(ikx)$ para $\exp(ik\pi x/L)$. Explique por que e deriva uma fórmula para os coeficientes de Fourier.
3. Se a condição de contorno da equação de Laplace for $u_0 = 1$ para $0 < \theta < \pi$ e $u_0 = 0$ para $-\pi < \theta < 0$, encontre a solução da série de Fourier $u(r, \theta)$ dentro do círculo unitário. O que é u na origem $r = 0$?
4. Uma onda quadrada centralizada tem $F(x) = 1$ para $|x| \leqq \pi/2$.
   (a) Encontre sua energia $\int |F(x)|^2\, dx$ por integração direta (Integre de $-\pi$ a π)
   (b) Calcule seus coeficientes de Fourier c_k como números específicos
   (c) Calcule (a) integrando as séries de Fourier e somando sobre todos $|c_K|^2$
5. Encontre a série complexa de Fourier para $F(x) = \exp(x)$ em $-\pi \leqq x \leqq \pi$. Essa função $\exp(x)$ parece suave, mas deve haver um salto oculto para obter os coeficientes c_k proporcionais a $1/k$. Onde está o salto?
6. Resolva $Ay'' + B y' + Cy = f(x)$ para $f(x) = \exp(ikx)$ and $f(x) = \sum c_k \exp(ikx)$.

Aula 5-3

7. Resolva a equação do calor $u_t = c\, u_{xx}$ em uma barra infinita começando em $u_0(x) = \delta(x)$.
8. Resolva a equação de calor $u_t = u_{xx}$ em uma barra finita $x \in [-\pi, \pi]$ a partir de uma fonte pontual $u_0(x) = \delta(x)$ com condições de contorno livre $u'(\pi, t) = u'(-\pi, t) = 0$..
9. A questão é sobre como resolver a equação de onda unidimensional $u_{tt} = c^2\, u_{xx}$: Sob um oceano plano com $u_0(x) = 1$, um terremoto produz $v_0(x) = \delta(x)$. Um tsunami unidimensional começa a se mover com velocidade c. Qual é a solução no tempo t?
10. A questão é sobre como resolver a equação de onda unidimensional $u_{tt} = c^2\, u_{xx}$: Suponha que uma corda de guitarra comece com velocidade zero $v_0(x)=0$ de uma função de chapéu: $u_0(x) = 2x/L$ para $x<L/2$ e $u_0(x) = 2(L - x)/L$ para $x>L/2$. Encontre os coeficientes de Fourier b_k e os dois primeiros termos diferentes de zero da série de Fourier para $u(t, x)$.