

## STUDY OF VISCOELASTIC LAWS APPLIED TO SALT ROCK MODELS

**Gleide K. M. Lins**

**Ricardo A. Fernandes**

**William W. M. Lira**

**Eduardo N. Lages**

*gleidekarolayne.gk@gmail.com*

*ricardoaf@lccv.ufal.br*

*william@lccv.ufal.br*

*enl@ctec.ufal.br*

*Laboratório de Computação Científica e Visualização, Universidade Federal de Alagoas*

*Av. Lourival Melo Mota s/n, Cidade Universitária, CEP: 57072-900, Maceió/AL, Brasil*

**Abstract.** This work proposes a preliminary analysis of discrete mechanical models considering viscoelastic laws as an introduction to the study of salt geomechanics. For the oil industry, the presence of salt rocks during exploration significantly increases the probability of finding oil due to its sealing capacity. However, its viscoelastic rheological properties promote a faster closure of the well over time, causing, e.g., pipe stuck issues during drilling procedure. In this context, a discrete numerical model is used as a standard numerical framework to the proposed constitutive investigations. A time-dependent approach is incorporated and a double deformation mechanism is applied to consider the viscous effects on problem. Based on this methodology, creep tests using applied forces as user-defined time functions are simulated. Finally, in the way to model the wellbore closure problem, a simplified axisymmetric analysis is proposed. Case studies are presented in order to verify the obtained numerical results.

**Keywords:** Viscoelasticity, Discrete Model, Salt Rocks

## 1 Introdução

A forma como tensões e deformações se relacionam é bastante diversificada e complexa. Essa relação é descrita a partir de leis constitutivas associadas a um material. Os materiais mais simples do ponto de vista mecânico, em geral, têm seu comportamento regido por leis constitutivas lineares elásticas, nas quais a relação entre tensão e deformação é dada linearmente. Esses materiais apresentam comportamento semelhante durante eventos de carregamento e descarregamento e não apresentam deformação residual, mesmo quando submetidos a cargas elevadas. O foco deste trabalho está nos materiais viscoelásticos, que se tratam de materiais mais complexos, sujeitos a deformações contínuas e irreversíveis ao longo do tempo.

Dentro da área de exploração e perfuração de petróleo em ambiente offshore, sobretudo no cenário do pré-sal, um dos principais gargalos operacionais de projetos de poços ocorre ao se perfurar rochas salinas. Essas rochas possuem um comportamento viscoelástico acentuado e são bastante móveis quando o domínio do maciço é modificado durante a perfuração, alterando as condições geostáticas anteriores. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é realizar uma introdução ao estudo da geomecânica do sal, onde, para isso, é utilizada uma metodologia de desenvolvimento baseada em 4 macro etapas: a) breve introdução a modelos físicos discretos, apresentando sua teoria e formulação; b) incorporação de modelos viscoelásticos; c) incorporação do mecanismo duplo de deformação; d) aplicações e verificações.

## 2 Modelos Discretos Mecânicos

Os modelos discretos mecânicos permitem a análise do comportamento físico e mecânico de um determinado corpo discretizando-o através de um conjunto de pontos, denominados nós, que interagem entre si por meio de seus elementos (Figura 3). Esses elementos podem ser representados por molas, amortecedores ou elementos de atrito, e carregam consigo propriedades mecânicas e relações constitutivas que compõem as características do material e, assim, possibilitam o estudo macroscópico do modelo.

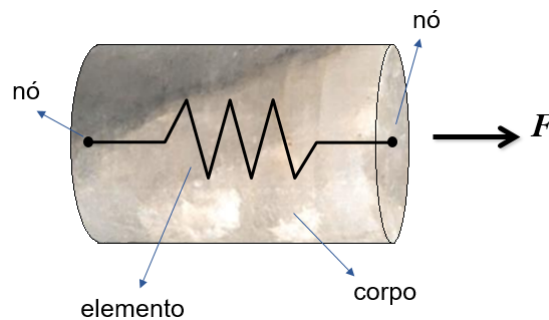


Figura 1. Modelo Discreto Mecânico

Nesse viés, segundo Vieira e Ramos Jr [1], um modelo discreto mecânico é definido por suas relações constitutivas no elemento e equações de compatibilidade e equilíbrio nodais. Logo, a fim de uma melhor caracterização de força e deslocamento, são definidos três sistemas de coordenadas: global, local e interno (Figura 2). No sistema interno, define-se uma relação força-deslocamento que pode ser interpretada como uma generalização da relação constitutiva do material. Essa relação é transmitida integralmente para os nós do respectivo elemento, compondo o sistema local. Por por sua vez, a contribuição de cada ambiente local é reunida e caracterizada no modelo, constituindo o sistema global. Para um material elástico linear e isotrópico, tem-se

$$f = k(u_j - u_i), \quad (1)$$

em que as grandezas  $f$ ,  $k$  e  $u$  representam, respectivamente, força, rigidez e deslocamento. Os índices  $i$  e  $j$  na variável  $u$  referem-se aos nós de extremidade do elemento.

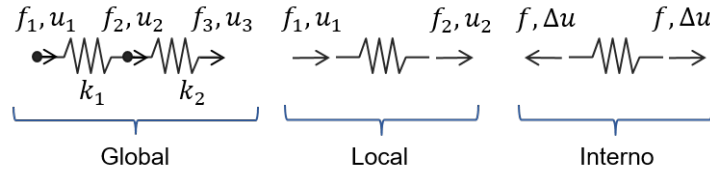


Figura 2. Sistemas de coordenadas global, local e interno

Respeitando as leis físicas, as grandezas nodais do elemento no sistema local podem ser relacionadas com as grandezas no sistema interno a partir da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} f_i \\ f_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Dessa forma, para um determinado elemento  $e$  sua matriz de rigidez local é representada por  $k^e$  e, assim, a equação (2) pode ser rescrita como:

$$f^e = k^e u^e. \quad (3)$$

Satisfazendo as leis físicas e as relações de compatibilidade, para um determinado nó  $m$  sua força resultante é dada por

$$f_m = \sum_{e=1}^N f_m^e, \quad (4)$$

em que  $N$  representa o número de elementos conectados ao nó  $m$  e  $f_m^e$  é a contribuição do elemento  $e$  no nó  $m$ . Dessa forma, é possível montar um sistema de equações lineares baseado nas coordenadas globais do sistema:

$$F = KU, \quad (5)$$

no qual

$$F = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_N]^T \quad (6)$$

$$U = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_N]^T. \quad (7)$$

em que  $K$  é a matriz de rigidez global, montada mediante a acumulação das contribuições da matriz de rigidez local de cada elemento nas posições associadas às conectividades nodais do respectivo elemento, sendo  $F$  e  $U$ , respectivamente, os vetores globais de força e deslocamento para cada nó do modelo.

Para um modelo viscoelástico caracterizado por uma associação em série entre uma mola e um amortecedor, tem-se que:

$$\sigma = \sigma_e = \sigma_v, \quad (8)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v, \quad (9)$$

onde  $\sigma$  é a tensão e  $\varepsilon$  a deformação que o elemento está sujeito, com os índices  $e$  e  $v$  representando, respectivamente, as contribuições elásticas e viscosas. As relações entre tensão e deformação para cada elemento é definida por

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}, \quad (10)$$

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_v(\sigma), \quad (11)$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade longitudinal. A relação entre taxa de deformação viscosa é definida a partir do modelo adotado. Nesse sentido, a seguinte estratégia de solução é empregada:

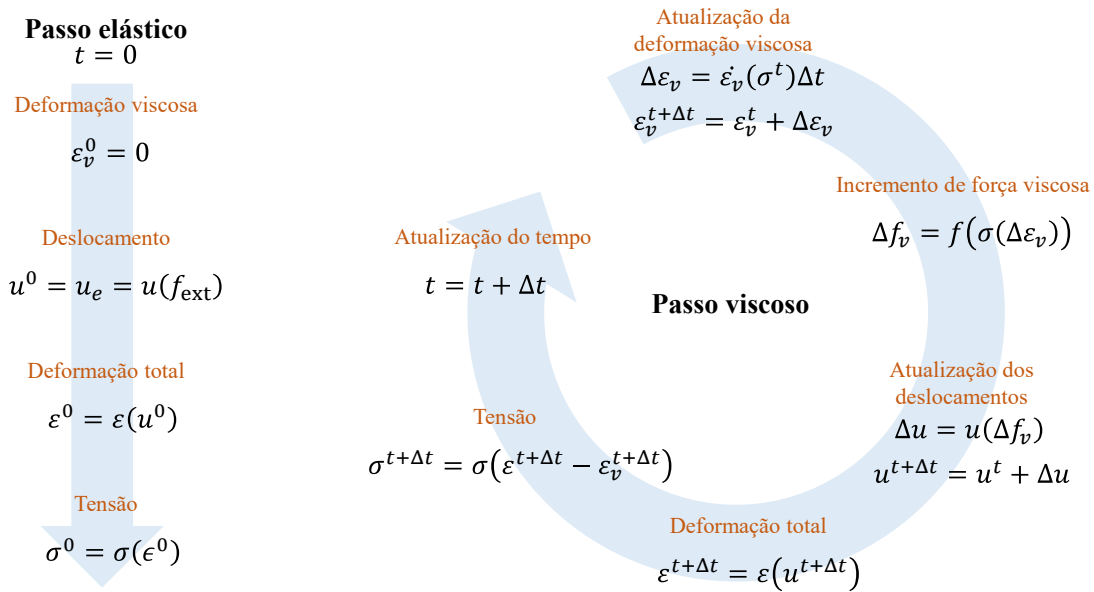


Figura 3. Solução do problema viscoelástico

Desse modo, no instante inicial ( $t=0$ ), somente a contribuição elástica é verificada no qual, nos instantes subsequentes, é recalculada e incorporada à porção viscosa do modelo. Essa análise interna é repassada para o ambiente local que, por sua vez, constitui a configuração global.

### 3 Mecanismo Duplo de Deformação

Segundo Costa et al. [2], em virtude de sua característica cristalina, as rochas salinas apresentam comportamento dependente do tempo quando submetidas a tensões de cisalhamento que, caso constantes, é observada uma deformação elástica instantânea procedida de um comportamento contínuo de fluência dividido em três estágios: fluência primária (desaceleração da taxa de deformação até atingir uma taxa constante), secundária (taxa de deformação constante) e terciária (aumento da taxa de deformação e consequente ruptura), sendo essa taxa altamente influenciada pela temperatura. Todavia, os modelos reológicos clássicos empregados na mecânica das rochas não levam em consideração o efeito explícito da temperatura, ocasionando no uso de modelos baseados em formulações empíricas. Um dos modelos clássicos empregados neste tipo de análise é um mecanismo duplo de deformação que, conforme Costa et al. [3], apresenta ótimos resultados em análises com longos períodos de tempo. Dessa maneira, seguindo o comportamento viscoelástico, a taxa de deformação por fluência é dada por:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 \left( \frac{\sigma_{\text{ef}}}{\sigma_0} \right)^n e^{\left( \frac{Q}{RT_0} - \frac{Q}{RT} \right)}, \quad (12)$$

onde  $\dot{\epsilon}$  é a taxa de deformação por fluência na condição de regime estacionário,  $\dot{\epsilon}_0$  é a taxa de deformação de referência,  $\sigma_{ef}$  é a tensão desviadora atuante,  $\sigma_0$  é a tensão desviadora de referência,  $Q$  é a energia de ativação ( $Q = 12$  kcal/mol),  $R$  é a constante universal dos gases ( $R = 1,9859 \times 10^{-3}$  kcal/mol/K),  $T_0$  é a temperatura de referência [Kelvin],  $T$  é o temperatura da rocha [Kelvin] e  $n$  é um coeficiente adimensional que contempla a mudança de mecanismo a depender da tensão atuante.

Para as análises numéricas realizadas neste trabalho, utiliza-se o modelo esquematizado na Figura 4, caracterizado por um elemento disposto na horizontal com área da seção transversal de  $1 \text{ m}^2$  e comprimento de  $1 \text{ m}$ , que se apresenta engastado na extremidade esquerda e modelado com propriedades viscoelásticas (mecanismo duplo encarregado da parcela viscosa e mola da parcela elástica), tendo como base os parâmetros da halita disponíveis em Costa et al. [2]:  $\dot{\epsilon}_0 = 1,880 \times 10^{-6} \text{ h}^{-1}$ ;  $E = 20,4 \text{ GPa}$ ;  $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$ ;  $T_0 = T = 86^\circ\text{C}$ ;  $n = 3,36$  para  $\sigma < \sigma_0$  e  $n = 7,55$  para  $\sigma \geq \sigma_0$ .

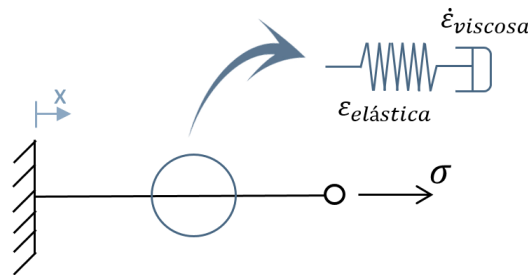


Figura 4. Esquema do modelo discreto utilizado

Desse modo, em um primeiro estudo, aplicou-se uma tensão constante de  $10 \text{ MPa}$  na extremidade livre em um tempo de simulação de  $100 \text{ h}$ . Essa prática acarretou no resultado mostrado na Figura 5a), onde o estágio secundário de fluência do sal é evidenciado. A fase é caracterizada por uma deformação viscosa linear crescente, acrescida de uma deformação elástica constante em toda simulação, o que já era previsto tendo em vista que o mecanismo duplo contempla exatamente esta fase.

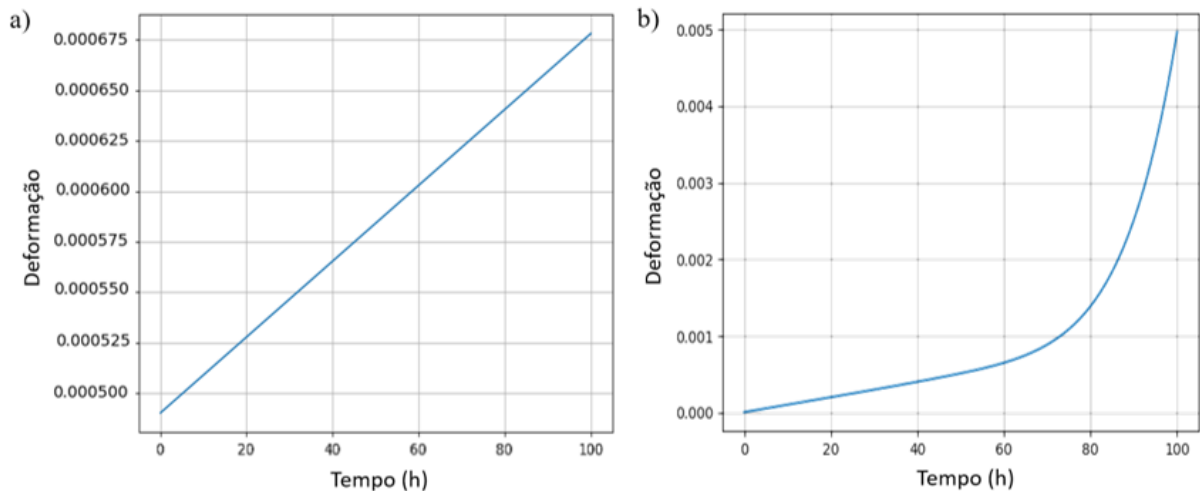


Figura 5. Deformação do elemento ao longo do tempo: a) tensão constante; b) tensão linear crescente

Por conseguinte, divergindo da modelagem típica do mecanismo de deformação empregado, aplica-se uma tensão variando ao longo do tempo, ultrapassando a tensão  $\sigma_0$  na metade do tempo de simulação, gerando na curva de deformação ilustrada na Figura 5b). É possível observar um crescimento não linear da deformação, no qual é ainda mais evidenciado a partir da metade do tempo de simulação em que ocorre a mudança de mecanismo dominante, isto é, o expoente  $n$  passa assumir o valor  $7,55$ , onde, segundo Poiate Jr [4], representa a redistribuição dos átomos em busca do equilíbrio.

## 4 Aplicação

Tendo em vista que o estudo das relações constitutivas de rochas salinas tem sua principal relevância na área de perfuração de poços de petróleo, busca-se, a partir dos modelos discretos utilizados, uma modelagem axissimétrica da seção transversal de um poço. Nesse sentido, fez-se uso de 100 elementos viscoelásticos dispostos em série com as mesmas propriedades, representando camadas homogêneas de sal ao redor do poço, com o último elemento à direita engastado. Ainda, a fim de transmitir as tensões para todo o contorno da seção (anéis), adicionou-se entre cada elemento uma mola acoplada com o meio externo, contribuições de sua rigidez somente na diagonal principal na matriz de rigidez global, sendo sua rigidez decrescente à medida que se aproxima do engaste, retratando a mudança de rigidez das camadas do poço devido ao aumento de raio. O esquema do modelo está representado na Figura 6.

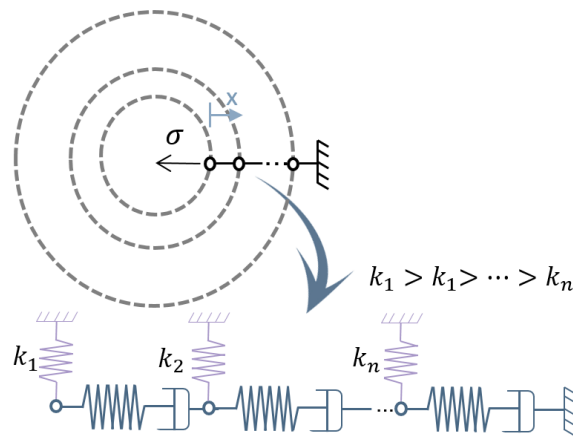


Figura 6. Seção transversal do poço, suas camadas e exemplificação do modelo utilizado

A Figura 7a) mostra um deslocamento elástico inicial que vai se prolongando de maneira decrescente até o fim da simulação, implicando também, de acordo com Poiate Jr [4], em uma desaceleração da deformação inicial, Figura 7b), devido à reorganização da tensão fornecida. Entende-se que ao existir esse componente redistribuidor de energia para o contorno restante do poço, a tensão gerada na extremidade pela força aplicada, não é transmitida integralmente para os outros elementos, acarretando em uma tensão variável durante toda estrutura que, por conseguinte, proporciona uma taxa de deformação variável ao longo dos elementos, Figura 7c), e gera uma deformação viscosa variável no tempo.

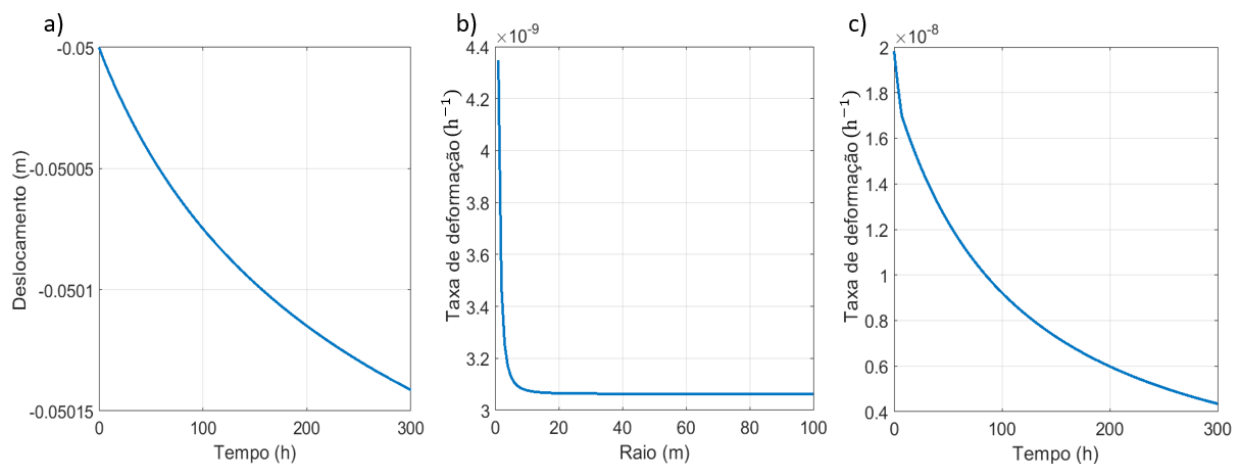


Figura 7. a) Deslocamento radial da parede do poço; b) Taxa de deformação ao longo do raio para  $t=300$ ; c) Taxa de deformação de um ponto (borda interna) ao longo do tempo

## 5 Considerações Finais

O presente trabalho procurou estabelecer um breve estudo das relações constitutivas, tendo como foco principal os modelos de rochas evaporíticas a fim de servir como inicialização ao estudo da geomecânica do sal. Desse modo, é importante destacar os diferentes estágios de deformação do sal mediante à aplicação de tensões constantes, bem como a possibilidade de manipulação da equação de mecanismo duplo para observar os estágios de fluência, e também seu comportamento quando submetido a tensões variáveis com tempo. Por último, com a aplicação abordada, foi possível associar os modelos estudados ao contexto da exploração e produção de petróleo no Brasil.

## Agradecimentos

Os autores deste artigo agradecem ao CNPq pela concessão da bolsa de pesquisa ao último autor.

## References

- [1] Vieira, L. C. L. M. & Ramos Jr, A. S., 2000. *Formulação matemática e implementação computacional no MATLAB de modelos físicos discretos*. Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia - COBENGE 2000. Thomas Telford.
- [2] Costa, A. M., Poiate, E. J., Amaral, C. S., Pereira, A., Martha, L. F., Gattass, M., & Roeh, D., 2011. *Geomechanics Applied to the Well Design Through Salt Layers in Brazil: A History of Success*. Springer Series in Geomechanics and Geoengineering. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [3] Costa, A. M., Poiate, E. J., & Falcão, J. L., 2005. Triaxial creep test in salt – applied in drilling through thick salt layers in campos basin - brazil. *International Society for Rock Mechanics. News Journal*, vol. 9, pp. 14–24.
- [4] Poiate Jr, E., 2012. *Mecânica das rochas e mecânica computacional para projeto de poços de petróleo em zonas de sal*. PhD thesis, PhD dissertation, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.