Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Centro de Tecnologia – CTEC

Disciplina: Cálculo Numérico (EPET019-A)
Professores: Adeildo S. Ramos Jr. e Luciana C. L. M. Vieira
Trabalho 02: Aplicação do Método de Euler
Data de divulgação: 17/05/2021. Data de entrega: 27/05/2021.

Considere uma esfera de raio r e massa m. Inicialmente, no instante $t = 0$, a esfera possui velocidade v_0 e seu centro está posicionado a uma distância y_0 de um obstáculo reto (ver Figura 1a). Considerando a ação da gravidade, a esfera sempre estará sujeita a uma força gravitacional F_g (de cima para baixo) que tende a deslocá-la em direção ao obstáculo (ver Figura 1b),

$$F_g = m\, g$$

em que g é a aceleração da gravidade (adotar $g = 9{,}81$).

Desta forma, ao se movimentar para baixo, idealiza-se que a esfera poderá se sobrepor ao obstáculo, e enquanto isso ocorrer, assume-se a existência de uma penalização elástica artificial por meio de uma força de contato F_c (de baixo para cima) atuante na esfera e proporcional à sua penetração Δ no obstáculo (ver Figura 1c),

$$F_c(t) = \begin{cases} k\, \Delta(t), & y(t) < r \\ 0, & y(t) \geq r \end{cases}$$

em que k é a constante de rigidez da penalização elástica, e a penetração Δ é dada por

$$\Delta(t) = r - y(t).$$

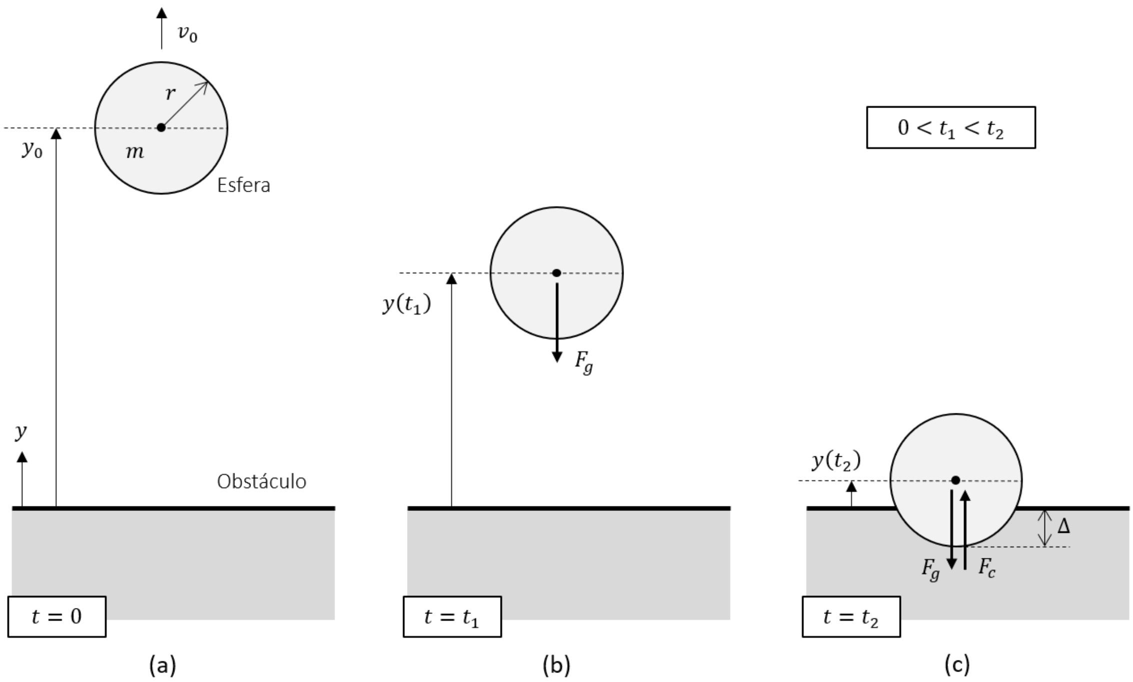

Figura 1 – Definição do problema para os instantes: (a) t=0; (b) t=t_1; (c) t=t_2.

Em um dado instante de tempo t, a aceleração da esfera pode ser estimada por meio da força resultante F atuante em seu centro,

$$F(t) = -F_g + F_c(t)$$

como sendo

$$a(t) = \frac{F(t)}{m}.$$

Nota-se que a posição $y(t)$, a velocidade $v(t)$ e a aceleração $a(t)$ do centro da esfera podem ser representadas por funções temporais.

Pede-se:

1) Considere instantes de tempo discretos dados por t = 0, Δt, $2\Delta t$, ..., t_s. Usando a linguagem de programação de sua escolha, crie uma função que utilize o Método de Euler e calcule a posição, a velocidade e a aceleração do centro da esfera para cada um desses instantes.

- A função deve receber os seguintes argumentos de entrada:
  - y_0: posição inicial do centro de esfera;
  - v_0: velocidade inicial da esfera (positivo para cima);
  - r: raio da esfera;
  - m: massa da esfera;
  - k: constante de rigidez;
  - t_s: tempo de simulação;
  - Δt: incremento de tempo

- A função deve retornar os seguintes argumentos de saída:
  - vetor com os instantes de tempo considerados:
    $[0, \Delta t, 2\Delta t, \ldots, t_s]$
  - vetor com os valores de posição:
    $[y_0, y(\Delta t), y(2\Delta t), \ldots, y(t_s)]$
  - vetor com os valores de velocidade:
    $[v_0, v(\Delta t), v(2\Delta t), \ldots, v(t_s)]$
  - vetor com os valores de aceleração:
    $[-g, a(\Delta t), a(2\Delta t), \ldots, a(t_s)]$

2) Considerando um exemplo definido a partir dos dados fornecidos na Tabela 1, avalie a função implementada em 1). Utilize os resultados obtidos para plotar três gráficos: i) posição x tempo; ii) velocidade x tempo; iii) aceleração x tempo. Utilize o tempo no eixo das abcissas.

3) Considerando o mesmo exemplo de 2), imprima os valores mínimos e máximos obtidos para: i) posição, ii) velocidade e iii) aceleração. Compare o valor máximo obtido para velocidade com o valor analítico da velocidade máxima da esfera,

$$\bar{v}_{\max} = \sqrt{v_0^2 - 2g(r - y_0)}$$

calculando o erro relativo percentual.

4) Considere agora dois novos exemplos modificando apenas os incrementos de tempo $\Delta t_1'$ e $\Delta t_2'$, em relação ao dado tabelado Δt,

$$\Delta t_1' = \frac{1}{10}\Delta t$$

$$\Delta t_2' = 10\,\Delta t$$

Repita os procedimentos 2) e 3). Quais mudanças ocorreram nos gráficos e no erro relativo percentual? Justifique sua resposta.

Além dos códigos e dos exemplos, registre os desenvolvimentos e as discussões dos exemplos em um memorial de cálculo (documento PDF). A apresentação deste trabalho deverá ser baseada nos códigos desenvolvidos na linguagem de programação escolhida e no memorial de cálculo elaborado. Esse material deve ser enviado aos professores e tutores antes da apresentação.

Tabela 1 – Dados de entrada para a turma EPET019-A.

Nome do aluno ou dupla	y_0 [m]	v_0 [m/s]	r [m]	m [kg]	k [N/m]	t_s [s]	Δt [s]
Beatriz Alves e Waleska Silva	4.5	-0.5	0.1	1.0	$1\text{x}10^4$	15	0.0011
Lucas Siqueira e Edson Gomes Jr	5.0	+1.0	0.2	1.1	$1\text{x}10^4$	16	0.0021
Lara Borne e Raíssa Cavalcante	5.5	-0.25	0.3	1.2	$1\text{x}10^4$	12	0.0030
Amanda Santos e Rodrigo Magalhães	6.0	+0.5	0.2	1.3	$1\text{x}10^4$	14	0.0019
Anália Acioli e Raíza Alchaar	6.5	0.0	0.1	1.4	$1\text{x}10^4$	15	0.0015
Anderson Gomes e João V. Freitas	7.0	-0.5	0.2	1.5	$1\text{x}10^4$	12	0.0017
Jaqueline Costa	7.5	+1.0	0.3	1.6	$1\text{x}10^4$	16	0.0025
Mateus Silva e Domingos Pereira	8.0	-0.25	0.2	1.7	$1\text{x}10^4$	14	0.0016
Adenilma Menezes e Felipe Valentim	8.5	+0.5	0.1	1.8	$1\text{x}10^4$	15	0.0008
Ana Paula Silva	9.0	0.0	0.2	1.9	$1\text{x}10^4$	16	0.0015
Bianca Godoy	9.5	-0.5	0.3	2.0	$1\text{x}10^4$	12	0.0022
Emannuel Braga	10.0	+1.0	0.2	2.1	$1\text{x}10^4$	10	0.0014
Hugo Oliveira	4.5	-0.5	0.1	1.0	$1\text{x}10^4$	15	0.0011
Isabella Silva	5.0	+1.0	0.2	1.1	$1\text{x}10^4$	16	0.0021
João Vitor Santos	5.5	-0.25	0.3	1.2	$1\text{x}10^4$	12	0.0030
Layla Lima	6.0	+0.5	0.2	1.3	$1\text{x}10^4$	14	0.0019
Lucas Malta	6.5	0.0	0.1	1.4	$1\text{x}10^4$	15	0.0015
Manoel Santos Neto	7.0	-0.5	0.2	1.5	$1\text{x}10^4$	12	0.0017
Vanessa Melchior	7.5	+1.0	0.3	1.6	$1\text{x}10^4$	16	0.0025
Wesley Torres	8.0	-0.25	0.2	1.7	$1\text{x}10^4$	14	0.0016