UHEI-IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Integrales

Matemáticas CC.SS. II

Departamento de Matemáticas

UHEI - IVED

Primitiva de una función

Una función $F(x)$ es primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si $F'(x) = f(x)$

Primitiva de una función

Primitiva de una función

Una función $F(x)$ es primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si $F'(x) = f(x)$

La función $F(x) = x^5$ es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $F'(x) = 5x^4 = f(x)$

Primitiva de una función

Primitiva de una función

Una función $F(x)$ es primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si $F'(x) = f(x)$

La función $F(x) = x^5$ es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $F'(x) = 5x^4 = f(x)$

La función $G(x) = x^5 + 4$ también es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $G'(x) = 5x^4 = f(x)$

PRIMITIVA DE UNA FUNCIÓN

Primitiva de una función

Una función $F(x)$ es primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si $F'(x) = f(x)$

La función $F(x) = x^5$ es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $F'(x) = 5x^4 = f(x)$

La función $G(x) = x^5 + 4$ también es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $G'(x) = 5x^4 = f(x)$

Lo mismo ocurrirá para cualquier función del tipo $H(x) = x^5 + C$, siendo C una constante, ya que la derivada de una constante es cero.

Primitiva de una función

Primitiva de una función

Una función $F(x)$ es primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si $F'(x) = f(x)$

La función $F(x) = x^5$ es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $F'(x) = 5x^4 = f(x)$

La función $G(x) = x^5 + 4$ también es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $G'(x) = 5x^4 = f(x)$

Lo mismo ocurrirá para cualquier función del tipo $H(x) = x^5 + C$, siendo C una constante, ya que la derivada de una constante es cero.

Primitivas de una función

Si la función $F(x)$ es una primitiva de otra función $f(x)$, cualquier otra función de la forma $F(x) + C$, donde $C \in \mathbb{R}$, es primitiva de $f(x)$.

PRIMITIVA DE UNA FUNCIÓN

Primitiva de una función

Una función $F(x)$ es primitiva de otra función $f(x)$ si y sólo si $F'(x) = f(x)$

La función $F(x) = x^5$ es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $F'(x) = 5x^4 = f(x)$

La función $G(x) = x^5 + 4$ también es una primitiva de $f(x) = 5x^4$ ya que $G'(x) = 5x^4 = f(x)$

Lo mismo ocurrirá para cualquier función del tipo $H(x) = x^5 + C$, siendo C una constante, ya que la derivada de una constante es cero.

Primitivas de una función

Si la función $F(x)$ es una primitiva de otra función $f(x)$, cualquier otra función de la forma $F(x) + C$, donde $C \in \mathbb{R}$, es primitiva de $f(x)$.

Si la función $F(x)$ es una primitiva de otra función $f(x)$, cualquier otra función primitiva de $f(x)$ es de la forma $F(x) + C$, donde $C \in \mathbb{R}$

Integral de una función

Integral de una función

La integral de una función $f(x)$ es el conjunto de todas sus primitivas y se representa como $\int f(x)\, dx$.

Esta expresión se lee de la siguiente forma: «Integral de $f(x)$ diferencial de x»

Integral de una función

La integral de una función $f(x)$ es el conjunto de todas sus primitivas y se representa como $\int f(x)\,dx$.

Esta expresión se lee de la siguiente forma: «Integral de $f(x)$ diferencial de x»

Por lo tanto, si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

donde C es la constante de integración.

Propiedades de la integral

Integral de una función

La integral de una función $f(x)$ es el conjunto de todas sus primitivas y se representa como $\int f(x)\,dx$.

Esta expresión se lee de la siguiente forma: «Integral de $f(x)$ diferencial de x»

Por lo tanto, si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

donde C es la constante de integración.

Propiedades de la integral

1. $\displaystyle\int [f(x) \pm g(x)]\; dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

Integral de una función

La integral de una función $f(x)$ es el conjunto de todas sus primitivas y se representa como $\int f(x)\,dx$.

Esta expresión se lee de la siguiente forma: «Integral de $f(x)$ diferencial de x»

Por lo tanto, si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$ entonces:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

donde C es la constante de integración.

Propiedades de la integral

1. $\displaystyle\int [f(x) \pm g(x)]\ dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$
2. $\displaystyle\int [k \cdot f(x)]\ dx = k \cdot \int f(x)\,dx$

Ejemplo

Resuelve las siguientes integrales

a) $\displaystyle\int \left(5x^4 + 2x\right)\, dx$

b) $\displaystyle\int 3e^x\, dx$

Integral de la función constante

$$\int k\,dx = kx + C$$

Integrales de funciones elementales

Integral de la función constante

$$\int k\,dx = kx + C$$

Integral funciones potenciales

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad \int f'(x)\cdot[f(x)]^n\;dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$$

Integral de la función constante

$$\int k\,dx = kx + C$$

Integral funciones potenciales

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad \int f'(x)\cdot[f(x)]^n\,dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$$

Integral del tipo logarítmico

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C \qquad \int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + C$$

Integrales de funciones elementales

Integral de la función constante

$$\int k\,dx = kx + C$$

Integral funciones potenciales

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad \int f'(x)\cdot[f(x)]^n\,dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$$

Integral del tipo logarítmico

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C \qquad \int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + C$$

Integral de las funciones exponenciales

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \qquad \int f'(x)\cdot a^{f(x)}\,dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C \qquad \int f'(x)\cdot e^{f(x)}\,dx = e^{f(x)} + C$$

Integral de las funciones trigonométricas

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C \qquad \int f'(x) \cdot \operatorname{sen} f(x) \, dx = -\cos f(x) + C$$

Integral de las funciones trigonométricas

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C \qquad \int f'(x) \cdot \operatorname{sen} f(x) \, dx = -\cos f(x) + C$$

$$\int \cos x \, dx = \operatorname{sen} x + C \qquad \int f'(x) \cdot \cos f(x) \, dx = \operatorname{sen} f(x) + C$$

Integral de las funciones trigonométricas

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C \qquad \int f'(x) \cdot \operatorname{sen} f(x) \, dx = -\cos f(x) + C$$

$$\int \cos x \, dx = \operatorname{sen} x + C \qquad \int f'(x) \cdot \cos f(x) \, dx = \operatorname{sen} f(x) + C$$

$$\int (1 + \operatorname{tg}^2) x \, dx = \operatorname{tg} x + C \qquad \int f'(x) \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 f(x)) \, dx = \operatorname{tg} f(x) + C$$

Integral de las funciones trigonométricas

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C \qquad \int f'(x) \cdot \operatorname{sen} f(x) \, dx = -\cos f(x) + C$$

$$\int \cos x \, dx = \operatorname{sen} x + C \qquad \int f'(x) \cdot \cos f(x) \, dx = \operatorname{sen} f(x) + C$$

$$\int (1 + \operatorname{tg}^2) x \, dx = \operatorname{tg} x + C \qquad \int f'(x) \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 f(x)) \, dx = \operatorname{tg} f(x) + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + C \qquad \int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} \, dx = \operatorname{tg} f(x) + C$$

Ejemplo

Calcular las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int x^5\,dx$

b) $\displaystyle\int \sqrt[4]{x}\,dx$

c) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3}\,dx$

d) $\displaystyle\int \left(x^2 - \frac{1}{2x^2}\right)\,dx$

e) $\displaystyle\int 6x\cdot(3x^2-5)^4\,dx$

f) $\displaystyle\int x^3\cdot(3x^4-2)^3\,dx$

g) $\displaystyle\int \frac{5x}{1-2x^2}\,dx$

h) $\displaystyle\int \frac{5x}{(1-2x^2)^3}\,dx$

i) $\displaystyle\int 2^x\,dx$

j) $\displaystyle\int e^{2x}\,dx$

k) $\displaystyle\int x^2\cdot e^{x^3+2}\,dx$

l) $\displaystyle\int 2^{\frac{x}{3}}\,dx$

m) $\displaystyle\int \cos(5x+1)\,dx$

n) $\displaystyle\int x^2\cdot \operatorname{sen}(2x^3+1)\,dx$

ñ) $\displaystyle\int x\cdot(1+tg^2(1-x^2))\,dx$

o) $\displaystyle\int \operatorname{sen}^2 x\cdot\cos x\,dx$

Regla de Barrow

Si $f(x)$ es continua en el intervalo $[a, b]$, y $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, entonces:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Regla de Barrow

Si $f(x)$ es continua en el intervalo $[a, b]$, y $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, entonces:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Para calcular $\int_a^b f(x)\,dx$, siendo $f(x)$ continua en el intervalo $[a, b]$ procederemos de la siguiente forma:

1. **Resolveremos la integral como una integral definida para calcular $F(x)$ que es una primitiva de $f(x)$.**

Regla de Barrow

Si $f(x)$ es continua en el intervalo $[a, b]$, y $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, entonces:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Para calcular $\int_a^b f(x)\,dx$, siendo $f(x)$ continua en el intervalo $[a, b]$ procederemos de la siguiente forma:

1. Resolveremos la integral como una integral definida para calcular $F(x)$ que es una primitiva de $f(x)$.
2. **Calcularemos los valores de esta función en a y b: $F(a)$ y $F(b)$.**

Regla de Barrow

Si $f(x)$ es continua en el intervalo $[a, b]$, y $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, entonces:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Para calcular $\int_a^b f(x)\,dx$, siendo $f(x)$ continua en el intervalo $[a, b]$ procederemos de la siguiente forma:

1. Resolveremos la integral como una integral definida para calcular $F(x)$ que es una primitiva de $f(x)$.
2. Calcularemos los valores de esta función en a y b: $F(a)$ y $F(b)$.
3. **Hallaremos la diferencia entre estos dos valores que será el valor de la integral definida.**

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Ejemplo

Calcular las siguiente integrales definidas:

a) $\displaystyle\int_1^5 (-2x^2 + x - 1)\, dx.$

b) $\displaystyle\int_{-2}^2 (2x^3 - 4x + 3)\, dx.$

c) $\displaystyle\int_0^e \frac{3x}{x^2 + 1}\, dx.$