Lista 1 - Monetary Policy Models

November 2024

Professor: Vladimir Kuhl Teles

Monitora: Júlia Motta
Entrega: 8 de novembro

Esta lista faz referência a alguns dos temas abordados durante a monitoria e em aula. A entrega constitui respostas por escrito e os arquivos .mod pertinentes para rodar os exercícios abaixo.

Questão 1: Modelo RBC

1. Use o código do modelo RBC disponível no material de aula (`rbc.mod`) para plotar as IRFs, mas solicite que o Dynare plote somente o resultado das variáveis y, c e i.
2. Desenvolva um código para comparar dois modelos de RBC, um com o parâmetro $\theta = 0.36$ e outro com o parâmetro $\theta = 0.5$.
3. Por que a mudança no valor do parâmetro θ leva a diferença nas IRFs? (Entregue por escrito.)

Questão 2: Modelo Estocástico

Para este exercício, adaptamos os exercícios desenvolvidos por Michael Julliard[1] e utilizamos o modelo Novo Keynesiano de pequena escala de Sungbae An e Frank Schorfheide (2006) *Bayesian Analysis of DSGE models.* Federal Reserve Bank of Philadelphia, WP Nº 06-5, e Edward Herbst e Frank Schorfheide (2016) *Bayesian Estimation of DSGE models.* Princeton University Press.

O modelo pode ser representado pelas seguintes versões (consulte o artigo original para o significado das variáveis e parâmetros):

[1] Dynare Summer School 2021

1- Modelo 1: Modelo Original Não Linear

O modelo é composto pelas seguintes equações:

$$
\begin{aligned}
1 &= \beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_{t+1}/A_{t+1}}{C_t/A_t} \right)^{-\tau} \frac{A_t}{A_{t+1}} \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] && (1) \\
1 &= \phi(\pi_t - \pi) \left[\left(1 - \frac{1}{2\nu} \right) \pi_t + \frac{\pi}{2\nu} \right] \\
&\quad - \phi\beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_{t+1}/A_{t+1}}{C_t/A_t} \right)^{-\tau} \frac{Y_{t+1}/A_{t+1}}{Y_t/A_t} (\pi_{t+1} - \pi)\pi_{t+1} \right] \\
&\quad + \frac{1}{\nu} \left(1 - \left(\frac{C_t}{A_t} \right)^{\tau} \right) && (2) \\
Y_t &= C_t + G_t + AC_t && (3) \\
AC_t &= \frac{\phi}{2} (\pi_t - \pi)^2 Y_t && (4) \\
G_t &= \frac{g_t - 1}{g_t} Y_t && (5) \\
R_t &= R_t^{*(1-\rho_R)} R_{t-1}^{\rho_R} e^{\epsilon_{R,t}} && (6) \\
R_t^* &= r\pi^* \left(\frac{\pi_t}{\pi^*} \right)^{\psi_1} \left(\frac{Y_t}{Y_t^*} \right)^{\psi_2} && (7) \\
\ln A_t &= \ln \gamma + \ln A_{t-1} + \ln z_t && (8) \\
\ln z_t &= \rho_z \ln z_{t-1} + \epsilon_{z,t} && (9) \\
\ln g_t &= (1 - \rho_g) \ln g + \rho_g \ln g_{t-1} + \epsilon_{g,t} && (10) \\
Y_t^* &= (1 - \nu)^{\frac{1}{\tau}} A_t g_t && (11)
\end{aligned}
$$

2 - Modelo 2: Versão Estacionária

A versão estacionária do modelo remove a tendência de produtividade do consumo, $c_t = C_t/A_t$, do produto, $y_t = Y_t/A_t$, e do produto natural, $y_t^* = Y_t^*/A_t$. Além disso, substituímos G_t e AC_t:

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\tau} \frac{1}{\gamma z_{t+1}} \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right] \tag{12}$$

$$\begin{aligned} 1 = {} & \phi(\pi_t - \pi) \left[\left(1 - \frac{1}{2\nu} \right) \pi_t + \frac{\pi}{2\nu} \right] \\ & - \phi\beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\tau} \frac{y_{t+1}}{y_t} (\pi_{t+1} - \pi) \pi_{t+1} \right] \\ & + \frac{1}{\nu}(1 - c_t^{\tau}) \end{aligned} \tag{13}$$

$$y_t = c_t + \frac{g_t - 1}{g_t} y_t + \frac{\phi}{2} (\pi_t - \pi)^2 y_t \tag{14}$$

$$R_t = R_t^{*(1-\rho_R)} R_{t-1}^{\rho_R} e^{\epsilon_{R,t}} \tag{15}$$

$$R_t^* = r\pi^* \left(\frac{\pi_t}{\pi^*} \right)^{\psi_1} \left(\frac{y_t}{y_t^*} \right)^{\psi_2} \tag{16}$$

$$\ln z_t = \rho_z \ln z_{t-1} + \epsilon_{z,t} \tag{17}$$

$$\ln g_t = (1 - \rho_g) \ln g + \rho_g \ln g_{t-1} + \epsilon_{g,t} \tag{18}$$

$$y_t^* = (1 - \nu)^{\frac{1}{\tau}} g_t \tag{19}$$

3 - Estado Estacionário do Modelo 2

O estado estacionário do modelo estacionário é:

$$\pi = \pi^* \tag{20}$$

$$r = \frac{\gamma}{\beta} \tag{21}$$

$$R = r\pi^* \tag{22}$$

$$c = (1 - \nu)^{\frac{1}{\tau}} \tag{23}$$

$$y^* = gc \tag{24}$$

$$y = y^* \tag{25}$$

4 - Modelo 3:

O Modelo C é obtido utilizando variáveis definidas como razões em relação ao valor de estado estacionário, $\hat{x}_t = \ln\left(\frac{x_t}{x}\right)$:

$$
\begin{aligned}
1 &= \mathbb{E}_t \left[e^{-\tau \hat{c}_{t+1} + \tau \hat{c}_t + \hat{R}_t - \hat{z}_{t+1} - \hat{\pi}_{t+1}} \right] && (26) \\
0 &= \left(e^{\hat{\pi}_t} - 1 \right) \left[\left(1 - \frac{1}{2\nu} \right) e^{\hat{\pi}_t} + \frac{1}{2\nu} \right] \\
&\quad - \beta \mathbb{E}_t \left[\left(e^{\hat{\pi}_{t+1}} - 1 \right) e^{-\tau \hat{c}_{t+1} + \tau \hat{c}_t + \hat{y}_{t+1} - \hat{y}_t + \hat{\pi}_{t+1}} \right] \\
&\quad + \frac{1-\nu}{\nu \phi \pi^2} \left(1 - e^{\tau \hat{c}_t} \right) && (27) \\
e^{\hat{c}_t - \hat{y}_t} &= e^{-\hat{g}_t} - \frac{\phi \pi^2}{2} \left(e^{\hat{\pi}_t} - 1 \right)^2 && (28) \\
\hat{R}_t &= \rho_R \hat{R}_{t-1} + (1-\rho_R)\psi_1 \hat{\pi}_t + (1-\rho_R)\psi_2 (\hat{y}_t - \hat{g}_t) + \epsilon_{R,t} && (29) \\
\hat{g}_t &= \rho_g \hat{g}_{t-1} + \epsilon_{g,t} && (30) \\
\hat{z}_t &= \rho_z \hat{z}_{t-1} + \epsilon_{z,t} && (31)
\end{aligned}
$$

1. Os modelos 1 e o 2 gerariam as mesmas trajetórias para as variáveis endógenas?

2. Os modelos 2 e 3 gerariam as mesmas trajetórias para as variáveis endógenas?

3. Verifique a transformação da primeira equação de sua forma original, equação (1), para sua expressão em termos de variáveis estacionárias, equação (12).

4. O código para o Modelo 2 está disponível em `as1.mod`, com uma aproximação de primeira ordem computada. Como ilustrado na monitoria, defina as equações do modelo, as equações do estado estacionário (usando o comando *steady_state_model*) e plote as IRFs das variáveis endógenas, alterando o arquivo `as1.mod` no Dynare. (Use aproximação de primeira ordem).

5. Verifique a equação (22).

6. Verifique a transformação da equação (12) para a equação (26).

7. O Modelo 3 está implementado em `as2.mod`. Execute-o e compare a média das variáveis entre `as1.mod` e `as2.mod`. De onde vem a diferença?