

Clase: Identidades Trigonométricas Fundamentales

Docente: Físico Ricardo Fernàndez

Curso: 3ro Bachillerato General Unificado

Duración: 40 minutos

1. Objetivo general

Comprender y aplicar las identidades trigonométricas fundamentales (pitagóricas, de razón y recíprocas) para simplificar expresiones y resolver problemas en contextos geométricos y aplicados.

2. Destrezas con criterio de desempeño (DCI)

- Resuelve problemas aplicando relaciones y propiedades trigonométricas para simplificar expresiones y verificar igualdades.
- Construye razonamientos matemáticos usando representaciones geométricas y algebraicas.
- Comunica procedimientos y resultados con lenguaje matemático apropiado.

3. Motivación (10 minutos)

Situación problema: En un dron agrícola, el sensor de altura envía la razón entre la sombra proyectada y la altura del dispositivo. El piloto solo conoce el valor del seno del ángulo respecto al Sol. ¿Cómo puede calcular el coseno y la tangente sin medir nada adicional?

Pedir a los estudiantes que piensen por 2 minutos y propongan ideas. Introducir la necesidad de las identidades trigonométricas.

4. Contenidos

4.1 Identidades pitagóricas

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1,$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta,$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta.$$

4.2 Identidades de razón

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}.$$

4.3 Identidades recíprocas

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}, \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}, \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}.$$

5. Desarrollo de la clase (50 minutos)

5.1 Exploración guiada (15 min)

1. Dibujar en la pizarra un triángulo rectángulo y definir seno, coseno y tangente.
2. Dividir las tres relaciones por la hipotenusa y guiar al descubrimiento de $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$.
3. Mostrar cómo derivar las demás identidades pitagóricas mediante división por $\cos^2 \theta$ o $\sin^2 \theta$.

5.2 Ejercicios básicos (15 min)

Trabajo en parejas. Resolver y escribir procedimiento.

1. Si $\sin \theta = \frac{3}{5}$ y θ está en el primer cuadrante, halle $\cos \theta$ y $\tan \theta$.
2. Simplificar:
 - a) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \cot \theta$.
 - b) $\sec \theta \cdot \cos \theta$.
3. Verificar la identidad $\frac{1}{\sec \theta} = \cos \theta$.

5.3 Aplicación al mundo real (10 min)

Reto: Un poste de 10 m proyecta una sombra; se observa que $\sin \theta = 0,6$. Calcule $\cos \theta$ y use $\tan \theta$ para determinar la longitud de la sombra. (Indicar que $\tan \theta = \frac{\text{altura}}{\text{longitud sombra}}$ o la inversa según la definición usada en el dibujo.)

5.4 Socialización (10 min)

Cada pareja comparte su estrategia. El docente enfatiza selección de identidades y pasos de simplificación.

6. Actividad de cierre (5 minutos)

Mini-quiz (oral o en papel):

1. Menciona una identidad pitagórica.
2. ¿Cómo se define la tangente en términos de seno y coseno?
3. Si $\sec \theta = 2$, ¿qué vale $\cos \theta$?

7. Evaluación

Formas: diagnóstica, formativa y sumativa.

- Indicadores: simplifica expresiones trigonométricas correctamente; aplica identidades para hallar razones desconocidas; explica el procedimiento.

8. Recursos

- Pizarra, marcadores y regla.
- GeoGebra para visualización dinámica.
- Guía de ejercicios impresa.
- Proyector para ilustraciones.

9. Tarea

1. Verificar las identidades:

$$a) \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}.$$

$$b) \tan \theta \cdot \cot \theta = 1.$$

2. Resolver 3 problemas del libro sobre identidades pitagóricas (indicar numeración del libro si aplica).

Apéndice: Soluciones (para el docente)

1. Si $\sin \theta = 3/5$, entonces $\cos \theta = \sqrt{1 - (\frac{3}{5})^2} = \sqrt{1 - 9/25} = \sqrt{16/25} = 4/5$.
 $\tan \theta = \frac{3/5}{4/5} = 3/4$.
2. a) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \cot \theta = \tan \theta + \cot \theta$. Simplificación adicional depende de la intención (se puede escribir como $\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$).
b) $\sec \theta \cdot \cos \theta = 1$.

3. Si $\sec \theta = 2$, entonces $\cos \theta = 1/2$.