CÁLCULO NUMÉRICO (EAMB018-A / EPET019-A)

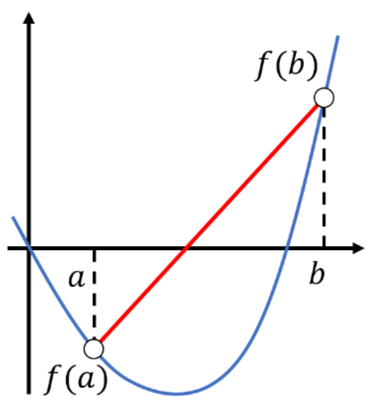
LISTA 02 – RAÍZES DE FUNÇÕES

Professores:
Adeildo Soares Ramos Júnior
Luciana Correia Laurindo Martins Vieira

Data de divulgação: 08/03/2021 / **Data de entrega:** 17/03/2021

Questão 1

Figura 1 - Ilustração do método das cordas



No método das cordas (também conhecido como método das secantes), um novo ponto limite para o intervalo de busca da raiz da função é obtido a partir do ponto correspondente à raiz da reta secante que passa pelos pontos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$, conforme mostra a Figura 1. Demonstre a expressão para obtenção desse novo ponto limite.

Questão 2

Demonstre a expressão de recorrência do método de Newton.

Questão 3

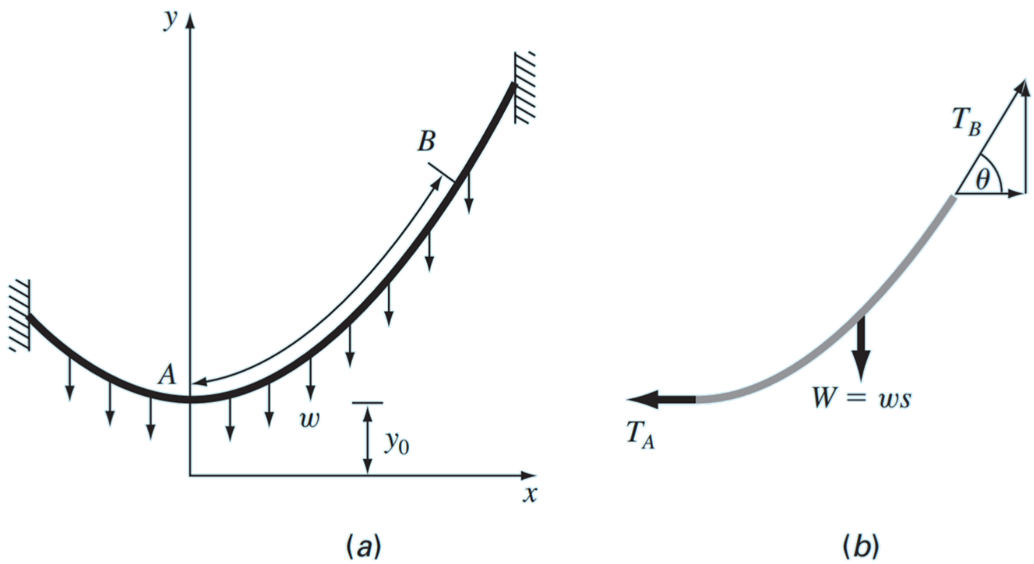
O volume de líquido V em um cilindro horizontal oco de raio r e comprimento L é relacionado com a espessura de líquido h pela equação

$$V = \left[r^2 \cos^{-1}\left(\frac{r-h}{r}\right) - (r-h)\sqrt{2rh - h^2}\right] L.$$

Determine h, dados: $r = 2$ m, $L = 5$ m³, e $V = 8$ m³.

Questão 4

Figura 2 - Ilustração do cabo em forma de catenária



Um cabo é dito em forma de catenária quando está pendurado entre dois pontos que não estão à mesma altura. Conforme ilustra a Figura 2a, a única carga a que o cabo está sujeito é o peso próprio. Dessa forma, o peso próprio age como uma carga uniforme ω (N/m) ao longo do cabo. Um diagrama de corpo livre da seção AB é mostrado na Figura 2b, onde T_A e T_B são as forças de tração nas extremidades. Baseando-se no equilíbrio de forças nas direções vertical e horizontal, a seguinte equação diferencial é obtida:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\omega}{T_A}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}.$$

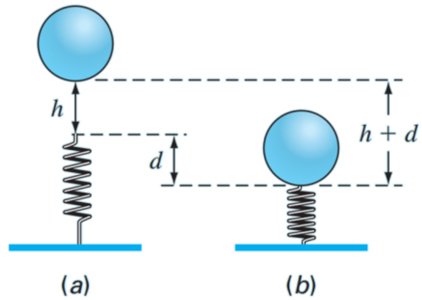
É possível empregar o cálculo para obter uma solução para a altura y do cabo em função da distância x do ponto de altura mínima y_0:

$$y = \frac{T_A}{\omega}\cosh\left(\frac{\omega}{T_A}x\right) + y_0 - \frac{T_A}{\omega}.$$

a. Use os métodos da biseção, cordas e Newton para calcular o valor do parâmetro T_A, dados: $\omega = 10$ e $y_0 = 5$, de modo que o cabo tenha uma altura $y = 15$ na distância $x = 50$.
b. Faça um gráfico da curva $y \times x$, no intervalo entre $x = -50$ e $x = 100$.

Questão 5

Figura 3 - Ilustração de um sistema de molas



Sistemas mecânicos reais podem envolver a deflexão de molas não lineares. Na Figura 3, uma bola de massa m é solta a uma distância h de uma mola não linear. A força de resistência da mola é dada por

$$F = -\left(k_1 d + k_2 d^{3/2}\right).$$

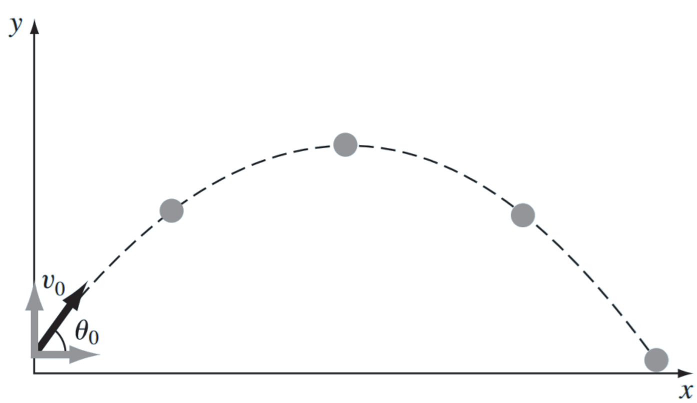
As leis de conservação de energia podem ser utilizadas para mostrar que

$$\frac{2k_2 d^{5/2}}{5} + \frac{1}{2}k_1 d^2 - mgd - mgh = 0.$$

Encontre a solução para a variável d usando o método das cordas, dados: $k_1 = 40.000$ g/s², $k_2 = 40$ g/(s² m⁵), $m = 95$ g, $g = 9{,}81$ m/s², e $h = 0{,}43$ m.

Questão 6

Figura 4 - Ilustração da trajetória de uma bola arremessada



Engenheiros aeroespaciais às vezes precisam calcular as trajetórias de projéteis como foguetes. Um problema parecido lida com a trajetória de uma bola arremessada. A trajetória da bola é definida pelas coordenadas (x, y), conforme mostra a Figura 4. Essa trajetória por ser modelada por

$$y = x \operatorname{tg} \theta_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2 + y_0.$$

Encontre o ângulo inicial θ_0 necessário para que a bola percorra uma distância de 90 m, se $v_0 =$ 30 m/s. Note que a bola é arremessada a uma altura de 1,8 m e interceptada a uma altura de 1 m.

Questão 7

A equação de Manning para um canal aberto retangular pode ser escrita como

$$Q = \frac{\sqrt{S}(BH)^{5/3}}{n(B + 2H)^{2/3}},$$

onde $Q =$ vazão (m³/s), $S =$ inclinação (m/m), $H =$ profundidade (m), e $n =$ coeficiente de rugosidade de Manning. Determine a profundidade do canal pelo método da bisseção, dados: $Q = 5$, $S = 0{,}0002$, $B = 20$, e $n = 0{,}03$. Defina um intervalo adequado e continue iterando até que ε_a seja menor que $\varepsilon_s =$ 0,05%.