MATRIZ INVERSA

Departamento de Matemáticas

UHEI - IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Definición

Calculo mediante la definición

Calculo de la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan

Cálculo de la matriz inversa por determinantes

Definición

Definición de matriz inversa

La matriz inversa de una matriz cuadrada A de orden n es otra matriz A^{-1} de orden n que verifica:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

Las matrices que tienen inversa se llaman **matrices regulares** y las que no tienen inversa se llaman **matrices singulares**.

Para calcular la matriz inversa vamos a utilizar tres procedimientos:

1. **Mediante la definición.**

Para calcular la matriz inversa vamos a utilizar tres procedimientos:

1. Mediante la definición.
2. **Método de Gauss-Jordan.**

Para calcular la matriz inversa vamos a utilizar tres procedimientos:

1. Mediante la definición.
2. Método de Gauss-Jordan.
3. **Por determinantes.**

Calculo mediante la definición

Cálculo mediante la definición

En este procedimento escribiremos cada elemento de la matriz inversa como una incógnita y mediante la definición de matriz inversa plantearemos un sistema de ecuaciones que luego resolveremos calculando de esta manera cada uno de los elementos de la matriz inversa.

Ejemplo

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$, hallar su inversa, si existe.

Ejemplo

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$, hallar su inversa, si existe.

La matriz A es de orden 2, por lo tanto, la inversa también será de orden 2.

Es decir, $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$

Ejemplo

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$, hallar su inversa, si existe.

La matriz A es de orden 2, por lo tanto, la inversa también será de orden 2.

Es decir, $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$

Utilizaremos ahora la definición de matriz inversa y calcularemos las incógnitas y la matriz inversa.

$$A \cdot A^{-1} = I \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejemplo

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$, hallar su inversa, si existe.

La matriz A es de orden 2, por lo tanto, la inversa también será de orden 2.

Es decir, $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$

Utilizaremos ahora la definición de matriz inversa y calcularemos las incógnitas y la matriz inversa.

$$A \cdot A^{-1} = I \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Operando e igualando las dos matrices:

$$\begin{pmatrix} 2x - z & 2y - t \\ -7x + 4z & -7y + 4t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 2x - z = 1 \\ 2y - t = 0 \\ -7x + 4z = 0 \\ -7y + 4t = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 1 \\ z = 7 \\ t = 2 \end{array}$$

Ejemplo

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$, hallar su inversa, si existe.

Luego la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ es: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$

Calculo de la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. **Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array} \right)$**

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array} \right)$
2. **Realizamos transformaciones elementales para llegar a la matriz:** $\left(\begin{array}{c|c} I & B \end{array} \right)$

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array} \right)$
2. Realizamos transformaciones elementales para llegar a la matriz: $\left(\begin{array}{c|c} I & B \end{array} \right)$

La matriz B es la inversa de la matriz A, es decir A^{-1}

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array} \right)$
2. Realizamos transformaciones elementales para llegar a la matriz: $\left(\begin{array}{c|c} I & B \end{array} \right)$

La matriz B es la inversa de la matriz A, es decir A^{-1}

Las transformaciones elementales son las siguientes:

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array} \right)$
2. Realizamos transformaciones elementales para llegar a la matriz: $\left(\begin{array}{c|c} I & B \end{array} \right)$

La matriz B es la inversa de la matriz A, es decir A^{-1}

Las transformaciones elementales son las siguientes:

1. **Intercambiar dos filas.** $F_i \leftrightarrow F_j$

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array}\right)$
2. Realizamos transformaciones elementales para llegar a la matriz: $\left(\begin{array}{c|c} I & B \end{array}\right)$

La matriz B es la inversa de la matriz A, es decir A^{-1}

Las transformaciones elementales son las siguientes:

1. Intercambiar dos filas. $F_i \leftrightarrow F_j$
2. **Multiplicar una fila por un número distinto de cero.** $F_i \rightarrow kF_i$

Método de Gauss-Jordan

En este método calcularemos la matriz inversa de una matriz mediante transformaciones elementales.

Este método consiste en lo siguiente:

1. Tomamos una matriz formada por la matriz A y la matriz identidad del mismo orden. Esta matriz la simbolizaremos por $\left(\begin{array}{c|c} A & I \end{array} \right)$
2. Realizamos transformaciones elementales para llegar a la matriz: $\left(\begin{array}{c|c} I & B \end{array} \right)$

La matriz B es la inversa de la matriz A, es decir A^{-1}

Las transformaciones elementales son las siguientes:

1. Intercambiar dos filas. $F_i \leftrightarrow F_j$
2. Multiplicar una fila por un número distinto de cero. $F_i \to kF_i$
3. **Sumar dos filas multiplicadas por sendos números y sustituir una de estas filas por el resultado.** $F_i \to kF_i + tF_j$**.**

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \; F_2 = F_2 - 2F_1$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \; F_2 = F_2 - 2F_1 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) F_2 = F_2 - 2F_1 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) F_1 = F_1 + 2F_1$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) F_2 = F_2 - 2F_1 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) F_1 = F_1 + 2F_1$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) F_2 = F_2 - 2F_1 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) F_1 = F_1 + 2F_1$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) F_2 = -F_2$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \; F_2 = F_2 - 2F_1 \; \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) \; F_1 = F_1 + 2F_1$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right) \; F_2 = -F_2 \; \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array}\right)$$

Luego la matriz inversa de A es $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \\ \rightarrow f_2 = f_2 - 2f_1 \\ \rightarrow f_3 = f_3 + f_1 \end{array}$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \to f_2 = f_2 - 2f_1 \\ \to f_3 = f_3 + f_1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \rightarrow f_1 = 2f_1 + f_2$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \rightarrow f_1 = 2f_1 + f_2 \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \to f_1 = 2f_1 - f_3 \\ \to f_2 = 2f_2 + f_3 \\ \end{array}$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \to f_1 = 2f_1 - f_3 \\ \to f_2 = 2f_2 + f_3 \\ \end{array} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \to f_1 = f_1/4 \\ \to f_2 = f_2/4 \\ \to f_3 = f_3/2 \end{array}$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} \rightarrow f_1 = f_1/4 \\ \rightarrow f_2 = f_2/4 \\ \rightarrow f_3 = f_3/2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & 1 & 0 & -3/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & 1/2 \end{array}\right)$$

Ejemplo

Hallar la inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & 1 & 0 & -3/4 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & 1/2 \end{array}\right)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ -3/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Cálculo de la matriz inversa por determinantes

Cálculo de la matriz inversa por determinantes

La condición necesaria y suficiente para que una matriz tenga inversa es que su determinante sea distinto de cero.

$$\exists A^{-1} \Leftrightarrow |A| \neq 0$$

La condición necesaria y suficiente para que una matriz tenga inversa es que su determinante sea distinto de cero.

$$\exists A^{-1} \Leftrightarrow |A| \neq 0$$

Si existe la matriz inversa se puede calcular de la siguiente forma:

$$\boxed{A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot [Adj(A)]^t = \frac{1}{|A|} \cdot Adj\left(A^t\right)}$$

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Hallamos el determinante de A.

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Hallamos el determinante de A.

$|A| = 0 + 0 + 0 - 0 - 1 - 0 = -1$

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Hallamos el determinante de A.

$|A| = 0 + 0 + 0 - 0 - 1 - 0 = -1$

Como el determinante es distinto de cero la matriz tiene inversa.

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Hallamos la matriz adjunta de A.

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -2 \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -2 \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$(AdjA) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$(AdjA) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (AdjA)^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejemplo por determinantes

Hallar la matriz inversa de : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$(AdjA) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (AdjA)^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1} = \frac{(AdjA)^t}{|A|} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}}$$