Aplicaciones de las derivadas 1

Ricardo Mateos

Matemáticas II

Departamento de Matemáticas
UHEI - IVED

Optimizacion

UHEI - IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Recta tangente

Ejemplo

Hallar la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$ en el punto $x = 0$.

Ejemplo

Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & x \leq 3 \\ \dfrac{3a}{x} & x > 3 \end{cases}$$

a) Determine el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. ¿Para ese valor de a es $f(x)$ derivable?

b) Para $a = 1$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$.

UHEI-IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Ejemplo

Hallar los intervalos de crecimiento y los extremos relativos de la función:
$f(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x + 100$

Ejemplo

Hallar los intervalos de crecimiento y los extremos relativos de la función:

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$$

Ejemplo

Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función: $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$.

Curvatura y puntos de inflexión

Ejemplo

Hallar la curvatura y los puntos de inflexión de la función: $f(x) = x^4 - 6x^2$

UHEI - IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Curvatura y puntos de inflexión

Ejemplo

Hallar la curvatura y los puntos de inflexión de la función: $f(x) = \dfrac{6}{x^2 + 3}$

Monotonia y extremos relativos

Ejemplo

Dada la función $f(x) = ax^3 + bx + c$, calcular el valor de a, b y c para que:

a) La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto $(1, -1)$ un mínimo local.

b) Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

UHEI-IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Optimizacion

Ejemplo

Sean tres números reales positivos cuya suma es 90 y uno de ellos es la media de los otros dos. Determina los números de forma que el producto entre ellos sea máximo.

Ejemplo

Sean tres números reales positivos cuya suma es 90 y uno de ellos es la media de los otros dos. Determina los números de forma que el producto entre ellos sea máximo.

Ejemplo

Descomponer el número 12 en dos sumandos positivos de forma que el producto del primero por el cuadrado del segundo sea máximo.

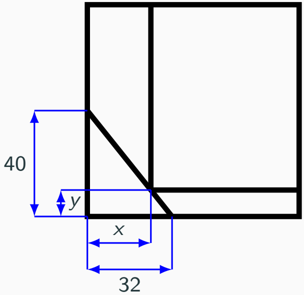
Ejemplo

Un espejo plano, cuadrado, de 80 cm de lado, se ha roto por una esquina siguiendo una línea recta. El trozo desprendido tiene forma de triángulo rectángulo de catetos 32 cm y 40 cm respectivamente. En el espejo roto recortamos una pieza rectangular R, uno de cuyos vértices es el punto (x, y) (véase la figura).

a) Hallad el área de la pieza rectangular obtenida como función de x, cuando $0 \leq x \leq 32$.

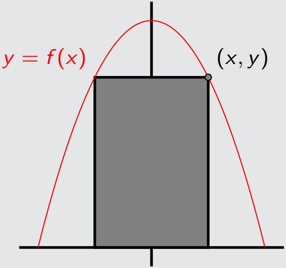
b) Calculad las dimensiones que tendrá R para que su área sea máxima.

c) Calculad el valor de dicha área máxima.



Ejemplo

En una nave industrial se quiere instalar una pantalla de cine (ver figura). La forma de la nave es la descrita por la gráfica de la función $f(x) = 12 - \dfrac{x^2}{3} \geq 0$. Calcula los valores positivos (x, y) que hacen máxima el área de la pantalla.



UHEI-IVED
Urrutiko Hezkuntzako Euskal Institutua
Instituto Vasco de Educación a Distancia

Ejemplo

Se desea construir una caja sin tapa superior (ver Figura 1). Para ello, se usa una lámina de cartón de 15 cm de ancho por 24 cm de largo, doblándola convenientemente después de recortar un cuadrado de iguales dimensiones en cada una de sus esquinas (ver Figura 2). Se determina como requisito que la caja a construir contenga el mayor volumen posible. Indicar cuáles son las dimensiones de la caja y su volumen máximo.

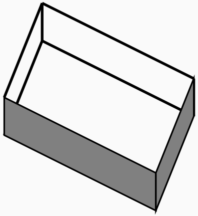


Figura 1: Caja

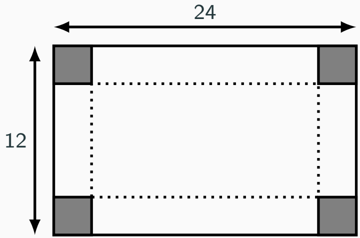


Figura 2: Lámina cartón