Model probabilístic generatiu per variables binàries

Albert Ribes

10 de diciembre de 2017

Considerem el cas de tenir d variables binàries $x_i \in \{0,1\}$ en un problema de classificació en K classes, C_1, \ldots, C_K . La distribució conjunta $P(x) = P(x_1, \ldots, x_d)$ requereix en principi el coneixement de $2^d - 1$ números (les respectives probabilitats de cada combinació) per cada classe, la qual cosa no és factible. Decidim doncs treballar amb distribucions condicionals (per cada classe k) de la forma:

$$P(x|C_k) = \prod_{i=1}^{d} p_{k_i}^{x_i} (1 - p_{k_i})^{1 - x_i}$$

on p_{k_i} és la probabilitat de tenir un 1 a la variable binària i per la classe k, que es pot estimar de les dades. Es demana:

- 1. Argumenteu per què aquesta decissió correspon a assumir que les d variables binàries són estadísticament independents donada la classe.
- 2. Doneu l'expressió per les funcions discriminants $a_k(x)$ que en resulten. Són discriminants lineals?
- 3. Doneu l'expressió per la probabilitat a posteriori $P(C_k|x)$.