Tarea 1a

Ricardo Camacho Castillo

September 2021

Tarea 1a

Dominio

Para el dominio en este caso, consideramos la forma de un río ideal, teniendo la forma de la función $sin(x)$. Teniendo esto y sabiendo que el ancho del río es de $p = 46cm$ y tiene una profundidad de $q = 30cm$, podemos primero tener los límites en el plano xy, usando la función $\frac{1}{6}sin(x)$ para el límite inferior en y y $\frac{1}{6}sin(x) + p$, que en este caso sería $\frac{1}{6}sin(x) + 0.46$ para el límite superior, multiplicando cada una por $\frac{1}{6}$, para tener curvas menos pronunciadas.

Para x, utilizaremos sólo un periodo del coseno. Sólo necesitaremos eso para saber cómo se comporta ya que el seno es una función periódica, por lo que el dominio estará entre 0, para que nos sea más facil, y 2π.

Por último, para z consideraremos simplemente la profundidad que tiene el río, que en este caso es $q = 30$ tomando el fondo en $z = 0$ y la superficie del río en $z = 0.30$.

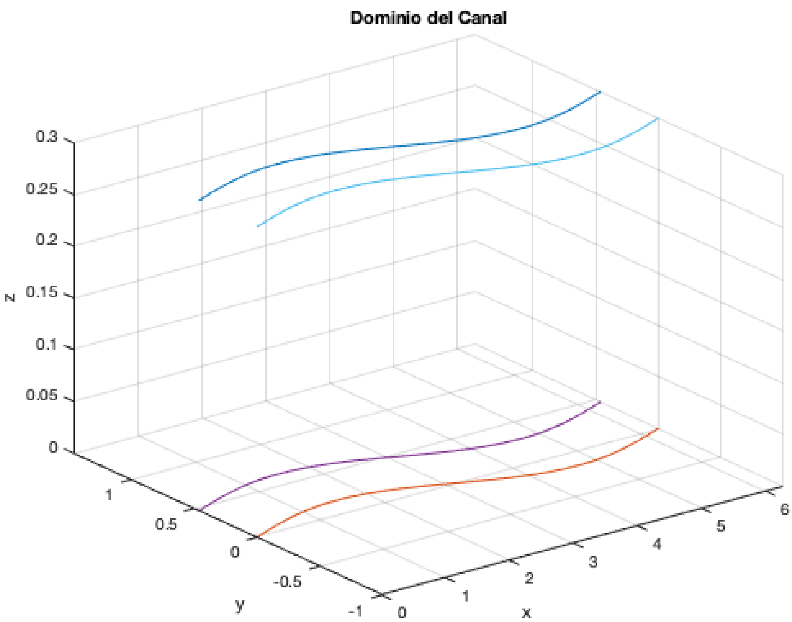
NOTA: Los valores de p y q se pasaron a metros para así poder teneros en el SI (Sistema Internacional de Unidades).

Por lo tanto, tenemos que el dominio de nuestro río es:

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \in (0 \leq x \leq 2\pi), y \in (\frac{1}{6}sin(x) \leq y \leq \frac{1}{6}sin(x)+0.46), z \in (0 \leq z \leq 0.30)\}$$

```
t = linspace(0,2*pi,100);
m = zeros(100);

p = 0.46;
q = 0.3;
```

```
n = q*ones(100);

xd = t;
yd = (1/6)*sin(t);
zd = m;

x1d = t;
y1d = (1/6)*sin(t)+p;
z1d = m;

x2d = t;
y2d = (1/6)*sin(t);
z2d = n;

x3d = t;
y3d = (1/6)*sin(t)+p;
z3d = n;

plot3(xd,yd,zd)
hold on
grid on
plot3(x1d,y1d,z1d)

plot3(x2d,y2d,z2d)
plot3(x3d,y3d,z3d)

xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
title('Dominio del Canal')
ylim([-1 1+p])
xlim([0 2*pi])
hold off
```



En esta parte, para graficar la malla consideramos las funciones que ya teníamos, creamos un meshgrid para los valores de x, y para y usamos un linspace y lo trasponemos para así crear la matriz para que vaya subiendo y bajando con la forma del seno, para que ahí sea donde empiezen los puntos de los vectores.

Primero Graficaremos en el plano xy, pero de igual manera, para z creamos un for dentro de un for dentro de un for para asignar los valores de los límites de z y que así vaya aumentando en cada una de sus capas. De igual manera para x y y se hace un for, para crear las diferentes capas del tamaño de r, que es el número de particiones, para así tener todo el Meshgrid completo y poder usar quiver, ya que si lo hacemos con los tres valores juntos, es imposible que nos de la forma que queramos ya que por ejemplo en y, los valores no siempre van a ser los mismos ya que al estar en función de x, cambian constantemente.

```
r =10;

x = linspace(0,2*pi,r);

y1 = (1/6)*sin(x);
y2 = (1/6)*sin(x)+.46;
```

```
Yg = [];

Xg = meshgrid(x);

for i=1:r
    X(:,:,i)=Xg ;
end

for i=1:r
    v = linspace(y1(i),y2(i),r);
    d = [v'];
    Yg = [Yg,d];
end

for i=1:r
    Y(:,:,i)=Yg ;
end

z = linspace(0,0.3,r);

for k=1:r
    for i=1:r
        for j=1:r
            Zm(i,j) = z(k);
        end
    end
    Z(:,:,k)=Zm;
end

u = 10*ones(r);

for i=1:r
    f1(:,:,i)=u;
end

f2 = cos(X);
f3 = Z*0;
```

Antes de pasar a otro punto calcularemos primero la velocidad del líquido que pasa por el río. Para esto podemos considerar lo que nos dice el problema, el volumen de agua que fluye por el canal es de pq litros por segundo, por lo que usando el concepto de caudal (Q), el cual nos dice que $Q = A\vec{v}$, donde A es el área transversal del canal que tenemos, que en este caso sería $pq = (0.3)(0.46)$ expresado en m^2, lo cual nos da un resultado de $0.138m^2$. Así, teniendo ya el caudal (Q) el cual lo pasaremos a metros sobre segundo, obteniendo así $1.38\frac{m^3}{s}$, y despejando $\vec{v}$ obtenemos que:

$$\vec{v} = \frac{Q}{A} = \frac{1.38}{0.138} \frac{m^3}{m^2 s} = 10 \frac{m}{s}$$

Obteniendo así una velocidad de $10\frac{m}{s}$, la cual va a multiplicar a la componente x, dándole así una magnitud constante, que será la velocidad constante con la cual fluirá el canal.

Para el segundo punto, tenemos que obtener el campo vectorial, el cual vamos a considerar las velocidades en cada punto del dominio.
Sabemos que para el componente z, siempre va a ser igual a cero ya que todo el tiempo se mantiene horizontal el movimiento del río, a menos que haya subidas o bajadas, pero eso no lo estamos considerando en este modelo.
Para el componente y, consideramos el mismo movimiento que ya tienen las paredes del canal, por lo que en este caso, sería $\frac{1}{6}sin(x)$, componente la cual va a indicar cómo es que se mueve el fluido dentro de estas paredes.
Por último consideramos el componente de x, el cual, va a ser simplemente x, lo cual nos va a indicar de igual manera la dirección de los vectores.

Por lo tanto, podemos considerar solo el plano xy para la velocidad y dirección, ya que en z simplemente es repetir el proceso en n capas. De esta manera obtenemos el campo vectorial, al cual le sacaremos el gradiente. la matriz:

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{6}sin(x) \end{pmatrix}$$

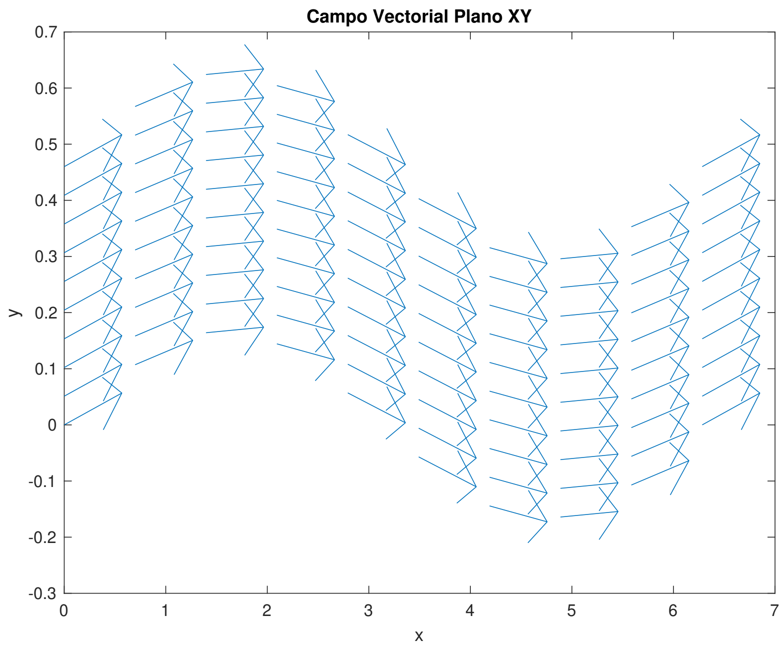
y sacando el gradiente obtenemos que:

$$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{6}cos(x) \end{pmatrix}$$

Con esto podemos ver que la velocidad y el cómo es que se va moviendo el líquido por el canal es el gradiente del campo vectorial obtenido, observando que el $10\frac{m}{s}$ que habíamos sacado con el caudal, lo multiplicaremos por el 1 en el componente x, teniendo así una velocidad constante en x y la forma en la que se mueven en el componente y igual por 10.
Tomamos nada más una de las capas de las matrices X y Y ya que graficaremos un campo vectorial de dos dimensiones.

```
X1 = X(:,:,1);
Y1 = Y(:,:,1);
f11 = 10*ones(r);
f21 = cos(X1);

quiver(X1,Y1,f11,f21)
xlabel('x')
ylabel('y')
```

```
title('Campo Vectorial Plano XY')
```



Sacando el rotacional de este campo vectorial $f(x,y) = \left(\begin{smallmatrix} x \\ \frac{1}{6}sin(x) \end{smallmatrix}\right)$, tenemos que la fórmula del rotacional para dos dimensiones es:

$$rot f(x,y) = \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$$

Por lo tanto obtenemos que el rotacional para este campo vectorial es:

$$rot f(x,y) = \frac{1}{6}cos(x) - 0 = \frac{1}{6}cos(x)$$

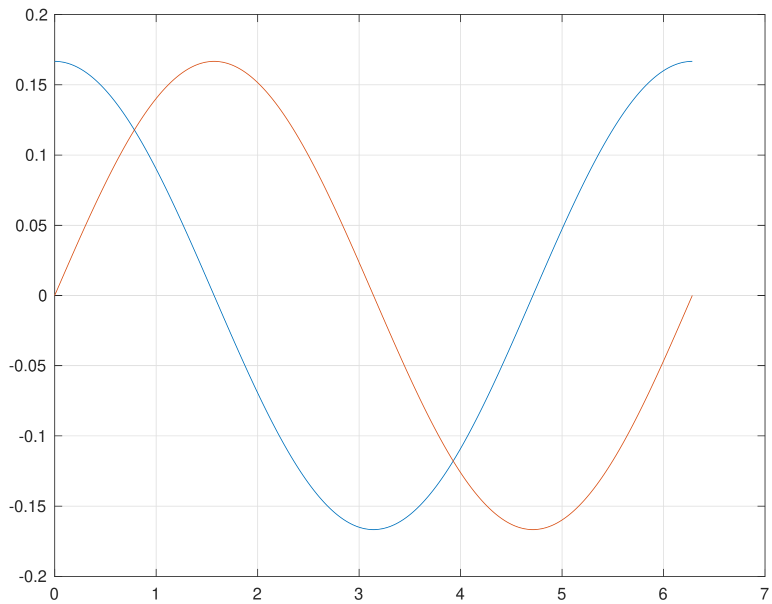
Esto lo podemos ver como la rotación que hacen los vectores en cada punto del caudal, lo cual podemos ver en la siguiente tabla, en la cual, dependiendo del valor de x con esta función, podemos ver que nos indica la dirección que toman los vectores con los valores de y. Consideramos un valor positivo hacia arrriba y un valor negativo hacia abajo:

```
Xp = linspace(0,2*pi,10);
Yp = (1/6)*cos(Xp);
Vp = [Xp',Yp'];
Vp
```

```
Vp = 10x2
         0    0.1667
    0.6981    0.1277
    1.3963    0.0289
    2.0944   -0.0833
    2.7925   -0.1566
    3.4907   -0.1566
    4.1888   -0.0833
    4.8869    0.0289
    5.5851    0.1277
    6.2832    0.1667
```

Por lo tanto con la gráfica y la tabla que tenemos podemos observar que el rotacional nos indica la dirección que van a tomar cada uno de los vectores en cualquiér punto. Aquí podemos notar que se comporta así ya que el seno, es la función principal, pero la rotación de los valores que éste tiene esta dada por el coseno, lo cual podemos observar en una gráfica, que mientras el seno va subiendo, el coseno tiene valores positivos hasta que el seno empieza a bajar, y justo después de eso, hasta que el seno vuelve a subir, que es cuando el seno comienza a tomar valores positivos.

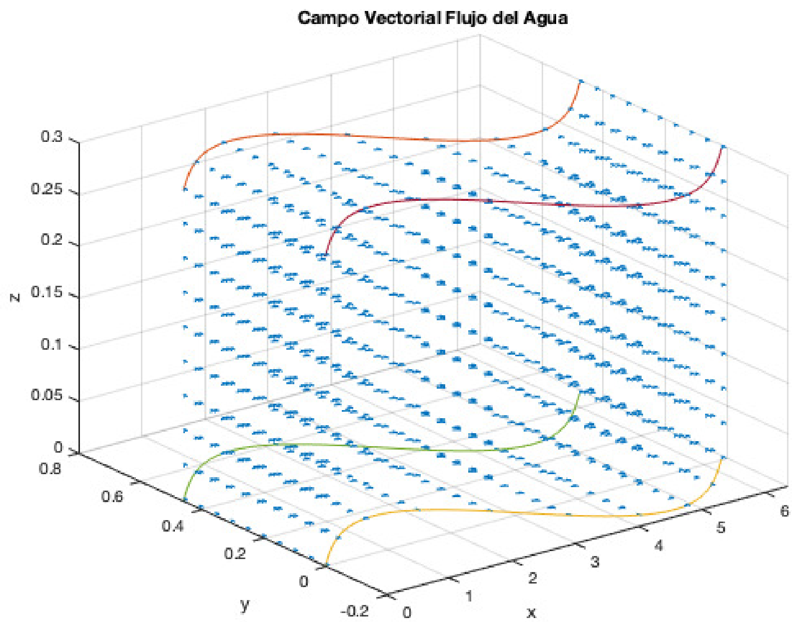
```
Xp1 = linspace(0,2*pi,1000);
Yp2 = (1/6)*cos(Xp1);
Yp1 = (1/6)*sin(Xp1);
plot(Xp1,Yp2)
hold on
grid on
plot(Xp1,Yp1)
hold off
```



Ya por último, graficamos el mismo campo vectorial que ya graficamos pero añadiendo el eje Z, añadiendo capas iguales a la del plano xy, en todos los valores de z que tenemos, en este caso r valores ya que es el número de particiones.

NOTA GRÁFICAS: Para ambas gráficas, se uso $cos(x)$ en el parámetro Y para que se notara mucho más cómo es que se comportan, pero lo correcto, aunque no se ve tan bien el comportamiento de las gráficas es $\frac{1}{6}sin(x)$.

```
quiver3(X,Y,Z,f1,f2,f3)
hold on
title('Campo Vectorial Flujo del Agua')
xlabel('x')
ylabel('y')
zlabel('z')
plot3(xd,yd,zd)
grid on
plot3(x1d,y1d,z1d)

plot3(x2d,y2d,z2d)
plot3(x3d,y3d,z3d)
```


Campo Vectorial Flujo del Agua
z
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
y
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
x
0
1
2
3
4
5
6

Tarea 1b

Ricardo Camacho Castillo

September 2021

Tarea 1b

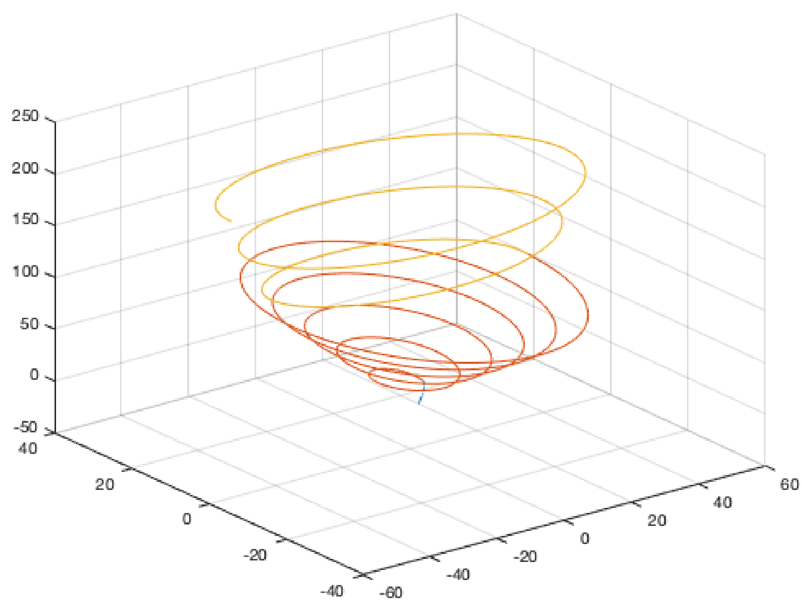
```
clc,clear
```

Para empezar, le asignamos los valores a a,b, y c. Después creamos vectores dividinos en n particiones de cada uno de los intervalos de t.

Aquí creamos vectores para así poder obtener los máximos y mínimos de cada uno de los puntos que queremos. Creamos un vector para cada uno de los parámetros de cada intervalo de $r(t)$.

```
a = 5;
b = 1;
c = 5;

%t1 = 0:0.01:a;

t1 = linspace(0,a,1000);

x1 = t1;
y1 = (b/a).*t1 - sqrt(a-t1);
z1 =  2*b.*t1 - sqrt(a-t1);

plot3(x1,y1,z1)
hold on
grid on

%t2 = a:0.01:a+2*c*pi;

t2 = linspace(a,a+2*c*pi,1000);

x2 =  t2.*cos(b.*(t2-a));
y2 =  b + t2.*sin(b.*(t2-a));
```

```
z2 =  2*a*b + 3.*(t2-a);

plot3(x2,y2,z2)

%t3 = a+2*c*pi:0.01:a+3*c*pi;

t3 = linspace(a+2*c*pi,a+3*c*pi,1000);

x3 =  t3.*cos(b.*(t3-a-2*c*pi));
y3 =  b + 0.4.*t3.*sin(b.*(t3-a-2*c*pi));
z3 =  2*a*b + 6*c*pi + 7.*(t3-a-2*c*pi);

plot3(x3,y3,z3)
hold off
```



Después creamos diferentes for para cada uno de los casos, considerando el número de particiones que les hicimos a cada uno de los vectores de t.
COnsiderando que el máximo y el mínimo están en z, para cada uno creamos un for que recorra todos los valores para así poder encontrar la posición en donde se encuentra el valor máximo. Esto se hace para cada una de los parámetros dentro de $r(t)$.
Al final, después de guardar esa posición en diferentes variables, imprimimos un vector de cada uno de los valores que nos pide con su respectiva posición, así, obtenemos los máximos y mínimos.

```
x = [x1,y1,z1];
y = [x2,y2,z2];
z = [x3,y3,z3];


m1 = min(z1);
pos1min = 1;

for i = 1:1000
    cont = z1(i);
    if m1 == cont
        break
    end
    pos1min = pos1min + 1;
end


m2 = min(z2);
pos2min = 1;

for i = 1:1000
    cont = z2(i);
    if m2 == cont
        break
    end
    pos2min = pos2min + 1;
end


m3 = min(z3);
pos3min = 1;

for i = 1:1000
    cont = z3(i);
    if m3 == cont
        break
    end
    pos3min = pos3min + 1;
end


m1 = max(z1);
pos1max = 1;
```

```
for i = 1:1000
    cont = z1(i);
    if m1 == cont
        break
    end
    pos1max = pos1max + 1;
end


m2 = max(z2);
pos2max = 1;

for i = 1:1000
    cont = z2(i);
    if m2 == cont
        break
    end
    pos2max = pos2max + 1;
end


m3 = max(z3);
pos3max = 1;

for i = 1:1000
    cont = z3(i);
    if m3 == cont
        break
    end
    pos3max = pos3max + 1;
end
```

El mínimo en x(t) es:

```
[x1(pos1min),y1(pos1min),z1(pos1min)]
```

```
ans = 1x3
         0   -2.2361   -2.2361
```

El mínimo en y(t) es:

```
[x2(pos2min),y2(pos2min),z2(pos2min)]
```

```
ans = 1x3
     5     1    10
```

El mínimo en z(t) es:

```
[x3(pos3min),y3(pos3min),z3(pos3min)]
```

```
ans = 1x3
   36.4159    1.0000  104.2478
```

El máximo en x(t) es:

```
[x1(pos1max),y1(pos1max),z1(pos1max)]
```

```
ans = 1x3
     5     1    10
```

El máximo en y(t) es:

```
[x2(pos2max),y2(pos2max),z2(pos2max)]
```

```
ans = 1x3
   36.4159    1.0000  104.2478
```

El máximo en z(t) es:

```
[x3(pos3max),y3(pos3max),z3(pos3max)]
```

```
ans = 1x3
  -52.1239    1.0000  214.2035
```

```
```

Por último realizamos un if para poder saber en cual de las tres curvas se encuentra el punto ya que tenemos que averiguar en que intervalo de t se encuentra.
Después de encontrar en que intervalo se encuentra, y saber en que función vamos a evaluar y de cual vamos a sacar los vectores unitarios, creamos diferentes variables simbólicas para poder obtener cada uno de los vectores unitarios y de esta manera obtener la forma general de cada uno de los vectores. Justo después de eso, evaluamos e el punto que tenemos, en este caso el $p1$, para así poder obtener cada uno de los Vectores.
Al ser valores muy pequeños, tenemos que redondear a más cifras significativas y obtener un valor un poco más exacto.

```
syms x(t) y(t) z(t) dx(t) dy(t) dz(t) r(t) T(t) N(t) B(t)

p1 = a + 2*(c-1)*pi + pi/4;

if (p1<a)
    x(t)=t;
    y(t)=(b/a)*t - sqrt(a-t);
    z(t)=2*b*t - sqrt(a-t);
elseif (p1<(a+2*c*pi) && p1>a)
    x(t)=t*cos(b*(t-a));
    y(t)=b + t*sin(b*(t-a));
    z(t)=2*a*b + 3*(t-a);
else
    x(t)=t*cos(b*(t-a-2*c*pi));
    y(t)=b + 0.4*t*sin(b*(t-a-2*c*pi));
    z(t)=2*a*b + 6*c*pi + 7*(t-a-2*c*pi);
end


r = [x;y;z];

dr = diff(r);
T = dr/norm(dr);

dT = diff(T);
N = dT/norm(dT);

B = cross(T,N);

TU = round(T(p1),6)
```

```
TU =
```

$$\begin{pmatrix} -0.680685 \\ 0.726189 \\ 0.096527 \end{pmatrix}$$

```
NU = round(N(p1),6)
```

```
NU =
```

$$\begin{pmatrix} -0.729798 \\ -0.683656 \\ -0.003101 \end{pmatrix}$$

```
BU = round(B(p1),6)
```

```
BU =
```

$$\begin{pmatrix} 0.063739 \\ -0.072556 \\ 0.995326 \end{pmatrix}$$

```

```