iscte - Instituto Universitário de Lisboa
LCD - Licenciatura em Ciência de Dados
UC - Tópicos de Matemática I
2º Trabalho: Integração e Derivação Numérica
Prazo: 29.12.2023, (em papel, fonte: 12, espaçamento: 1.5, margens: 2.5 cm; 5 páginas)

Grupo I

Considere a função $f(x) = e^{e^x}$ e o integral

$$\int_0^1 f(x)dx.$$

a) Calcule numericamente o valor deste integral, com um erro máximo de 0.001, usando o método dos trapézios.

b) Escreva o polinómio de MacLaurin de ordem 3 de $f(x)$ e calcule o integral da alínea anterior analiticamente substituindo $f(x)$ pelo polinómio obtido. Comente o resultado.

Grupo II

Considere a função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \int_0^x \sin{(t^2)}dt.$$

e o conjunto de 11 pontos igualmente espaçados de $\frac{\pi}{5}$, $P = \{0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \ldots, 2\pi\}$.

a) Calcule numericamente os valores de $g(x)$, para $x \in P$, pelo método dos pontos médios, cometendo um erro máximo de 0.01. Nota: Por questões de eficiência computacional, deve calcular, para cada $x \in P$, o número mínimo n de subintervalos na partição de $[0, x]$ de forma a respeitar o requisito sobre o erro máximo.

b) Calcule numericamente a primeira e a segunda derivada de $g(x)$ nos pontos $x \in P$, utilizando o método das diferenças divididas de segunda ordem centradas.

c) Usando o Teorema Fundamental do Cálculo, calcule os valores exactos da primeira e segunda derivada de $g(x)$ nos pontos $x \in P$. Compare com os valores obtidos na alínea anterior e comente.

Nota: Poderá apresentar os resultados das três alíneas numa única tabela, sem embargo de uma adequada resposta a cada uma delas, separadamente.