

# A Matemática das Doenças Infecciosas

Americo Cunha Jr

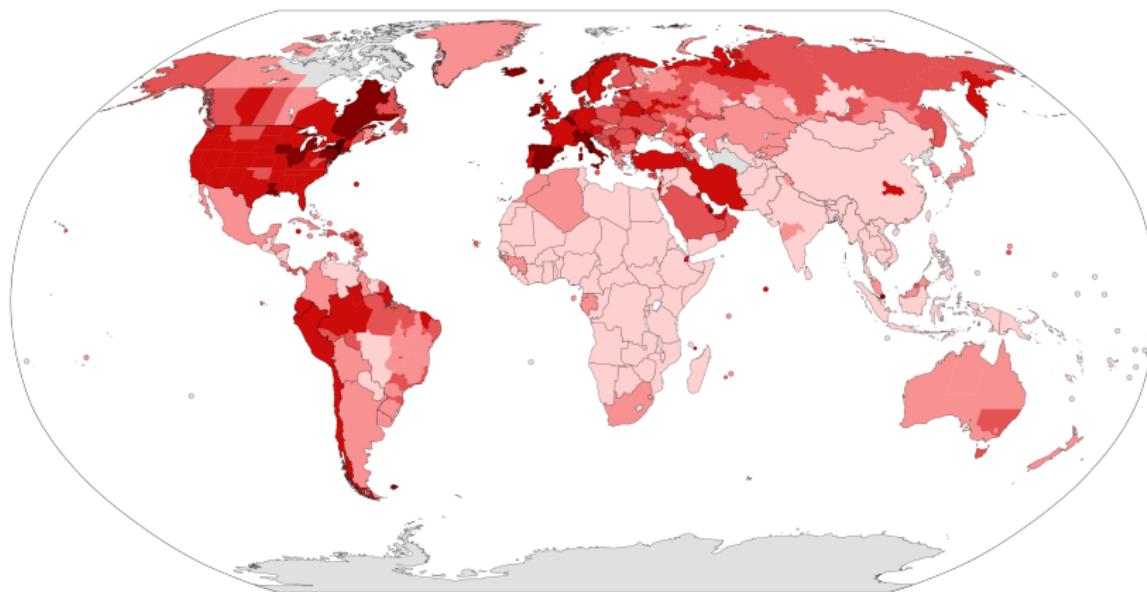
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

**NUMERICO** – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional  
<http://numerico.ime.uerj.br>

UNESP Ilha Solteira  
15 de maio de 2020  
Ilha Solteira – SP, Brasil



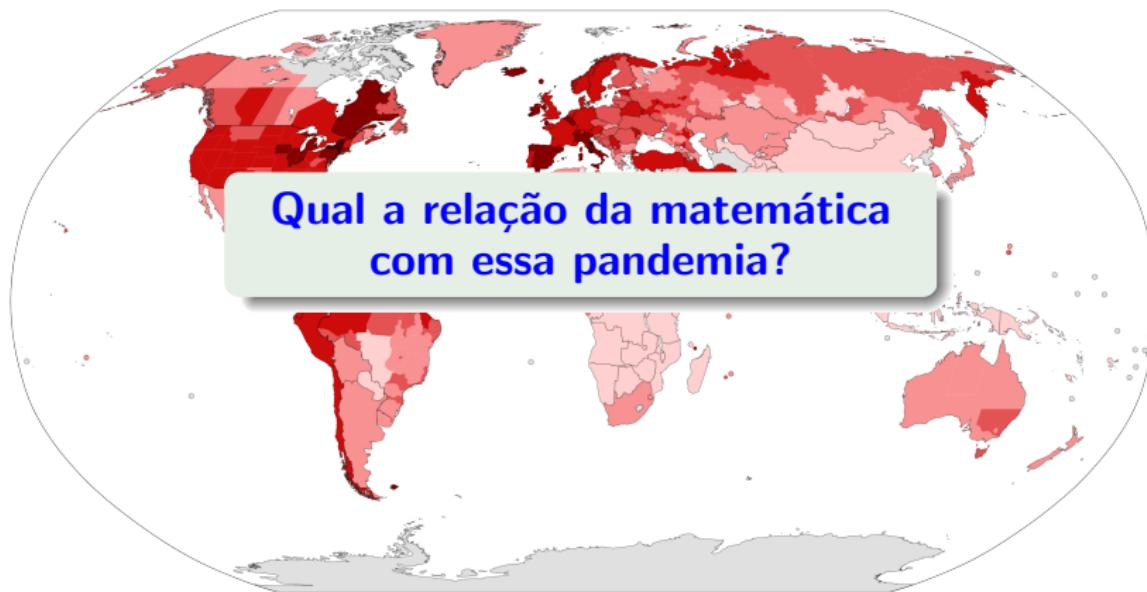
# Pandemia de COVID-19



\* Figura adaptada de  
[https://en.wikipedia.org/wiki/COVID-19\\_pandemic\\_by\\_country\\_and\\_territory](https://en.wikipedia.org/wiki/COVID-19_pandemic_by_country_and_territory)

# Pandemia de COVID-19

Qual a relação da matemática  
com essa pandemia?



\* Figura adaptada de  
[https://en.wikipedia.org/wiki/COVID-19\\_pandemic\\_by\\_country\\_and\\_territory](https://en.wikipedia.org/wiki/COVID-19_pandemic_by_country_and_territory)

# Outline

1 Noções de Epidemiologia

2 Modelagem Matemática

3 Iniciativas COVID19

4 Comentários Finais



## Section 1

Noções de Epidemiologia



# Conceitos básicos de epidemiologia

- Doença infecciosa:

São causadas por microorganismos patogênicos, como bactérias, vírus, parasitas ou fungos; podem se espalhar, direta ou indiretamente, de uma pessoa para outra.

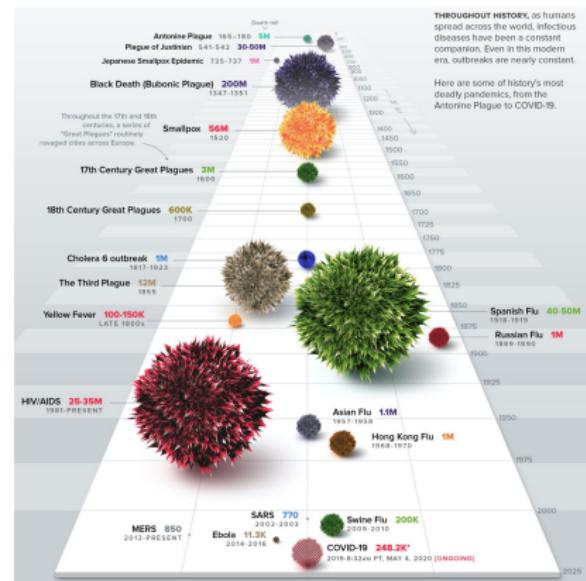
- Endemia × Epidemia × Pandemia:



\* Figura adaptada de  
<https://www.technologynetworks.com/immunology/articles/epidemic-vs-pandemic-323471>

# Epidemias são uma realidade histórica

- Varíola (1877–1977)  
~ 500 M
- Peste Negra (1346–1353)  
~ 75 – 200 M
- Gripe espanhola (1918 – 1920)  
~ 17 – 100 M
- HIV/AIDS (1981 – atual)  
~ 23 – 44 M
- Praga de Justiniano (541 – 542)  
~ 25 – 100 M



\* Figura adaptada de <https://www.visualcapitalist.com/history-of-pandemics-deadliest>

# COVID-19

- Doença respiratória causada pelo vírus SARS-CoV-2
- Primeiro caso oficialmente reportado em 31/12/2019 em Wuhan, província de Hubei, China
- OMS declarou estado de pandemia em 11/3/2020
- $\sim 4.5M$  de casos confirmados no mundo em 15/5/2020

## Sintomas de COVID-19

(doença por coronavírus de 2019)

### Sistêmicos:

- Febre
- Fadiga

### Rins:

- insuficiência renal\*

### Intestinos:

- Diarreia\*



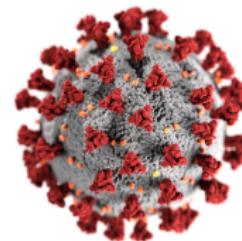
### Respiratórios:

- Tosse seca
- Falta de ar
- Garganta inflamada\*
- Corrimento nasal\*
- Espirros\*

### Sistema circulatório:

- Diminuição dos glóbulos brancos\*

\*Incomum



SARS-CoV-2

\* Figuras adaptadas de [https://pt.wikipedia.org/wiki/Pandemia\\_de\\_COVID-19](https://pt.wikipedia.org/wiki/Pandemia_de_COVID-19)

# Quem poderá nos salvar? Os Epidemiologistas!

- Quem são eles?
  - “Disease Detectives”
  - Médicos, veterinários, biólogos, físicos, matemáticos, ...
- O que fazem?
  - Quem está doente?
  - Quais são os seus sintomas?
  - Quando eles ficaram doentes?
  - Onde eles poderiam ter sido expostos?
- Ferramentas de trabalho
  - Métodos estatísticos
  - Equações diferenciais
  - Estudos biológicos
  - ...

# Algumas perguntas a serem respondidas

- Quantas pessoas potencialmente serão infectadas?
- Com que rapidez a doença se espalhará?
- Quais áreas e pessoas estão em maior risco? Quando?
- Como podemos usar da melhor maneira os recursos limitados?
  
- Como podemos retardar ou prevenir a epidemia para proteger populações vulneráveis?



C. Manore and M. Hyman, *Mathematical Models for Fighting Zika Virus*, SIAM News, May 2016.



# Algumas perguntas a serem respondidas

- Quantas pessoas potencialmente serão infectadas?
  - Com que
  - Quais áres
  - Como podemos usar da melhor maneira os recursos limitados?
  - Como podemos retardar ou prevenir a epidemia para proteger populações vulneráveis?
- Modelos matemáticos  
podem dar pistas de como  
responder essas perguntas!**



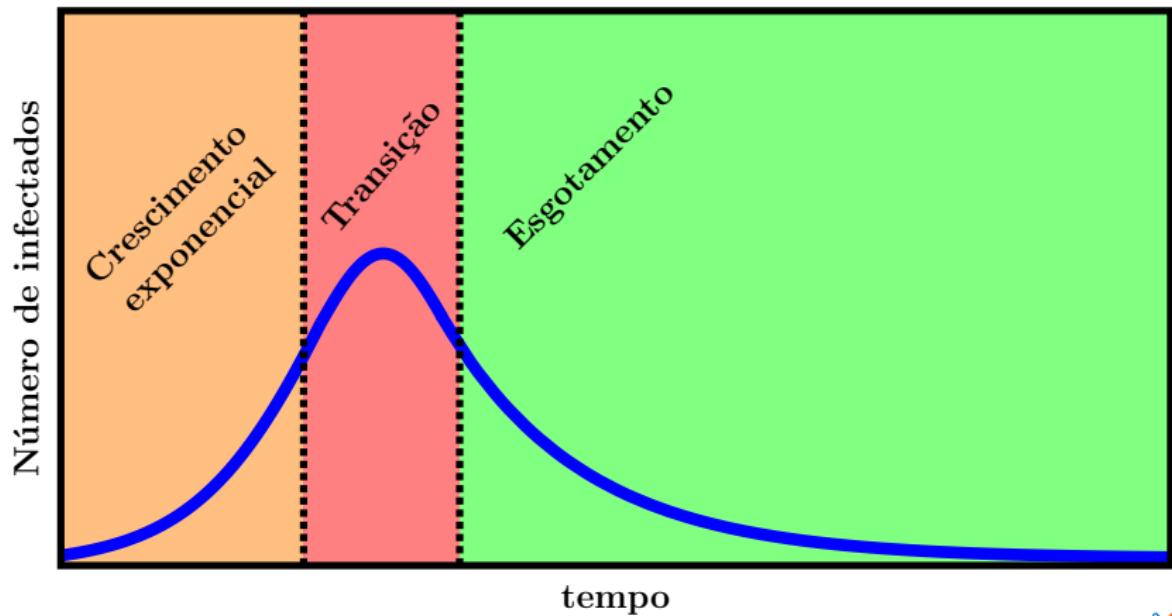
C. Manore and M. Hyman, *Mathematical Models for Fighting Zika Virus*, SIAM News, May 2016.



## Section 2

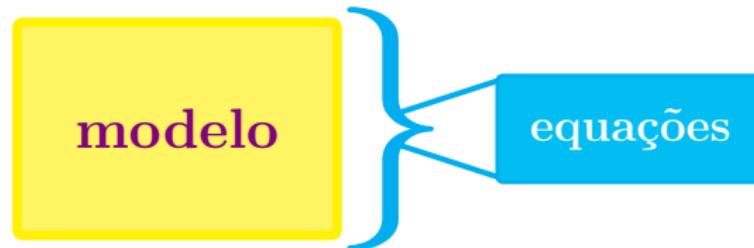
Modelagem Matemática

# O objeto de interesse: a curva epidêmica



# Modelo matemático: uma ferramenta preditiva

informações



previsões

# Modelo vs Realidade

- A realidade é complexa demais para ser entendida em todos os seus detalhes
- A realidade é parcialmente entendida através de modelos
- Modelos são idealizações (simplificações) da realidade

**Modelo  $\neq$  Realidade**

*"All models are wrong but some are useful"* George E. P. Box

- Um bom modelo deve capturar as principais características da realidade

**Modelo = Caricatura da Realidade**



# Modelo vs Realidade

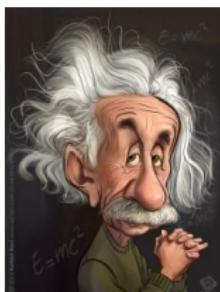
- A realidade é complexa demais para ser entendida em todos os seus detalhes
- A realidade é parcialmente entendida através de modelos
- Modelos são idealizações (simplificações) da realidade

**Modelo  $\neq$  Realidade**

*"All models are wrong but some are useful"* George E. P. Box

- Um bom modelo deve capturar as principais características da realidade

**Modelo = Caricatura da Realidade**



**modelo**

# Modelo vs Realidade

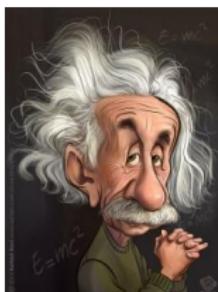
- A realidade é complexa demais para ser entendida em todos os seus detalhes
- A realidade é parcialmente entendida através de modelos
- Modelos são idealizações (simplificações) da realidade

**Modelo ≠ Realidade**

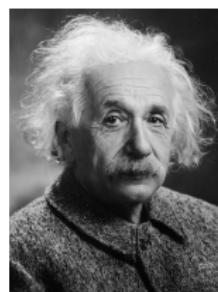
*"All models are wrong but some are useful"* George E. P. Box

- Um bom modelo deve capturar as principais características da realidade

**Modelo = Caricatura da Realidade**



**modelo**

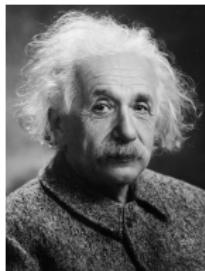


**realidade**

Para toda realidade, vários modelos são possíveis

Para toda realidade, vários modelos são possíveis

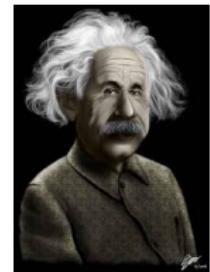
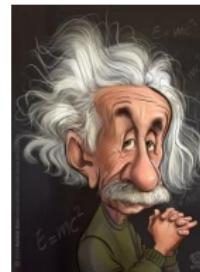
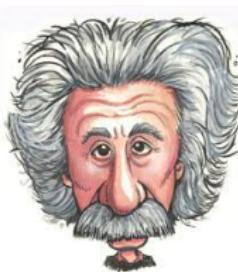
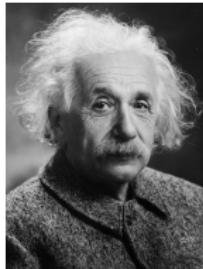
Albert Einstein



\* Figuras adaptadas do Google Imagens.

# Para toda realidade, vários modelos são possíveis

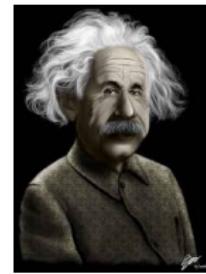
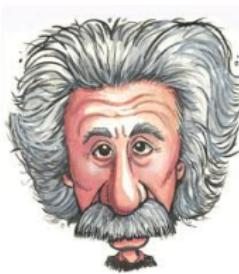
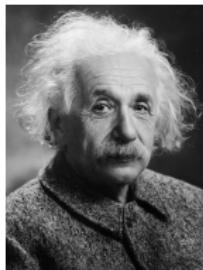
Albert Einstein



\* Figuras adaptadas do Google Imagens.

# Para toda realidade, vários modelos são possíveis

Albert Einstein



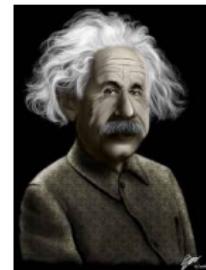
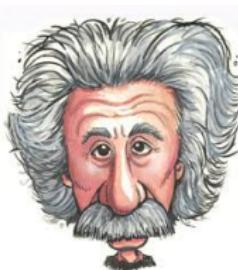
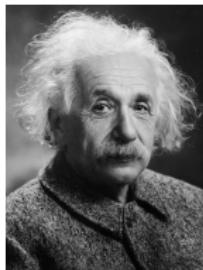
Prof. Samuel da Silva (UNESP Ilha Solteira)



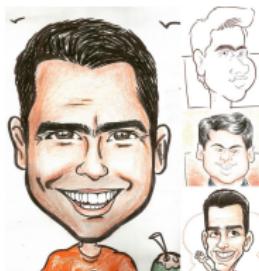
\* Figuras adaptadas do Google Imagens.

# Para toda realidade, vários modelos são possíveis

Albert Einstein



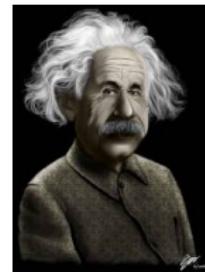
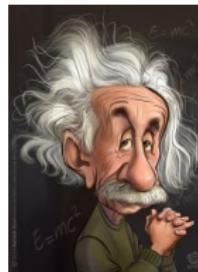
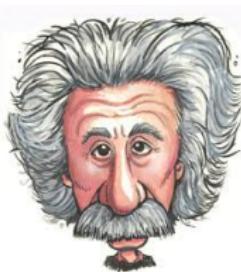
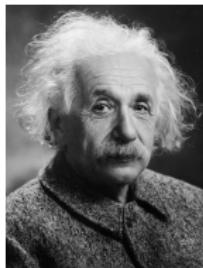
Prof. Samuel da Silva (UNESP Ilha Solteira)



\* Figuras adaptadas do Google Imagens.

# Para toda realidade, vários modelos são possíveis

Albert Einstein



Prof. Samuel da Silva (UNESP Ilha Solteira)

Modelos com diferentes níveis de fidelidade podem ser construídos!



\* Figuras adaptadas do Google Imagens.

# Algumas abordagens possíveis

- Modelos baseados em agentes
- Modelos estatísticos
- Modelos compartimentais
- Modelos multi-escala

# Modelo baseado em agentes (sem isolamento)

\* Vídeo adaptado de <https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/>

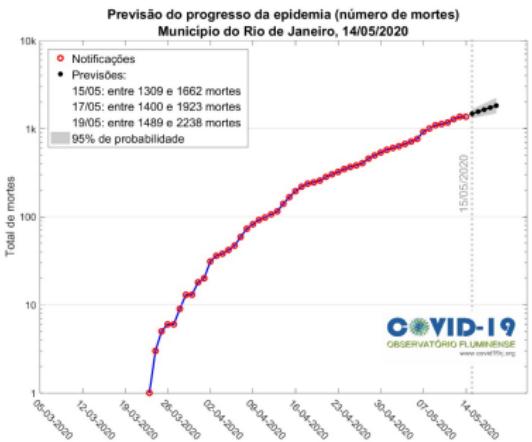


# Modelo baseado em agentes (com isolamento)

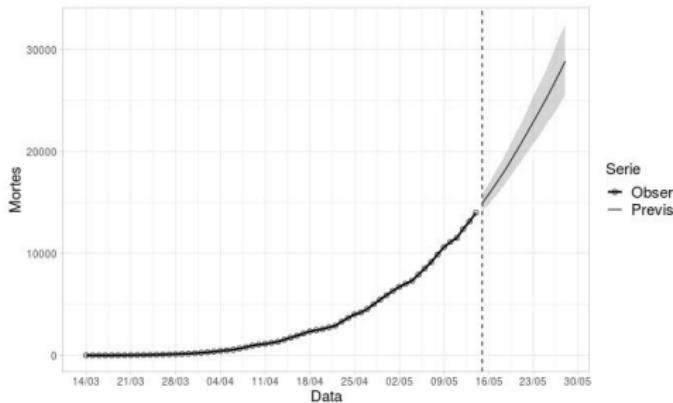
\* Vídeo adaptado de <https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/>



# Modelos estatísticos



<https://www.covid19rj.org>



<https://covid19analytics.com.br>

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \arg \min_{(\alpha, \beta)} \left\{ \sum_{n=1}^N (y_n - \alpha - x_n \beta)^2 \right\}$$

$$\hat{\beta}_T = \arg \min_{\beta} \left\{ \frac{1}{K} \sum_{\tau=T-K+1}^T (y_\tau - x'_\tau \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right\}$$

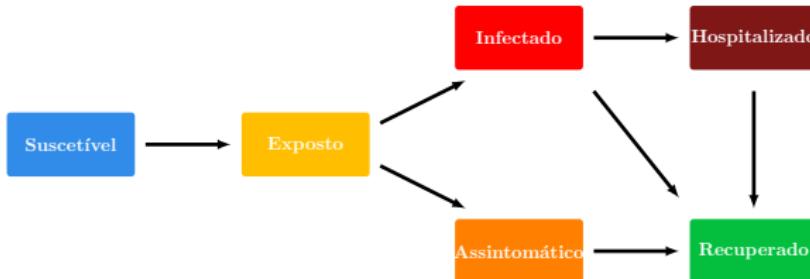


# Modelos compartimentais

- SIR



- SEIAHR



# Modelo SIR



# Modelo SIR



Taxa de variação em  $S =$  Entrada em  $S -$  Saída em  $S$

# Modelo SIR



Taxa de variação em  $S$  = Entrada em  $S$  - Saída em  $S$

$$\frac{dS}{dt} = \underbrace{0}_{\text{sem entrada}} - \underbrace{\beta \frac{I}{N} S}_{\text{Infecções}}$$

# Modelo SIR



# Modelo SIR



Taxa de variação de  $I = \text{Entrada em } I - \text{Saída em } I$

# Modelo SIR



Taxa de variação de I = Entrada em I - Saída em I

$$\frac{dI}{dt} = \underbrace{\beta \frac{S}{N} I}_{\text{Infecções}} - \underbrace{\gamma I}_{\text{Recuperações}}$$

# Sistema dinâmico associado ao modelo SIR

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{I}{N} S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{I}{N} S - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

+ condições iniciais

$S$  - População de sujeitos suscetíveis

$I$  - População de infectados

$R$  - População de recuperados

$N$  - População total

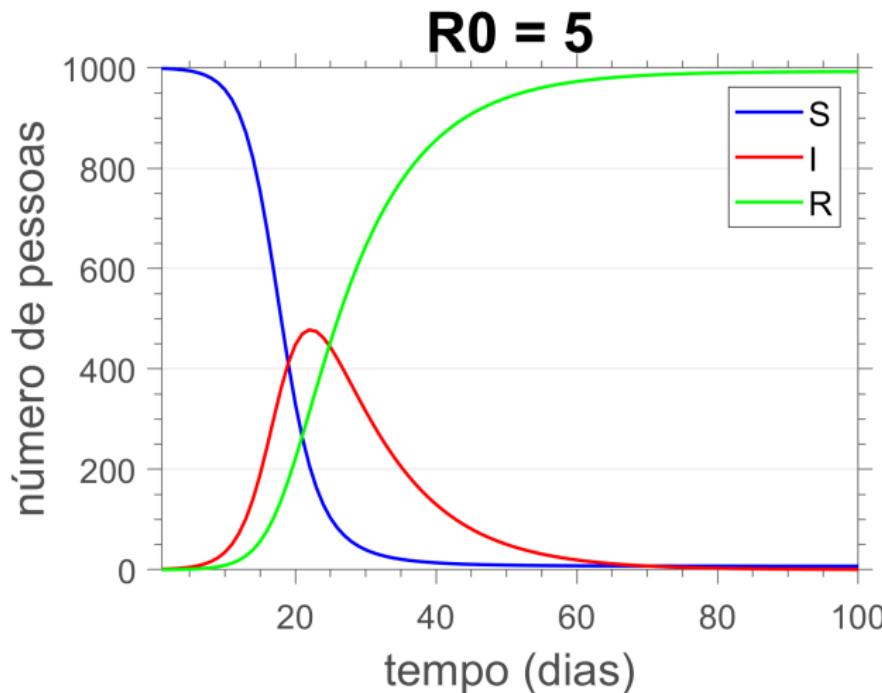
$\beta$  - Taxa de transmissão

$\gamma$  - Taxa de recuperação

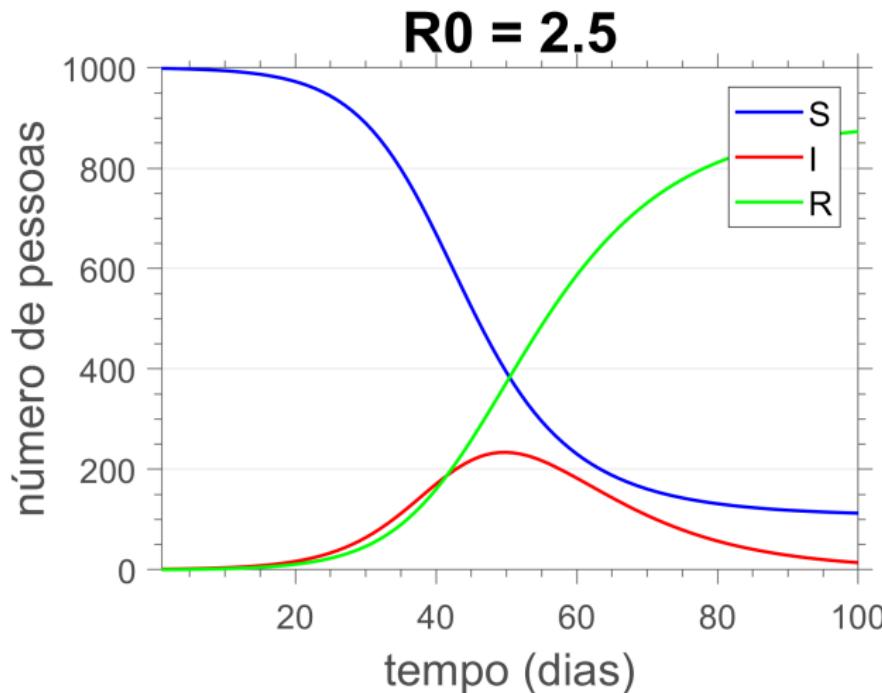


# A resposta do modelo SIR

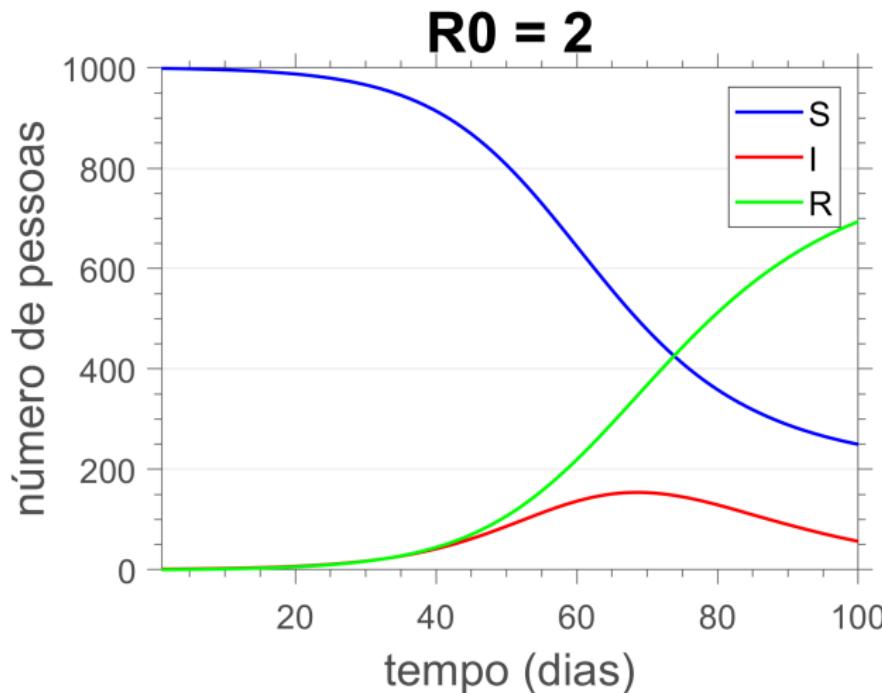
# O número básico de reprodução: $\mathcal{R}_0 = \beta/\gamma$



# O número básico de reprodução: $\mathcal{R}_0 = \beta/\gamma$

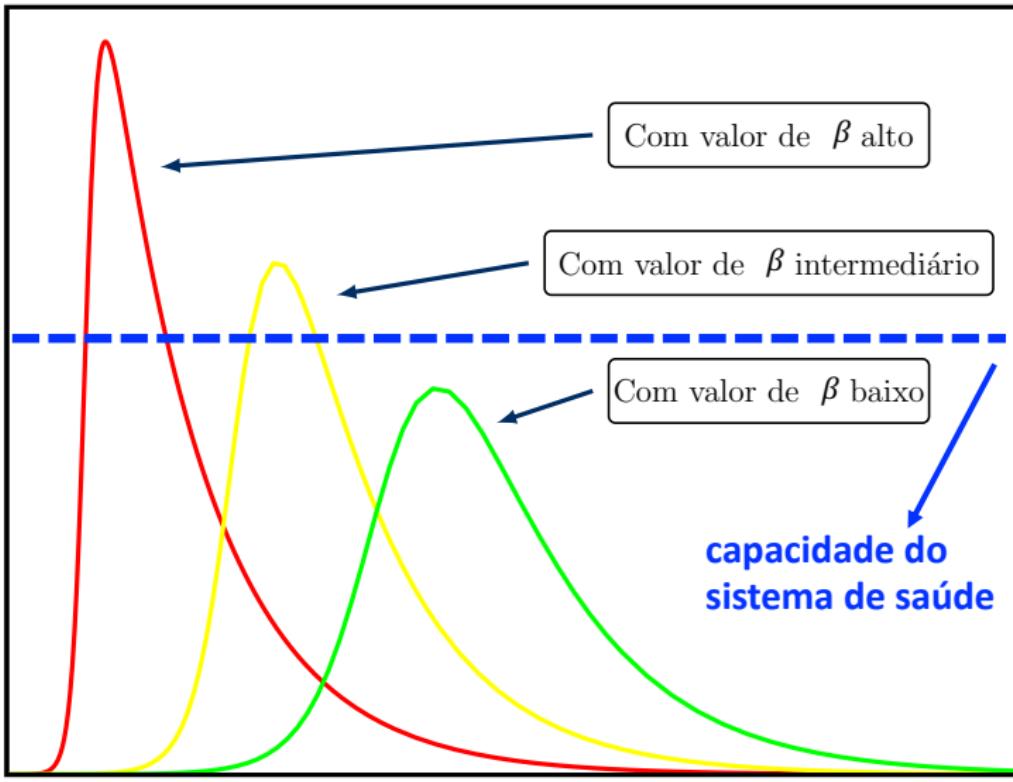


# O número básico de reprodução: $\mathcal{R}_0 = \beta/\gamma$



# O que é o famoso “achatar a curva”?

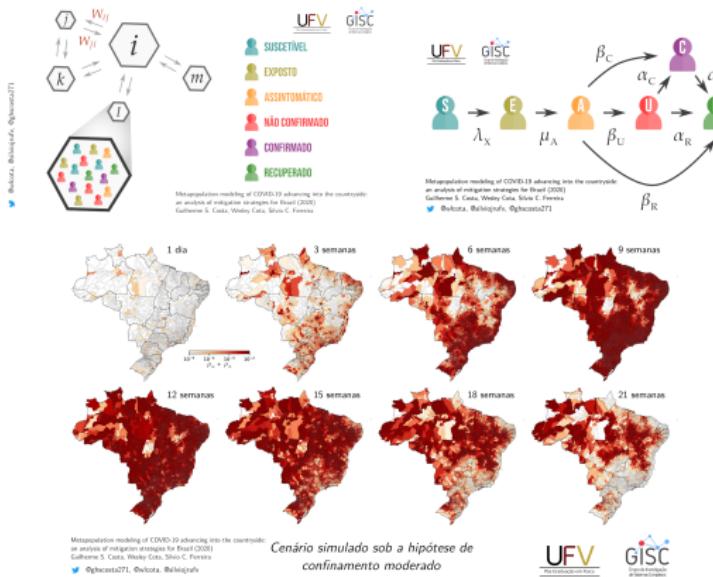
Número de infectados



tempo

capacidade do  
sistema de saúde

# Um modelo multiescala para o Brasil



G. S. Costa, W. Cota, S. C. Ferreira, **Metapopulation modeling of COVID-19 advancing into the countryside: an analysis of mitigation strategies for Brazil**, 2020.  
<https://doi.org/10.1101/2020.05.06.20093492>

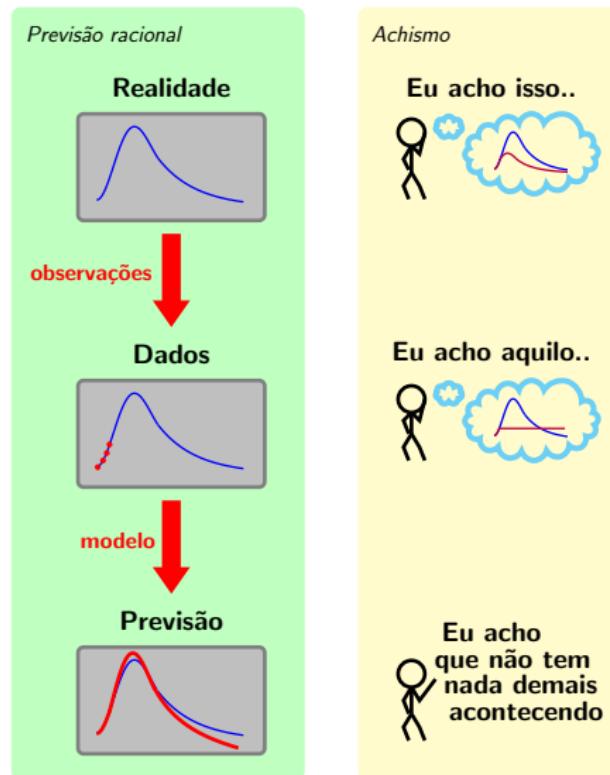
\* Figuras adaptadas dessa referência

# Um possível cenário (confinamento moderado)

\* Vídeo adaptado de <https://covidbr.github.io>



# A racionalidade das previsões baseadas em modelos



## Section 3

Iniciativas COVID19



# Observatório COVID-19 BR

## OBSERVATÓRIO COVID-19 BR

### Visão Geral

Última atualização: 19:29 - 04/04/2020



#### Perguntas Comuns

Respostas da nossa equipe para algumas das principais perguntas sobre COVID-19



#### Análises do Noticiário

Confira os artigos do Observatório na mídia e análises diárias dos noticiários no Brasil



#### Informações Técnicas

Investigue em detalhes as técnicas utilizadas nas análises do Observatório



#### Sobre nós

Saiba mais sobre a equipe responsável pelo Observatório COVID-19

#### Dinâmicas de contágio

Como epidemias se espalham por um país continental?

04/03/2020



#### Avanço da doença

Quantos casos notificados já temos no Brasil? Quantos teremos nos próximos dias?

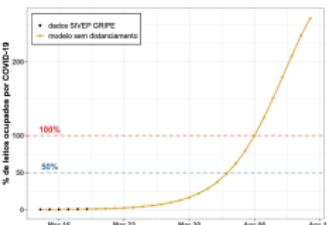


Por que só 6 dias?

Ampliar o período para 15 dias

#### Esgotamento de leitos em São Paulo

Em quanto tempo 100% dos leitos de São Paulo estariam ocupados com COVID-19, sem distanciamento social?



Se nenhuma medida de controle de contágio, os leitos hospitalares da cidade de São Paulo já teriam sido completamente ocupados por pacientes de COVID-19 no dia 6 de abril.

Saiba mais

<https://covid19br.github.io>

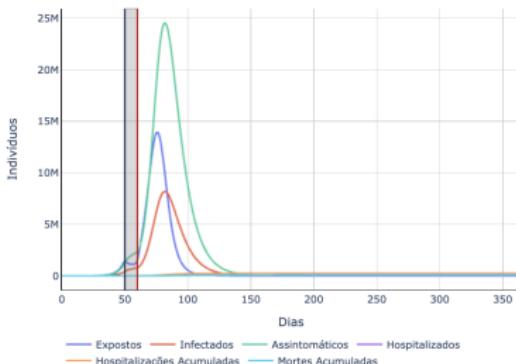
# A Matemática da COVID-19

## A Matemática da Covid-19

### Analizando a pandemia

Neste site buscamos trazer até você os números da epidemia, a medida que se revelam, mas também um olhar analítico, capaz de desvendar a dinâmica do processo de transmissão do vírus SARS-CoV-2 por meio de modelos matemáticos, análises estatísticas e visualização de informação.

Pelo painel à esquerda você pode *navegar entre nossas análises*, as quais estaremos atualizando constantemente daqui para frente.



<http://covid19.mat.br>

# GISC UFV



Grupo de Investigação  
de Sistemas Complexos



UFV GISC UFV GISC

SUSCETIVEL EXPOSTO ASSINTÔMICO NÃO CONFIRMADO CONFIRMADO RECUPERADO

Metapopulation modeling of COVID-19 advancing into the countryside: an analysis of mitigation strategies for Brazil (2020)  
Authors: S. Costa, W. Cota, S. Ferreira  
Twitter: @Wulvota, @Silvapicape, @Silvapicape27



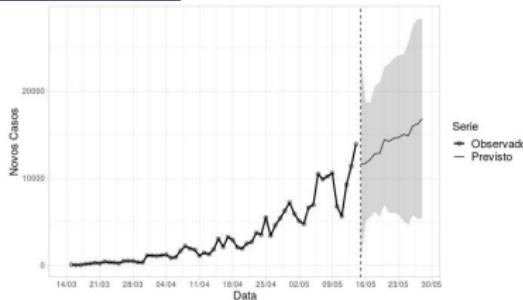
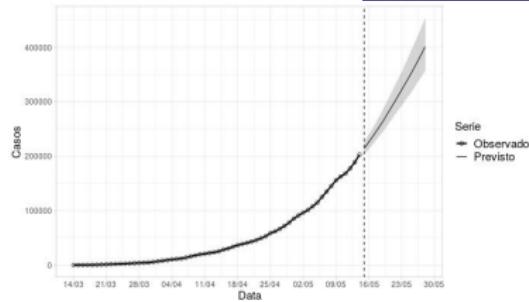
<https://covidbr.github.io>



G. S. Costa, W. Cota, S. C. Ferreira, Metapopulation modeling of COVID-19 advancing into the countryside: an analysis of mitigation strategies for Brazil, 2020.  
<https://doi.org/10.1101/2020.05.06.20093492>



# COVID19 Analytics



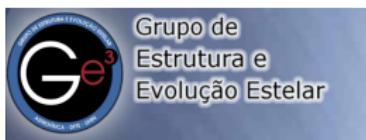
<https://covid19analytics.com.br>



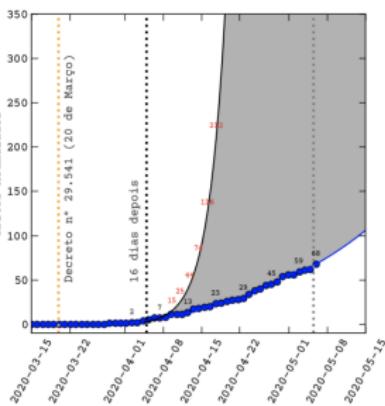
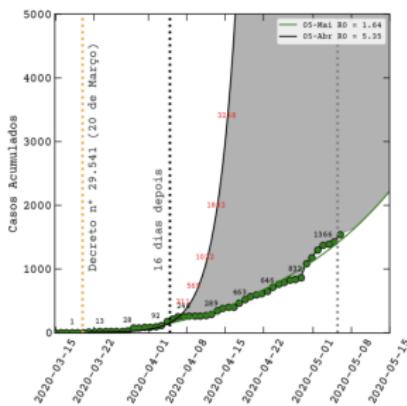
M. Medeiros, A. Street, D. Valladão, G. Vasconcelos, and E. Zilberman, **Short-Term Covid-19 Forecast for Latecomer**, 2020. <https://arxiv.org/abs/2004.07977>



# MOSAIC UFRN



Cenário atual e de inação para o RN



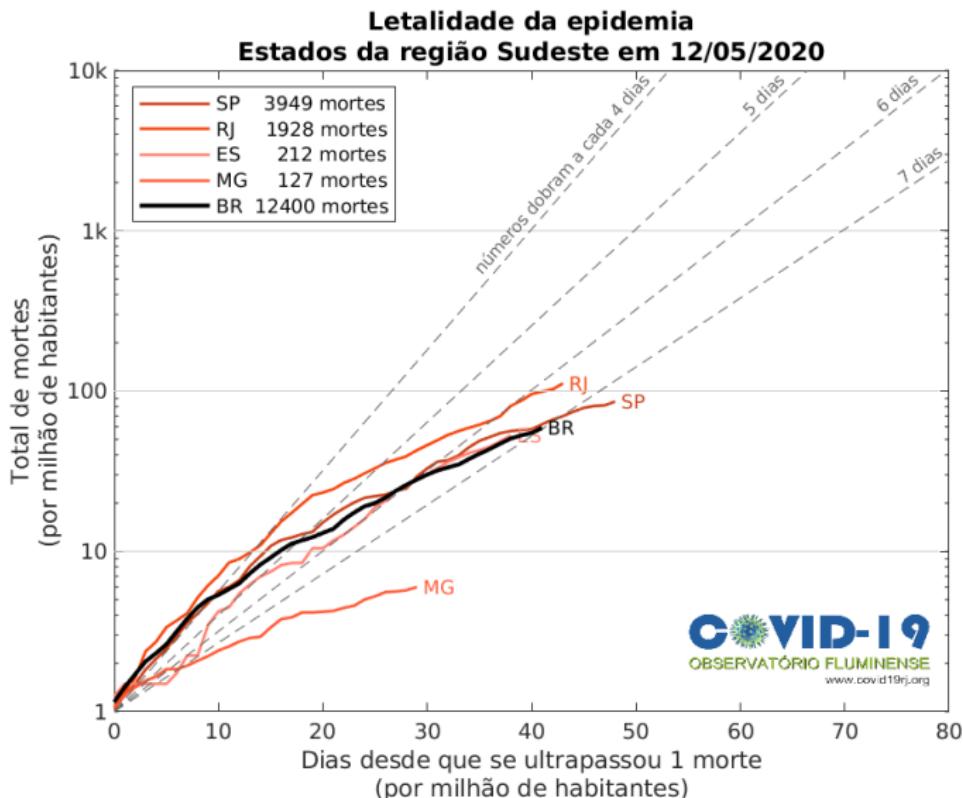
<http://astro.dfte.ufrn.br/html/Cliente/COVID19nor.php>

# COVID-19: Observatório Fluminense



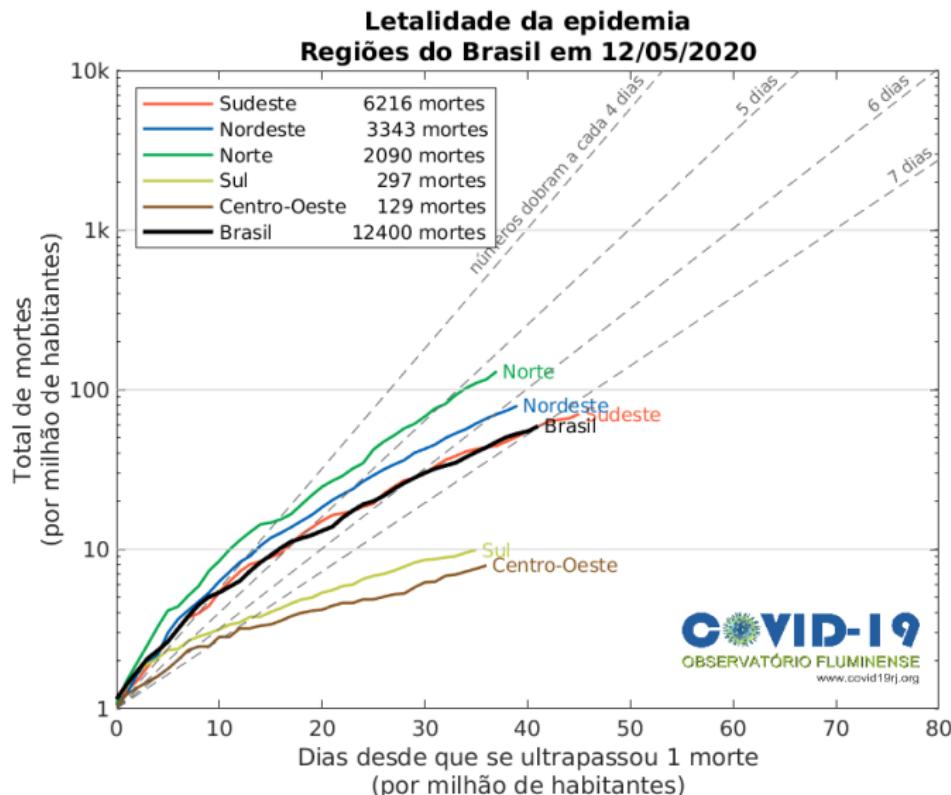
<https://www.covid19rj.org>

# COVID-19: Observatório Fluminense



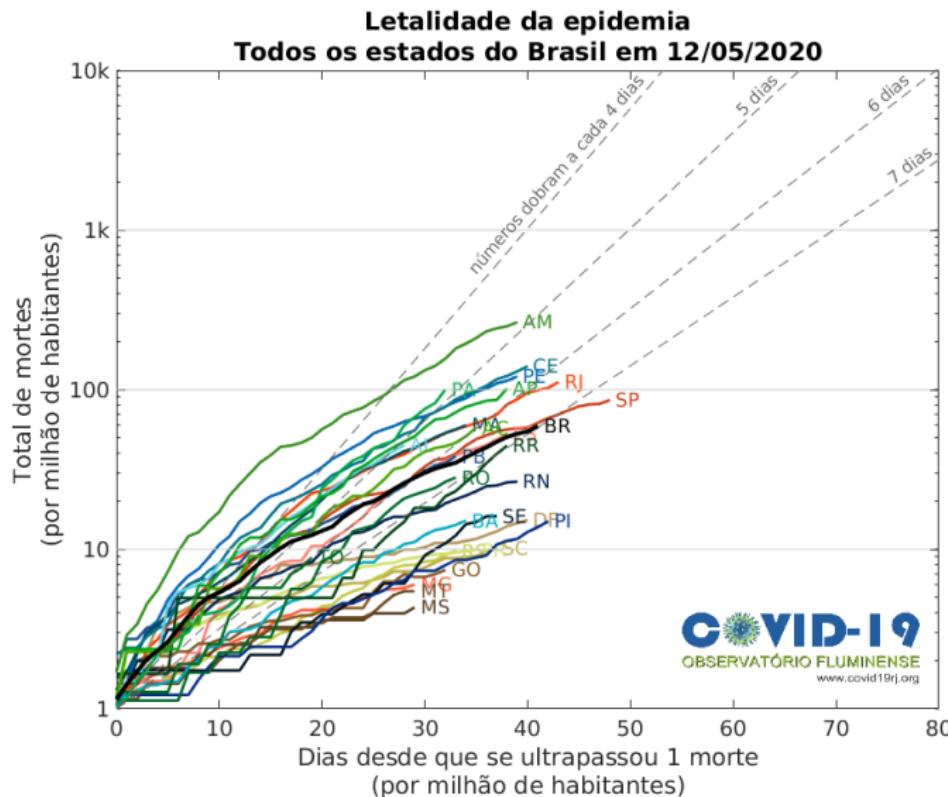
<https://www.covid19rj.org>

# COVID-19: Observatório Fluminense



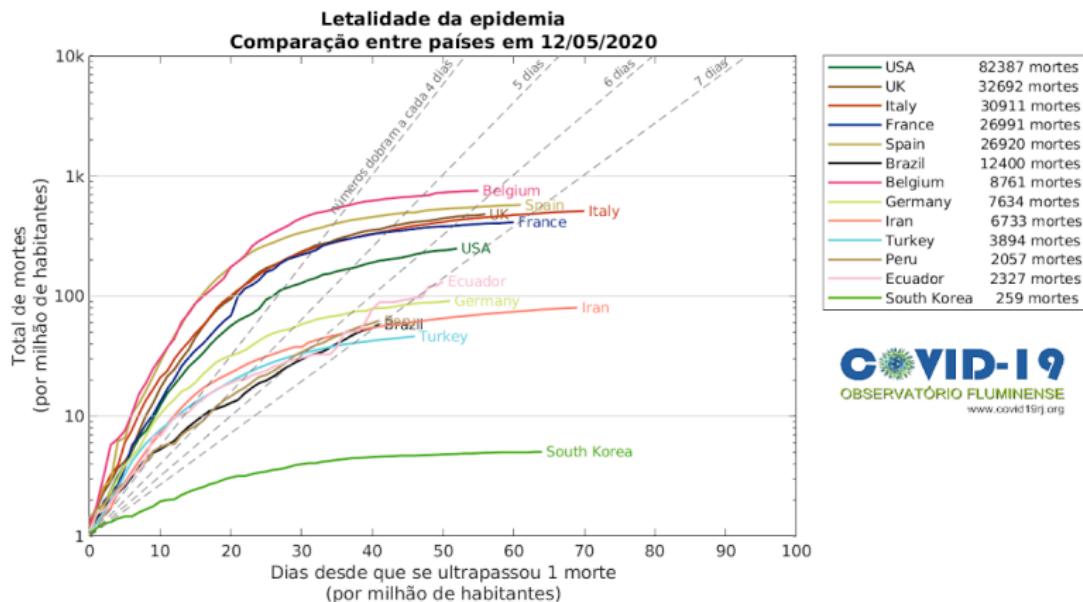
<https://www.covid19rj.org>

# COVID-19: Observatório Fluminense



<https://www.covid19rj.org>

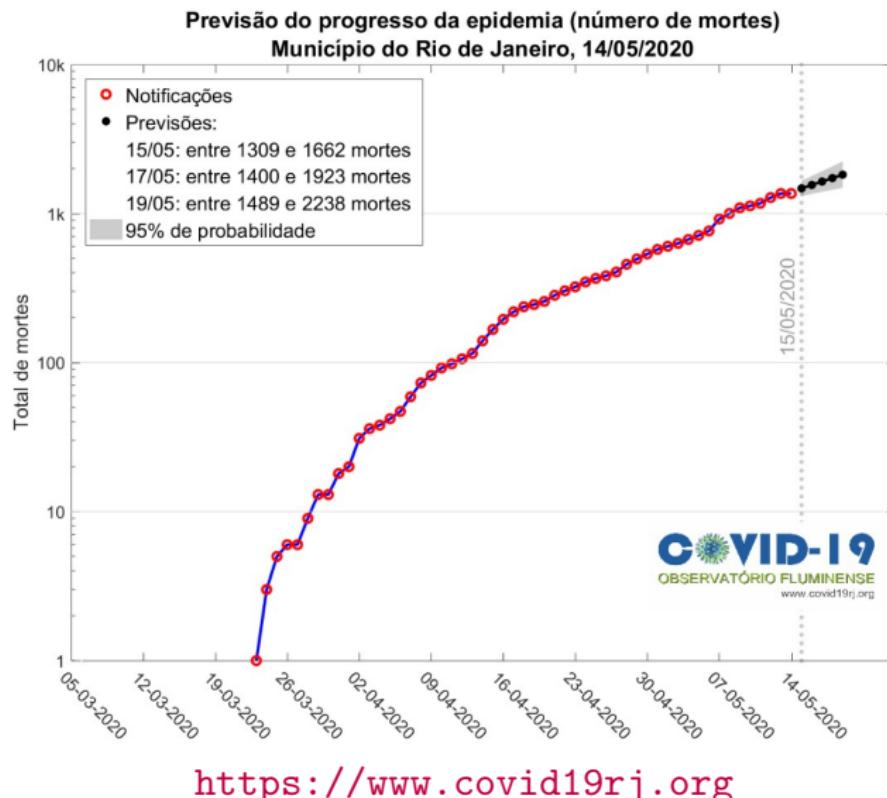
# COVID-19: Observatório Fluminense



**COVID-19**  
OBSERVATÓRIO FLUMINENSE  
[www.covid19rj.org](http://www.covid19rj.org)

<https://www.covid19rj.org>

# COVID-19: Observatório Fluminense



## Section 4

### Comentários Finais

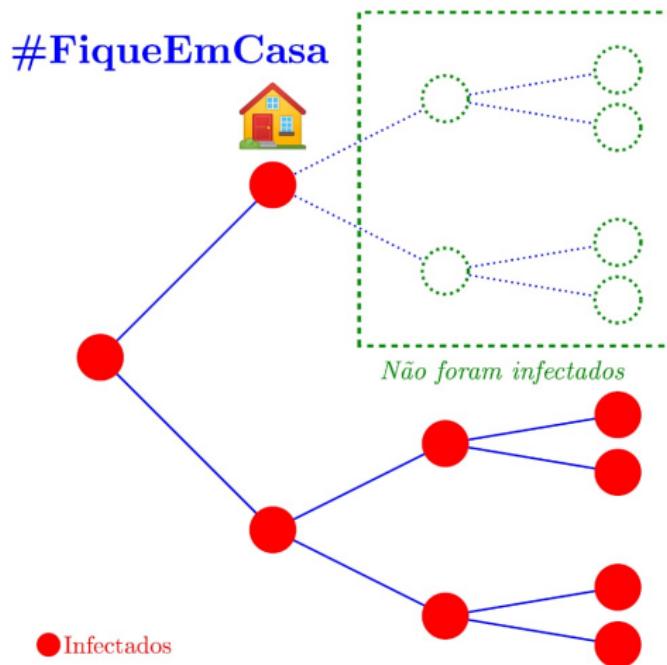
# Principais mensagens

- Modelagem de epidemias é uma área que necessita de profissionais com forte treinamento matemático.  
*Você não quer trabalhar nessa área?*
- Modelos matemáticos são uma poderosa ferramenta para auxiliar tomada de decisão durante o curso de uma epidemia
- Simulações feitas com modelos consistentes são uma forma racional de inferir o comportamento de uma epidemia
- Os epidemiologistas são os profissionais mais qualificados para indicar qual o melhor curso de ação num cenário de pandemia
- No presente momento, a melhor medida de prevenção é ficar em casa!
- **#FiqueEmCasa!**



## #FiqueEmCasa!

Por que ficar em casa?



# Agradecimentos

## Convite para ministrar a palestra:

- Prof. Samuel da Silva / PET UNESP

## Discussões / Elaboração das figuras:

- Prof. Flávio Coelho
- Prof. José Nascimento Jr
- Prof. Luca Gammaitoni
- Prof<sup>a</sup>. Rebeca Morrison
- Equipe COVID19RJ
- ...
- Eber Dantas
- Julio Basilio
- Leonardo de la Roca
- Malú Grave
- Michel Tosin
- Roberto Luo

## Financiamento:



Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo  
à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro



# Obrigado pela atenção!

[americo@ime.uerj.br](mailto:americo@ime.uerj.br)

[www.americocunha.org](http://www.americocunha.org)

