

Aplicaciones de las derivadas 2

Ricardo Mateos

Matemáticas Aplicadas a las CC.SS. II

Departamento de Matemáticas

UHEI - IVED

Ejemplo

Dada la función $f(x) = ax^3 + bx + c$, calcular el valor de a , b y c para que:

- a) La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto $(1, -1)$ un mínimo local.
- b) Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Ejemplo

El coste de producción de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + 35x + 25$ y su precio de venta es $p = 50 - \frac{x}{4}$ euros. Hallar:

- a) El número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.
- b) El precio al que deben venderse las unidades obtenidas en el apartado a).
- c) El beneficio máximo.

Ejemplo

El crecimiento (en cm) de una variedad de trigo, $C(x)$, en función de la cantidad de fertilizante (en gramos por metro cuadrado) utilizada, x , viene dado por la función:

$$C(x) = 2x^3 - Ax^2 + Bx + 35 \quad 0 \leq x \leq 4$$

Determinar las constantes A y B sabiendo que el crecimiento alcanza su mínimo con una dosis de 3 gramos por metro cuadrado y que para esta dosis las plantas de trigo crecen 8 cm.

Ejemplo

Las ventas de un producto (en miles de euros), $V(t)$, en los 6 primeros años desde que se lanzó al mercado, evolucionan de acuerdo con la siguiente función:

$$V(t) = 4t^3 - 24t^2 + 36t + 100 \quad 0 \leq t \leq 6$$

Se pide determinar:

- a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de las ventas a lo largo de los 6 años.
- b) ¿En qué año se produjeron las ventas máximas y las mínimas?.

Ejemplo

Un determinado vino tiene un tiempo de crianza en bodega de entre 1 y 4 años. La graduación del vino, $G(x)$, en términos del tiempo de crianza, x , viene dada por la función

$$G(x) = x^3 - Ax^2 + 6Bx + 2 \quad 1 \leq x \leq 4$$

Determinar, justificando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la máxima graduación se consigue exactamente a los 2 años, edad en que el vino alcanza los 22 grados.

Ejemplo

El diámetro de cierta variedad de manzana oscila entre los 2y los 5 cm. El precio (en céntimos de euro), $P(x)$, que se le paga al agricultor por un kilogramo de estas manzanas viene determinado por su diámetro, x , de acuerdo con la siguiente función:

$$P(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 30 \quad 2 \leq x \leq 5$$

- a) Determinar para qué diámetros se alcanzan los precios máximo y mínimo de las manzanas.
- b) ¿Cuáles son estos precios máximo y mínimo?.

Ejemplo

Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, calcula:

- a) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Extremos relativos.
- c) Asíntotas.
- d) Haz una representación aproximada.

Ejemplo

El número de vehículos que ha pasado cierto día por el peaje de una autopista viene dado por la función:

$$N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2 & \text{si } 0 < t \leq 9 \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2 & \text{si } 9 < t \leq 24 \end{cases}$$

donde N indica el número de vehículos y t el tiempo transcurrido en horas desde las 0 : 00 h.

- a) ¿Es continua esta función? Justificar la respuesta.
- b) ¿Entre qué horas aumentó el número de vehículos que pasaba por el peaje? Justificar la respuesta.
- c) ¿A qué hora pasó el mayor número de vehículos? ¿Cuántos fueron?