Geometría analítica

MALLQUI BAÑOS Ricardo Michel

2020-02-23

Contents

Capítulo 1

Vectores

1.1 Datos

Sean los datos que se prosiguen

- www
- wwwwww

1.1.1 ff

WWWW fff WWWW wwwwww

1.1.2 ff

This is a *sample* book written in **Markdown**. You can use anything that Pandoc's Markdown supports, e.g., a math equation $a^2 + b^2 = c_c^2$.

The **bookdown** package can be installed from CRAN or Github:

```
install.packages("bookdown")
# or the development version
# devtools::install_github("rstudio/bookdown")
```

Remember each Rmd file contains one and only one chapter, and a chapter is defined by the first-level heading .

To compile this example to PDF, you need XeLaTeX. You are recommended to install TinyTeX (which includes XeLaTeX): https://yihui.org/tinytex/.

1.2 Acciones

Sean los datos *emph* ***real*** **Entonces**

Capítulo 2

Hipérbolas

You can label chapter and section titles using after them, e.g., we can reference Chapter 3. If you do not manually label them, there will be automatic labels anyway, e.g., Chapter 4.

Figures and tables with captions will be placed in and environments, respectively.

```
par(mar = c(4, 4, .1, .1))
plot(pressure, type = 'b', pch = 19)
```

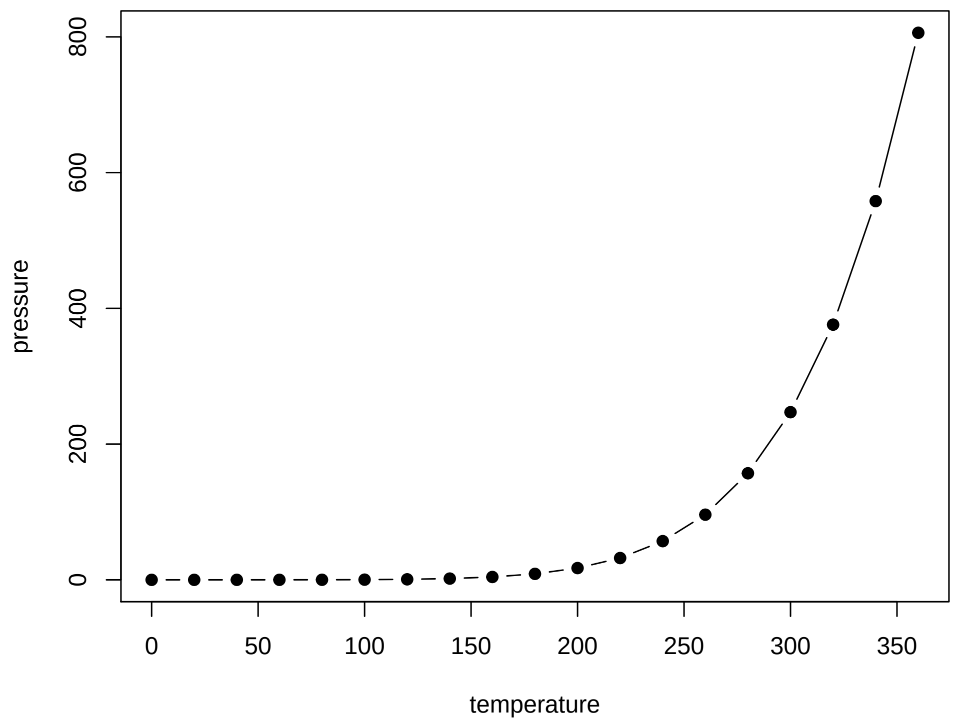

Figure 2.1: Here is a nice figure!

Reference a figure by its code chunk label with the prefix, e.g., see Figure 2.1. Similarly, you can reference tables generated from `knitr::kable()`, e.g., see Table 2.1.

```
knitr::kable(
  head(iris, 20), caption = 'Here is a nice table!',
  booktabs = TRUE
)
```

You can write citations, too. For example, we are using the **bookdown** package (Xie, 2020) in this sample book, which was built on top of R Markdown and **knitr** (Xie, 2015).

Table 2.1: Here is a nice table!

Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	Petal.Width	Species
5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
5.4	3.9	1.7	0.4	setosa
4.6	3.4	1.4	0.3	setosa
5.0	3.4	1.5	0.2	setosa
4.4	2.9	1.4	0.2	setosa
4.9	3.1	1.5	0.1	setosa
5.4	3.7	1.5	0.2	setosa
4.8	3.4	1.6	0.2	setosa
4.8	3.0	1.4	0.1	setosa
4.3	3.0	1.1	0.1	setosa
5.8	4.0	1.2	0.2	setosa
5.7	4.4	1.5	0.4	setosa
5.4	3.9	1.3	0.4	setosa
5.1	3.5	1.4	0.3	setosa
5.7	3.8	1.7	0.3	setosa
5.1	3.8	1.5	0.3	setosa

Capítulo 3

Literature

Here is a review of existing methods.

Capítulo 4

Methods

We describe our methods in this chapter.

Capítulo 5

Applications

Some *significant* applications are demonstrated in this chapter.

5.1 Example one

5.2 Example two

Capítulo 6

Ejercicos parábolas

1. Al realizarse una transformacion de coordenadas, el eje de una parabola $\mathcal{P}$ resulta orientada segun el vector $(3,4)$. En $x'y'$ un punto $Q' = (20,-20)' \in \mathcal{P}$ en els sistema xy el foco de $\mathcal{P}$ $E = (11,5)$. Determinar en el sistema xy un punto R de la parabola $\mathcal{P}$ tal que el trinagulo QVR sea rectangulo en V vertice de la parábola.

2. La circunferencia $\mathcal{C} = (x-3)^2 + (y-3)^2 = 25$ es tangente a una parábola $\mathcal{P}$ en $P_0 = (x_0, y_0)$, $y_0 > 7$. La recta $\mathcal{L} : 4x - 3y + 12 = 0$ es normal a $\mathcal{P}$ y $\mathcal{C}$ en P_0 y corta al eje focal de $\mathcal{P}$ en el punto R. Si $\left|\vec{C_0P_0}\right| = \left|\vec{P_0R}\right|$ y si la distancia $d[P_0; \text{eje focal}] = 4$, hallar la ecuación de la parábola $\mathcal{P}$. C_0 es el centro de la circunferencia y la absisa del vértice es menor que 6.

$P_0 = C_0 \pm r\vec{u}_{\mathcal{L}}$ donde $r = 5$, $C_0 = (3,8)$ y $\vec{u}_{\mathcal{L}} = \frac{(3,4)}{5}$ es decir $P_0 = (3,8) \pm 5\frac{(3,4)}{5}$ de esto consideramos $P_0 = (x_0, y_0) = (6,12)$ por condición del problema con esto la recta tangente a $\mathcal{C}$ y $\mathcal{P}$ es $\mathcal{L}_T : (x,y)(3,4) = (3,4)(6,12)$ equivalentemente $\mathcal{L}_T : 3x + 4y = 66$.

Ya que $\left|\vec{C_0P_0}\right| = 5 = \left|\vec{P_0R}\right|$ y $d[P_0; \text{eje focal}] = d[P_0; Q] = 4$ entonces el triángulo P_0QR es un triángulo rectángulo notable, por lo tanto $\left|\vec{QR}\right| = 3$ por el Teorema de Pitágoras, además $\vec{P_0R} = \vec{P_0Q} + \vec{QR}$ es decir si $\vec{P_0Q} = (v_1, v_2)$ se tiene la ecuacion $(3,4) = 4(v_1, v_2) \pm 3(-v_2, v_1)$ que al resolverla se tiene $\vec{P_0R} = (v_1, v_2) = (1,0)$ o $\vec{P_0R} = (v_1, v_2) = \left(\frac{24}{25}, \frac{7}{25}\right)$ entonces $Q = P_0 + 4(0,1) = (6,16)$ o $Q = P_0 + 4\left(\frac{24}{25}, \frac{7}{25}\right) = \left(6 + \frac{96}{25}, 12 + \frac{28}{25}\right)$ esto indica considerar $Q = (6,16)$ pues el vertice (tiene absisa menor que 6), debe estar a la derecha de P_0 pues la recta $\mathcal{L}_T$ tiene pendiente negativa. Por lo tanto $\mathcal{L}_T \cap \mathcal{F} : x = 16 = (\frac{2}{3}, 16)$ y por propiedad de la tangente a una parábola se tiene el vértice $V = \left(\frac{\mathcal{L}_T \cap \mathcal{F} + Q}{2}\right) = \left(\frac{10}{3}, 16\right)$. La ecuación de la parabola en le sistema original es $(y-h)^2 = 4\rho(x-k)$ donde $(h,k) = \left(\frac{10}{3}, 16\right)$ y $(6,12) \in \mathcal{P}$ se tiene $(-4)^2 = 4\rho(8/3)$ de donde $\rho = \frac{3}{2}$ entonces la recta directriz pasa por $\left(\frac{10}{3}, 16\right) + \frac{3}{2}(1,0) = \left(\frac{7}{3}, 16\right)$ por tanto $\mathcal{L}_D : x = \frac{7}{3}$ y la ecuacion de la parábola es

$$(y-16)^2 = 4\rho\left(x - \frac{10}{3}\right)$$

por ser paralela al eje x.

2. Los puntos $A = (60,13)$ y $B = (-4,61)$ estan sobre una parábola $\mathcal{P}$ además son simétricos con recpecto al eje focal. Desde un punto Q sobre el eje focal se traza un recta tangente a $\mathcal{P}$ que pasa por B, hallar la ecuación de $\mathcal{P}$ y las ecuaciones de las rectas tangentes trazadas desde Q.

Ya que A y B son simétricas entonces $P_0 = \frac{A+B}{2} = (28,37) \in \mathcal{L}_F$ donde $\mathcal{L}_F$ es el eje focal paralelo al vector $\vec{AB}^{\perp} = (B-A)^{\perp} = (-64,48) \parallel (-4,3) = \vec{v}_L$ es decir $\vec{v}_F$ y P_0 nos genera la ecuación del eje focal $\mathcal{L}_F : 4x + 3y = 1$. De otro lado dado el punto

$Q = (20, x) \in \mathcal{L}_F$ que al reemplazarlo en la recta del eje focal nos genera $x = -27$ de donde $Q = (20, -27)$ ademas el vértice de la parabola es $V = \frac{Q+P_0}{2} = (4, 5)$ por propiedad.

Con el objetivo de hallar el valor de ρ en la ecuación $y'^2 = 4\rho x'$ se halla las coordenadas de B en el nuevo sistema de coordenadas centrada en V con vector director $\vec{u} = \frac{(3,4)}{5}$, haciendo uso de la relación

$$(x, y) = V + x'\vec{u} + y'\vec{u}^{\perp}$$

se obtiene $x' = [B - V]\,\vec{u} = 40$ y $y' = [B - V]\,\vec{u}^{\perp} = 40$ por tanto reemplazando $B = (-4, 61) = (40, 40)'$ en $y'^2 = 4\rho x'$ se tiene que $\rho = 10$

Los vectores directores de las rectas tangentes en el sistema $x'y'$ son $(2, 1)$ y $(2, -1)$ respectivamente por tanto sus ecuaciones son $\mathcal{L}_A : 2y' = x' + 40$ y $\mathcal{L}_B = -2y' = x' + 40$ estas ecuaciones en el sistema original con $x' = [(x, y) - (4, 5)]\,\frac{(3,4)}{5}$ y $y' = [(x, y) - (4, 5)]\,\frac{(-4,3)}{5}$ reemplazadas resultan $\mathcal{L}_A : 2y - 11x - 166 = 0$ y $\mathcal{L}_B : 5x - 10y - 170 = 0$

1. ww

Bibliography

Xie, Y. (2015). *Dynamic Documents with R and knitr*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida, 2nd edition. ISBN 978-1498716963.

Xie, Y. (2020). *bookdown: Authoring Books and Technical Documents with R Markdown*. R package version 0.17.