

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

CATARINA NOGUEIRA DE ARAÚJO

**DESENVOLVIMENTO DE UM ELEMENTO FINITO PARA MODELAGEM DO
COMPORTAMENTO DE POÇOS VERTICAIS EM ROCHAS SALINAS**

**MACEIÓ
2012**

CATARINA NOGUEIRA DE ARAÚJO

**DESENVOLVIMENTO DE UM ELEMENTO FINITO PARA MODELAGEM DO
COMPORTAMENTO DE POÇOS VERTICAIS EM ROCHAS SALINAS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Adeildo Soares Ramos Júnior
Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages

**MACEIÓ
2012**

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecária Responsável: Fabiana Camargo dos Santos

A663d Araújo, Catarina Nogueira de.
 Desenvolvimento de um elemento finito para modelagem do
 comportamento de poços verticais em rochas salinas / Catarina Nogueira de
 Araújo. -- 2012.
 127 f. : il., tabs., graf.

Orientador: Adeildo Soares Ramos.
Co-orientador: Eduardo Nobre Lages.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil : Estruturas) – Universidade
Federal de Alagoas. Centro de Tecnologia. Maceió, 2012.

Bibliografia: f. 124-127.

1. Método dos elementos finitos. 2. Rochas salinas. 3. Poços –
Fechamento. I. Título.

CDU: 624.121.54



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Unidade Acadêmica Centro de Tecnologia – CTEC
Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil – PPGE




DESENVOLVIMENTO DE UM ELEMENTO FINITO PARA A MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DE POÇOS VERTICAIS EM ROCHAS SALINAS


CATARINA NOGUEIRA DE ARAÚJO

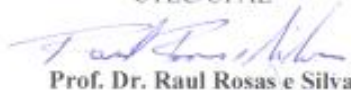
Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas e aprovada no dia 17 do mês de agosto do ano de 2012.

Banca Examinadora:


Prof. Dr. Adcildo Soares Ramos Júnior
Orientador – CTEC/UFAL


Prof. Dr. Eduardo Nobre Lages
Coorientador – CTEC/UFAL


Prof. Dr. João Paulo Lima Santos
CTEC/UFAL


Prof. Dr. Raul Rosas e Silva
PUC-Rio


M.Sc. Edgard Poiate Júnior
Petrobras

Campus A. C. Simões, Av. Lourival de Melo Mota, S/N
Tabuleiro do Martins – CEP 57072-970 – Maceió – Alagoas
Tel/Fax: (82) 3214-1863
E-mail: ppgec@ctec.ufal.br
Homepage: www.ctec.ufal.br/posgraduacao/ppgec

AGRADECIMENTOS

A Deus por sempre iluminar minha vida.

Aos meus pais pelo apoio e incentivo em todas as minhas decisões.

Aos meus irmãos pela amizade e companheirismo em todos os momentos.

À minha família pela presença constante, mesmo que remota.

Ao Ricardo por dividir todos os momentos, pelo apoio e companheirismo que tornam o trabalho mais prazeroso.

Aos amigos e colegas do LCCV pelos debates e auxílios constantes, e também pelos momentos de descontração.

Aos meus orientadores Adeildo Ramos Júnior e Eduardo Nobre pela oportunidade de trabalhar com um tema que me interessou muito, e pela paciência e atenção constantes.

Aos demais professores do LCCV e do PPGEC pela ajuda constante e pelos ensinamentos.

Aos professores da banca pela atenção que deram ao trabalho e pelas contribuições.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - ANP, da financiadora de Estudos e Projetos – FINEP e do Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo e Gás - PRH-ANP/MCT.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um elemento finito axissimétrico para a simulação do comportamento viscoso de rochas salinas durante a perfuração de poços verticais. Baseado na formulação em deslocamento do Método dos Elementos Finitos e utilizando funções de interpolação no formato da solução do problema elástico simplificado, o uso do elemento permite representar com poucos graus de liberdade os fenômenos envolvidos no sistema em questão. A utilização do elemento proposto na modelagem numérica do problema fornece respostas mais precisas e em menos tempo, auxiliando tanto na elaboração de projetos de poços como no acompanhamento de sua execução, em análises de risco e na calibração dos parâmetros viscosos das rochas em situações de escala real. A vantagem de se ter disponível um modelo com poucos graus de liberdade representativo do problema posto é a rapidez com que resultados podem ser obtidos. Para verificação da eficiência do elemento finito proposto são apresentados resultados e comparações com o elemento clássico, com funções de interpolação exclusivamente polinomiais, usualmente utilizado para discretizar esse problema.

Palavras-chave: Método dos elementos finitos. Rochas salinas. Fechamento de Poços.

ABSTRACT

This work describes the development of an axisymmetric finite element for the simulation of the viscous behavior of rock salt during vertical well drilling. Based on the displacement formulation of the Finite Element Method, functions on the format of the simplified elastic solution are used for the interpolation inside the element, thereby it is possible to describe the behavior of the system with a few degrees of freedom. The numerical modeling using the proposed element provides faster and more precise answers, therefore it can be used to assist both the design and making of wells, risk analysis and the calibration of the rock viscoelastic parameters in real scale situations. A model with few degrees of freedom representing the studied problem is useful for the low time required to provide results. To verify the proposed element efficiency, results and comparisons with classical finite elements are presented.

Keywords: Finite Element Method. Salt rocks. Well closure.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Cenário da Oferta/Demanda de óleo.	16
Figura 1.2 – Contexto e profundidades de reservatórios do Pré-Sal.	17
Figura 2.1 – Os três estágios de fluência.	26
Figura 2.2 – Elementos de modelos reológicos: a) Mola; b) Amortecedor; c) Deslizante.	27
Figura 2.3 – Modelo reológico de Burgers.	28
Figura 2.4 – Esquematização dos modelos: a) Modelo de Nishihara; b) Modelo com derivação fracional.	30
Figura 2.5 – Curvas aproximadas obtidas de ensaios triaxiais ($T = 86\text{ }^{\circ}\text{C}$) para a taxa de deformação em regime de fluência permanente para diferentes faixas de tensão desviatória.	38
Figura 2.6 – Estado de tensão volumétrico e desviador.	39
Figura 3.1 – Maciço em equilíbrio.	44
Figura 3.2 – Maciço após a perfuração.	45
Figura 3.3 – Aproximação de uma variável no domínio temporal.	49
Figura 3.4 – Discretização do problema axissimétrico.	51
Figura 3.5 – Componentes do tensor de tensões em coordenadas cilíndricas.	52
Figura 3.6 – Diagrama das etapas envolvidas na obtenção da solução numérica.	54
Figura 4.1 – Seção do modelo do cilindro vazado.	57
Figura 4.2 – Tensão ao redor do poço em uma formação elástica linear.	61
Figura 4.3 – Elemento finito proposto e coordenadas de seus nós.	61
Figura 4.4 – Ordenação dos nós do elemento proposto.	63
Figura 4.5 – Sistema de coordenadas paramétricas do elemento proposto.	63
Figura 5.1 – Descrição da geometria do problema.	73
Figura 5.2 – Histórico do deslocamento em P1.	74
Figura 5.3 – Erros no histórico do deslocamento em P1.	74
Figura 5.4 – Campo de deslocamentos ao longo de S1 em $t=0$	75
Figura 5.5 – Erros do campo de deslocamento ao longo de L1 em $t=0$	75
Figura 5.6 – Campo de tensão ao longo de S1 em $t=0$	77
Figura 5.7 – Erros do campo de tensão nos pontos de integração sobre S1 em $t=0$	77
Figura 5.8 – Condições ambientais da camada de sal.	78
Figura 5.9 – Descrição da geometria do cenário 1.	81
Figura 5.10 – Descrição das regiões de interesse do cenário 1.	81

Figura 5.11 – Histórico do deslocamento.....	83
Figura 5.12 – Erros no histórico do deslocamento.....	83
Figura 5.13 – Campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.....	85
Figura 5.14 – Erros no campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final...	86
Figura 5.15 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	87
Figura 5.16 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final....	88
Figura 5.17 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	91
Figura 5.18 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	92
Figura 5.19 – Histórico do deslocamento.....	94
Figura 5.20 – Erros no histórico do deslocamento.....	94
Figura 5.21 – Campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.....	95
Figura 5.22 – Erros no campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final...	96
Figura 5.23 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	97
Figura 5.24 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final....	98
Figura 5.25 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	100
Figura 5.26 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	101
Figura 5.27 – Descrição da geometria do cenário 3.	102
Figura 5.28 – Descrição das regiões de interesse do cenário 3.	102
Figura 5.29 – Histórico do deslocamento, em P2.....	104
Figura 5.30 – Erros no histórico do deslocamento, em P2.....	104
Figura 5.31 – Campo de deslocamento, ao longo de L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.....	105
Figura 5.32 – Erros no campo de deslocamento, em L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.....	106
Figura 5.33 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	107
Figura 5.34 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final. .	108
Figura 5.35 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	110
Figura 5.36 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	111
Figura 5.37 – Histórico do deslocamento, em P2.....	113
Figura 5.38 – Erros no histórico do deslocamento, em P2.....	113
Figura 5.39 – Campo de deslocamento, ao longo de L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.....	114
Figura 5.40 – Erros no campo de deslocamento, ao longo de L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.....	115

Figura 5.41 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	116
Figura 5.42 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final..	117
Figura 5.43 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	119
Figura 5.44 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Parâmetros do problema.	72
Tabela 5.2 – Resultados de deslocamento do problema do cilindro viscoelástico.....	73
Tabela 5.3 – Resultados de tensão obtidos no problema do cilindro viscoelástico.....	76
Tabela 5.4 – Propriedades dos materiais.	79
Tabela 5.5 – Incrementos de tempo utilizados em todos cenários.	80
Tabela 5.6 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 1.....	82
Tabela 5.7 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 1.....	89
Tabela 5.8 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 2.....	93
Tabela 5.9 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 2.....	99
Tabela 5.10 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 3.....	103
Tabela 5.11 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 3.....	109
Tabela 5.12 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 4.....	112
Tabela 5.13 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 4.....	118

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANVEC	Código computacional desenvolvido por Costa (1984)
DDR3	Interface de memória de acesso (<i>Double Data Rating type 3</i>)
DOE	Departamento de energia norte americano (<i>Department of Energy</i>)
Gb	Giga byte
GHz	Giga Hertz
Int.	Integração
LCCV	Laboratório de Computação Científica e Visualização
LWD	Perfilagem durante a perfuração (<i>Logging While Drilling</i>)
MATLAB	Ambiente de desenvolvimento (<i>Matrix Laboratory</i>)
MHz	Mega Hertz

LISTA DE SÍMBOLOS

$A, B, C,$ a, b, c, m	Constantes definidas empiricamente
B	Matriz que relaciona deslocamentos com deformações
D	Matriz constitutiva elástica
D^v	Derivada fracionária
E	Módulo de Elasticidade
e_{ij}	Tensor desviador de deformações
f_c	Vetor de forças concentradas
f_f	Vetor de forças externas devido à pressão do fluido de perfuração
f_g	Vetor de forças externas devido ao estado geostático
f_s	Vetor de forças de superfície
f_v	Vetor de forças de volume
f_r	Função de interpolação na direção da coordenada radial
f_z	Função de interpolação na direção da coordenada axial
G	Módulo de tensão
$H_{\text{água}}$	Espessura da lâmina d'água
H_{mesa}	Altura da mesa rotativa até o início da lâmina d'água
H_{sal}	Altura de sal acima do ponto em estudo
H_{sot}	Espessura do soterramento
J	Matriz jacobiana
K	Módulo de Bulk
K	Matriz de rigidez
k_0	Coefficiente de empuxo horizontal
k_S	Coefficiente de viscosidade no regime permanente
k_T	Coefficiente de viscosidade no regime transiente
n	Expoente de tensão
N_d	Matriz das funções de forma de deslocamentos
n_r	Número de elementos na direção radial
p	Pressão de confinamento
Q	Energia de ativação
q	Constante de tensão; razão entre maior e menor coordenada radial do elemento
r	Coordenada cilíndrica
r_1	Menor coordenada radial do elemento

r_2	Maior coordenada radial do elemento
R	Constante universal dos gases
R_e	Raio externo do modelo
R_i	Raio interno do modelo
s_{ij}	Tensor de tensões desviadoras
t	Tempo
T	Temperatura
T_0	Temperatura em que o ensaio foi realizado
\mathbf{t}_g	Vetor de forças externas que provocam o estado geostático
$\bar{\mathbf{u}}$	Vetor de deslocamentos no interior do elemento
\mathbf{u}	Vetor e de deslocamentos nodais
wr_i	Peso referente ao ponto de integração i na direção radial
wz_j	Peso referente ao ponto de integração j na direção axial
z	Coordenada cilíndrica
$\gamma_{\text{água}}$	Peso específico da água
γ_{fluido}	Peso específico do fluido de perfuração
γ_{sal}	Peso específico do sal
γ_{sot}	Peso específico do soterramento
Γ^1	Contorno do maciço
Γ_u	Contorno de deslocamentos
Γ_{σ^1}	Contorno de tensões
Δt	Incremento de tempo
$\Delta \mathbf{u}_n$	Vetor de incremento de deslocamentos nodais do passo n
$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^v$	Vetor de incrementos de deformações viscosas do passo n
δ_{ij}	Delta de Kronecker
$\delta \mathbf{u}$	Vetor de deslocamentos nodais virtuais
δW_{ext}	Trabalho virtual das forças externas
δW_{int}	Variação do trabalho virtual das forças internas
$\delta \boldsymbol{\varepsilon}$	Vetor de deformações virtuais
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Vetor de deformações totais
ε	Deformação
$\dot{\varepsilon}$	Taxa de deformação
$\ddot{\varepsilon}$	Segunda derivada no tempo da deformação
$\dot{\varepsilon}_0$	Taxa de deformação no momento da tensão limite
ε_d	Deformação equivalente (ou desviadora)

$\dot{\varepsilon}_d^v$	Taxa de deformação viscosa desviadora
$\boldsymbol{\varepsilon}^e$	Vetor de deformações elásticas
ε_{ij}	Tensor de deformações
$\dot{\varepsilon}_{ij}^v$	Tensor taxa de deformação viscosa
ε_v	Deformação volumétrica
$\boldsymbol{\varepsilon}^v$	Vetor de deformações viscosas
$\dot{\varepsilon}_v^v$	Taxa de deformação viscosa volumétrica
ε_n^v	Deformação viscosa no passo corrente
ε_{n+1}^v	Deformação viscosa no passo seguinte
$\dot{\varepsilon}_n^v$	Taxa de deformação viscosa no passo corrente
$\dot{\varepsilon}_{n+1}^v$	Taxa de deformação viscosa no passo seguinte
η	Viscosidade; coordenada paramétrica
θ	Escalar que define o algoritmo de integração temporal; coordenada cilíndrica
μ	Módulo de cisalhamento
ν	Coefficiente de Poisson
ξ	Coordenada paramétrica
$\boldsymbol{\sigma}$	Vetor das tensões totais
σ	Tensão
$\dot{\sigma}$	Taxa de tensão
$\ddot{\sigma}$	Segunda derivada no tempo da tensão
σ_0	Tensão limite do mecanismo de deformação por escorregamento
σ_0^v	Tensão geostática vertical
σ_0^h	Tensão geostática horizontal
σ_d	Tensão desviadora
$\boldsymbol{\sigma}_g$	Vetor de tensões geostáticas
σ_{ij}	Tensor de tensões
σ_{kk}	Traço do tensor de tensões
σ_v	Tensão volumétrica
σ_y	Tensão de escoamento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Justificativa do Trabalho.....	16
1.2	Revisão Bibliográfica	20
1.3	Objetivos	23
1.4	Estrutura do Trabalho.....	24
2	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA ROCHAS SALINAS	25
2.1	Modelos Reológicos	26
2.1.1	Modelo de Burgers.....	27
2.1.2	Modelo de Nishihara modificado.....	29
2.2	Leis Empíricas	30
2.2.1	Modelo de potência	31
2.2.2	Modelo exponencial	32
2.2.3	Modelo de Cristescu.....	33
2.2.4	Modelo de Cristescu modificado	34
2.3	Leis associadas a processos físicos	34
2.3.1	Modelo baseado em três mecanismos de deformação	35
2.3.2	Modelo compósito.....	36
2.3.3	Modelo unificado	36
2.3.4	Modelo Hou/Lux	36
2.3.5	Mecanismo duplo de deformação	36
2.4	Uso de Equações Uniaxiais em Problemas Multiaxiais	38
3	FORMULAÇÃO E ASPECTOS COMPUTACIONAIS.....	42
3.1	Formulação em Deslocamentos do Método dos Elementos Finitos	42
3.2	Estado Inicial de Tensões e Consideração da Perfuração	44
3.3	Solução do Problema Viscoso.....	46
3.3.1	Integração no tempo	48
3.3.2	Fluência sob tensão variável	50
3.4	Estado Axissimétrico de Tensões	51
3.5	Módulo Computacional	53

4	ELEMENTO FINITO PROPOSTO	55
4.1	Problema do cilindro vazado	55
4.2	Elemento finito axissimétrico quadrilateral com nove nós	61
4.3	Sistema de coordenadas paramétricas	63
4.4	Integração numérica direcionada	65
4.5	Discretização direcionada.....	67
5	APLICAÇÕES	69
5.1	Cilindro viscoelástico	71
5.2	Poços Verticais.....	78
5.2.1	Cenário 1	81
5.2.2	Cenário 2	93
5.2.3	Cenário 3	102
5.2.4	Cenário 4	112
6	CONCLUSÃO	122
	REFERÊNCIAS	124

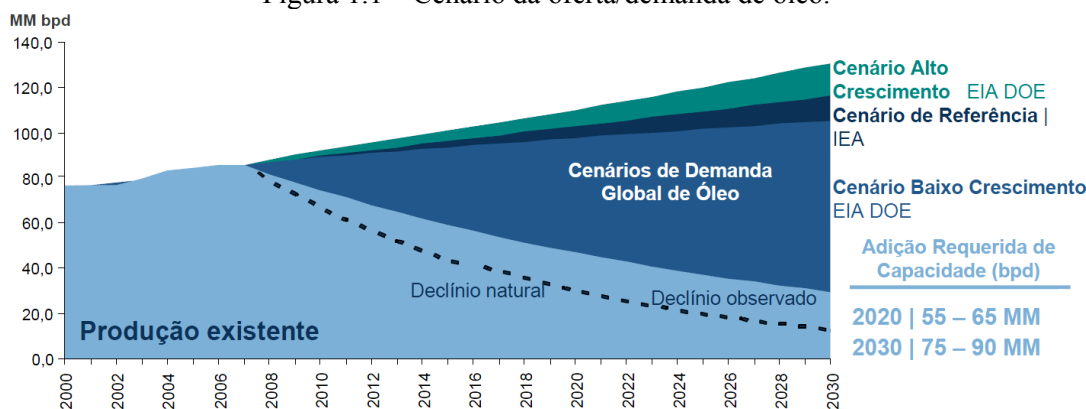
1 INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa do Trabalho

O esgotamento das reservas de mais fácil acesso e o aumento do preço do barril têm motivado a indústria petrolífera a viabilizar a exploração em reservatórios cada vez mais remotos. Conforme gráfico apresentado na Figura 1.1, é necessário produzir em reservatórios ainda não explorados, uma vez que os que estão em produção atualmente não devem suprir as necessidades das próximas décadas. Dessa forma são feitos grandes investimentos, visando tornar economicamente e tecnicamente viável produzir em cenários cada vez mais complexos.

A Petrobras, por exemplo, em seus planos de negócio, aponta que mais de 50% de seus investimentos nos próximos anos serão em atividades de Exploração e Produção (E&P). No caso do Pré-Sal brasileiro, há alguns anos não havia tecnologia disponível para explorar alguns reservatórios de maneira rentável, ou seja, se gastaria mais para extrair o petróleo do que seria obtido com sua venda e/ou utilização.

Figura 1.1 – Cenário da oferta/demanda de óleo.



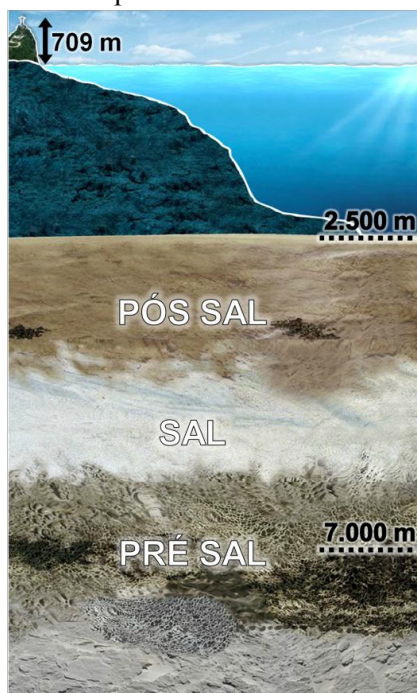
Fonte: IEA World Energy Outlook 2007, EIA International Energy Outlook 2007.

Nesse contexto, novos desenvolvimentos ainda estão sendo feitos visando reduzir ainda mais o risco e o custo da produção no pré-sal. Dentre esses, muitos estudos estão sendo feitos acerca do comportamento mecânico de rochas salinas visando conhecer melhor esses grandes maciços rochosos que devem ser atravessados para que as reservas do pré-sal sejam alcançadas (Figura 1.2).

As rochas sedimentares do tipo evaporito (rochas salinas) são materiais diferentes das outras rochas, com características de sólidos e de líquidos. Segundo Mohriak e Szatmari (2008), os evaporitos são bem diferentes dos silicatos – nestes, uma vez que se estabelece a

ligação ou junção química, é difícil separar. Os evaporitos são rochas temporárias ou móveis – movimentam-se com muita facilidade, tanto quimicamente (em solução de água), como fisicamente (em fluxo sólido).

Figura 1.2 – Contexto e profundidade de reservatórios do Pré-Sal.



Fonte: Modificado de <http://www.petrobras.com.br/minisite/pt/cada-vez-mais-fundo/>.

As rochas salinas apresentam porosidade e permeabilidade nulas (ou muito próximas de nulas), logo, são altamente impermeáveis. Além de serem impermeáveis, essas rochas absorvem níveis elevados de deformação sem o desenvolvimento de fraturas. Devido a sua particular reologia e estrutura cristalina, essas rochas passam pelo processo de autocicatrização, ou seja, sob o efeito de altas temperaturas e pressões, fraturas cicatrizam-se retomando, com o tempo, sua excelente qualidade de estanqueidade desde que não estejam preenchidas por argilo-minerais (COSTA e POIATE, 2008).

Devido a essas características físico-químicas, as rochas evaporíticas, principalmente a halita (NaCl, ou cloreto de sódio), despertaram grande interesse no uso como depósitos de resíduos nucleares e de hidrocarbonetos. Nesse sentido, grandes investimentos foram realizados para estudar as propriedades mecânicas das rochas evaporíticas submetidas a diferentes condições de temperatura e tensões desviatórias, avaliando seu comportamento reológico e integridade estrutural com o tempo.

O Departamento de Energia Norte-Americano (*Department of Energy* – DOE) foi um dos grandes investidores em estudos de mecânica das rochas evaporíticas, visando

compreender melhor o comportamento termomecânico dessas rochas. Os resultados desses estudos foram aproveitados pela indústria em geral, seja para exploração de petróleo, seja para mineração de depósitos salíferos (COSTA e POIATE, 2008).

O estudo da tectônica do sal, ou halocinese, refere-se ao movimento do sal que ocorre quando uma camada depositada em uma bacia sedimentar se deforma. As mudanças na sua estrutura interna e a criação de domos salinos, que são observados e estudados em linhas sísmicas, formam estruturas geológicas e também controlam os sedimentos adjacentes. Essas estruturas juntamente com a falta de porosidade do sal, que o torna um selante perfeito, resultam na grande associação entre ocorrência de sal em uma bacia e o sucesso na exploração de hidrocarbonetos (MOHRIAK *et al.*, 2008). Essa associação une o conhecimento das ciências da terra e a indústria do petróleo, elevando o interesse da indústria em áreas onde há ocorrência de certas estruturas salinas. No Golfo do México, por exemplo, muitas vezes o tipo de estrutura de rocha salina presente em uma determinada área é responsável por sua valoração e análise de risco, fazendo com que sua presença tenha significado econômico e agregue valor ao bloco exploratório (HART e ALBERTIN, 2001).

Devido a sua estrutura cristalina, as rochas salinas estão sujeitas ao fenômeno de fluência (deformação lenta sob tensão constante), assim, ao serem perfuradas elas se deslocam na direção do fechamento do poço. Em camadas de sais móveis (como carnalita, bischofita e taquidrita) esse fechamento é muito acentuado. Segundo Borges (2008), a deformação acumulada da parede do poço em um dado intervalo de tempo pode provocar a restrição da passagem da coluna de perfuração e até mesmo sua prisão de forma irreversível. Mesmo depois do revestimento do poço, a fluência do sal pode provocar, em algumas situações, sua ruptura por colapso. Nesse contexto, grandes espessuras de evaporito, como ocorrem na margem atlântica (Brasil e África) e no Golfo do México, representam grandes desafios tecnológicos, elevando os custos de exploração. Verifica-se então a necessidade de otimizar o uso dos recursos através da integração da engenharia de perfuração com a geologia e a geofísica (COSTA e POIATE, 2008).

Ainda segundo Costa e Poiate (2008), no Brasil, além das camadas de rochas salinas, os reservatórios encontram-se abaixo de lâminas d'água superiores a 2.000 metros (Figura 1.2), elevando a complexidade de perfuração, e assim tornando seus custos ainda mais elevados. Para atingir essas camadas pré-sal (entre 5.000 e 7.000 metros de profundidade), a Petrobras desenvolveu novos projetos de perfuração, nos quais mais de 2.000 metros de sal foram atravessados. Logo, prospectos exploratórios sob espessas camadas de rochas salinas demandam um tratamento especial quanto ao planejamento, projeto e execução da perfuração

de poços. É fundamental a obtenção das propriedades mecânicas das rochas evaporíticas, nas variáveis de estado (pressão e temperatura) previstas para a coluna a ser perfurada, e a aplicação de mecânica computacional para simular o comportamento no tempo dessas rochas durante a perfuração. É importante, também, buscar compreender melhor os efeitos que o fenômeno da halocinese de evaporitos exerce na alteração do estado inicial de tensões (anomalia gravitacional).

Segundo Falcão (2008), a simulação do comportamento viscoso da rocha evaporítica envolve a modelagem do contínuo com comportamento de natureza fisicamente não linear, exigindo, para tal, a aplicação de algoritmos incrementais de integração no tempo. Utiliza-se o Método dos Elementos Finitos para discretização e solução no tempo das equações diferenciais de equilíbrio. Essas simulações exigem grande esforço computacional, pela característica não linear do modelo e pelo nível de discretização exigido para a correta representação do fenômeno físico do processo de perfuração e modelagem dos processos envolvidos (condições de contorno).

Essas simulações devem ser feitas antes da elaboração do projeto do poço, e são baseadas em perfis sismológicos da área a ser perfurada. Porém, o movimento do sal devido às tensões diferenciais gera estruturas complexas. Essas estruturas e a estratigrafia são difíceis de serem interpretadas a partir da sísmica, uma vez que as paredes subverticais dos diápiros distorcem o imageamento (FALCÃO, 2008). Como a interpretação desses perfis não é exata é possível haver intercalações de litologias e espessuras não previstas que podem prejudicar tanto a perfuração como o bom funcionamento do poço.

Durante a perfuração, a estratigrafia real é encontrada através da perfilagem que pode ser feita durante (LWD – *logging while drilling*) ou após (*wire-line* ou *well-logging*) a perfuração (NASCIMENTO, 2010). Assim, durante a execução do poço é possível detectar a ocorrência de camadas e/ou espessuras problemáticas (saís muito móveis) não previstas. Nesse contexto, baseado nos dados disponíveis, nas contingências planejadas e na experiência adquirida o corpo técnico responsável decide se um revestimento intermediário deverá ou não ser utilizado, caso seja necessário, pode haver a necessidade de simular computacionalmente o novo contexto que se apresenta, de forma que a velocidade e a precisão do simulador numérico são essenciais.

Durante a elaboração de projetos de poços são realizadas várias simulações, analisando as várias possibilidades de configuração desses projetos. Nessas situações o uso de um modelo numérico representativo com poucos graus de liberdade poderia tornar o processo mais rápido.

O uso de um modelo rápido e preciso poderá também tornar possível a retroanálise para calibração dos parâmetros em escala real e a análise de risco de projetos de poços. Os resultados de retroanálises podem alimentar o modelo desenvolvido tornando futuras simulações ainda mais precisas. E a análise de riscos fornece mais segurança à execução do poço. Esses resultados contribuem com o conhecimento do comportamento mecânico de rochas salinas e de suas propriedades.

1.2 Revisão Bibliográfica

No Brasil, segundo Costa *et al.* (2010), o estudo de mecânica das rochas aplicado a evaporitos começou na década de 60 com a descoberta de reservas de potássio (minério de silvinita) no Estado de Sergipe, durante a exploração de óleo pela Petrobras. A presença de taquidrita (evaporito de alta mobilidade) em algumas regiões da reserva motivou uma pesquisa extensiva de mecânica das rochas, incluindo ensaios laboratoriais e *in situ*, além de modelagem computacional. Os resultados dessa pesquisa são apresentados no trabalho de Costa (1984) que foi elaborado para ser utilizado como um manual de aplicações de mecânica das rochas da empresa criada para explorar a mina.

Um dos importantes produtos do trabalho de Costa (1984) é o código computacional ANVEC, que faz análise numérica quase-estática não linear física de modelos em estado plano de tensão, em estado plano de deformação ou axissimétricos, através de um método implícito de integração da deformação no tempo. Foram utilizados métodos incrementais iterativos para tratar a não linearidade devido ao comportamento de fluência dos materiais, através do Método dos Elementos Finitos. O código gera um estado inicial de tensões nos pontos de integração, discretiza o domínio com elementos isoparamétricos quadrilaterais de oito nós e a região mais distante do poço com elementos infinitos e simula a evolução da perfuração com a técnica de *mesh rezoning* (ou rezoneamento de malha) dinâmico (COSTA, 1984).

Segundo Costa *et al.* (2005), o código computacional ANVEC tem sido validado através da comparação entre os resultados numéricos obtidos e o fechamento medido na mina de potássio anteriormente citada. Resultados numéricos da previsão de fechamento de poços de petróleo obtidos com esse código foram utilizados com sucesso para desenvolver o projeto de perfuração de poços profundos na bacia de Campos. Dentre outros trabalhos que contribuíram para a validação do código computacional ANVEC, pode-se citar o trabalho de

D'Élia (1991), que realizou análise e retroanálise do comportamento de fluência nas escavações da mesma mina, utilizando este código.

Historicamente, na bacia de Campos, vários poços profundos foram perfurados através de espessos intervalos de sal (POIATE *et al.*, 2006a). Até a década de 90, a falta de meios confiáveis para previsão do comportamento do sal submetido a altas pressões e altas tensões diferenciais levou a altos custos de perfuração e até a perda de poços (OLIVEIRA *et al.*, 1985 *apud* POIATE *et al.*, 2006a, p. 1).

Gravina (1997) desenvolveu um modelo computacional baseado na formulação em deslocamentos do Método dos Elementos Finitos voltado para a estimativa da taxa de fechamento de poços atravessando rochas salinas visando auxiliar a elaboração de projetos e o acompanhamento da execução de poços. O modelo apresentado é baseado na teoria da viscoelasticidade, utilizando a lei empírica do Modelo de Potência (ver Seção 2.2.1). O modelo considera a camada de sal isolada, a tensão vertical constante em todo o intervalo e que as variações das tensões horizontais são independentes do eixo vertical. Assim o problema estrutural abordado é tratado como um caso de estado plano de deformações. O domínio do problema é discretizado com elementos triangulares com funções de interpolação lineares, e o estado geostático é criado a partir da aplicação de uma carga distribuída ao longo do raio externo do modelo.

Até 2005, apenas halita e anidrita estavam presentes em prospectos subsal no Brasil (POIATE *et al.*, 2006a). A partir de 2006, o desafio se tornou perfurar através de camadas muito espessas de sal, que continham diferentes litologias como carnalita e taquidrita, que apresentam taxas de deformação por fluência mais elevadas que a halita. Isso motivou o desenvolvimento de novos trabalhos e uma nova retirada de amostras para levantamento detalhado das propriedades mecânicas das rochas salinas. Essas amostras foram retiradas de poços terrestres na Bacia de Sergipe/Alagoas, cujos sais são geologicamente similares aos da área do pré-sal nas bacias de Campos e Santos (FALCÃO, 2008). Poiate *et al.* (2006b), aliou ensaios experimentais e simulações numéricas para elaborar uma estratégia preliminar de perfuração, e Poiate *et al.* (2006c) utilizou análises numéricas para estudar a lama, o revestimento e o cimento utilizados, criando cenários de falha de cimentação e considerando incertezas para elaborar projetos de poço e planos de contingência.

Dentre os trabalhos mais recentes desenvolvidos no Brasil sobre o comportamento mecânico de evaporitos cita-se o de Borges (2008), que avaliou numericamente as perturbações de tensões associadas a estruturas salíferas e suas influências na estabilidade de poços, utilizando o código computacional ANVEC (COSTA, 1984). Botelho (2008) utilizou o

programa comercial Abaqus para estudar o comportamento mecânico do sal, analisando deslocamentos, deformações e tensões na parede do poço e em sua vizinhança para diversos pesos de fluido de perfuração. Araújo (2009) propôs um modelo simplificado para a simulação do fechamento de poços em rochas salinas, visando à obtenção de rápidas estimativas. Gonçalves (2011) realizou um estudo paramétrico da influência da temperatura em análises termomecânicas durante a escavação em rochas salinas.

Grupos de engenheiros e geólogos da Petrobras também vêm publicando trabalhos abordando a experiência da perfuração através de espessas camadas de rochas salinas, descrevendo e discutindo procedimentos adotados, dificuldades encontradas, simulações numéricas com o código computacional ANVEC, resultados de ensaios laboratoriais e *in situ* e outros aspectos relacionados ao comportamento mecânico dos evaporitos (COSTA e POIATE, 2008; COSTA *et al.*, 2010; COSTA *et al.*, 2005; FALCÃO, 2008; POIATE *et al.*, 2006a; POIATE *et al.*, 2006b; MOHRIAK *et al.*, 2008; entre outros).

Dentre os trabalhos desenvolvidos no mundo sobre o comportamento mecânico de rochas salinas destacam-se estudos sobre novos modelos constitutivos que representem melhor o comportamento desses materiais, buscando em resultados de ensaios experimentais e/ou *in situ* a validação dos modelos propostos (MUNSON e DEVRIES, 1991; CRISTESCU, 1993; NICOLAE, 1999; ZHOU *et al.*, 2011). Liang *et al.* (2007) realizaram uma investigação experimental das propriedades mecânicas de camadas horizontais de rochas salinas e Liang *et al.* (2011) estudaram o efeito da taxa de deformação nas propriedades mecânicas de rochas salinas. Paraschiv-Munteanu e Cristescu (2001) estudaram a relaxação de tensões durante a fluência de rochas salinas em poços profundos, e desenvolveram um modelo computacional para esse fim.

Outros trabalhos que utilizam a solução analítica de problemas simplificados para estudar um problema complexo que não tem solução analítica podem ser encontrados na literatura. Por exemplo, Nejad e Rahimi (2009) estudaram um cilindro vazado sob pressão e carregamento térmico composto por material com gradação funcional, propondo uma solução analítica obtida a partir de simplificações, com objetivo de obter os parâmetros ótimos para a concepção desses materiais. O uso de quadraturas direcionadas para problemas específicos também pode ser encontrada em trabalhos como o de Smith (1999), que propôs uma quadratura para resolver integrais fracamente singulares em problemas utilizando o Método dos Elementos de Contorno.

1.3 Objetivos

O desenvolvimento deste trabalho segue a linha de estudo da perfuração de poços em rochas salinas, uma das linhas de pesquisa do Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV). Essa linha de pesquisa foi originada da participação do LCCV no subprojeto de Geomecânica, pertencente à Rede Galileu, engenheiros da PETROBRAS contribuíram com a elaboração desse projeto através da transferência de tecnologia (metodologia, parâmetros, propriedades e simulador). O primeiro trabalho do grupo nessa linha de pesquisa foi de Araújo (2009), que propôs um modelo simplificado axissimétrico baseado no Método dos Elementos Finitos para a previsão do fechamento de poços verticais em rochas salinas. Esse modelo considerou uma camada isolada de rochas salinas e seus elementos foram unidimensionais. A continuidade a esta linha foi dada pelo trabalho de Gonçalves (2011), que expandiu a formulação para elementos bidimensionais e considerou o problema da transferência de calor através do fraco acoplamento termomecânico, estudando a influência da temperatura no problema de perfuração. O presente trabalho busca contribuir com as pesquisas nesta área incorporando a este modelo elementos finitos com funções de interpolação no formato da solução analítica do problema elástico simplificado, buscando melhores resultados com um número reduzido de elementos.

Uma solução elástica analítica simplificada do modelo proposto é conhecida, dessa forma as funções de interpolação dos elementos finitos considerados assumem o formato dessa solução. Toda a modelagem computacional do elemento é direcionada exclusivamente para a solução do problema em estudo buscando reduzir o custo computacional.

Assim, o objetivo do presente trabalho é desenvolver um elemento finito capaz de representar o problema em estudo com poucos graus de liberdade, de forma que modelos discretizados com este elemento forneçam resultados mais rápidos e precisos do que modelos discretizados com elementos finitos com funções de interpolação polinomiais usualmente utilizados para modelagem desse sistema.

Além do objetivo geral, alguns objetivos específicos são determinados:

- Entendimento mais detalhado dos fenômenos envolvidos no comportamento mecânico de rochas salinas;
- Estudo dos parâmetros e processos que mais influenciam no fechamento do poço;
- Formar recursos humanos dentro da área de geomecânica de rochas salinas;
- Contribuir com o desenvolvimento de novas tecnologias para a exploração no pré-sal.

1.4 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está dividido em seis capítulos. O capítulo introdutório apresenta a relevância do assunto abordado, descrevendo o problema em estudo. Alguns trabalhos desenvolvidos sobre o tema foram brevemente discutidos, e o objetivo do trabalho assim como o que está sendo proposto foi apresentado.

No segundo capítulo, o fenômeno da fluência é brevemente discutido e são apresentadas algumas relações constitutivas encontradas na literatura utilizadas para descrever o comportamento de rochas salinas, abordando aspectos positivos e negativos e ressaltando a importância da escolha da equação constitutiva baseada no contexto e nos fenômenos estudados. No final do capítulo o uso de equações constitutivas uniaxiais em problemas multiaxiais é abordado.

No capítulo 3 é apresentada a formulação numérica utilizada, assim como algumas considerações e simplificações adotadas para o desenvolvimento do trabalho. Alguns aspectos computacionais também são discutidos.

O quarto capítulo apresenta o elemento finito proposto, justificando a escolha da função de forma utilizada, descrevendo as características do elemento e apresentando algumas estratégias utilizadas para melhorar seu desempenho.

O capítulo 5 apresenta alguns resultados obtidos comparando modelos discretizados com o elemento finito proposto com modelos discretizados com o elemento finito clássico comumente utilizado no estudo de problemas axissimétricos de poços verticais.

Finalmente o capítulo 6 apresenta algumas conclusões baseadas nos resultados apresentados e algumas propostas de trabalhos futuros.

2 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA ROCHAS SALINAS

Relações constitutivas descrevem o comportamento dos materiais a partir de suas propriedades. Assim, o que diferencia um material de outro em uma simulação computacional são as relações constitutivas utilizadas e os valores de seus parâmetros. A depender do contexto em que se insere (temperatura e pressão) e do problema em estudo, diferentes modelos constitutivos são encontrados na literatura para descrever o comportamento de evaporitos. Neste capítulo são apresentados e discutidos alguns desses modelos constitutivos, mas, primeiramente, são apresentados alguns aspectos sobre fluência, uma vez que esse fenômeno é predominante no comportamento mecânico de rochas salinas.

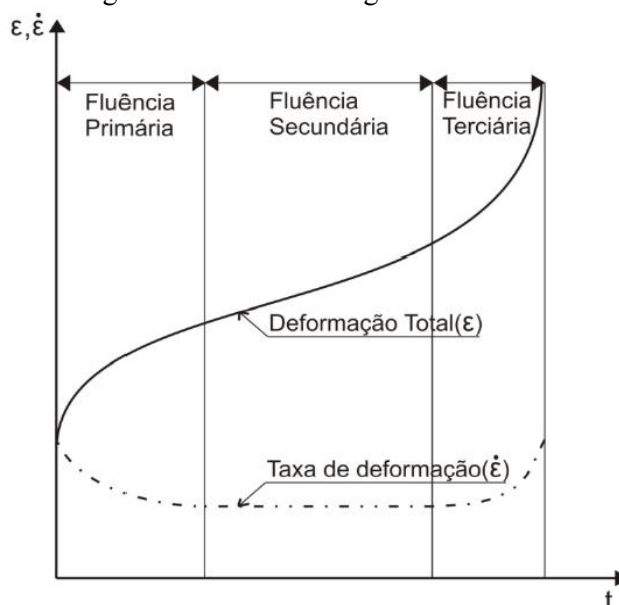
Fluência, ou *creep*, é o termo utilizado para descrever a tendência que alguns materiais apresentam de se deformar ao longo do tempo. Essa deformação ocorre em consequência do longo tempo de exposição a níveis de tensão que estão abaixo da tensão última do material. Esse fenômeno é mais frequente em materiais sujeitos a altas temperaturas por longos períodos. Esse fenômeno é de grande interesse para geotécnicos que trabalham com rochas salinas na perfuração de poços de petróleo em águas ultraprofundas, pois normalmente esses poços operam sob altas tensões e temperaturas.

Segundo Costa e Poiate (2008), a maioria das rochas se deforma em regime de fluência apenas em temperaturas e tensões além dos limites usuais de aplicações em engenharia. No entanto, as rochas salinas, ou evaporitos de outra natureza e alguns folhelhos, sofrem fluência apreciável em faixas de temperatura e tensão usuais na prática da Mecânica de Rochas. Esse fenômeno físico é sensivelmente influenciado pela espessura da camada de sal, temperatura da formação, composição mineralógica, conteúdo de água, presença de impurezas e tensão diferencial aplicada ao corpo salino. Esse comportamento deve-se à existência de um grande número de discordâncias (defeitos) ou falta de átomos na estrutura cristalina desse tipo de rocha.

A evolução da deformação com o tempo é caracterizada em laboratório por três estágios de comportamento (Figura 2.1). Se um nível constante de tensão e temperatura é aplicado no corpo sólido no início do ensaio, ocorre uma pequena deformação elástica que evolui para o primeiro estágio chamado de transiente ou fluência primária. Nesse estágio, logo que a tensão diferencial é aplicada, a taxa de deformação é muito alta. Essa taxa de deformação diminui monotonicamente até atingir um valor constante. Nesse instante, inicia-se o segundo estágio (também denominado de regime permanente ou estacionário, ou ainda fluência secundária), que se caracteriza por apresentar uma velocidade de deformação constante com o tempo. No

terceiro estágio (também chamado de fluência terciária) ocorre a aceleração da taxa de deformação. Nessa fase, a acelerada deformação do material por fluência leva rapidamente à ruptura do corpo sólido.

Figura 2.1 – Os três estágios de fluência.



Fonte: Gonçalves (2011).

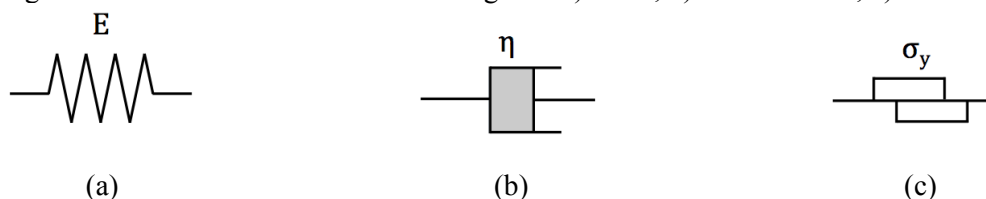
As rochas salinas apresentam o comportamento fortemente não linear com a dependência das tensões. Assim, as equações das taxas de deformações incluem a variável tempo implícita ou explicitamente.

Shames e Cozzarelli (1997) mencionam que a viscoelasticidade não linear é uma área de conhecimento em desenvolvimento e que várias leis podem ser desenvolvidas para representar o comportamento dos materiais. Esses autores apresentam ainda equações típicas para representar a fluência nas formas de tempo explícito e implícito.

2.1 Modelos Reológicos

Os modelos reológicos são concebidos para representar a fenomenologia macroscópica dos materiais em termos de comportamento tensão-deformação-tempo (COSTA, 1984). Esses modelos podem ser simplificados através do uso de elementos (mola, amortecedor e deslizante) que simbolizam os aspectos básicos do comportamento dos sólidos (Figura 2.2).

Figura 2.2 – Elementos de modelos reológicos: a) Mola; b) Amortecedor; c) Deslizante.



Fonte: Shames e Cozzarelli (1997).

O elemento mola (Figura 2.2 (a)) representa a deformação elástica caracterizada pela sua rigidez. Esse elemento se deforma segundo a Teoria da Elasticidade, onde toda deformação elástica, seja ela linear ou não, é totalmente reversível, ou seja, se a tensão for removida do elemento elástico a deformação voltará a ser nula. A deformação elástica é instantânea, assim seu comportamento não é dependente do tempo.

O elemento amortecedor (Figura 2.2 (b)) representa a deformação viscosa, assim, sob tensão, deforma-se gradualmente ao longo do tempo (deformações viscosas), esse fenômeno é conhecido como fluência. Se a tensão for removida a deformação não é recuperada.

O elemento deslizante (Figura 2.2 (c)) se deforma segundo a Teoria da Plasticidade. Para ativá-lo é preciso que a tensão atuante seja igual ao valor da tensão de plastificação. As deformações ocorridas após esse nível de tensão, se alcançado, não são reversíveis.

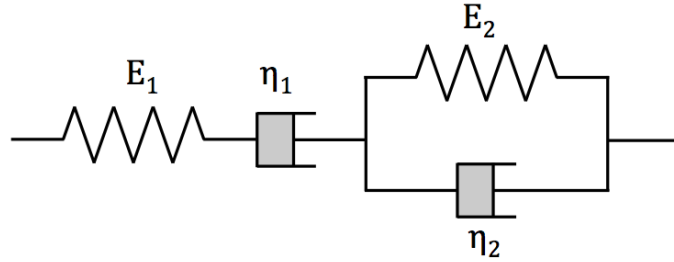
A associação em série ou em paralelo desses elementos resulta em diferentes modelos reológicos, como o de Kelvin, de Maxwell, de Sólido Padrão, de Burgers entre outros (SHAMES e COZZARELLI, 1997).

2.1.1 Modelo de Burgers

O modelo reológico de Burgers consegue reproduzir a curva de fluência até o estágio da fluência secundária. Segundo Costa (1984), esse modelo é o mais representativo das curvas experimentais obtidas em seus ensaios laboratoriais sobre corpos de prova de evaporitos, dentre os vários modelos reológicos e empíricos estudados. Mas devido à dificuldade de ajustar a equação de fluência às curvas experimentais, sendo necessário realizar o descarregamento nos ensaios para o correto ajuste, esse modelo foi utilizado em seu trabalho apenas para a compilação estatística dos dados experimentais obtidos, sendo que para a simulação numérica esse autor utilizou o modelo empírico potencial, que é discutido mais a diante.

O modelo de Burgers é formado pela associação em série do modelo de Kelvin (mola e amortecedor em paralelo) com o modelo de Maxwell (mola e amortecedor em série), conforme ilustra a Figura 2.3.

Figura 2.3 – Modelo reológico de Burgers.



Fonte: Gravina (1997).

A deformação total do sistema é dada pela soma das deformações dos modelos de Maxwell e de Kelvin (SHAMES e COZZARELLI, 1997) na forma

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.1)$$

onde

ε é a deformação total do sistema;

ε_1 é a deformação modelo de Maxwell e

ε_2 é a deformação modelo de Kelvin.

A tensão atuante em cada um dos modelos é a mesma, ou seja,

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (2.2)$$

onde

σ é a tensão atuante no sistema;

σ_1 é a tensão atuante no modelo de Maxwell e

σ_2 é a tensão atuante no modelo de Kelvin.

As equações constitutivas dos modelos de Maxwell e de Kelvin são dadas, respectivamente, por

$$\varepsilon_1 = \frac{\dot{\sigma}_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \quad (2.3)$$

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2 + \eta_2 \dot{\varepsilon}_2 \quad (2.4)$$

onde

$\dot{\varepsilon}$ é a taxa de deformação;

E_1 e E_2 são os módulos de elasticidade dos modelos de Maxwell e Kelvin respectivamente, e

η_1 e η_2 são as viscosidades dos amortecedores dos modelos de Maxwell e Kelvin respectivamente.

A partir das Equações (2.1) e (2.2), encontra-se a equação constitutiva do modelo de Burgers, dada por

$$\eta_2 \ddot{\varepsilon} + E_2 \dot{\varepsilon} = \left(\frac{\eta_2}{E_1}\right) \ddot{\sigma} + \left(1 + \frac{E_2}{E_1} + \frac{\eta_2}{\eta_1}\right) \dot{\sigma} + \left(\frac{E_2}{\eta_1}\right) \sigma \quad (2.5)$$

Para uma tensão constante σ_c aplicada, a Equação (2.5) se reduz a

$$\eta_2 \ddot{\varepsilon} + E_2 \dot{\varepsilon} = \left(\frac{E_2}{\eta_1}\right) \sigma_c \quad (2.6)$$

Considerando as seguintes condições iniciais:

$$\varepsilon(0) = \frac{\sigma_c}{E_1} \quad (2.7)$$

$$\dot{\varepsilon}(0) = \sigma_c \left(\frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2}\right) \quad (2.8)$$

a solução da equação diferencial (2.6) é

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c}{E_1} + \frac{\sigma_c}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_2} t}\right) + \frac{\sigma_c}{\eta_1} t \quad (2.9)$$

2.1.2 Modelo de Nishihara modificado

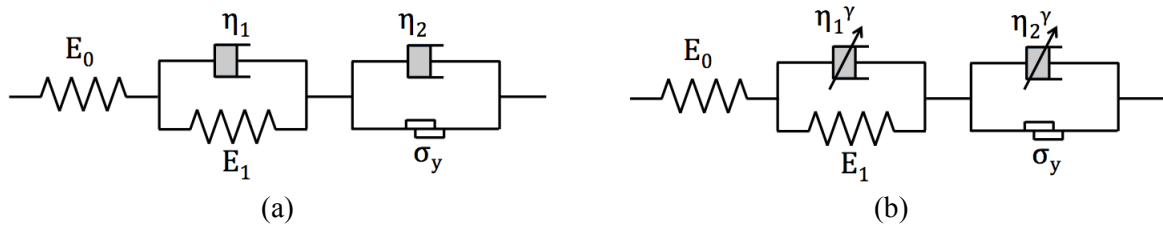
Zhou *et al.* (2011) propõem uma alteração no modelo reológico elasto-viscoplástico de Nishihara (Figura 2.4 (a)), substituindo os amortecedores lineares por amortecedores de Abel (Figura 2.4 (b)) que representam um modelo de derivação fracionária, baseada no tempo, entre um fluido ideal ($\gamma = 1$) e um sólido ideal ($\gamma = 0$). A equação do amortecedor não linear de Abel é dada por

$$\sigma(t) = \eta^\gamma D^\gamma [\varepsilon(t)] \quad (0 \leq \gamma \leq 1) \quad (2.10)$$

onde

η^γ é o coeficiente de viscoelasticidade e
 D^γ indica uma diferenciação fracionária.

Figura 2.4 – Esquematisação dos modelos: a) Modelo de Nishihara; b) Modelo com derivação fracional.



Fonte: Zhou et al. (2011).

A partir de resultados experimentais, Zhou *et al.* (2011) definiram os parâmetros do modelo de Nishihara e do modelo proposto, verificando que o modelo proposto realiza previsões mais corretas dos resultados experimentais.

Embora bastante práticos, os modelos reológicos não apresentam correspondência direta com o comportamento mecânico das rochas evaporíticas. As deficiências alegadas dos modelos reológicos são: que eles não fornecem estimativas diretas de valores sem calibração experimental (GRAVINA, 1997), que não levam em conta o efeito explícito da temperatura ou estrutura intrínseca da rocha, e, principalmente, não fornecem a compreensão essencial dos mecanismos de fluência.

2.2 Leis Empíricas

Os modelos empíricos são equações matemáticas deduzidas a partir da observação e ajuste entre o comportamento de uma curva típica de fluência e o seu resultado experimental para um problema segundo o estado uniaxial de tensões e deformações.

Neto *et al.* (2008) apresentam uma forma geral para descrever funções empíricas utilizadas para representar fluência. Assumindo que a taxa de deformação do material é função do estado de tensões (σ), do tempo (t) e da temperatura absoluta (T), tem-se

$$\dot{\varepsilon}(t) = f_{\sigma}(\sigma) f_t(t) f_T(T) \quad (2.11)$$

onde

t é o tempo;

σ é a tensão equivalente (ver seção 2.4);

T é a temperatura e

f_σ, f_t, f_T são funções definidas experimentalmente.

Esta seção apresenta alguns modelos empíricos utilizados para descrever o comportamento de rochas salinas encontrados na literatura. Vale ressaltar que a forma geral apresentada só é válida para modelos que não apresentam superfície de escoamento (deformações por fluência ocorrem sob qualquer estado de tensão), ou seja, modelos viscoelásticos. Assim os modelos apresentados nos tópicos 2.2.3 e 2.2.4 não seguem essa forma geral.

2.2.1 Modelo de potência

Costa (1984) adotou a equação viscoelástica empírica do modelo de potência para estudar o comportamento de rochas salinas em uma mina de potássio, determinou seus parâmetros a partir do ajuste de resultados de laboratórios e validou seu uso a partir da comparação das estimativas numéricas com valores observados em campo. Os resultados obtidos apresentam excelente concordância verificando-se, entretanto, que em alguns casos as curvas de fluência apresentavam uma tendência para o modelo reológico de Burgers no período de um ano. Esse comportamento é o esperado, uma vez que após certo período o corpo salino entra em regime de fluência secundária, e o modelo de potência representa apenas a fluência primária.

Gravina (1997) utiliza o modelo de potência para estudar comportamento mecânico de rochas salinas durante a perfuração de poços de petróleo. Essa escolha foi justificada pelo curto período de tempo que suas análises deveriam considerar (no máximo um mês) e pela necessidade de haver a temperatura explícita no equacionamento. Os parâmetros da equação foram adotados a partir da literatura técnica. Apesar de ter adotado um processo simplificado para a modelagem numérica do problema, para curtos espaços de tempo e para regiões próximas à parede do poço os resultados numéricos obtidos foram próximos a respostas obtidas em campo apresentadas em relatórios técnicos da Petrobras.

O modelo de potência é uma equação empírica que relaciona a deformação ocorrida durante a fluência primária com a tensão, temperatura e tempo, na forma

$$\varepsilon(t) = A \sigma^a T^b t^c \quad (2.12)$$

onde

A , a , b e c são constantes definidas empiricamente.

Apesar de apresentar explicitamente a temperatura e a tensão, a Equação (2.12) admite apenas tensões e temperaturas constantes. Assim a Lei de Potência poderia ser reescrita como

$$\varepsilon(t) = B t^c \quad (2.13)$$

onde

B é uma constante definida experimentalmente que depende de algumas condições particulares do ensaio, como tensão e temperatura ($B = A \sigma^a T^b$).

Essa lei apresenta ainda dois inconvenientes: a velocidade de deformação torna-se infinita quando a variável tempo (t) tende a zero, e, quando t é muito grande, a velocidade de deformação tende a zero. Esses dois inconvenientes acontecem porque o valor da constante c varia entre 0,3 e 0,5.

2.2.2 Modelo exponencial

Yang *et al.* (1999) realizaram uma investigação experimental buscando um formato de equação viscoelástica que representasse bem os estados de fluência primária e secundária, uma atenção especial foi dada a efeitos de endurecimento (*strain hardening* e *time hardening*, discutidos no capítulo a seguir). O melhor formato encontrado foi o exponencial, dado por

$$\dot{\varepsilon} = A e^{\frac{t_0 - t}{\beta}} + C e^{-n p} \sigma^m \quad (2.14)$$

onde

A , β , C , n e m são constantes definidas a partir dos ensaios;

t_0 é um tempo de referência e

p é a pressão de confinamento.

Os valores das constantes das equações foram calibrados a partir de vários ensaios uni e triaxiais, inclusive alguns de descarregamento e recarregamento.

A temperatura foi considerada constante para obtenção dessa equação, assim seus efeitos estão implícitos nos valores das constantes empíricas e o uso dessa equação é limitado a situações onde a temperatura seja muito próxima à temperatura dos ensaios.

Existem diversos outros formatos de leis exponenciais, onde os mais clássicos têm a temperatura como um parâmetro explícito.

2.2.3 Modelo de Cristescu

Jin e Cristescu (1998) partiram do modelo elasto-viscoplástico para a fluência proposto por Cristescu (1993) considerando apenas a parcela transiente (ou primária) da fluência. Nesse modelo, tanto a função de escoamento como o potencial viscoelástico são determinados experimentalmente a partir de procedimentos diferentes, resultando em equações diferentes (lei de fluxo não associada (NETO *et al.*, 2008)). A lei constitutiva proposta pode ser escrita como

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}{2G} + \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \dot{\sigma} \mathbf{1} + k_t \left\langle 1 - \frac{W(t)}{H(\boldsymbol{\sigma})} \right\rangle \frac{\partial F(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.15)$$

onde

$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ é o tensor de taxa de tensão;

$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ é o tensor de taxa de deformação;

$\dot{\sigma}$ é a taxa de tensão média;

$\mathbf{1}$ é o tensor unitário de Kronecker;

G e K são os módulos de tensão e de bulk respectivamente (constantes elásticas);

k_T é o coeficiente de viscosidade para o regime transiente;

$W(t)$ é o trabalho irreversível da tensão por unidade de volume no tempo t ;

$H(\boldsymbol{\sigma})$ é a função de escoamento;

$F(\boldsymbol{\sigma})$ é o potencial viscoplástico para o regime transiente e

$\langle \ \rangle$ denota a parte positiva de uma função.

Nicolae (1999) também utilizou a equação proposta por Cristescu (1993), considerando apenas a parcela transiente da fluência, para estudar a distribuição de tensões em minas escavadas horizontalmente, com seção transversal circular ou não circular (retangular com vértices arredondados). Essas minas se encontram na Romênia, onde existe uma forte linha de pesquisa sobre o comportamento mecânico de evaporitos. As funções e parâmetros constitutivos foram obtidos a partir de ensaios de laboratório, e os resultados obtidos foram comparados com resultados teóricos mostrando boa concordância.

2.2.4 Modelo de Cristescu modificado

Paraschiv-Munteanu e Cristescu (2001) estudaram a relaxação de tensões em perfurações profundas através de rochas salinas utilizando a equação proposta por Cristescu (1993) completa, dada por

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{2G} + \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \dot{\sigma} \mathbf{1} + k_t \left\langle 1 - \frac{W(t)}{H(\sigma)} \right\rangle \frac{\partial F(\sigma)}{\partial \sigma} + k_s \frac{\partial S(\sigma)}{\partial \sigma} \quad (2.16)$$

onde

$S(\sigma)$ é o potencial viscoplástico para o regime permanente (ou steady-state) e

k_s é o coeficiente de viscosidade para o regime permanente.

Seus resultados mostram que, para grandes profundidades, a simplificação de que durante a deformação por fluência o estado de tensões do maciço rochoso é constante leva a estimativas muito diferentes do que acontece em campo, sendo necessário o uso de modelos numéricos que considerem a relaxação de tensões.

Uma grande desvantagem dos modelos empíricos viscoelásticos é que eles simulam o comportamento dos materiais apenas nos ensaios de fluência, não sendo possível utilizar esses modelos para representar o comportamento destes materiais em ensaios de relaxação das tensões e em ensaios de recuperação das deformações (GRAVINA, 1997).

2.3 Leis associadas a processos físicos

Segundo Costa e Poiate (2008), a fluência é causada por diferentes mecanismos físicos correlacionados à estrutura interna do material e às variáveis de estado como temperatura e pressão. Imperfeições no arranjo atômico da estrutura cristalina do material, denominadas discordâncias, geram forças atômicas concentradas quando essa estrutura sofre distorções. Quando essas forças se elevam a ponto de romper o equilíbrio interatômico, a discordância se propaga como uma frente de deslocamento até atingir um novo estado de imbricamento e a criação de novas interfaces subgranulares. Se esse imbricamento não for superado, há uma tendência de desaceleração da fluência até a atenuação completa da deformação ao longo do tempo (*hardening* ou endurecimento). Mas, se o estado de imbricamento for superado através de movimentação escalonada de átomos no retículo, a deformação continua (*recovery* ou recuperação). O processo de *recovery* prevalece durante a fluência primária, enquanto o processo de *hardening* vai ganhando força e provocando uma desaceleração da taxa de

deformação até que os dois processos entram em equilíbrio caracterizando a fluência secundária (HUNSCHE e HAMPEL, 1999).

A partir do início da década de 90, leis físicas constitutivas de fluência, baseadas em mecanismos de deformação, passaram a ser recomendadas pela literatura técnica internacional, por representarem o comportamento intrínseco do material (MUNSON *et al.*, 1989 *apud* COSTA e POIATE, 2008, p. 366). Um estudo mais detalhado sobre as leis de fluência associadas a processos físicos pode ser encontrado em Botelho (2008), Cella (2003) e Costa e Poiate (2008).

2.3.1 Modelo baseado em três mecanismos de deformação

Munson (1997) utilizou uma lei constitutiva elasto/viscoplástica baseada em mecanismos de deformação para o estudo do comportamento de cavernas em rochas salinas para a disposição segura de lixo radioativo. O modelo viscoplástico utilizado foi proposto e melhorado em artigos do mesmo autor (por exemplo MUNSON e DEVRIES, 1991). A equação constitutiva utilizada, que representa plasticidade e fluência pela mesma variável de taxa de deformação inelástica, é função de quantidades de estado, onde cada parcela da equação é equivalente a um dos três mecanismos de deformação mais relevantes segundo o autor, e é dada por

$$\dot{\varepsilon} = A_1 e^{-\frac{Q_1}{RT}} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{n_1} + A_2 e^{-\frac{Q_2}{RT}} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^{n_2} + H (\sigma - \sigma_0) \left[B_1 e^{-\frac{Q_1}{RT}} + B_2 e^{-\frac{Q_2}{RT}} \right] \sinh \left[q \frac{\sigma - \sigma_0}{\mu} \right] \quad (2.17)$$

onde

A_i e B_i são constantes;

Q_i representam energias de ativação;

T é a temperatura absoluta;

R é a constante universal dos gases;

μ é o módulo de cisalhamento;

σ é a tensão generalizada (módulo da diferença entre a maior e a menor tensão principal);

n_i representam expoentes de tensão;

q é a constante de tensão;

σ_0 é a tensão limite do mecanismo de deformação por escorregamento e

H é a função degrau com argumento $(\sigma - \sigma_0)$.

2.3.2 Modelo compósito

Hunsche e Hampel (1999) estudaram avanços na formulação constitutiva baseada em mecanismos de deformação considerando dilatação, cicatrização, dano, falha e deformação de rochas salinas, associando um modelo baseado em mecanismos de deformação ao modelo empírico de Cristescu (discutido na seção anterior). A aplicação em estudo também é o uso do sal para disposição de lixo atômico, por isso a importância do estudo de falhas e do comportamento mecânico dessas rochas em longos períodos de tempo (cem mil anos).

2.3.3 Modelo unificado

Yahya (2000) propôs o uso de um modelo viscoplástico unificado para descrever o fluxo inelástico de rochas salinas submetidas a diferentes carregamentos associados à plasticidade, fluência e relaxação. Esse modelo unificado é baseado em variáveis de estado internas associadas a fenômenos específicos, incluindo endurecimento isotrópico e cinemático.

2.3.4 Modelo Hou/Lux

Hou (2003) utilizou o modelo elasto/viscoplástico Hou/Lux (HOU e LUX, 1999, *apud* HOU, 2003, p. 726) para estudar o comportamento mecânico e hidráulico de rochas salinas em zonas de anomalias de pressão, para avaliação da segurança de disposição de lixo atômico em cavernas salinas. Os resultados mostram as capacidades do modelo Hou/Lux, incluindo a boa representatividade dos três estágios de fluência (inclusive a ruptura), identificação e desenvolvimento de zonas de anomalia de pressão, desenvolvimento de dilatação, de permeabilidade, de dano e de cicatrização e rearranjo de tensões a partir do contorno até o centro do maciço rochoso.

2.3.5 Mecanismo duplo de deformação

Segundo Costa e Poiate (2008), em projetos de poços subsal, utiliza-se a lei que incorpora todas as parcelas referentes aos mecanismos de deformação (Modelo baseado em três mecanismos de deformação) obtida por Munson e Devries (1991) restringindo sua

aplicação para o intervalo de fluência secundária, dominantes nesse tipo de projetos. No Brasil muitos trabalhos vêm utilizando a equação viscoelástica de fluência secundária de mecanismo duplo de deformação, e foram obtidos bons resultados quando comparados a respostas *in-situ*, sendo possível perceber uma tendência a essa utilização. Dentre esses trabalhos pode-se citar Poiate *et al.* (2006a), Poiate *et al.* (2006b), Costa *et al.* (2005), Costa e Poiate (2008), Borges (2008), Cella (2003), que utilizaram o código computacional ANVEC desenvolvido por Costa (1984) onde foi incorporada a equação viscoelástica do mecanismo duplo de deformação.

Como a fluência secundária ocorre quando há equilíbrio dos mecanismos de *hardening* e *recovery*, apenas as duas primeiras parcelas da Equação (2.17) são consideradas. Com isso, a equação do mecanismo duplo de deformação é dada por

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n e^{\left[\frac{Q}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]} \quad (2.18)$$

onde

$\dot{\varepsilon}$ é a taxa de deformação por fluência na condição de regime permanente;

$\dot{\varepsilon}_0$ é a taxa de deformação por fluência na condição de regime permanente de referência;

σ_0 é a tensão efetiva de referência;

T_0 é a temperatura de referência na qual o ensaio triaxial foi realizado;

Q é a energia de ativação;

R é a constante universal dos gases;

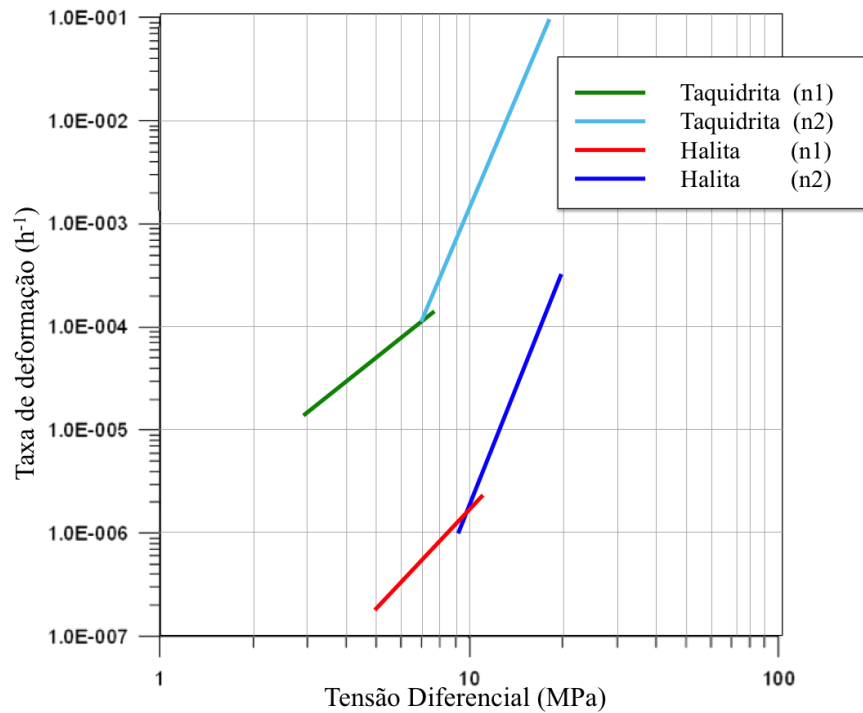
T é a temperatura da rocha e

n é o expoente de tensão, definido por:

$$n = \begin{cases} n1 & \text{se } \sigma_{ef} \leq \sigma_0 \\ n2 & \text{se } \sigma_{ef} > \sigma_0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Os valores de $\dot{\varepsilon}_0$ e σ_0 são aqueles nos quais ocorre a mudança do regime de deformação (Equação (2.19)), na escala de incremento da tensão desviatória (ver Figura 2.5).

Figura 2.5 – Curvas aproximadas obtidas de ensaios triaxiais ($T = 86\text{ }^{\circ}\text{C}$) para a taxa de deformação em regime de fluência permanente para diferentes faixas de tensão desviatória.



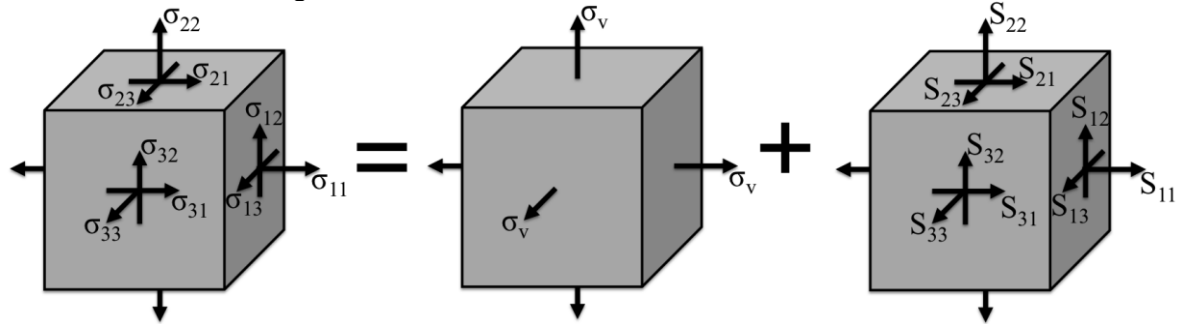
Fonte: Modificado de Costa e Poiate (2008).

2.4 Uso de Equações Uniaxiais em Problemas Multiaxiais

Com exceção dos modelos que utilizam a equação de Cristescu (tópicos 2.2.3, 2.2.4 e 2.3.2), os modelos constitutivos apresentados são unidimensionais. Para desenvolver a partir desses modelos uma formulação tridimensional é essencial utilizar invariantes do tensor de tensões e do tensor de deformações, de forma que os resultados obtidos sejam consistentes com qualquer sistema de coordenadas adotado. Nesta seção são discutidos alguns invariantes do tensor de tensões mais relevantes no escopo das equações constitutivas apresentadas (NETO *et al.*, 2008; RAMOS, 1999).

O estado de tensão pode ser dividido em um estado volumétrico e um estado desviador (Figura 2.6). Essa separação é importante porque para muitos materiais apenas a parcela desviadora do estado de tensão provoca deformações viscosas. As rochas salinas estão nesse grupo.

Figura 2.6 – Estado de tensão volumétrico e desviador.



Fonte: Gonçalves (2011).

Utilizando notação indicial, tem-se então

$$\sigma_v = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (2.20)$$

onde

σ_v é a tensão volumétrica, hidrostrática ou média e

σ_{kk} é traço do tensor de tensões.

Assim,

$$\sigma_{ij} = \sigma_v \delta_{ij} + s_{ij} \quad (2.21)$$

onde

s_{ij} é o tensor desviador (ou tensor de tensões desviadoras) e

δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Assim, o tensor volumétrico e o tensor desviador são, respectivamente,

$$(\sigma_v)_{ij} = \sigma_v \delta_{ij} \quad (2.22)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - (\sigma_v)_{ij} \quad (2.23)$$

De maneira similar ao tensor de tensões, o tensor de deformação também pode ser dividido em um tensor volumétrico e um desviador na forma

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} + e_{ij} \quad (2.24)$$

onde

e_{ij} é o tensor de deformações;

ε_v é a deformação volumétrica, dada por

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{kk} \quad (2.25)$$

e e_{ij} é o tensor desviador de deformações, dado por

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (\varepsilon_v)_{ij} \quad (2.26)$$

onde

$(\varepsilon_v)_{ij}$ é o tensor de deformações volumétricas, descrito por

$$(\varepsilon_v)_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij} \quad (2.27)$$

Assim, a tensão equivalente (ou efetiva) de von Mises, ou simplesmente tensão desviadora, é definida por

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (2.28)$$

A deformação equivalente (ou deformação efetiva de fluência) é definida por

$$\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} \quad (2.29)$$

Na condição de tensões de ensaio triaxial não drenado (condição dos ensaios das rochas salinas, uma vez que estas são impermeáveis), onde não há deformação volumétrica, a deformação axial do corpo de prova é a deformação equivalente descrita na Equação (2.29).

A extensão das equações unidimensionais para o estado tridimensional é feita por

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^v = \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_v^v \delta_{ij} + \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\varepsilon}_d^v \frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{ij} s_{ij}}} \quad (2.30)$$

onde

$\dot{\varepsilon}_{ij}^v$ é o tensor taxa de deformação viscosa;

$\dot{\varepsilon}_v^v$ é a taxa de deformação viscosa volumétrica e

$\dot{\varepsilon}_d^v$ é a taxa de deformação viscosa desviadora.

Como já comentado anteriormente, rochas salinas não sofrem deformações viscosas volumétricas, assim a taxa de deformação viscosa é devido apenas à parcela desviadora. A taxa de deformação desviadora é calculada pela equação constitutiva adotada.

Este trabalho é formulado de maneira que a incorporação de diferentes modelos constitutivos seja possível. Assim, a escolha do modelo constitutivo é adequada para cada caso em estudo. Porém, serão considerados apenas modelos viscoelásticos.

3 FORMULAÇÃO E ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta a formulação numérica utilizada no trabalho, com base no Método dos Elementos Finitos, e alguns aspectos computacionais de sua implementação.

3.1 Formulação em Deslocamentos do Método dos Elementos Finitos

A formulação em deslocamentos do Método dos Elementos Finitos, adotada neste trabalho, supõe que no interior do elemento o valor dos deslocamentos e das deformações sejam dados de forma pré-estabelecida em função dos deslocamentos nodais. O comportamento de cada elemento é aproximado por funções de interpolação (ou funções de forma), que devem ser escolhidas, preferencialmente, de modo a garantir a continuidade de todo meio discretizado. O campo de deslocamento em cada elemento é aproximado por

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_d \mathbf{u} \quad (3.1)$$

onde

$\bar{\mathbf{u}}$ é o vetor de deslocamentos no interior do elemento;

\mathbf{N}_d é a matriz das funções de forma de deslocamentos e

\mathbf{u} é o vetor de deslocamentos nodais.

O campo de deformações totais em cada elemento está relacionado com os deslocamentos nodais na forma

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (3.2)$$

onde

$\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor de deformações totais e

\mathbf{B} é a matriz que relaciona deslocamentos com deformações.

Para um corpo deformável em equilíbrio, segundo o Princípio dos Trabalhos Virtuais o trabalho virtual das forças internas é igual ao trabalho virtual das forças externas durante o desenvolvimento de um campo de deslocamentos virtuais compatível com os vínculos externos e a continuidade do corpo.

O trabalho das forças internas é obtido a partir das tensões no corpo em equilíbrio e das deformações que ocorrem no corpo devido ao campo de deslocamento virtual, ou seja,

$$\delta W_{int} = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad (3.3)$$

onde

δW_{int} é o trabalho virtual das forças internas;

$\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor de deformações virtuais e

$\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor das tensões totais.

O trabalho virtual das forças externas é obtido a partir das próprias e de seus correspondentes deslocamentos virtuais, ou seja,

$$\delta W_{ext} = \int_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_v dV + \int_S \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_s dS + \sum \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_c \quad (3.4)$$

onde

δW_{ext} é o trabalho virtual das forças externas;

$\delta \mathbf{u}$ é o vetor de deslocamentos nodais virtuais;

\mathbf{f}_v é o vetor de forças de volume;

\mathbf{f}_s é o vetor de forças de superfície e

\mathbf{f}_c é o vetor de forças concentradas.

Para atender à condição de equilíbrio em todo o domínio faz-se o somatório da contribuição de cada elemento finito. Considerando que as forças externas são representadas pelas forças nodais resultantes dos carregamentos externos, aplicando o Princípio dos Trabalhos Virtuais ($\delta W_{int} = \delta W_{ext}$), e utilizando as Equações (3.2), (3.3) e (3.4) tem-se

$$\sum_{i=1}^{NE} \int_{V_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \sum_{i=1}^{NE} \int_{V_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_v dV + \sum_{i=1}^{NE} \int_{S_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_s dS + \sum_{i=1}^{NE} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_c \quad (3.5)$$

onde

NE é o número de elementos do domínio.

Por aparecer em todos os termos da equação, o vetor de deslocamentos virtuais pode ser eliminado, chegando-se assim a

$$\sum_{i=1}^{NE} \int_{V_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \mathbf{f} \quad (3.6)$$

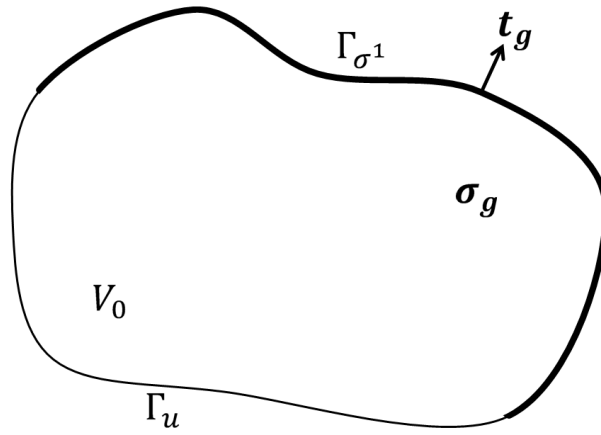
onde

\mathbf{f} é o vetor de forças externas, obtido a partir dos termos do lado direito da Equação (3.5), eliminando o vetor de deslocamentos virtuais.

3.2 Estado Inicial de Tensões e Consideração da Perfuração

No problema de perfuração de poços considera-se que o maciço rochoso encontra-se inicialmente em equilíbrio e submetido a um estado de tensões geostático (Figura 3.1).

Figura 3.1 – Maciço em equilíbrio.



Fonte: Gonçalves (2011).

Na Figura 3.1, as condições de contorno de deslocamento e de tensões atuam em porções distintas do contorno, de forma que

$$\Gamma^1 = \Gamma_u + \Gamma_{\sigma^1} \quad (3.7)$$

$$\Gamma_u \cap \Gamma_{\sigma^1} = 0 \quad (3.8)$$

onde

Γ^1 é o contorno do maciço;

Γ_u é o contorno de deslocamentos e

Γ_{σ^1} é o contorno de tensões.

Partindo da Equação (3.5), o equilíbrio desse maciço é representado por

$$\sum_{i=1}^{NE} \int_{V_0} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_g dV = \sum_{i=1}^{NE} \int_{V_0} \mathbf{f}_v dV + \int_{\Gamma_{\sigma^1}} \mathbf{t}_g d\Gamma \quad (3.9)$$

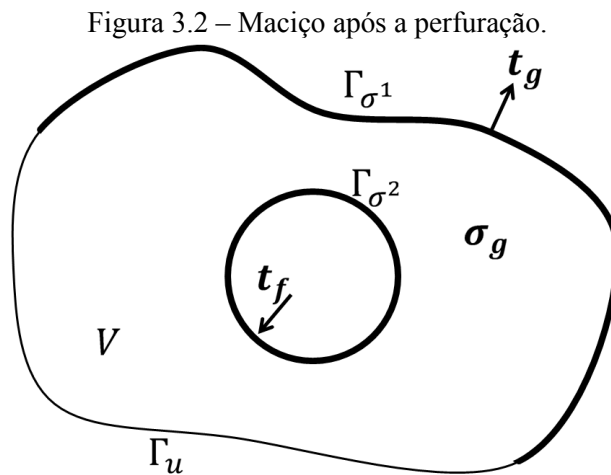
onde

σ_g é o vetor de tensões geostáticas e

t_g é o vetor de forças externas que provocam o estado geostático.

Como as rochas salinas apresentam porosidade nula não há poropressão nessas rochas, assim, as tensões totais são tensões efetivas e o estado de tensão geostático é definido pelo peso das camadas acima da camada em estudo e pelo coeficiente de empuxo horizontal (relação entre tensão efetiva horizontal e tensão efetiva vertical, k_0). A tensão vertical equivale à tensão provocada pela sobrecarga e as tensões horizontais, consideradas iguais, são calculadas pelo produto da tensão vertical pelo coeficiente de empuxo horizontal.

No momento em que o maciço é perfurado ocorre uma alteração em seu estado de tensões, e a pressão hidrostática da lama de perfuração é aplicada contra a parede do poço (Figura 3.2).



Fonte: Gonçalves (2011).

Após a perfuração do poço ocorre uma alteração no domínio, no contorno e no estado de tensões do maciço, o novo contexto que se apresenta pode ser descrito como

$$\Gamma^2 = \Gamma_u + \Gamma_{\sigma^1} + \Gamma_{\sigma^2} \quad (3.10)$$

$$\Gamma_u \cap \Gamma_{\sigma^1} \cap \Gamma_{\sigma^2} = 0 \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^{NE} \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \sum_{i=1}^{NE} \int_{V_0} \mathbf{f}_v dV + \int_{\Gamma_{\sigma^1}} \mathbf{t}_g d\Gamma + \int_{\Gamma_{\sigma^2}} \mathbf{t}_f d\Gamma \quad (3.12)$$

onde

t_f é a tensão no contorno da parede interna do poço devida ao fluido de perfuração.

No problema de perfuração as deformações são medidas em relação à configuração geostática instantaneamente após a passagem da broca. Assim, na relação constitutiva elástica, não entra uma deformação inicial, ou seja,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\sigma}_g \quad (3.13)$$

onde

\mathbf{D} é a matriz constitutiva elástica e

$\boldsymbol{\varepsilon}^e$ é o vetor de deformações elásticas.

A partir desse ponto o somatório no número de elementos ($\sum_{i=1}^{NE}$) é omitido das integrais no volume a título de simplificação do equacionamento, mas sempre que houver uma integral no volume, entenda-se que para sua solução essa integral é avaliada elemento por elemento e então é feito um somatório.

Como no instante inicial não há deformação viscosa, neste instante a deformação elástica equivale à deformação total. Sendo \mathbf{u}_0 o vetor de deslocamentos nodais elásticos iniciais, substituindo (3.2) e (3.13) em (3.12) e reorganizando a equação, tem-se

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{u}_0 = \mathbf{f}_g + \mathbf{f}_f + \int_{V_0} \mathbf{f}_v dV - \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_g dV \quad (3.14)$$

onde

\mathbf{f}_g é o vetor de forças externas devido ao estado geostático e

\mathbf{f}_f é o vetor de forças externas devido à pressão do fluido de perfuração.

Assim,

$$\mathbf{K} \mathbf{u}_0 = \mathbf{f}^* \quad (3.15)$$

onde

\mathbf{K} é a matriz de rigidez da estrutura em estudo e

\mathbf{f}^* é a soma dos quatro termos à direita da Equação (3.14).

3.3 Solução do Problema Viscoso

Formulações em Elementos Finitos para materiais considerando o efeito viscoso são abordadas em diferentes trabalhos como Costa (1984), Gravina (1997), Paraschiv-Munteanu e Cristescu (2001), Ramos (1999) e Zhou *et al.* (2011), entre tantos outros. Nesses trabalhos a deformação total é dividida em uma parcela elástica e uma parcela viscosa, onde o cálculo

dessas deformações é realizado através de modelos constitutivos como os apresentados no Capítulo 2.

Nesta seção é apresentada a abordagem adotada neste trabalho para a consideração da viscoelasticidade na formulação do problema mecânico. A deformação total pode ser descrita por

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^v \quad (3.16)$$

onde

$\boldsymbol{\varepsilon}^e$ é o vetor de deformações elásticas e

$\boldsymbol{\varepsilon}^v$ é o vetor de deformações viscosas.

Como discutido anteriormente, as deformações viscosas são dependentes do tempo, assim, para estudar sua evolução são utilizados algoritmos de integração no tempo. O ponto de partida para o estudo dessa evolução são as condições iniciais obtidas a partir da solução da Equação (3.15), dadas por

$$\mathbf{u}_{t=0} = \mathbf{u}_0 \quad (3.17)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{t=0} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{B} \mathbf{u}_0 \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{t=0} = \boldsymbol{\sigma}_0 = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{\sigma}_g \quad (3.19)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{t=0}^v = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Após o instante inicial, a Equação (3.15) não governa mais o equilíbrio do sistema, uma vez que deformações viscosas começam a aparecer. A pressão do fluido de perfuração é considerada constante ao longo da simulação, dessa forma o termo \mathbf{f}^* da Equação (3.15) não é alterado ao longo do tempo. Substituindo (3.16) e (3.13) em (3.12), chega-se à equação que governa o equilíbrio do sistema para qualquer instante, dada por

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} (\boldsymbol{\varepsilon}_t - \boldsymbol{\varepsilon}_t^v) dV = \mathbf{f}^* \quad (3.21)$$

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{u}_t = \mathbf{f}^* + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_t^v dV \quad (3.22)$$

onde

\mathbf{u}_t é o vetor de deslocamentos nodais totais no tempo t e

$\boldsymbol{\varepsilon}_t^v$ é o vetor de deformações viscosas no tempo t .

Assim, para definir o vetor de deslocamentos globais no tempo t é preciso calcular o vetor de deformações viscosas. Para um tempo $t + \Delta t$, a Equação (3.22) pode ser escrita como

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{f}^* + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}^v dV \quad (3.23)$$

Subtraindo (3.23) de (3.22) tem-se

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \Delta \mathbf{u}_n = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^v dV \quad (3.24)$$

$$\mathbf{u}_{t+\Delta t} = \mathbf{u}_t + \Delta \mathbf{u}_n \quad (3.25)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}^v = \boldsymbol{\varepsilon}_t^v + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^v \quad (3.26)$$

onde

$\Delta \mathbf{u}_n$ é o vetor de incremento de deslocamentos nodais do passo n e

$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^v$ é o vetor de incrementos de deformações viscosas do passo n .

O termo à direita na Equação (3.24) é denominado pseudoforça viscosa.

A forma de obtenção do vetor de incremento de deformações viscosas depende do algoritmo de integração no tempo adotado.

3.3.1 Integração no tempo

Algoritmos de integração temporal são utilizados em problemas cujas variáveis apresentam dependência do tempo. O objetivo dessa integração é obter o valor de uma variável no passo $n + 1$ dado o valor dessa variável no passo n (passo anterior), sendo que o intervalo de tempo entre esses passos é Δt , tem-se assim um problema de valor inicial. Em passos subsequentes o valor da variável será conhecido, pois foi definido no passo anterior (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2000).

Em cada passo é considerada a expansão polinomial da variável a em estudo, dada por

$$a_{n+1} = a_n + \Delta t \frac{da_n}{dt} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{d^2 a_n}{dt^2} + \dots \quad (3.27)$$

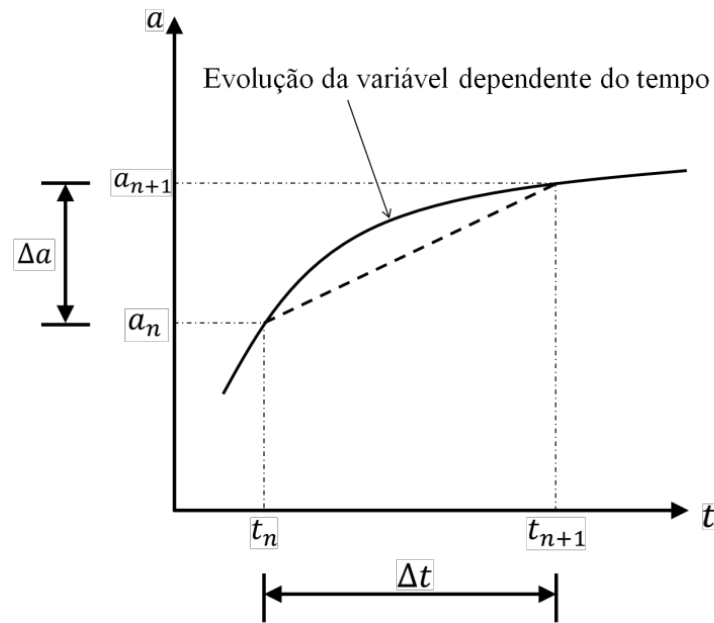
Desprezando os termos de segunda ordem em diante, tem-se

$$a_{n+1} \approx a_n + \Delta t \frac{da_n}{dt} \quad (3.28)$$

$$\frac{da_n}{dt} \approx \frac{a_{n+1} - a_n}{\Delta t} \quad (3.29)$$

A Equação (3.29) representa uma aproximação para a derivada da variável a em n pelo Método das Diferenças Finitas utilizando a fórmula adiantada. Observando a Figura 3.3, nota-se que o termo da direita pode representar uma aproximação para a derivada da variável a em $n + 1$ utilizando a fórmula atrasada do Método das Diferenças Finitas (Equação (3.30)).

Figura 3.3 – Aproximação de uma variável no domínio temporal.



Fonte: Modificado de Zienkiewicz e Taylor (2000).

$$\frac{da_{n+1}}{dt} \approx \frac{a_{n+1} - a_n}{\Delta t} \quad (3.30)$$

Assim, para amenizar o erro obtido, pode utilizar uma média ponderada das aproximações realizadas pelas Equações (3.29) e (3.30). Com isso,

$$\frac{a_{n+1} - a_n}{\Delta t} \approx (1 - \theta)\dot{a}_n + \theta\dot{a}_{n+1} \quad (3.31)$$

onde

θ é um escalar que varia entre 0 e 1, cuja escolha define o algoritmo de integração a ser utilizado.

Por exemplo, se $\theta = 0$ não há dependência do passo corrente, de forma que a obtenção do valor de a_{n+1} é feita explicitamente, sem a necessidade de recorrer a algoritmos iterativos para sua determinação. Algoritmos explícitos são condicionalmente estáveis, exigindo o uso de incrementos de tempo menores que um crítico (Δt_{cr}). O incremento de tempo crítico depende do problema em estudo. Um estudo mais detalhado sobre integração temporal pode ser encontrada em Zienkiewicz e Taylor (2000).

Partindo de (3.31), para a formulação em estudo tem-se

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^v = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^v - \boldsymbol{\varepsilon}_n^v \approx \Delta t [(1 - \theta) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^v + \theta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^v] \quad (3.32)$$

Neste trabalho adota-se a integração temporal com algoritmo explícito ($\theta = 0$), assim os valores de incremento de tempo devem ser escolhidos com atenção. Para encontrar o vetor de incrementos de deformações viscosas é preciso ainda definir o vetor de taxas de deformações viscosas, cujo cálculo depende do modelo constitutivo adotado.

3.3.2 Fluência sob tensão variável

Conforme discutido em Paraschiv-Munteanu e Cristescu (2001), as tensões ao redor de um poço profundo variam ao longo do tempo após a perfuração. Dessa forma, a fluência não ocorre sob tensões constantes como ocorre nos ensaios laboratoriais. Assim, o procedimento para definir a evolução da deformação no tempo pode tornar-se complicado. Aqui serão discutidos dois métodos bastante difundidos para contornar esse problema (BORGES, 2008; COSTA, 1984; GRAVINA, 1997; RAMOS, 1999).

No método *strain hardening* (encruamento por deformação) a taxa de deformação é calculada a partir da tensão instantânea e da deformação acumulada, de forma que a variável tempo aparece apenas implicitamente na equação constitutiva. O uso desse método é recomendado para problemas onde existem grandes variações de tensão ou de temperatura no tempo analisado. Nota-se uma tendência à utilização desse método quando o comportamento de rochas salinas é estudado utilizando a teoria da viscoplasticidade. Paraschiv-Munteanu e Cristescu (2001) e Yahya (2000), por exemplo, utilizaram esse método, o primeiro porque estudou a relaxação de tensões em longos períodos de tempo e o segundo devido às grandes variações de temperatura provocadas pelo lixo atômico a ser armazenado nas cavernas em rochas salinas estudadas. De acordo com Findley *et al.* (1976 *apud* RAMOS, 1999, p. 22) as

leis *strain hardening* representam melhor o comportamento de fluência e relaxação dos vários materiais.

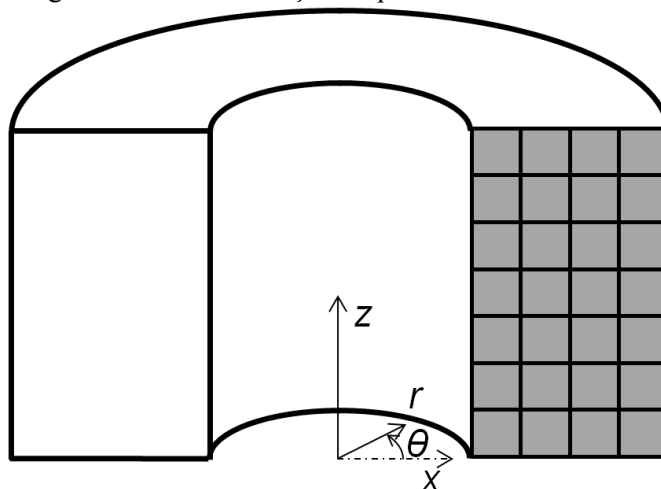
Para casos onde as variações do estado de tensões são lentas, o uso do método *time hardening* é recomendado devido à sua simplicidade matemática. Nesse método a taxa de deformação é função da tensão instantânea e do tempo. Seu uso é comum em modelos que simulam o comportamento de rochas salinas utilizando a teoria da viscoelasticidade, por exemplo, no trabalho de Gravina (1997) e em parte dos casos discutidos em Costa (1984).

Ajustes devem ser feitos para adequar a equação constitutiva ao método adotado.

3.4 Estado Axissimétrico de Tensões

Como as tensões horizontais são consideradas iguais e os poços em estudo são verticais, o problema em estudo apresenta simetria geométrica e de tensão em relação ao eixo do poço, caracterizando um problema axissimétrico, de forma que pode ser representado por uma seção transversal que ao ser rotacionada em torno do eixo do poço, gera um sólido de revolução cilíndrico (Figura 3.4).

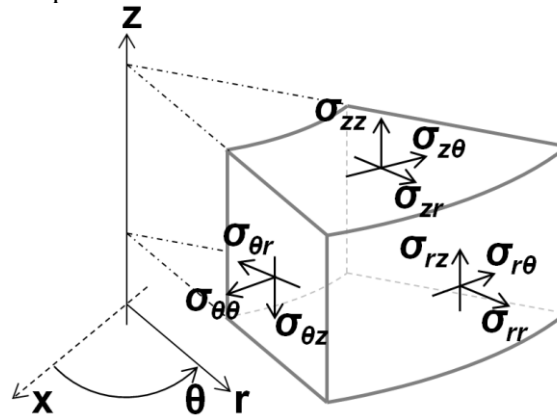
Figura 3.4 – Discretização do problema axissimétrico.



Fonte: Autor (2012).

No estudo de problemas axissimétricos, as tensões e deformações são expressas em coordenadas cilíndricas. A Figura 3.5 apresenta os componentes do tensor de tensões nesse sistema de coordenadas.

Figura 3.5 – Componentes do tensor de tensões em coordenadas cilíndricas.



Fonte: Autor (2012).

As propriedades elásticas dos maciços de rochas salinas são consideradas lineares e isotrópicas. Nesse caso apenas dois parâmetros elásticos definem sua matriz constitutiva: o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Para problemas axissimétricos a matriz constitutiva elástica é definida por

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 & \nu \\ \nu & 1-\nu & 0 & \nu \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ \nu & \nu & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

que está escrita para seguinte convenção dos vetores de tensão e deformação:

$$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_{rr} \ \sigma_{\theta\theta} \ \sigma_{r\theta} \ \sigma_{zz}] \quad (3.34)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_{rr} \ \varepsilon_{\theta\theta} \ \varepsilon_{rz} \ \varepsilon_{zz}] \quad (3.35)$$

onde

E é o módulo de elasticidade da rocha salina e

ν é o coeficiente de Poisson da rocha salina.

Os demais componentes dos tensores são nulos, caso contrário os estados de tensão e de deformação não seriam axissimétricos.

Segundo Fjaer *et al.* (2008), as relações cinemáticas para o estado axissimétrico são dadas por

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{u}{r} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (3.36)$$

onde

u e w são os deslocamentos radial e axial, respectivamente.

3.5 Módulo Computacional

O módulo computacional desenvolvido por Gonçalves (2011) é utilizado para verificar a funcionalidade do elemento proposto, a implementação computacional do modelo é em ambiente MATLAB (HANSELMAN e LITTLEFIELD, 2002), código interpretado, devido à simplicidade do modelo e ao conjunto de bibliotecas e funcionalidades que esse dispõe. O elemento proposto é acrescentado ao módulo computacional, e o acoplamento termomecânico não é considerado.

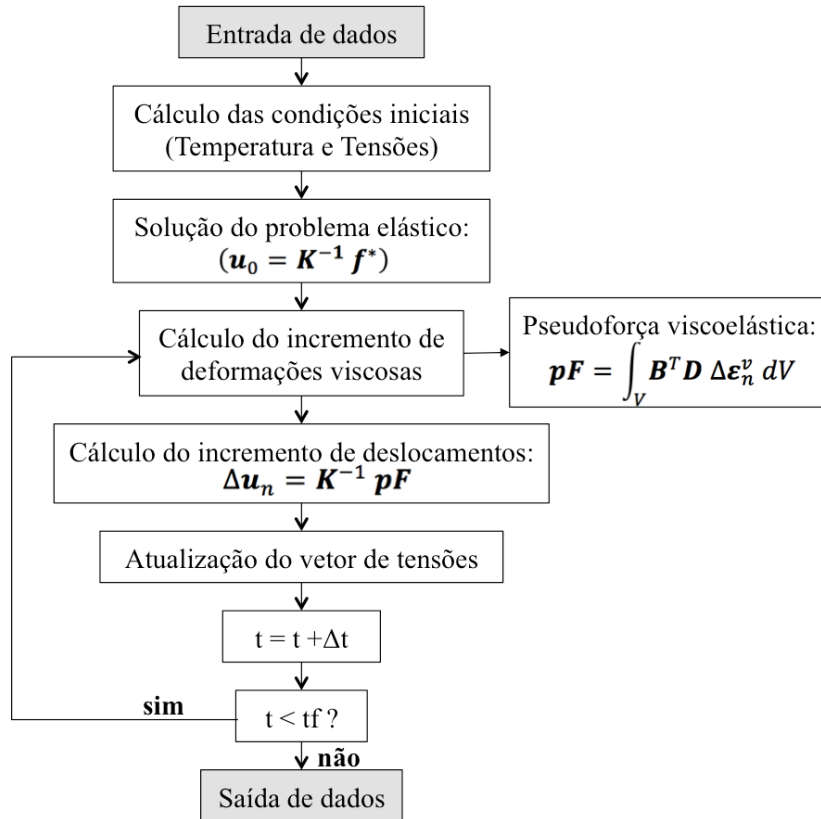
A entrada de dados é feita via arquivo de dados, que contém todos os dados do problema, inclusive da malha a ser utilizada. Após a leitura do arquivo de entrada, são calculadas tensões e temperaturas para o maciço em estudo e então o problema elástico é resolvido (Equação (3.15)) definindo tensões e deslocamentos iniciais. A solução do problema elástico constitui a configuração inicial da integração no tempo para a obtenção da solução do problema viscoso.

A partir da equação constitutiva adotada encontra-se a taxa de deformação no passo corrente e com ela o incremento de deformações viscosas (Equação (3.32)). A partir desse incremento de deformações calcula-se uma pseudoforça viscosa, que somadas às forças externas permite o cálculo das tensões e deformações no passo corrente (Equações (3.24), (3.2), (3.26) e (3.13)).

Ao final do passo, se o tempo final estabelecido não foi alcançado, as tensões e deformações calculadas são utilizadas para a solução do passo seguinte. Quando o tempo final é alcançado, a simulação é finalizada e os valores de tensão, deformação e deslocamento são armazenados em um arquivo de dados.

A Figura 3.6 apresenta o fluxograma das etapas descritas acima.

Figura 3.6 – Diagrama das etapas envolvidas na obtenção da solução numérica.



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2011).

4 ELEMENTO FINITO PROPOSTO

Este capítulo descreve o elemento finito proposto e algumas estratégias adotadas para potencializar sua eficiência. Inicialmente discute-se o problema de um cilindro vazado, cujo desenvolvimento é baseado em Fjaer *et al.* (2008) e Sadd (2005). Esse problema é uma simplificação do problema de poços verticais e tem solução elástica analítica.

4.1 Problema do cilindro vazado

A solução do problema do cilindro vazado submetido a pressões uniformes na parede interna e na parede externa foi proposta por Lamé (1852, *apud* TIMOSHENKO e GOODIER, 1951, p. 59) e será apresentada nessa seção.

As equações que governam problemas de elasticidade em coordenadas cilíndricas podem ser encontradas em qualquer livro que aborde teoria da elasticidade em coordenadas curvilíneas (por exemplo TOMONSHENKO e GOODIER, 1951).

Sendo u , v e w os deslocamentos nas direções radial, circunferencial e axial, respectivamente, as relações cinemáticas em coordenadas cilíndricas são descritas por

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial r} \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (4.6)$$

As relações constitutivas para o regime elástico linear e isotrópico têm formato similar aos das coordenadas cartesianas, sendo dadas por

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2 G) \varepsilon_{rr} + \lambda \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda \varepsilon_{zz} \quad (4.7)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \lambda \varepsilon_{rr} + (\lambda + 2 G) \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda \varepsilon_{zz} \quad (4.8)$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \varepsilon_{rr} + \lambda \varepsilon_{\theta\theta} + (\lambda + 2 G) \varepsilon_{zz} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{r\theta} = 2 G \varepsilon_{r\theta} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{rz} = 2 G \varepsilon_{rz} \quad (4.11)$$

$$\sigma_{\theta z} = 2 G \varepsilon_{\theta z} \quad (4.12)$$

onde

G e λ são as constantes de Lamé dadas por

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.13)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (4.14)$$

As equações diferenciais de equilíbrio em coordenadas cilíndricas são descritas por

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) + F_r = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\theta} + F_\theta = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + F_z = 0 \quad (4.17)$$

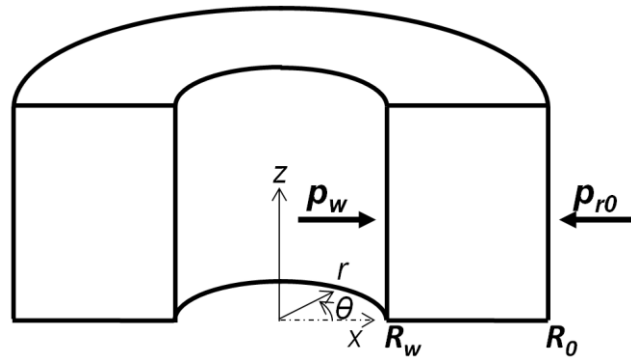
onde

F_r , F_θ e F_z são os componentes do vetor de forças volumétricas.

O problema de um cilindro vazado, conforme apresentado na Figura 4.1, é um exemplo simples de um furo em uma formação submetida a um estado de tensões. Esse modelo é

muito importante, pois ensaios de laboratório acerca de estabilidade de poços comumente são baseados em modelos nesse formato. O cilindro vazado também serve como modelo simplificado para poços verticais através de formações onde as tensões horizontais são iguais (situação abordada neste trabalho).

Figura 4.1 – Seção do modelo do cilindro vazado.



Fonte: Fjaer *et al.* (2008).

O cilindro vazado de comprimento infinito tem simetria rotacional completa ao redor do eixo do cilindro, assim como simetria translacional completa ao longo do eixo. É assumido que o cilindro está submetido a uma tensão axial σ_v , e são derivadas as expressões para as tensões no cilindro considerando uma pressão interna p_w e uma pressão externa p_{r0} de atuação constante no tempo e independente de θ e de z na direção normal à parede em que atuam. Dessa forma os eixos das coordenadas cilíndricas (Figura 4.1) também representam as direções das tensões principais. Esse modelo é uma simplificação do problema real do poço vertical, porque as tensões são consideradas uniformes ao longo da profundidade da camada, e, no problema real, elas crescem linearmente com a profundidade.

É fácil perceber que o único deslocamento será na direção radial, e que não há variação ao longo do eixo. Trata-se então de um modelo em estado plano de deformações. Considerando um cilindro de comprimento finito, o estado plano de deformação se aplica apenas se o topo e o fundo do cilindro estiverem fixos, e os efeitos de borda puderem ser desconsiderados.

Ignorando as forças volumétricas, as equações diferenciais de equilíbrio (Equações (4.15), (4.16) e (4.17)) se resumem a

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) = 0 \quad (4.18)$$

Para o problema em estado plano de deformação, as relações cinemáticas se resumem às seguintes equações:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \quad (4.20)$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\theta z} = 0 \quad (4.21)$$

Substituindo as equações constitutivas (Equações de (4.7) a (4.12)) na Equação (4.18), e posteriormente as equações cinemáticas (Equações de (4.19) a (4.21)), após algumas manipulações matemáticas chega-se a

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (4.22)$$

ou

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) = 0 \quad (4.23)$$

ou ainda

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r u) \right) = 0 \quad (4.24)$$

Da Equação (4.23), nota-se que a soma entre parênteses é igual à soma das deformações nas direções radial e circunferencial, logo o resultado dessa soma deve ser constante. Lembrando que a deformação na direção axial é nula, tem-se então que para o presente caso, o rearranjo elástico das tensões ao redor da parede interna do cilindro provoca uma deformação volumétrica constante em todo o domínio estudado, assim, segundo a lei de Hooke a tensão média também é constante em todo o domínio do problema.

A solução geral da Equação (4.25) é dada por

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (4.25)$$

onde

C_1 e C_2 são constantes de integração.

As deformações radial e circunferencial são dadas por

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad (4.26)$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} = C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad (4.27)$$

Substituindo as expressões das deformações (4.26) e (4.27) na equação constitutiva (4.7), tem-se

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2G) \left(C_1 - \frac{C_2}{r^2} \right) + \lambda \left(C_1 + \frac{C_2}{r^2} \right) = (2\lambda + 2G) C_1 - 2G \frac{C_2}{r^2} \quad (4.28)$$

Antes de aplicar as condições de contorno, é conveniente juntar todos os termos independentes de r em uma constante e os termos que aparecem com r^{-2} em outra. Tem-se assim

$$\sigma_{rr} = C'_1 - \frac{C'_2}{r^2} \quad (4.29)$$

As duas constantes de integração podem agora ser obtidas a partir das condições de contorno para a tensão radial

$$\sigma_{rr} = p_w \text{ para } r = R_w \quad (4.30)$$

$$\sigma_{rr} = p_{R0} \text{ para } r = R_0 \quad (4.31)$$

onde

p_w é a pressão aplicada à parede interna do cilindro;

p_{R0} é a pressão aplicada à parede externa do cilindro;

R_w é o raio interno do cilindro e

R_0 é o raio externo do cilindro.

Obtém-se então

$$C'_1 = \frac{R_0^2 p_{R0} - R_w^2 p_w}{R_0^2 - R_w^2} \quad (4.32)$$

$$C_2' = \frac{R_0^2 R_w^2}{R_0^2 - R_w^2} (p_{R0} - p_w) \quad (4.33)$$

As tensões radial e circunferencial em um cilindro vazado são então

$$\sigma_{rr} = \frac{R_0^2 p_{R0} - R_w^2 p_w}{R_0^2 - R_w^2} - \frac{R_0^2 R_w^2}{r^2 (R_0^2 - R_w^2)} (p_{R0} - p_w) \quad (4.34)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{R_0^2 p_{R0} - R_w^2 p_w}{R_0^2 - R_w^2} + \frac{R_0^2 R_w^2}{r^2 (R_0^2 - R_w^2)} (p_{R0} - p_w) \quad (4.35)$$

Nota-se que a soma das tensões radial e circunferencial é independente de r . E como a tensão média é constante (conforme discutido anteriormente), tem-se que a tensão axial é constante.

A partir das Equações (4.32) e (4.33) é fácil obter as constantes de integração C_1 e C_2 , e então o campo de deslocamento:

$$u = \left(\frac{R_0^2 p_{R0} - R_w^2 p_w}{R_0^2 - R_w^2} \frac{1}{2\lambda + 2G} \right) r + \left(\frac{R_0^2 R_w^2}{R_0^2 - R_w^2} (p_{R0} - p_w) \frac{1}{2G} \right) \frac{1}{r} \quad (4.36)$$

Para aplicar as equações obtidas no caso de um poço assume-se que o raio externo é muito maior que o raio do poço ($R_0 \gg R_w$). Admitindo um poço vertical, a pressão aplicada na parede externa do cilindro (p_{R0}) é representada pela tensão horizontal (σ_h), tem-se assim

$$\sigma_{rr} = \sigma_h - (\sigma_h - p_w) \frac{R_w^2}{r^2} = \left(1 - \frac{R_w^2}{r^2} \right) \sigma_h + \frac{R_w^2}{r^2} p_w \quad (4.37)$$

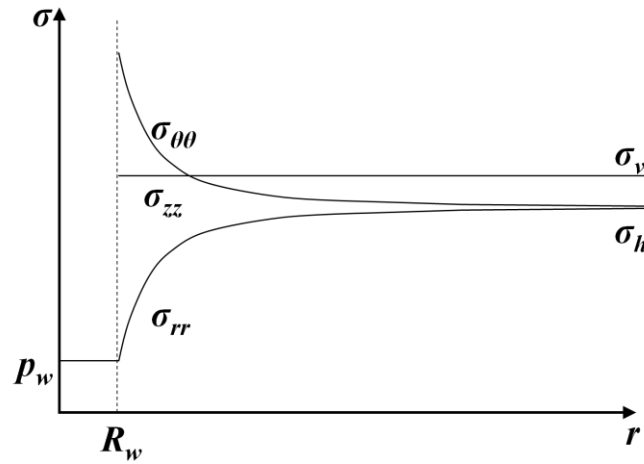
$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R_w^2}{r^2} = \left(1 + \frac{R_w^2}{r^2} \right) \sigma_h - \frac{R_w^2}{r^2} p_w \quad (4.38)$$

$$\sigma_{zz} = \text{const} \quad (4.39)$$

A Figura 4.2, ilustra a distribuição de tensões ao redor de um poço como previsto pelo modelo do cilindro vazado. A tensão circunferencial é significativamente elevada na região

próxima à parede do poço. O efeito da elevação da tensão na proximidade de uma heterogeneidade (no caso o furo) é comumente conhecido como concentração de tensões.

Figura 4.2 – Tensão ao redor do poço em uma formação elástica linear.



Fonte: Fjaer *et al.* (2008).

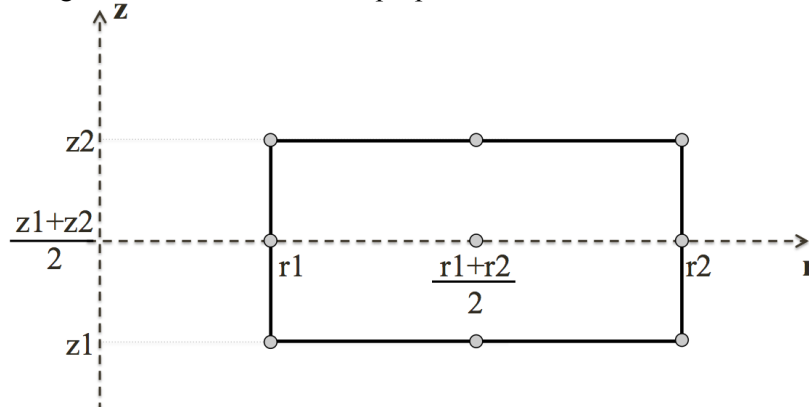
O campo de deslocamento é descrito por

$$u = \left(\frac{\sigma_h}{2\lambda + 2G} \right) r + \left(\frac{\sigma_h - p_w}{2G} R_w^2 \right) \frac{1}{r} \quad (4.40)$$

4.2 Elemento finito axissimétrico quadrilateral com nove nós

Este trabalho propõe o uso de um elemento finito quadrilateral de nove nós (Figura 4.3), com funções de forma (ou interpoladoras) selecionadas especificamente para a solução do problema em estudo.

Figura 4.3 – Elemento finito proposto e coordenadas de seus nós.



Fonte: Autor (2012).

Funções de forma especiais são adotadas com o objetivo de reduzir o número de graus de liberdade do modelo, buscando obter bons resultados em tempos reduzidos. Na direção radial, onde ocorre a maior perturbação de tensões, a interpolação é feita no formato da solução do problema simplificado elástico discutido na seção anterior. Adota-se esse formato porque, assim, considerando as simplificações adotadas, o campo de deslocamentos elásticos é calculado de maneira exata. Se pode provar que o campo de deslocamentos em problemas viscoelásticos lineares apresenta o mesmo formato do campo da solução elástica, assim, para esses problemas o formato do campo também deve produzir bons resultados. Sabe-se, porém, que para problemas onde as tensões atuantes não são distribuídas uniformemente ao longo da profundidade e, principalmente, quando o problema é viscoelástico não linear, o formato do campo de deslocamento não é o mesmo do problema simplificado discutido na seção anterior. Assim, é necessária a discretização do domínio na direção radial, mas se espera que esse formato forneça uma aproximação mais eficiente do que o formato polinomial geralmente utilizado, sendo necessária uma menor discretização do domínio.

Observando a Equação 4.40, nota-se que todos os termos envolvem a coordenada radial, assim, esse formato não pode ser utilizado para interpolação da geometria do elemento, uma vez que a coordenada axial é constante ao longo de uma linha paralela ao eixo radial, logo essa coordenada não seria corretamente mapeada. Assim, a título de simplificação, para que o elemento proposto seja isoparamétrico, ou seja, para que as funções de forma que interpolam os campos de deslocamento possam também interpolar a geometria do problema, é adicionado o termo constante na função de interpolação radial, obtendo-se

$$f_r(r) = A_0 + A_1 r + A_2 \frac{1}{r} \quad (4.41)$$

Na direção axial a interpolação é feita com polinômios de segundo grau no formato

$$f_z(z) = B_0 + B_1 z + B_2 z^2 \quad (4.42)$$

onde

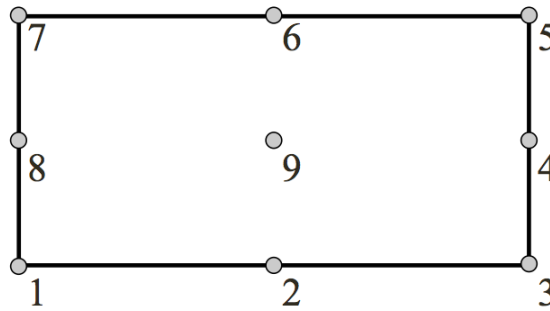
f_r e f_z são funções com o formato da interpolação radial e axial, respectivamente;

A_0, A_1, A_2, B_0, B_1 e B_2 são constantes e

r e z são as coordenadas do sistema.

A Figura 4.4 apresenta a ordenação adotada para os nós do elemento proposto.

Figura 4.4 – Ordenação dos nós do elemento proposto.

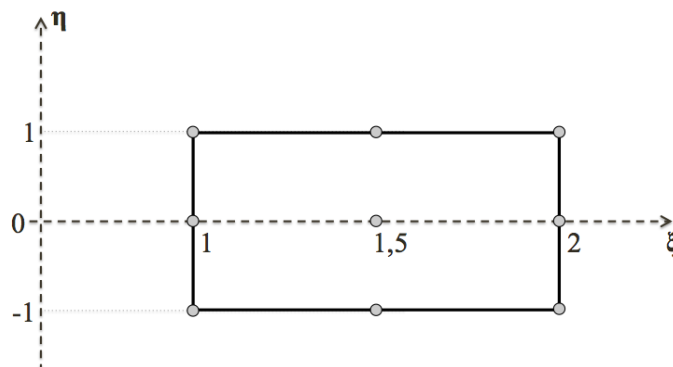


Fonte: Autor (2012).

4.3 Sistema de coordenadas paramétricas

Na abordagem de problemas em elementos finitos é comum o uso de coordenadas paramétricas para facilitar a realização da integração numérica. Na Figura 4.5 mostra o sistema de coordenadas paramétricas adotado para o elemento proposto.

Figura 4.5 – Sistema de coordenadas paramétricas do elemento proposto.



Fonte: Autor (2012).

Na direção radial adota-se um intervalo $([1, 2])$, diferente do tradicional $([-1, 1])$, porque o formato das funções de forma na direção radial envolve um termo com r^{-1} , assim o 0 não está no domínio de f_r .

As coordenadas globais estão associadas às coordenadas locais por

$$r = \xi (r_2 - r_1) - r_2 + 2 r_1 \quad (4.43)$$

ou

$$r = (\xi - k)(r_2 - r_1) \quad (4.44)$$

onde

$$k = 1 - \frac{1}{\frac{r_2}{r_1} - 1} \quad (4.45)$$

e

$$z = \frac{\eta}{2} (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} (z_1 + z_2) \quad (4.46)$$

Substituindo a Equação (4.44) em (4.41), tem-se

$$f_r(\xi) = A_0 + A_1 (\xi - k)(r_2 - r_1) + A_2 \frac{1}{(\xi - k)(r_2 - r_1)} \quad (4.47)$$

Após algumas manipulações chega-se a

$$f_r(\xi) = D_0 + D_1 \xi + D_2 \frac{1}{\xi - k} \quad (4.48)$$

Substituindo-se a Equação (4.46) em (4.42), tem-se

$$f_z(\eta) = B_0 + B_1 \left(\frac{\eta}{2} (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} (z_1 + z_2) \right) + B_2 \left(\frac{\eta}{2} (z_2 - z_1) + \frac{1}{2} (z_1 + z_2) \right)^2 \quad (4.49)$$

Após alguns ajustes, tem-se

$$f_z(\eta) = F_0 + F_1 \eta + F_2 \eta^2 \quad (4.50)$$

Observa-se que o termo cujo formato não é polinomial precisa de informação sobre a geometria do problema para ser completamente definido, enquanto os termos polinomiais ficam inalterados. Esse é um dos motivos que torna o formato polinomial adequado às mais diferentes aplicações. Mas, como o objetivo deste trabalho é desenvolver um elemento finito especial para a solução de um problema específico, e cujo domínio é bem comportado, a dependência da geometria de cada elemento não é um problema.

Assim, o deslocamento em cada nó pode ser obtido a partir da multiplicação das Equações (4.48) e (4.50), ou seja,

$$u_i = C_0 + C_1 \eta_i + C_2 \eta_i^2 + C_3 \xi_i + C_4 \xi_i \eta_i + C_5 \xi_i \eta_i^2 + C_6 \frac{1}{\xi_i - k} + C_7 \eta_i \frac{1}{\xi_i - k} + C_8 \eta_i^2 \frac{1}{\xi_i - k} \quad (4.51)$$

onde

u_i é o deslocamento do nó i ;

ξ_i é a coordenada paramétrica ξ do nó i e

η_i é a coordenada paramétrica η do nó i .

Substituindo-se as coordenadas paramétricas dos nós apresentadas na Figura 4.5 na Equação (4.51), e resolvendo o sistema linear, encontram-se os valores das constantes C_i . Substituem-se então os valores encontrados na equação do campo de deslocamento, cujos termos multiplicados pelo deslocamento do nó i (u_i) compõem a função de forma associada ao nó i . Esse procedimento para definição das funções de forma garante a continuidade das funções de interpolação no domínio estudado, atendendo assim todos os pré-requisitos básicos para sua utilização no Método dos Elementos Finitos. O vetor de funções de forma obtido é dado por

$$N(\xi, \eta) = \frac{1}{2(\xi - k)} \begin{Bmatrix} (k-1)(-2\xi^2 + 7\xi - 6)(\eta^2 - \eta) \\ (2k-3)(2\xi^2 - 6\xi + 4)(\eta^2 - \eta) \\ (k-2)(-2\xi^2 + 5\xi - 3)(\eta^2 - \eta) \\ (k-2)(-2\xi^2 + 5\xi - 3)(2 - 2\eta^2) \\ (k-2)(-2\xi^2 + 5\xi - 3)(\eta^2 + \eta) \\ (2k-3)(2\xi^2 - 6\xi + 4)(\eta^2 + \eta) \\ (k-1)(-2\xi^2 + 7\xi - 6)(\eta^2 + \eta) \\ (k-1)(-2\xi^2 + 7\xi - 6)(2 - 2\eta^2) \\ (2k-3)(2\xi^2 - 6\xi + 4)(2 - 2\eta^2) \end{Bmatrix} \quad (4.52)$$

Adota-se o mesmo formato para a interpolação dos deslocamentos verticais e horizontais, assim as mesmas funções de forma são utilizadas.

4.4 Integração numérica direcionada

Na direção axial as funções interpoladoras têm o formato polinomial, assim, nessa direção, é feita a integração gaussiana utilizando os pontos tradicionalmente utilizados. Porém, na direção radial são definidos pontos e pesos da regra de quadratura específicos para o formato adotado.

A integração numérica da matriz de rigidez de um elemento é dada por

$$K^e = \sum_{i=1}^{n_r} \sum_{j=1}^{n_z} B(\xi_i, \eta_j)^T D B(\xi_i, \eta_j) |J(\xi_i, \eta_j)| w r_i w z_j \quad (4.53)$$

onde

\mathbf{K}^e é a matriz de rigidez do elemento e ;

ξ_i é o ponto de integração i na direção radial;

η_j é o ponto de integração j na direção axial;

D é a matriz constitutiva, composta pelas constantes elásticas;

wr_i e wz_j são os pesos i e j , nas direções radial e axial, respectivamente;

$|J(\xi_i, \eta_j)|$ é o determinante da matriz jacobiana (matriz que relaciona o sistema de coordenadas global ao paramétrico) avaliado em (ξ_i, η_j) ;

$\mathbf{B}(\xi_i, \eta_j)$ é a matriz que relaciona deslocamentos e deformações calculada em (ξ_i, η_j) , dada por

$$\mathbf{B}(\xi_i, \eta_j) = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j)}{\partial \xi} & 0 & \dots & \dots & \frac{\partial N_9(\xi_i, \eta_j)}{\partial \xi} & 0 \\ \frac{N_1(\xi_i, \eta_j)}{\xi - k} & 0 & \dots & \dots & \frac{N_9(\xi_i, \eta_j)}{\xi - k} & 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j)}{\partial \eta} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j)}{\partial \xi} & \dots & \dots & \frac{1}{2} \frac{\partial N_9(\xi_i, \eta_j)}{\partial \eta} & \frac{1}{2} \frac{\partial N_9(\xi_i, \eta_j)}{\partial \xi} \\ 0 & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j)}{\partial \eta} & \dots & \dots & 0 & \frac{\partial N_9(\xi_i, \eta_j)}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Substituindo-se a Equação (4.52) em (4.54), é fácil perceber que a base de funções de ξ presente em \mathbf{B} é

$$B_\xi \rightarrow \left[1; \xi; \frac{1}{\xi - k}; \frac{1}{(\xi - k)^2} \right] \quad (4.55)$$

Como os elementos são geometricamente regulares, apresentam arestas retilíneas e perpendiculares e nós intermediários centralizados, o determinante da matriz Jacobiana é igual a uma constante multiplicada pela coordenada paramétrica radial (ξ). Assim, os únicos termos que envolvem a variável ξ na Equação (4.53) são \mathbf{B} e $|J(\xi_i, \eta_j)|$, logo os termos a serem integrados para a obtenção da matriz de rigidez envolvendo ξ são

$$\left[1; \xi; \xi^2; \xi^3; \frac{1}{\xi - k}; \frac{1}{(\xi - k)^2}; \frac{1}{(\xi - k)^3} \right] \quad (4.56)$$

Assim, para integrar exatamente a matriz de rigidez na direção radial é preciso definir pesos e pontos da regra de quadratura específicos para essa base de funções.

Como existem sete termos, e cada um gera uma equação não linear, sete variáveis podem ser definidas. Adotam-se então quatro pontos e pesos e que

$$\xi_1 = 1 \quad (4.57)$$

Os demais pontos e os pesos são encontrados a partir da solução do sistema de equações não lineares descrito por

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{npg} wr_i \\ \sum_{i=1}^{npg} wr_i \xi_i \\ \sum_{i=1}^{npg} wr_i \xi_i^2 \\ \sum_{i=1}^{npg} wr_i \xi_i^3 \\ \sum_{i=1}^{npg} \frac{wr_i}{\xi_i - k} \\ \sum_{i=1}^{npg} \frac{wr_i}{(\xi_i - k)^2} \\ \sum_{i=1}^{npg} \frac{wr_i}{(\xi_i - k)^3} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \int_1^2 d\xi \\ \int_1^2 \xi d\xi \\ \int_1^2 \xi^2 d\xi \\ \int_1^2 \xi^3 d\xi \\ \int_1^2 \frac{1}{\xi - k} d\xi \\ \int_1^2 \frac{1}{(\xi - k)^2} d\xi \\ \int_1^2 \frac{1}{(\xi - k)^3} d\xi \end{array} \right\} \quad (4.58)$$

4.5 Discretização direcionada

Na Equação (4.58) fica evidente que os pontos e pesos a serem utilizados dependem da constante k que depende da razão r_2/r_1 . Dessa forma o sistema não linear de equações deve ser resolvido para cada elemento. Para que não haja a necessidade de resolver o sistema várias vezes, o domínio é discretizado de maneira que todos os elementos tenham a mesma razão

$$q = r_2/r_1 \quad (4.59)$$

Definido o raio externo, o raio interno (raio do poço) e o número de elementos na direção radial, sabe-se que

$$R_e = q^{n_r} R_i \quad (4.60)$$

ou

$$q = \left(\frac{R_e}{R_i} \right)^{\frac{1}{n_r}} \quad (4.61)$$

onde

R_e é o raio externo do modelo;

R_i é o raio interno do modelo (raio do poço perfurado) e

n_r é o número de elementos na direção radial.

Com esses dados a discretização radial do problema fica definida, uma vez que seu domínio sempre será retangular.

5 APLICAÇÕES

Neste capítulo são apresentados resultados obtidos com simulações de cenários discretizados com o elemento finito proposto, referenciado como AQ9 (Axissimétrico Quadrilateral com nove nós). Esses resultados são comparados com resultados obtidos com simulações dos mesmos cenários discretizados com elementos finitos Q8 (Quadrilateral com oito nós). O elemento Q8 é escolhido porque foi o elemento utilizado por Costa (1984), no desenvolvimento do código computacional ANVEC, que, como mencionado anteriormente, foi desenvolvido para simular o comportamento de evaporitos brasileiros e foi validado por diferentes autores em diferentes trabalhos.

Cook (1989) recomenda o uso da integração reduzida, em algumas situações, defendendo que a depender do problema em estudo essa estratégia poderá levar a resultados melhores, além de reduzir o custo computacional da análise. Assim, são considerados os dois formatos de integração (completa e reduzida) tanto para o elemento Q8 como para o elemento AQ9. No caso do elemento AQ9, a possibilidade das duas estratégias de integração é utilizada apenas na direção axial, uma vez que na direção radial é utilizada a integração direcionada apresentada na Seção 4.4.

Todos os resultados apresentados são obtidos com o mesmo código computacional, utilizando a mesma formulação. Todos os modelos são simulados em um computador com processador Mobile Intel Core i7 com 2,2 GHz, com memória de 8 Gb e 1333 MHz DDR3, e com sistema operacional Mac OS X Lion 10.7.4.

Para cada aplicação são comparados quatro resultados: histórico do deslocamento da borda da parede interna, campo de deslocamento, perfil da borda do poço e campo de tensões. São analisados os deslocamentos radiais e as tensões normais na direção radial.

Para a realização das comparações do erro do histórico do deslocamento, do campo de deslocamento e do perfil da borda do poço, adota-se a métrica de erro descrita por

$$\text{erro} = 100 \frac{\int_a^b \left| \frac{vN - vR}{vR} \right| dx}{b - a} \quad (5.1)$$

onde

vN é o valor obtido pela simulação numérica;

vR é o valor da solução adotada como referência e

$[a, b]$ é o intervalo da variável na qual está sendo realizada a integração.

O histórico do deslocamento na borda do poço é obtido diretamente do deslocamento de um ou mais nós previamente selecionados, e a integral do erro é calculada no domínio do tempo. O campo de deslocamento e o perfil da borda do poço também são baseados nos deslocamento nodais, utilizando-se as funções de forma que interpolam esses deslocamentos, e a integral do erro é calculada do domínio de r e z , respectivamente.

O campo de tensões é estudado nos pontos de integração sobre a linha que fica a meia altura de cada camada, sendo que nos modelos onde é utilizada a integração reduzida é feita uma média dos valores obtidos nos dois pontos mais próximos a essa linha. É recomendado utilizar os valores dos pontos de integração, pois nesses pontos a precisão da estimativa da tensão é maior do que no resto do domínio (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2000). Como são conhecidos apenas valores pontuais dos erros, é calculado um erro médio do campo de tensões, diferentemente das outras medidas.

A discretização dos modelos compostos por elementos AQ9 é feita como descrito na Seção 4.5. Para a discretização do domínio com elementos Q8, utiliza-se o artifício de refinar mais a malha na região próxima à borda do poço e aumentar esse refinamento gradualmente até a região mais distante do poço. O parâmetro utilizado para o refinamento da malha é a razão entre os comprimentos do elemento mais afastado e do elemento mais próximo à borda do poço. A distribuição dos tamanhos dos elementos intermediários é feita com uma Progressão Aritmética. Caldas *et al.* (2009) apresentam uma metodologia para definição de uma razão ótima para cada número de elementos Q8, mostrando que, para problemas axissimétricos, esse parâmetro tem grande influência nos resultados obtidos. Essa razão ótima é definida para o problema linear (que tem solução analítica) e os valores obtidos são utilizados para o estudo do problema não linear, assumindo-se que há uma proximidade entre a razão ótima do problema não linear e a razão ótima do problema linear.

Caldas *et al.* (2009) adotam a solução analítica de um problema axissimétrico de aplicação de uma pressão interna a um furo num meio infinito composto por um material homogêneo, isotrópico e elástico linear. Na primeira aplicação apresentada, a solução analítica adotada para a definição da razão ótima é a solução do próprio problema. Como a razão ótima é calculada com base no módulo do valor médio do erro relativo entre as soluções numérica e analítica, existe um valor para a minimização dos erros em deslocamentos e outro para a minimização dos erros em tensão, assim os erros em deslocamentos e em tensões são analisados separadamente. O valor da razão ótima também varia se for utilizada a integração completa ou a integração reduzida.

5.1 Cilindro viscoelástico

A primeira aplicação apresentada é um cilindro viscoelástico de paredes espessas submetido a uma pressão na parede externa, o problema é similar ao discutido na Seção 4.1, mas nesse caso são consideradas também deformações viscoelásticas. O modelo constitutivo adotado para descrever o comportamento desse material em cisalhamento é o sólido padrão (uma mola em série com o modelo de Kelvin) (SHAMES e COZZARELLI, 1997) e, em dilatação é utilizado o modelo elástico (apenas a mola). O problema em estudo tem solução analítica conhecida que será utilizada como referência.

A escolha do incremento de tempo para a integração temporal é baseada na definição do incremento de tempo crítico para o qual o algoritmo de integração escolhido (ver Seção 3.3.1) converge. O algoritmo é dito estável se ele consegue amortecer a solução do problema homogêneo para um dado valor de Δt (DUARTE, 1994). A equação constitutiva do modelo sólido padrão é dada por

$$\eta E_1 \dot{\varepsilon}^v + E_1 E_2 \varepsilon^v = (E_1 + E_2) \sigma_c + \eta \dot{\sigma}_c \quad (5.2)$$

onde

η é o coeficiente de viscosidade do modelo de Kelvin;

E_1 é o coeficiente de elasticidade da mola isolada;

E_2 é o coeficiente de elasticidade da mola do modelo de Kelvin;

ε^v é a deformação viscosa e

σ_c é a tensão cisalhante.

Assim, o problema homogêneo é dado por

$$\eta E_1 \dot{\varepsilon}^v + E_1 E_2 \varepsilon^v = 0 \quad (5.3)$$

Neste trabalho adota-se o algoritmo explícito, assim

$$\dot{\varepsilon}_n^v = \frac{\varepsilon_{n+1}^v - \varepsilon_n^v}{\Delta t} \quad (5.4)$$

Substituindo-se a Equação (5.4) na Equação (5.3) tem-se

$$\eta E_1 \frac{\varepsilon_{n+1}^v - \varepsilon_n^v}{\Delta t} + E_1 E_2 \varepsilon_n^v = 0 \quad (5.5)$$

Após algumas manipulações, chega-se a

$$\left\| \frac{\varepsilon_{n+1}^v}{\varepsilon_n^v} \right\| = \left\| \frac{\eta - E_2 \Delta t}{\eta} \right\| \leq 1 \quad (5.6)$$

de onde se conclui que

$$\Delta t_{cr} = \frac{2 \eta}{E_2} \quad (5.7)$$

A Tabela 5.1 apresenta os valores adotados para os parâmetros do problema.

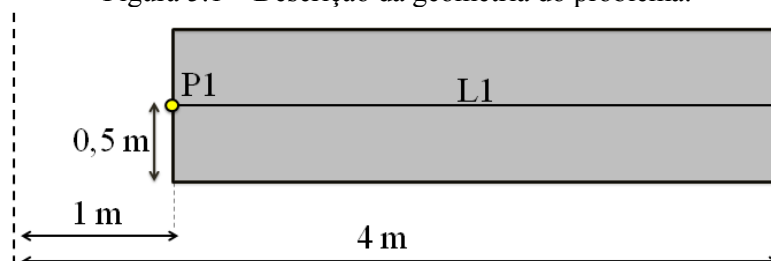
Tabela 5.1 – Parâmetros do problema.

R_w	1 m
R_0	4 m
H	1 m
p_w	0
σ_{r0}	3.000 MPa
E_1	10.000 MPa
E_2	5.200 MPa
η	500 MPa.s
Δt	0,001 s

Fonte: Autor (2012).

A partir da Equação (5.7), encontra-se um incremento de tempo crítico de 0,144 s, dessa forma o incremento de tempo adotado está coerente. Como este problema apresenta comportamento uniforme ao longo do eixo axial, a discretização na direção axial com apenas um elemento é o bastante para a correta simulação do modelo. O histórico dos deslocamentos é acompanhado na parede interna e a meia altura (ponto P1 na Figura 5.1). Os campos de deslocamentos e de tensões são avaliados ao longo da linha média do cilindro (linha L1 na Figura 5.1). O perfil da parede interna não é estudado uma vez que esse problema pode ser considerado unidimensional, assim o comportamento de toda a parede é similar ao do ponto P1.

Figura 5.1 – Descrição da geometria do problema.



Fonte: Autor (2012).

Para problemas viscoelásticos lineares, como este, um elemento AQ9 na direção radial é o bastante para a obtenção da solução, uma vez que o formato adotado para interpolar o campo de deslocamento, e consequentemente o de tensões, é o exato. Assim, os erros obtidos são devidos ao limite de precisão do computador (erros numéricos) e ao algoritmo de integração temporal. Busca-se o nível de refinamento necessário para que, utilizando as respectivas razões ótimas (conforme explicado na introdução deste capítulo) os erros cometidos pelo modelo discretizado com elementos Q8 sejam menores do que 0,1%. A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos analisando erros em deslocamento.

Tabela 5.2 – Resultados de deslocamento do problema do cilindro viscoelástico.

Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
Nº de elem. na direção radial	4	4	1	1
Razão ótima para deslocamentos	2,80	2,78	-	-
Nº de pontos de integração	36	16	12	8
Nº de graus de liberdade	46	46	16	16
Erro no histórico do desloc. (%)	8,06 e-02	3,52 e-02	3,52 e-02	3,52 e-02
Erro no campo de desloc. (%)	4,39 e-02	4,46 e-02	1,16 e-06	1,16 e-06
Tempo (segundos)	5,34	2,63	1,87	1,33

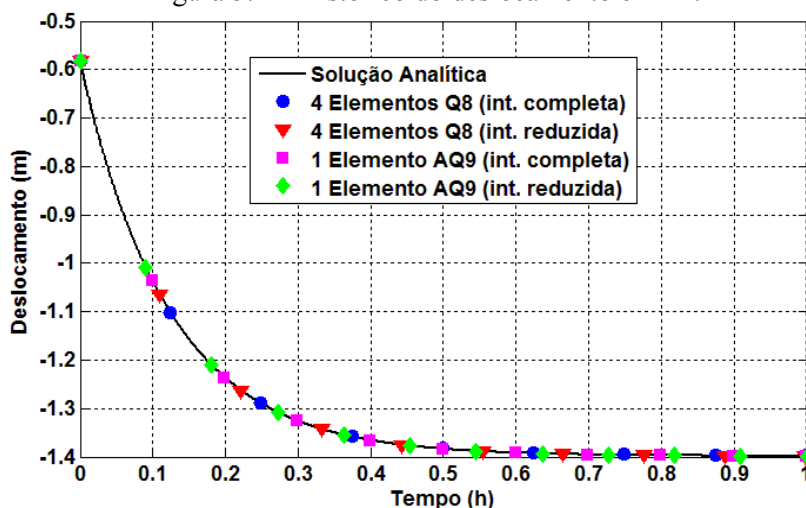
Fonte: Autor (2012).

O erro cometido no histórico do deslocamento é devido à integração numérica temporal, por isso é o mesmo para os modelos discretizados com AQ9 e para o modelo discretizado com Q8 utilizando a integração reduzida, por isso será discutido apenas o erro no campo de deslocamento. Para alcançar erros abaixo do considerado admissível é necessário utilizar uma malha com quatro elementos Q8 na direção radial, tanto para o modelo com a integração completa como para o modelo com a integração reduzida. O tempo de simulação é bem

menor para os dois modelos discretizados com elementos AQ9, e os erros no campo de deslocamento também são bastante menores.

A Figura 5.2 apresenta o histórico do deslocamento da solução analítica e dos modelos apresentados na Tabela 5.2.

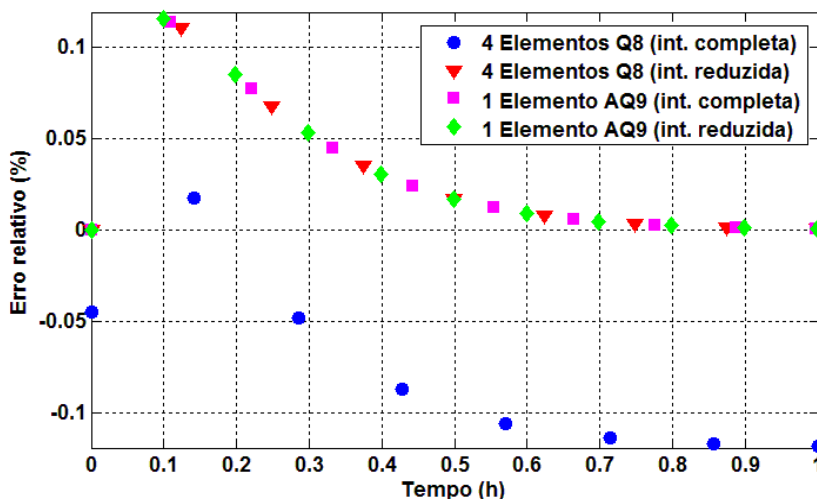
Figura 5.2 – Histórico do deslocamento em P1.



Fonte: Autor (2012).

Observa-se que os modelos refinados com elementos Q8 e AQ9 apresentam resultados bastante próximos da solução analítica. A Figura 5.3 mostra o gráfico dos erros obtidos.

Figura 5.3 – Erros no histórico do deslocamento em P1.

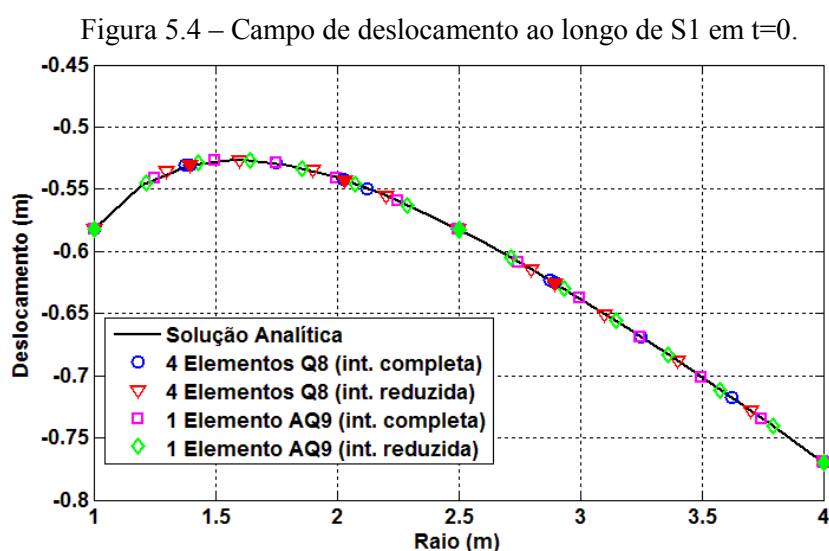


Fonte: Autor (2012).

São observados os mesmos erros no cálculo do histórico do deslocamento nos modelos discretizados com elementos AQ9 e Q8, exceto para o modelo discretizado com elementos Q8

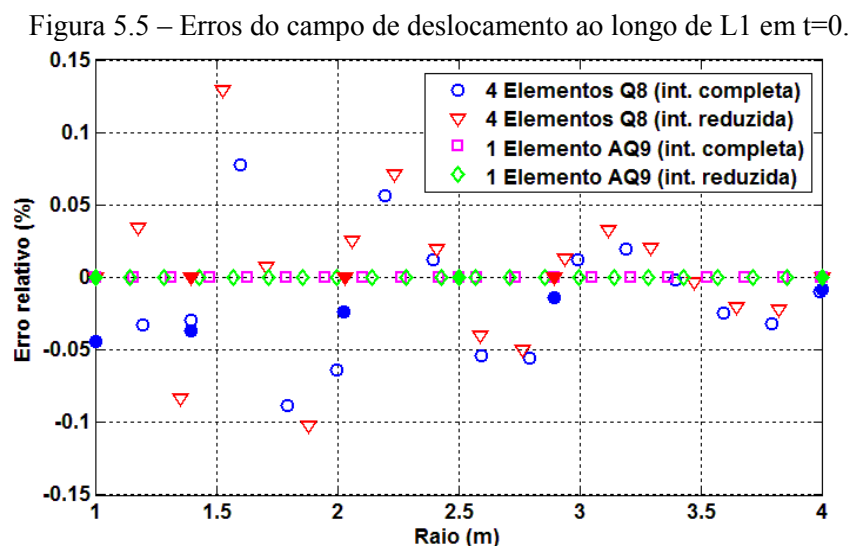
utilizando a integração reduzida que apresentou erros maiores (na média). Assim, fica claro que o principal fator que está interferindo nesse erro é o incremento de tempo, que é o mesmo para todos os modelos.

A Figura 5.4 apresenta o campo de deslocamento no tempo inicial obtido com a solução analítica e com os modelos numéricos, sendo os valores nodais marcados pelo preenchimento do símbolo. Os campos nos demais instantes de tempo não são apresentados porque os comportamentos são os mesmos, e os erros também são similares, sendo apenas um pouco maiores devido ao erro da integração no tempo.



Fonte: Autor (2012).

A Figura 5.5 mostra o gráfico dos erros no cálculo do campo de deslocamento dos modelos discutidos.



Fonte: Autor (2012).

Observando-se a Figura 5.5, nota-se que, nos nós, os campos de deslocamentos dos modelos discretizados com elementos Q8 apresentam erros bem menores do que no resto do domínio, mostrando que a interpolação dentro do elemento não fornece boas estimativas. Os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam bons resultados mesmo na região entre nós, como esperado.

Os resultados obtidos adotando erros no campo de tensão estão descritos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Resultados de tensão obtidos no problema do cilindro viscoelástico.

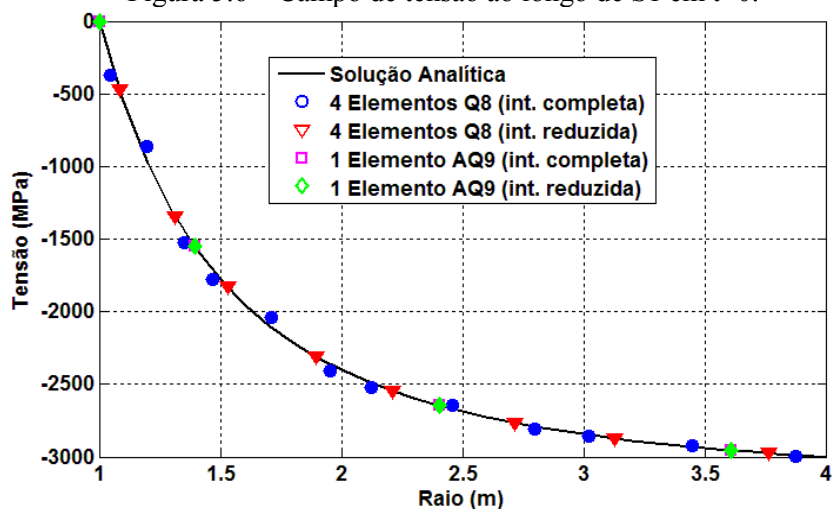
Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
Nº de elem. na direção radial	30	5	1	1
Razão ótima para tensão	90,7422	8,3650	-	-
Nº de pontos de integração	270	20	12	8
Nº de graus de liberdade	306	56	16	16
Erro no campo de tensão (%)	9,32 e-02	8,10 e-02	6,89 e-07	6,89 e-07
Tempo (segundos)	38,92	3,24	1,87	1,33

Fonte: Autor (2012).

Observa-se uma eficácia ainda maior na previsão do campo de tensões nos modelos discretizados com um elemento AQ9. Utilizando a integração completa foi preciso discretizar o modelo com trinta elementos Q8 para que o erro cometido fosse abaixo do considerado admissível. Utilizando a integração reduzida com cinco elementos Q8 o erro médio fica abaixo do admissível, mas ainda é muito maior do que o erro cometido pelos modelos discretizados com apenas um elemento AQ9. Além disso, o tempo de simulação do modelo discretizado com cinco elementos Q8 é mais do que o dobro do tempo demandado pelo modelo discretizado com um elemento AQ9 utilizando integração reduzida.

A Figura 5.6 mostra o campo de tensão fornecido pelos modelos em estudo.

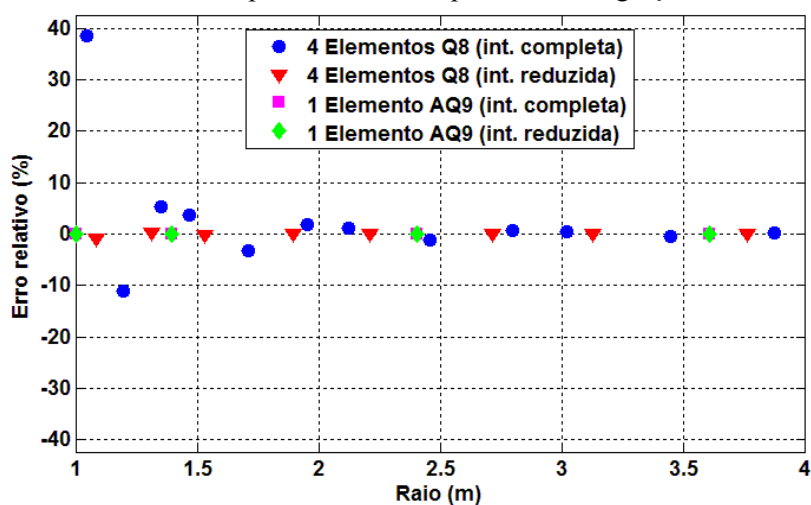
Figura 5.6 – Campo de tensão ao longo de S1 em $t=0$.



Fonte: Autor (2012).

A Figura 5.7 mostra os erros cometidos na previsão do campo de tensões.

Figura 5.7 – Erros do campo de tensão nos pontos de integração sobre S1 em $t=0$.



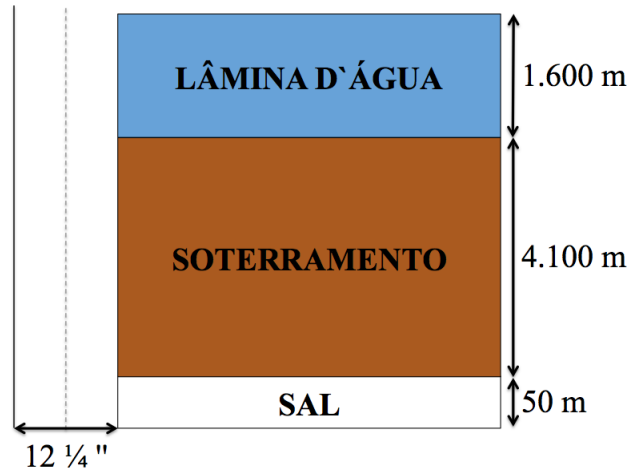
Fonte: Autor (2012).

Como esperado, mesmo com maior refinamento, os modelos refinados com elementos Q8 fornecem erros maiores do que os modelos discretizados com apenas um elemento AQ9. Assim, o elemento AQ9 se mostrou mais eficiente do que o Q8 para o estudo deste problema, uma vez que num tempo reduzido faz melhores previsões de deslocamentos e tensões. No entanto, o objetivo deste trabalho é obter resultados similares para problemas viscoelásticos não lineares, o que é analisado nas próximas aplicações.

5.2 Poços Verticais

As aplicações apresentadas nesta seção se referem ao estudo do comportamento de um trecho de 50 metros de uma camada de sal após a perfuração de um poço vertical. O contexto em que se encontra essa camada é baseado em um estudo de caso apresentado por Costa *et al.* (2010), e está descrito na Figura 5.8.

Figura 5.8 – Condições ambientais da camada de sal.



Fonte: Autor (2012).

O comportamento do trecho de sal é simulado isoladamente sem a consideração de camadas vizinhas. A camada de soterramento e a lâmina d'água são utilizadas apenas para o cálculo da tensão geostática e da pressão da coluna de fluido de perfuração. A tensão geostática em um ponto é dada por

$$\sigma_0^v = H_{\text{água}} \gamma_{\text{água}} + H_{\text{sot}} \gamma_{\text{sot}} + H_{\text{sal}} \gamma_{\text{sal}} \quad (5.8)$$

$$\sigma_0^h = k_0 \sigma_0^v \quad (5.9)$$

onde

σ_0^v e σ_0^h são a tensão geostática vertical e horizontal, respectivamente;

H_{sal} é a altura de sal acima do ponto em estudo;

$H_{\text{água}}$ e H_{sot} são, respectivamente, a espessura da lâmina d'água e do soterramento acima da camada de sal;

$\gamma_{\text{água}}$, γ_{sot} e γ_{sal} são o peso específico da água, do soterramento e do sal, respectivamente e

k_0 é o coeficiente de empuxo horizontal.

A pressão do fluido de perfuração na parede do poço é dada por

$$t_f = (H_{\text{mesa}} + H_{\text{água}} + H_{\text{sot}} + H_{\text{sal}}) \gamma_{\text{fluido}} \quad (5.10)$$

onde

H_{mesa} é a altura da mesa rotativa até a lâmina d'água, adotada como 25 metros e

γ_{fluido} é o peso específico do fluido de perfuração, obtido pela conversão de lb/gal para kN/m³ (1 lb/gal = 1,175 kN/m³).

No estudo de caso tomado como referência, o uso de rochas mais rígidas acima e abaixo da camada salina eleva a rigidez global do modelo, com isso a consideração da camada salina isolada torna o modelo menos rígido levando a deslocamentos maiores, sendo assim necessária a consideração de fluidos de perfuração mais densos.

A equação constitutiva adotada é a de mecanismo duplo de deformação (ver Seção 2.3.5), e as propriedades dos materiais (rochas salinas e soterramento) são baseadas nos dados encontrados em Borges (2008), Costa e Poiate (2008) e Costa *et al.* (2010), e estão apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Propriedades dos materiais.

Rocha	γ	G_T	E	ν	σ_0	n_1	n_2	$\dot{\epsilon}_0$	T0
	kN/m ³	°C/km	10 ⁷ kPa		kPa			10 ⁻⁶ h ⁻¹	°C
Soterramento	23,0	33,17	-	-	-	-	-	-	-
Halita	21,0	12,00	2,04	0,36	9.910	3,23	7,55	1,81	86
Taquidrita	16,0	12,00	0,49	0,33	8.144	2,59	7,45	299,0	86

Fonte: Autor (2012).

É adotado um deslocamento admissível da borda do poço de 1 polegada (2,54 centímetros), ou seja, o diâmetro pode sofrer uma redução de até 2 polegadas no período de 720 horas. Estes valores são baseados no estudo de caso realizado por Costa *et al.* (2010). Os modelos apresentados a seguir apresentam diferentes litologias e diferentes coeficientes de empuxo horizontal. Faz-se a escolha da densidade do fluido de perfuração com base nesse valor admissível do deslocamento da borda do poço.

Em problemas viscoelásticos não lineares não é possível definir um incremento de tempo crítico, dessa forma a escolha do incremento de tempo é feita em tentativas. Para evitar simulações desnecessariamente longas utiliza-se mais de um incremento de tempo numa mesma simulação. No início, logo após a perfuração da camada em estudo, os incrementos de

tempo são bem reduzidos, pois nesse momento acontecem as maiores redistribuições de tensão, e no final da simulação são adotados incrementos de tempo maiores. A Tabela 5.5 mostra os valores de incremento de tempo utilizados em todos os cenários apresentados nesta seção.

Tabela 5.5 – Incrementos de tempo utilizados em todos cenários.

Δt (h)	Tempo final de validade (h)
0,0001	0,01
0,001	1,00
0,01	6,00
0,1	20,0
0,5	720

Fonte: Autor (2012).

Como o problema em estudo não apresenta solução analítica, a solução fornecida por um modelo discretizado com elementos Q8, utilizando a integração completa, e refinada o bastante, é adotada como solução de referência. Para garantir que esta malha está suficientemente refinada, parte-se de um modelo discretizado com 60 elementos na direção radial então o número de elementos é incrementado em 60 elementos sistematicamente, utilizando-se sempre a razão ótima para cada nível de refinamento, é definido que a solução convergiu quando duas soluções consecutivas fornecem uma resposta com diferença de 1% (considerando as medidas de erro discutidas no início deste capítulo). Na direção axial fixa-se uma altura para o elemento que é utilizada em todos os modelos de cada cenário. Para os quatro cenários tanto analisando erros de tensão como de deslocamento, os resultados obtidos com modelos discretizados com 180 elementos comparados a resultados obtidos com modelos discretizados com 120 elementos, apresentaram erros máximos em torno de 1%. Assim para os quatro cenários a solução de referência considerada é a de um modelo discretizado com 180 elementos Q8, com a razão ótima e utilizando integração completa.

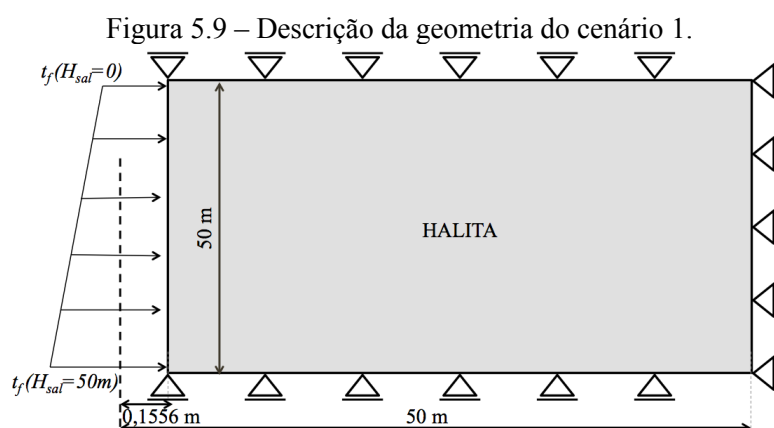
Adotando um erro admissível de 5% é encontrado o nível de refinamento necessário para que os todos os erros estejam abaixo do admissível, e assim é avaliada a eficiência do uso de cada elemento, estudando separadamente erros em deslocamentos e erros em tensão.

Como as coordenadas dos pontos de integração dos modelos não coincidem, a solução de referência em tensão é suavizada. Um plano é obtido a partir dos valores obtidos nos pontos de integração e então os valores são extrapolados para as extremidades dos elementos.

No cálculo dos erros nos campos de deslocamento e de tensão a região de interesse é do raio interno (0,155575 metros) até o raio de 8 metros (aproximadamente 50 vezes o raio interno). Todos os erros apresentados nesta seção são erros percentuais em relação à solução de referência. Os erros dos campos de tensão e de deslocamento e do perfil da borda do poço são analisados em três tempos diferentes: inicial, médio e final.

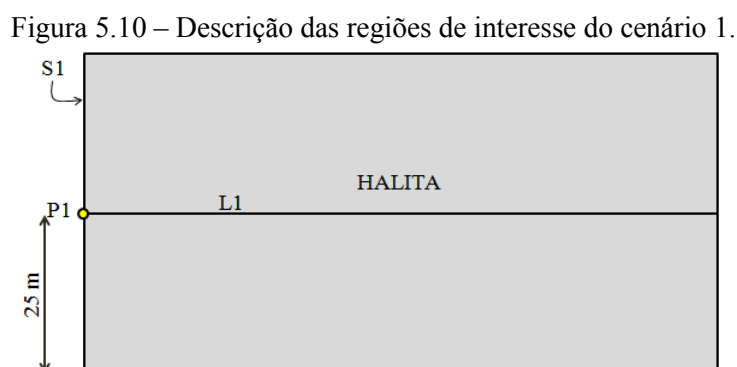
5.2.1 Cenário 1

Neste cenário, o trecho de sal é considerado inteiramente composto de halita e o coeficiente de empuxo horizontal é considerado igual a 1,0. Utilizando o peso de lama de 12 libras por galão o deslocamento máximo obtido é de 1,88 centímetros, com isso esse peso é o adotado. Na direção axial foi adotada uma discretização de metro em metro para todos os modelos deste cenário. A Figura 5.9 descreve a geometria do cenário 1.



Fonte: Autor (2012).

Na Figura 5.10 são indicados o ponto e as retas que servem de base para o estudo do problema.



Fonte: Autor (2012).

5.2.1.1 Estudo dos deslocamentos

A Tabela 5.6 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo do deslocamento do cenário 1.

Tabela 5.6 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 1.

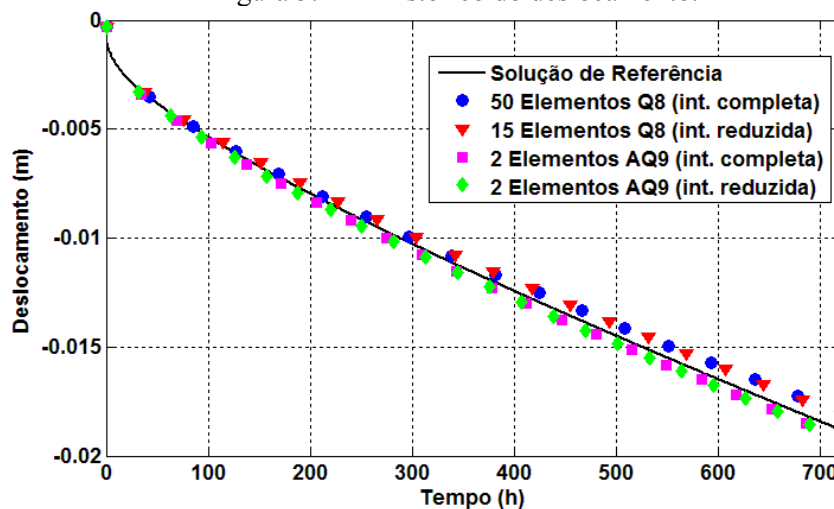
Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	50	15	2	2
Razão	83,20	26,45	-	-
Número de elementos na direção axial	50	50	50	50
nº de pontos de integração	22.500	3.000	1.200	800
nº de graus de liberdade	15.402	4.762	1.010	1.010
Erro no histórico do deslocamento (%)	2,75	3,65	3,02	3,02
Erro máx. no campo de deslocamento (%)	4,45	3,97	4,22	4,22
Erro máx. no perfil do poço (%)	4,36	3,88	2,73	2,73
Tempo (minutos)	136,2	20,5	6,8	4,5

Fonte: Autor (2012).

Nota-se claramente a eficiência do elemento AQ9 na estimativa de deslocamentos para o cenário em estudo. O modelo discretizado com elementos AQ9 e com integração reduzida apresenta o menor tempo de simulação, sendo mais do que quatro vezes menor do que o tempo demandado pelo modelo discretizado com elementos Q8 utilizando integração reduzida. O modelo discretizado com elementos AQ9 e com a integração completa também demanda um tempo bastante reduzido quando comparado aos tempos demandados pelos modelos discretizados com elementos Q8. Além da eficiência do tempo, observa-se que os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam poucos graus de liberdade e poucos pontos de integração quando comparados aos modelos discretizados com elementos Q8, demandando um menor espaço de memória. Para modelos dessa dimensão a memória não é um problema, mas quando são estudadas diversas camadas de sal a memória demandada pode ser um fator limitante.

Alguns gráficos dos resultados obtidos são apresentados para uma melhor comparação dos resultados. A Figura 5.11 mostra o histórico do deslocamento.

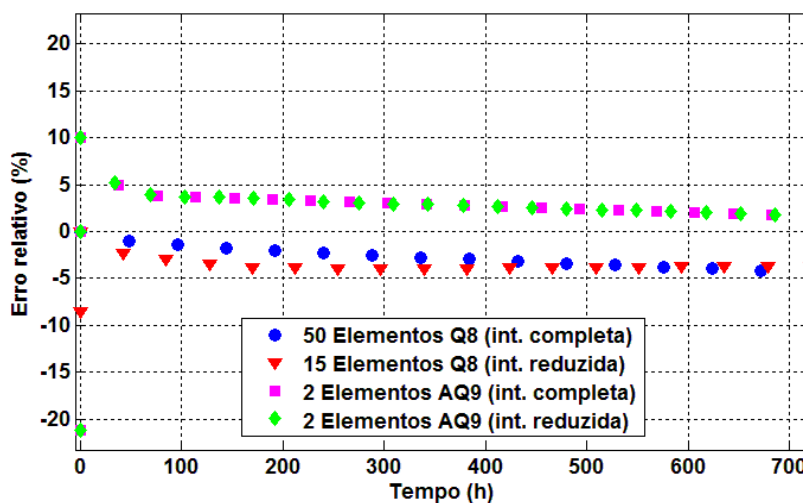
Figura 5.11 – Histórico do deslocamento.



Fonte: Autor (2012).

Nota-se boa concordância entre as curvas, observando que com a evolução do deslocamento os resultados dos modelos discretizados com elementos Q8 tendem a se afastar do resultado do modelo de referência, enquanto os resultados dos modelos discretizados com elementos AQ9 tendem a se aproximar. A partir da hora 200 é possível notar que os resultados dos modelos discretizados com elementos Q8 estão próximos, assim como os resultados dos modelos discretizados com elementos AQ9 também estão próximos. Para uma melhor visualização dos resultados a Figura 5.12 mostra os gráficos de erros do histórico do deslocamento.

Figura 5.12 – Erros no histórico do deslocamento.



Fonte: Autor (2012).

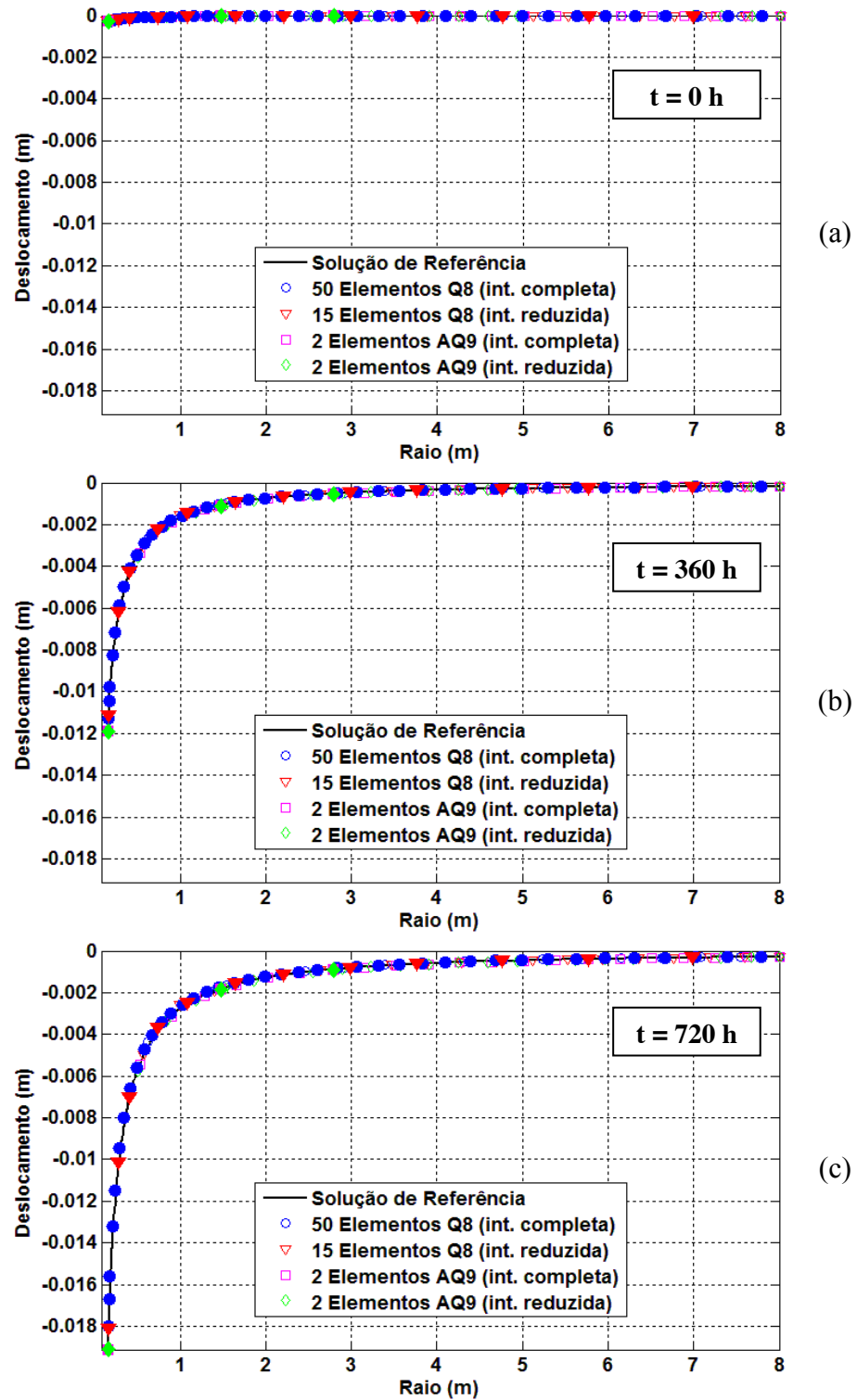
Notam-se erros maiores na região próxima a borda do poço, mas por volta de 50 horas os erros reduzem para abaixo de 5%, como o deslocamento é bem reduzido nos momentos iniciais da perfuração, mesmo erros absolutos pequenos levam a erros relativos altos. Como comentado anteriormente os resultados obtidos pelos modelos discretizados com elementos Q8 estão próximos, assim como os resultados obtidos pelos modelos discretizados com elementos AQ9.

A Figura 5.13 mostra os campos de deslocamentos nos tempos inicial ($t = 0$ hora), médio ($t = 360$ horas) e final ($t = 720$ horas), sendo possível avaliar o histórico do campo de deslocamento. Os valores nodais são destacados pelas geometrias preenchidas.

Todos os modelos apresentam boa conformação com a curva do campo de deslocamento em todos os tempos analisados, sendo que para fazer uma melhor análise do comportamento dos modelos é preciso analisar as curvas de erros apresentadas na Figura 5.14.

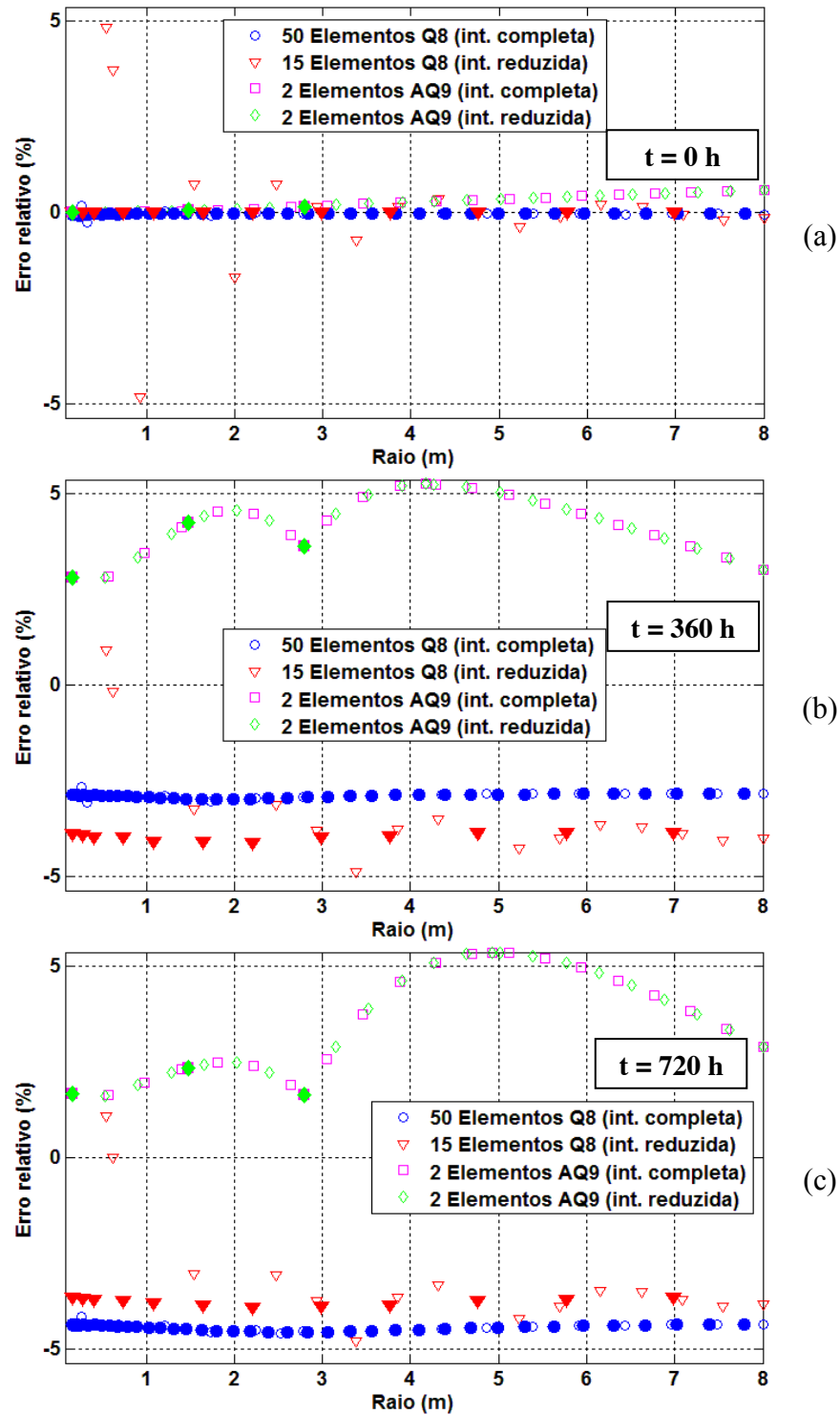
No tempo inicial (Figura 5.14 (a)) o modelo discretizado com elementos Q8 e com integração reduzida apresenta erros maiores. Em todos os tempos é possível notar que para este modelo os valores do campo dentro do elemento diferem bastante dos valores nodais, isso ocorre devido ao uso da integração reduzida. Nos tempos médio e final (Figura 5.14 (b) e (c)), os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam erros ligeiramente maiores.

Figura 5.13 – Campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

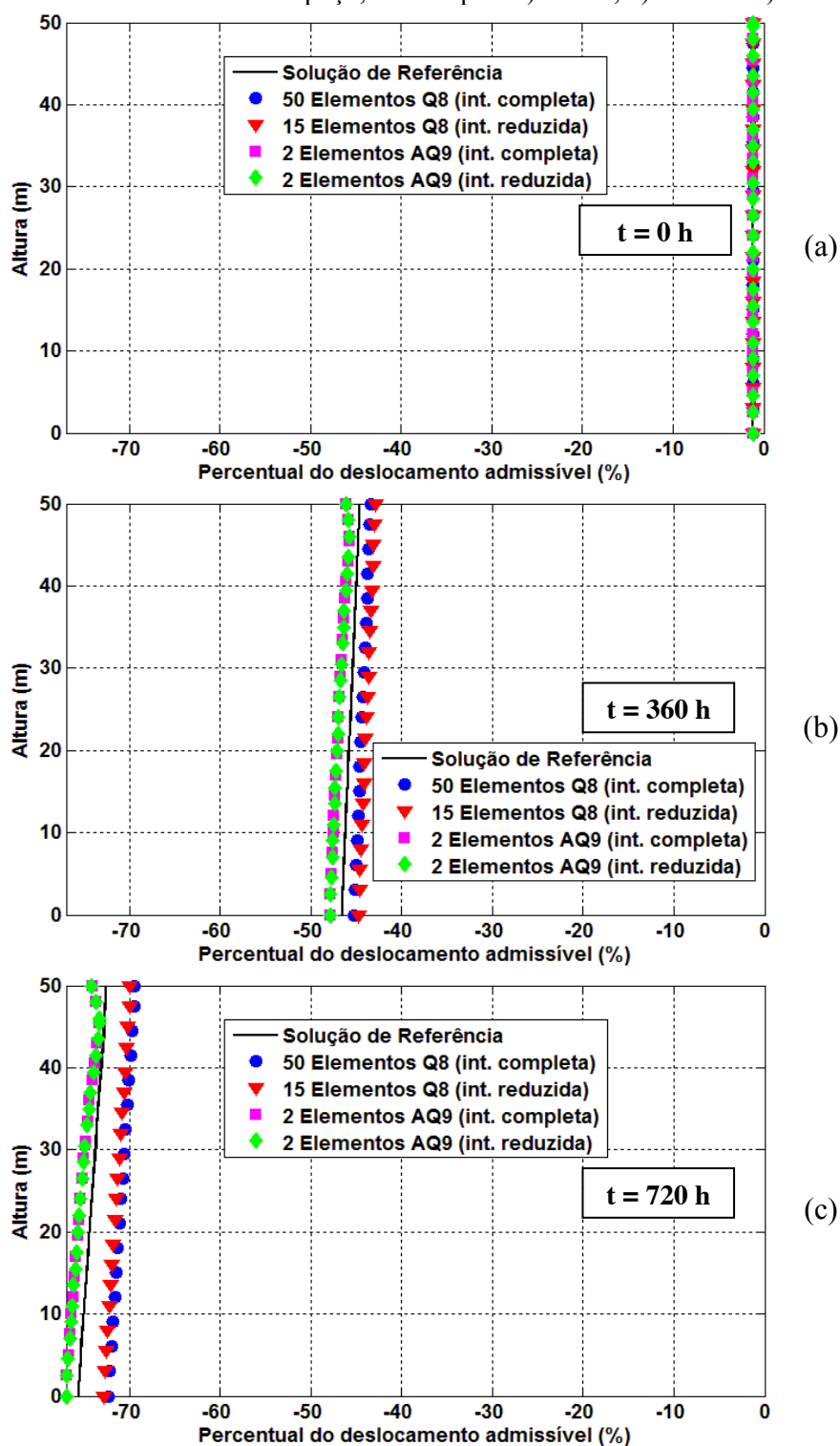
Figura 5.14 – Erros no campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Outra medida de comparação considerada é o perfil da borda do poço, apresentado na Figura 5.15 nos tempos inicial, médio e final. No eixo das abscissas é colocado o valor percentual do deslocamento em relação ao deslocamento admissível adotado (2,54 cm).

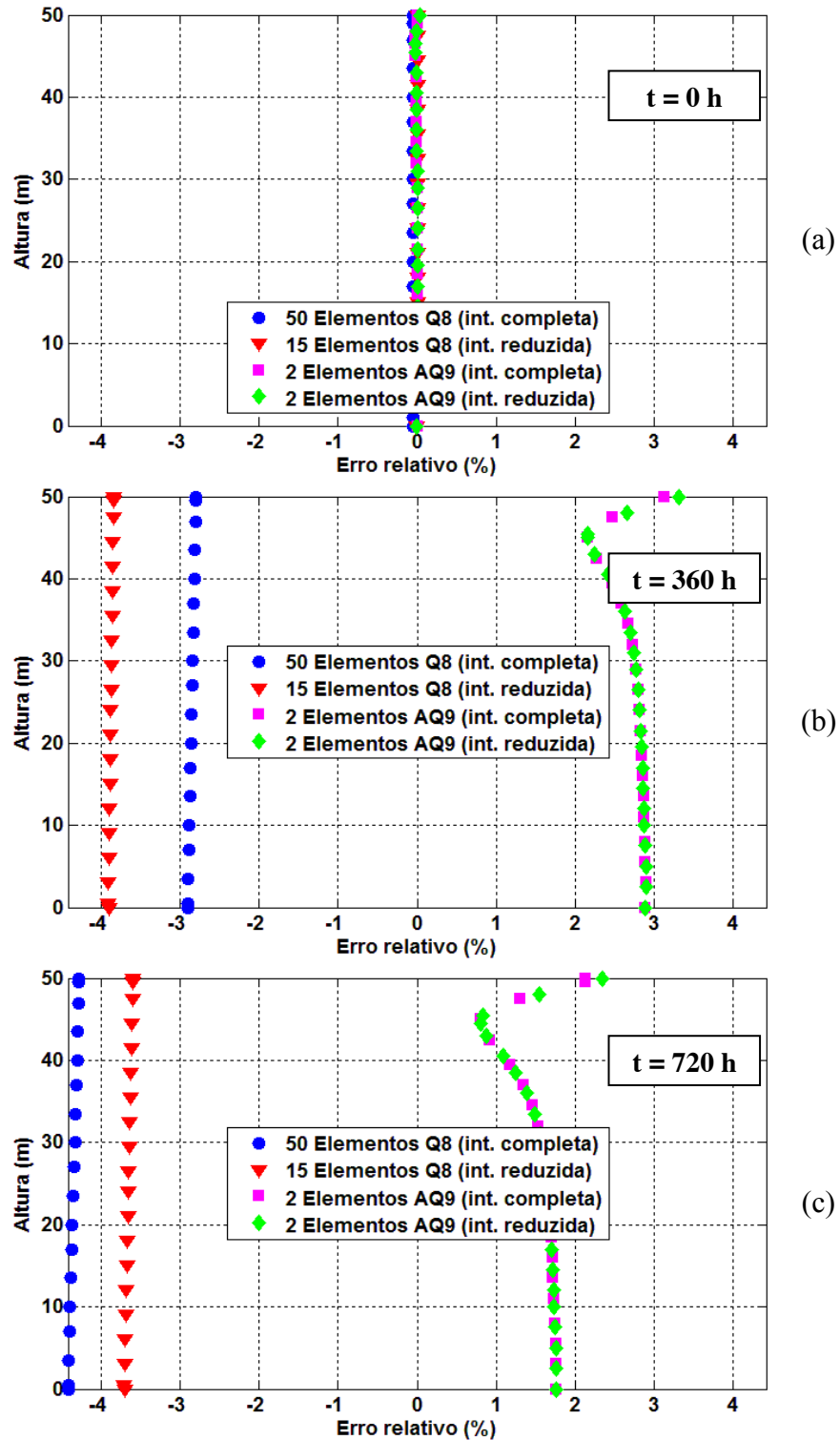
Figura 5.15 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Novamente nota-se uma aproximação entre os modelos discretizados com elementos Q8 e entre os modelos discretizado com elementos AQ9. Nesses gráficos os valores apresentados são todos nodais, uma vez que ao longo da linha S1 o número de nós é elevado. A Figura 5.16 mostra os erros na previsão o perfil da borda do poço.

Figura 5.16 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

No tempo inicial (Figura 5.16 (a)), todos os erros obtidos são bastante reduzidos, sendo difícil fazer uma comparação dos resultados obtidos. No tempo médio (Figura 5.16 (b)), notam-se erros maiores cometidos pelo modelo discretizado com elementos Q8 e com

integração reduzida, e os valores absolutos dos erros cometidos pelos demais modelos são semelhantes. No tempo final (Figura 5.16 (c)) os erros cometidos pelo modelo discretizado com elementos Q8 e com integração completa ultrapassa o modelo discretizado com elementos Q8 e com integração reduzida, e os valores absolutos dos erros cometidos pelos modelos discretizados com elementos AQ9 são menores do que os dos modelos discretizados com elementos Q8. Mais uma vez nota-se uma redução no erro cometido pelos modelos discretizados com elementos AQ9 do tempo médio para o tempo final.

Os gráficos apresentados confirmam a conclusão de que, para o cenário em estudo, os modelos discretizados com elementos AQ9 são mais eficientes do que os modelos discretizados com elementos Q8 no estudo do deslocamento, fornecendo resultados com erros da mesma ordem de grandeza em tempos bastante reduzidos.

5.2.1.2 Estudo das tensões

A Tabela 5.7 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo da tensão do cenário 1.

Tabela 5.7 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 1.

Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	60	3	2	2
Razão	24,40	10,93	-	-
Número de elementos na direção axial	50	50	50	50
nº de pontos de integração	27.000	600	1.200	800
nº de graus de liberdade	18.442	1.114	1.010	1.010
Erro máx. no campo de tensão (%)	4,99	3,81	1,71	1,71
Tempo (minutos)	163,7	3,7	6,8	4,5

Fonte: Autor (2012).

Apesar de apresentar erros bastante reduzidos, os modelos discretizados com elementos AQ9 não são eficientes quando comparados ao modelo discretizado com elementos Q8 utilizando a integração reduzida, pois demandam mais tempo computacional, apesar de que a diferença não é grande. Conforme apresentado na Figura 5.17 a maior variação de tensão ocorre na região próxima ao raio interno do poço. Logo, são considerados apenas modelos onde exista ao menos um ponto de integração até o raio de um metro, por isso apesar de que

modelo com dois elementos Q8 na direção radial utilizando a integração reduzida apresenta erros abaixo do considerado admissível ele não é considerado.

Como foi necessário utilizar um número elevado de elementos no modelo discretizado com elementos Q8 utilizando a integração completa, existem muitos pontos de integração ao longo da linha L1, por isso nos gráficos predominam os discos azuis, nota-se que no tempo médio e no tempo final (Figura 5.17 (b) e (c)) esse modelo apresenta erros elevados na região próxima à borda do poço. O modelo discretizado com elementos Q8 e utilizando a integração reduzida apresenta apenas três pontos de integração na região de interesse, nota-se que sua conformação à curva da solução de referência não é boa como a apresentada pelos modelos discretizados com elementos AQ9. Como comentado no início deste capítulo, a integração reduzida no elemento AQ9 se refere apenas a integração na direção axial, dessa forma os pontos de integração dos modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam as mesmas coordenadas (uma vez que o número de elementos na direção radial é o mesmo para os dois modelos).

Para uma melhor comparação dos resultados obtidos, a Figura 5.18 apresenta os erros no campo de tensão nos tempos inicial, médio e final.

Como no estudo dos erros em deslocamentos os erros cometidos no tempo inicial (Figura 5.18 (a)) são bastante reduzidos quando comparados aos erros cometidos nos tempos médio e final (Figura 5.18 (b) e (c), respectivamente). No tempo médio e no tempo final os maiores erros ocorrem na região de raio menor que um metro, o modelo discretizado com elementos Q8 e utilizando a integração completa apresenta erros bastante elevados nessa região. O modelo discretizado com elementos Q8 e que utiliza a integração reduzida apresenta erros próximos ao adotado como aceitável, e os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam erros reduzidos em toda a região de interesse, exceto no ponto na borda do poço onde apresenta erros da ordem de 8%, vale ressaltar que os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam um ponto de integração sobre a parede interna do poço, a região mais crítica.

Figura 5.17 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.

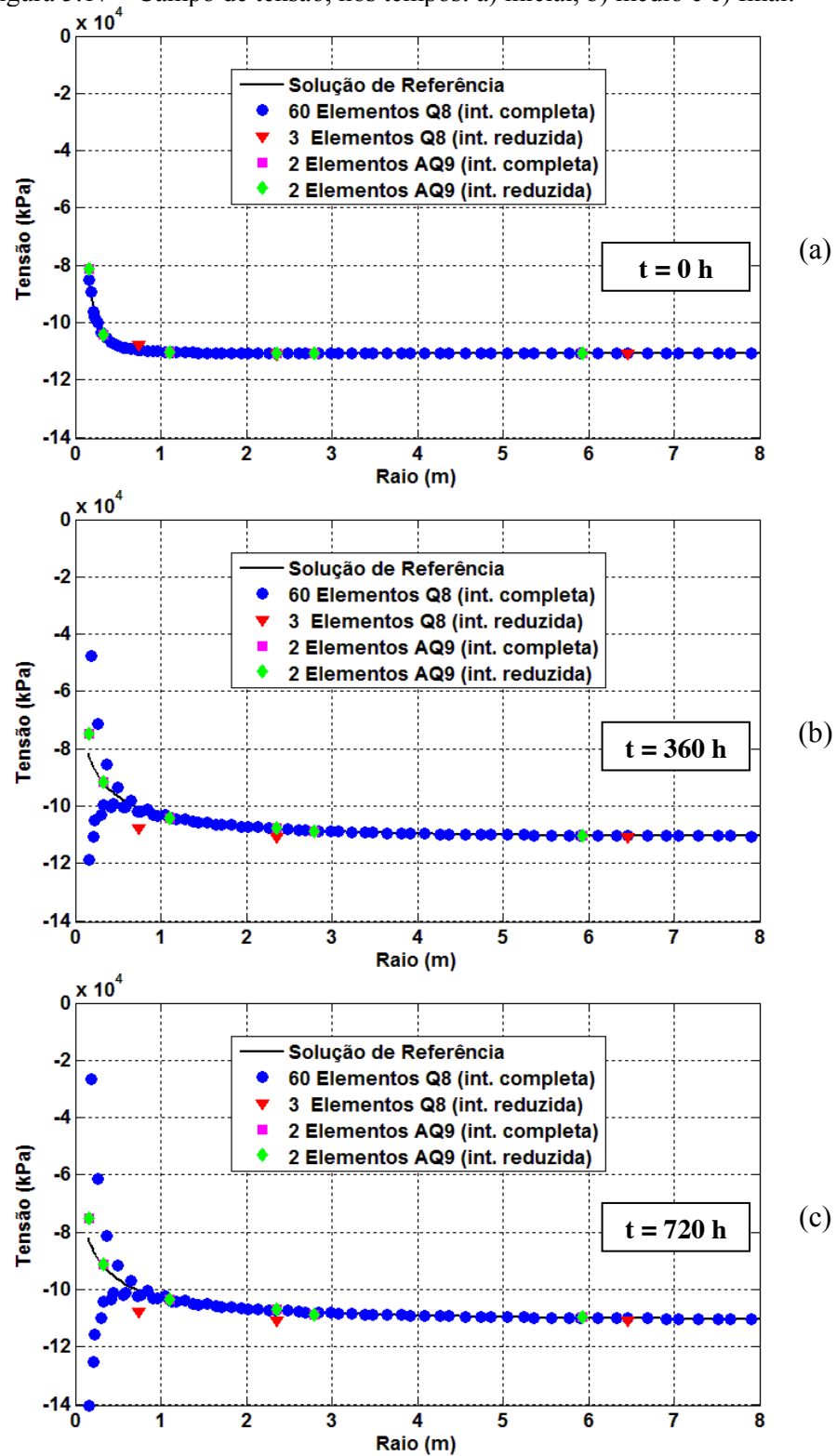
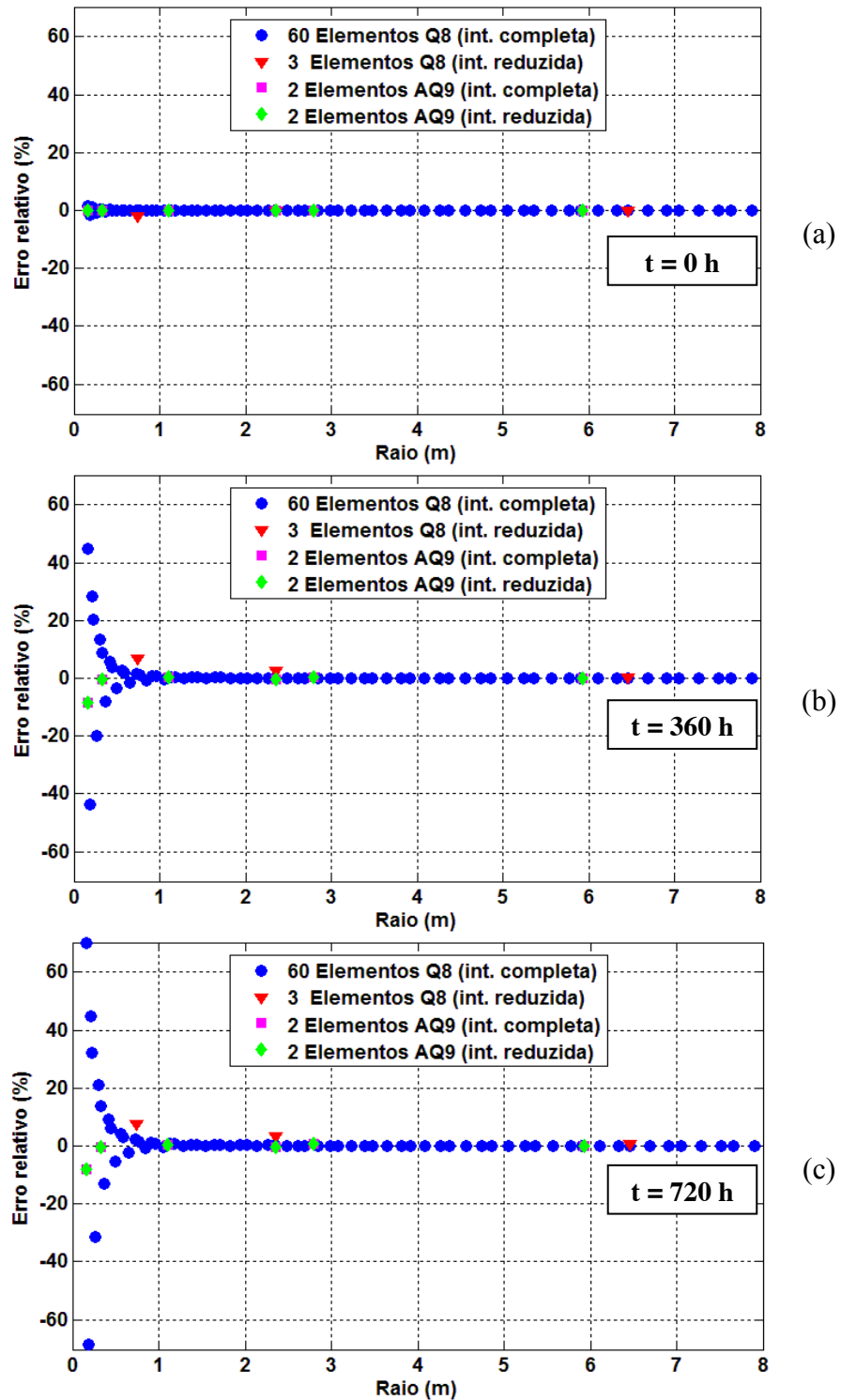


Figura 5.18 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

O uso do elemento AQ9 no estudo da tensão não se mostra eficiente para o cenário apresentado quando comparado ao uso do elemento Q8 com a integração reduzida, apesar de ter apresentado erros menores, os modelos discretizados com elementos AQ9 demandam tempos computacionais um pouco maiores. O modelo discretizado com elementos Q8

utilizando a integração completa foi o mais ineficiente, demandando um elevado refinamento da malha e consequentemente um tempo computacional bastante elevado.

5.2.2 Cenário 2

Em algumas regiões próximas a domos salinos ocorre um fenômeno chamado anomalia gravitacional. Esse fenômeno é devido às deformações provocadas pelo domo, que podem tornar as tensões horizontais maiores do que as verticais, ou seja, nessas regiões o coeficiente de empuxo horizontal é maior do que 1,0 (FALCÃO, 2008). Assim, no cenário 2 são consideradas a mesma geometria e litologia do cenário 1, assim, as regiões de estudo também são as mesmas. A única diferença é a consideração do empuxo horizontal igual a 1,2, o que eleva os deslocamentos radiais, sendo necessário também aumentar a densidade do fluido de perfuração para 14,25 libras por galão. A discretização axial adotada também é a mesma do cenário 1 (elementos com altura de 1 metro).

5.2.2.1 Estudo dos deslocamentos

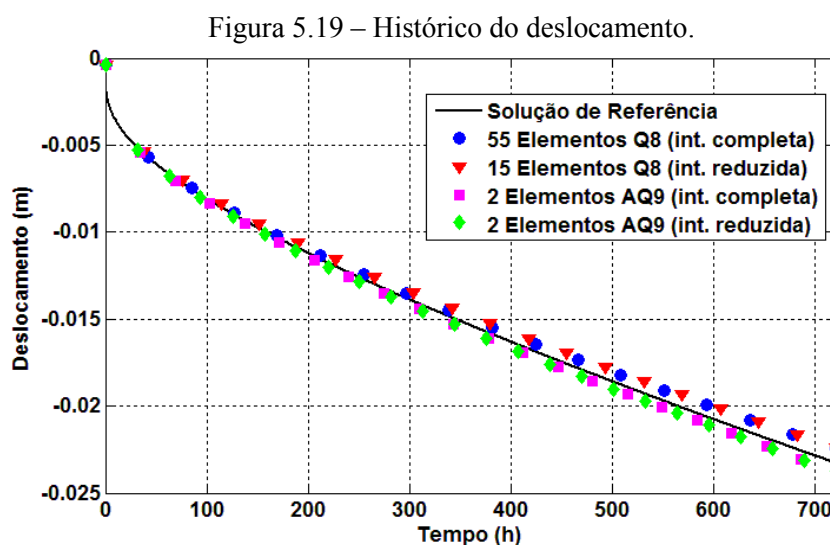
A Tabela 5.8 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo do deslocamento do cenário 2.

Tabela 5.8 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 2.

Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	55	15	2	2
Razão	91,56	26,45	-	-
Número de elementos na direção axial	50	50	50	50
nº de pontos de integração	24.750	3.000	1.200	800
nº de graus de liberdade	16.922	4.762	1.010	1.010
Erro no histórico do deslocamento (%)	2,34	3,45	2,12	2,12
Erro máx. no campo de deslocamento (%)	3,49	3,74	2,76	2,76
Erro máx. no perfil do poço (%)	3,58	3,71	2,11	2,11
Tempo (minutos)	150,0	20,5	6,8	4,6

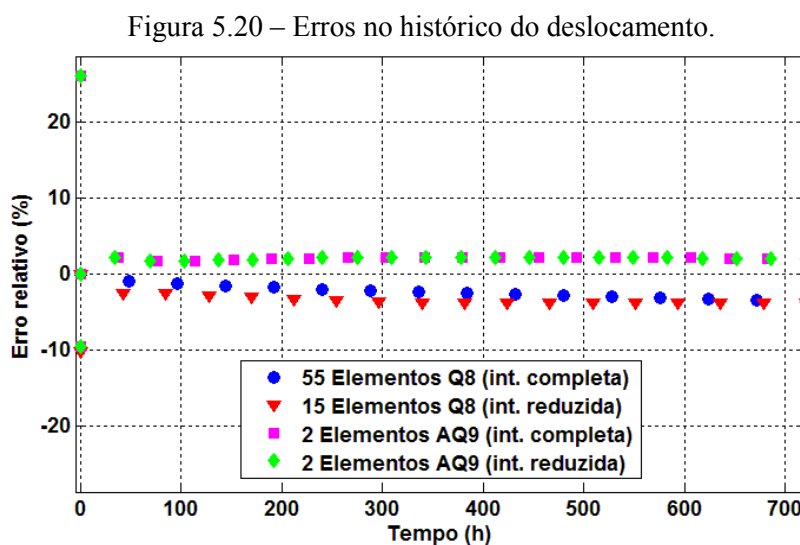
Fonte: Autor (2012).

Também para o cenário 2, o uso do elemento AQ9 se mostra bastante eficiente no estudo do deslocamento, fornecendo erros pequenos em tempos reduzidos. É também observado o reduzido número de graus de liberdade e de pontos de integração necessários para a obtenção de resultados satisfatórios, demandando menos espaço de memória como comentado anteriormente. Para uma melhor compreensão dos resultados obtidos, a Figura 5.19 mostra o gráfico do histórico do deslocamento.



Fonte: Autor (2012).

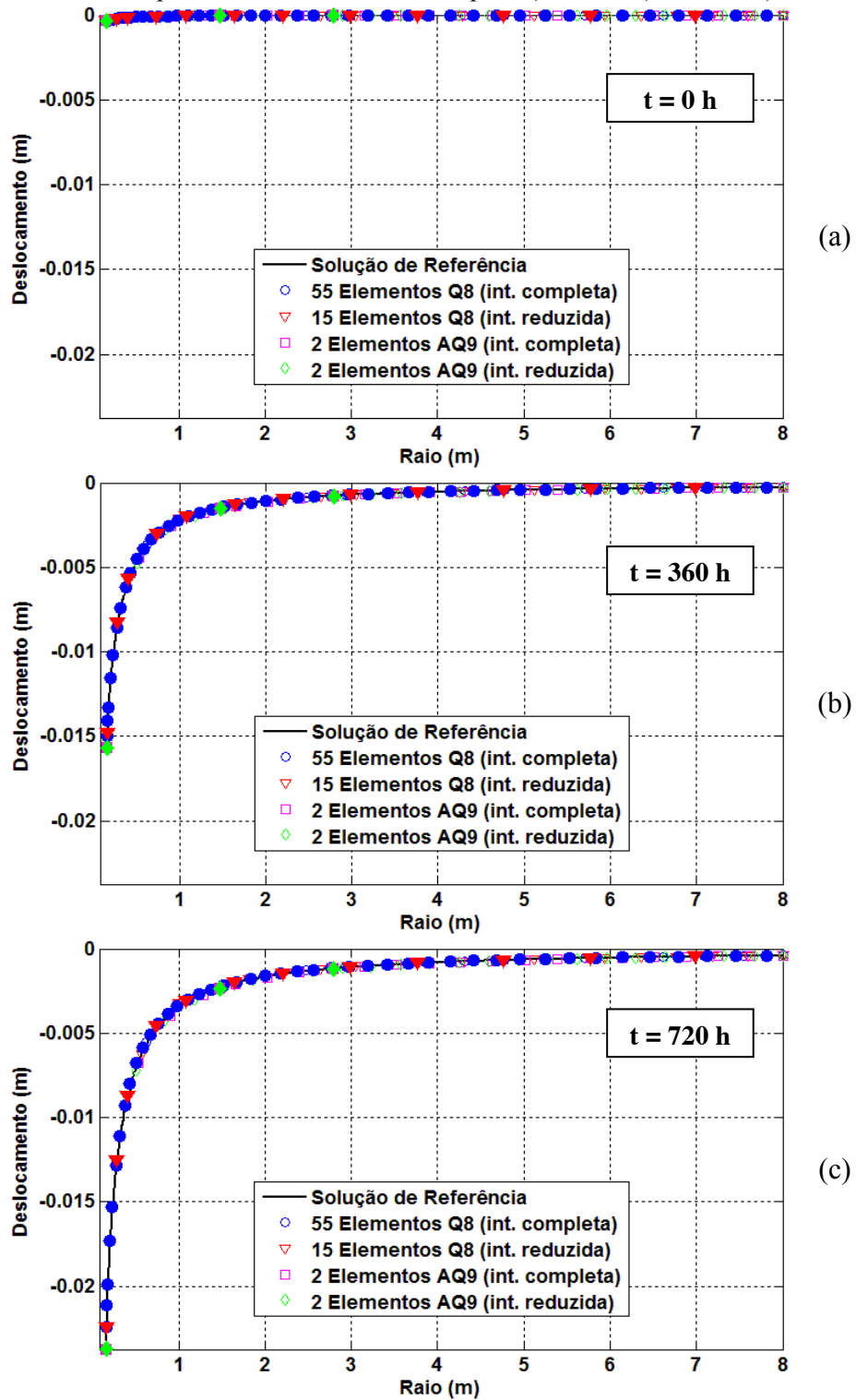
O comportamento das curvas é semelhante ao observado no cenário 1. O gráfico de erros na obtenção do histórico dos deslocamentos está descrito na Figura 5.20.



Fonte: Autor (2012).

São observados erros bastante elevados nas primeiras horas da simulação, mas rapidamente esses erros diminuem e ficam abaixo de 5%. A Figura 5.21 mostra os campos de deslocamentos nos tempos inicial, médio e final, sendo possível avaliar o histórico do campo de deslocamento. Os valores nodais são destacados pelas geometrias preenchidas.

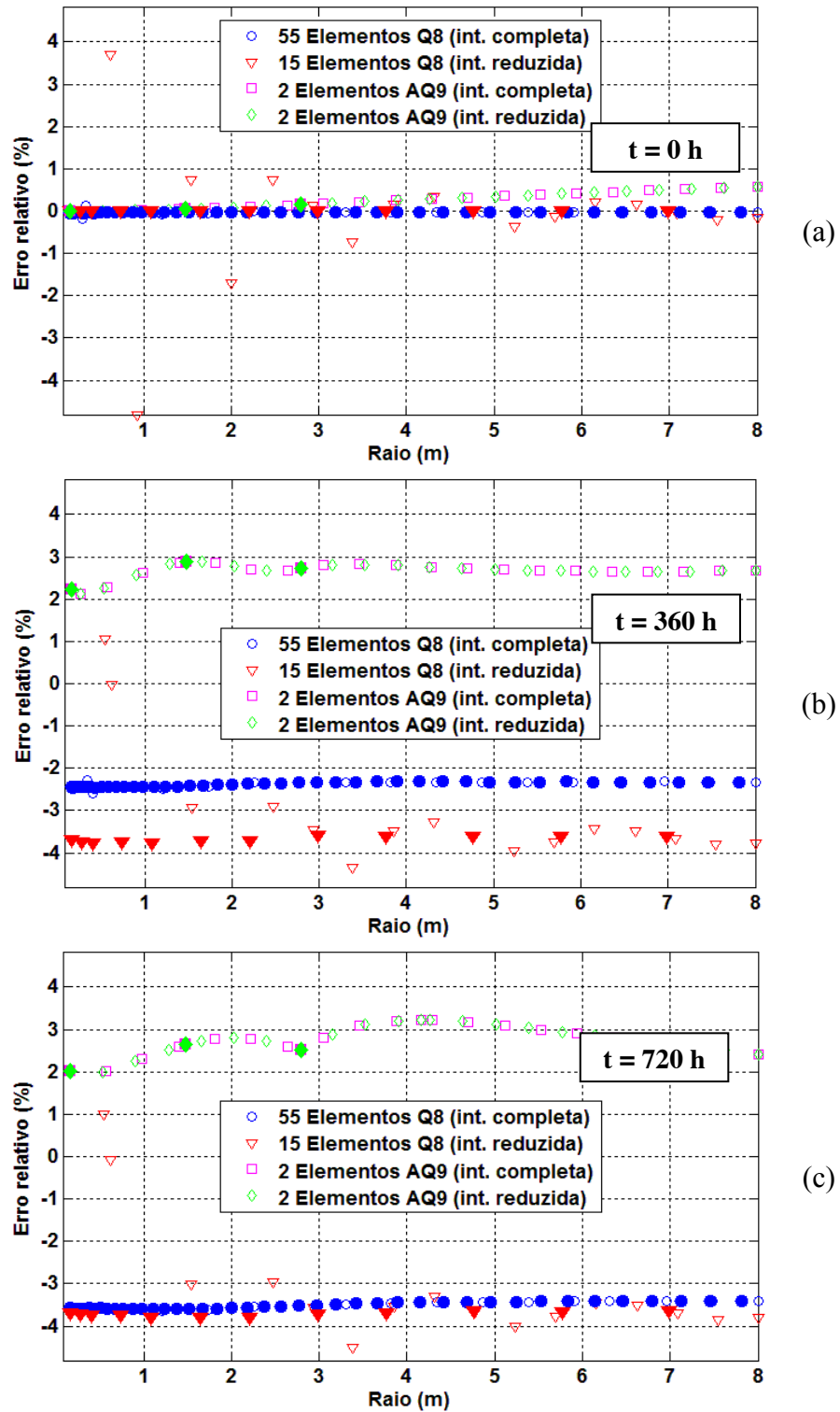
Figura 5.21 – Campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Devido à boa conformação das curvas é difícil comparar os resultados obtidos, assim, o gráfico de erros (Figura 5.22) facilita essa comparação.

Figura 5.22 – Erros no campo de deslocamento, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.

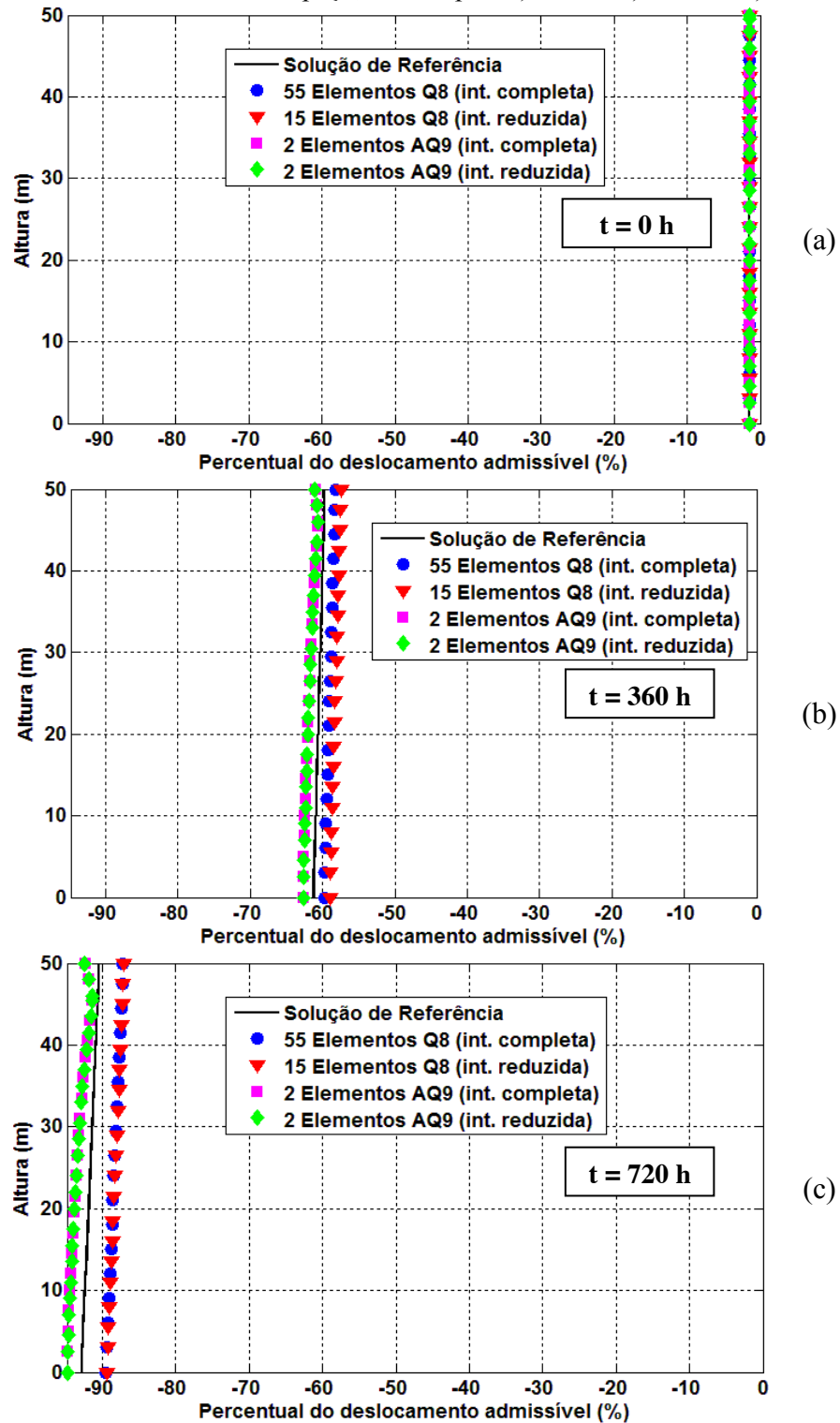


Fonte: Autor (2012).

Mais uma vez o comportamento das curvas foi semelhante ao do cenário 1.

O perfil da borda do poço é apresentado na Figura 5.23, nos tempos: inicial, médio e final. Da mesma forma que para o cenário anterior, no eixo das abscissas é colocado o valor percentual do deslocamento em relação ao deslocamento admissível adotado (2,54 cm).

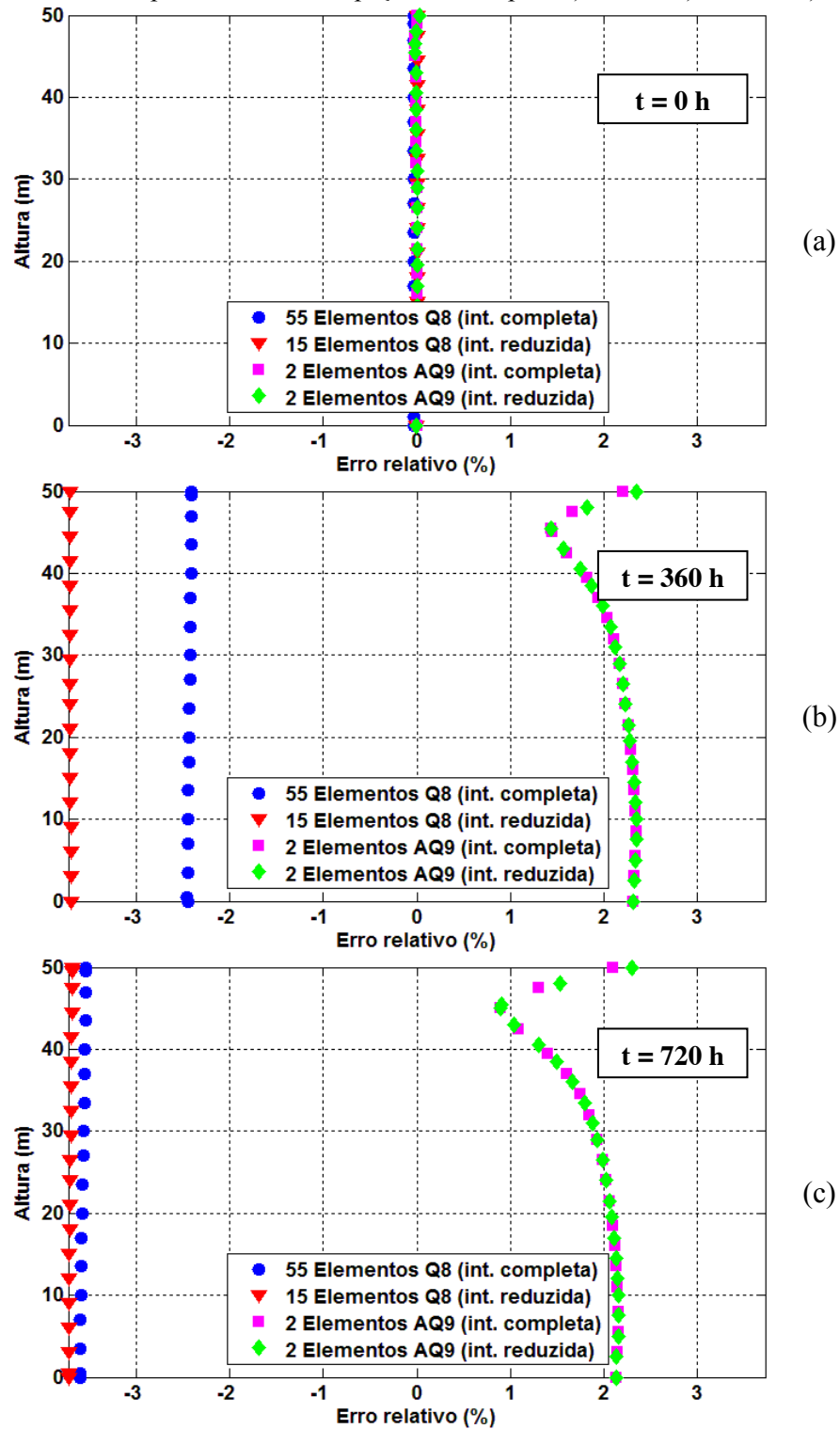
Figura 5.23 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Novamente nota-se uma aproximação entre os modelos discretizados com elementos Q8 e entre os modelos discretizado com elementos AQ9. Como no cenário 1, os valores apresentados nestes gráficos são todos nodais. A Figura 5.24 mostra os erros na previsão do perfil da borda do poço.

Figura 5.24 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

No tempo inicial observam-se erros bastante reduzidos, sendo difícil fazer uma comparação, já nos tempos médio e final observa-se que os erros obtidos pelos modelos discretizados com elementos AQ9 foram menores do que os erros obtidos pelos modelos discretizados com elementos Q8.

Os gráficos apresentados confirmam a conclusão de que os modelos discretizados com elementos AQ9 são mais eficientes do que os modelos discretizados com elementos Q8, no estudo do deslocamento do cenário 2, fornecendo resultados com erros da mesma ordem de grandeza em tempos bastante reduzidos.

5.2.2.2 Estudo das tensões

A Tabela 5.9 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo da tensão do cenário 2.

Tabela 5.9 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 2.

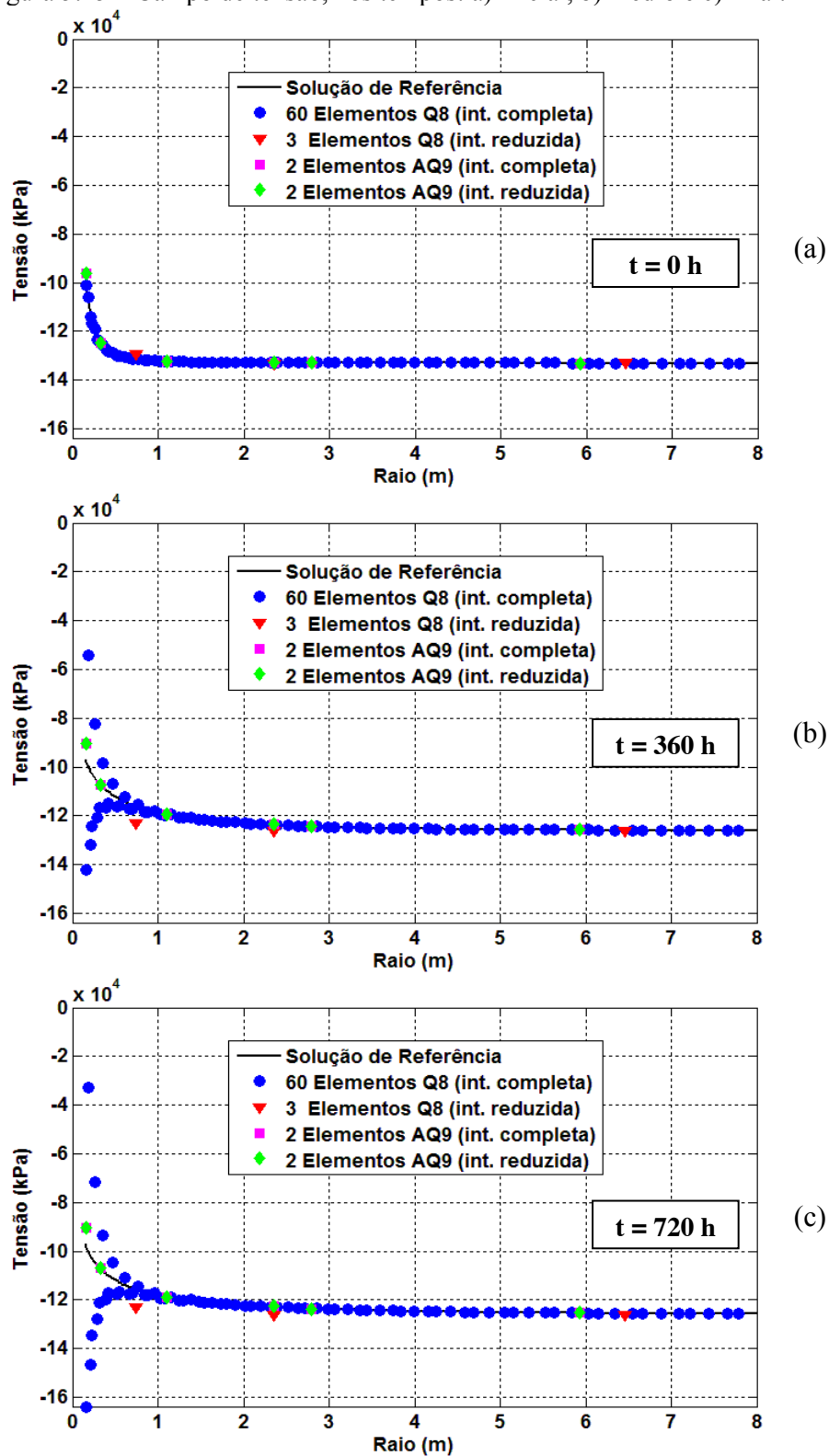
Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	65	3	2	2
Razão	106,43	10,93	-	-
Número de elementos na direção axial	50	50	50	50
nº de pontos de integração	29.250	600	1.200	800
nº de graus de liberdade	19.962	1.114	1.010	1.010
Erro máx. no campo de tensão (%)	4,64	3,17	1,43	1,43
Tempo (minutos)	177,9	3,8	6,8	4,6

Fonte: Autor (2012).

Mais uma vez o uso de elementos Q8 com integração reduzida apresentou uma maior eficiência quando comparado aos demais modelos estudados, apesar de que a diferença de tempo não foi muito alta, e os modelos discretizados com elementos AQ9 mais uma vez apresentam erros bastante reduzidos. Da mesma forma que para o cenário 1, são considerados modelos onde existe no mínimo um ponto de integração na região entre o raio interno do poço e o raio de 1 metro.

Mais uma vez é observada uma alta concentração de discos azuis no gráfico do campo de tensão (Figura 5.25), devido ao elevado número de elementos do modelo discretizado com elementos Q8 e integração completa.

Figura 5.25 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.

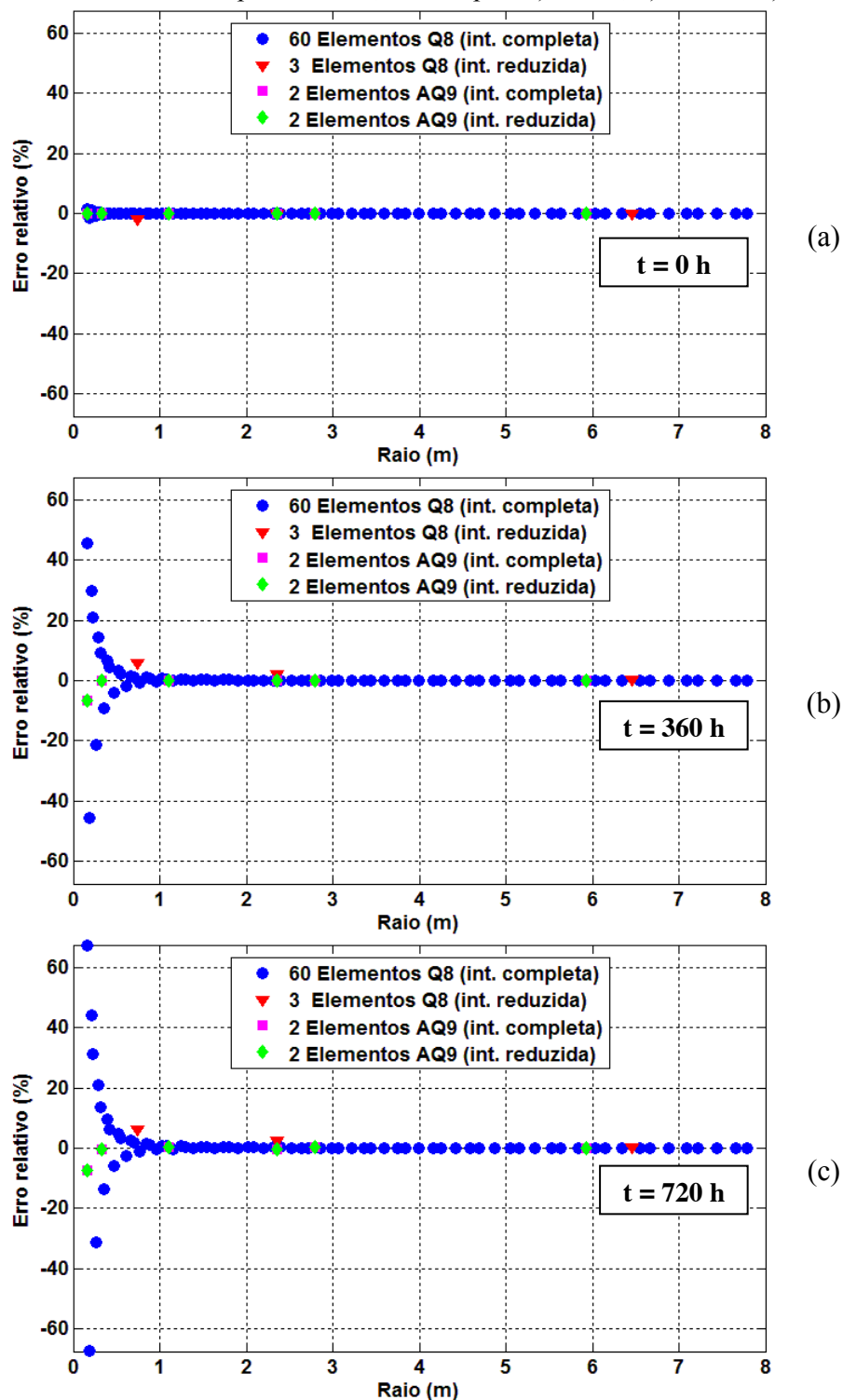


Fonte: Autor (2012).

Nota-se uma grande mudança no campo de tensão do tempo inicial para os tempos médio e final, mesmo na região afastada do poço. A mudança no estado geostático ocorre

devido à anomalia gravitacional. Para uma melhor comparação dos resultados obtidos, a Figura 5.26 apresenta os erros no campo de tensão nos tempos inicial, médio e final.

Figura 5.26 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

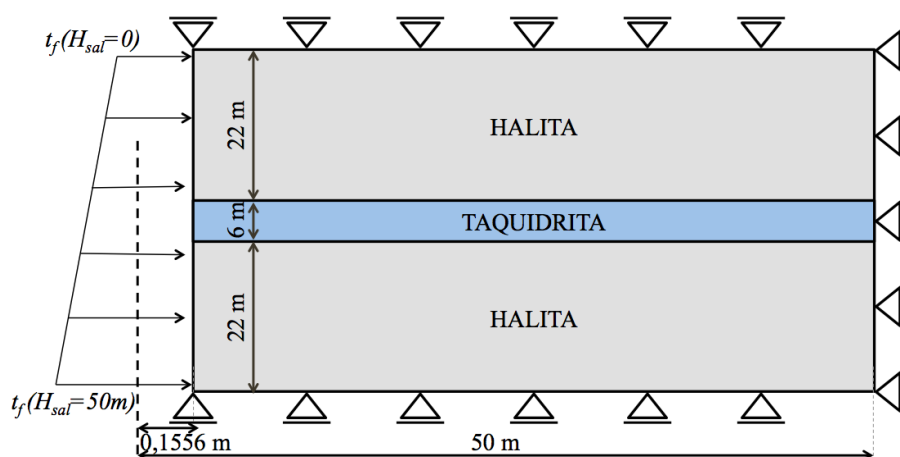
Mais uma vez o comportamento dos modelos foi similar ao observado no cenário 1.

Assim, no estudo do cenário 2, assim como no estudo do cenário 1, o uso do elemento AQ9, comparado ao uso do elemento Q8, mostrou-se bastante eficiente para o estudo do deslocamento, e não mostrou eficiência para o estudo do campo de tensão.

5.2.3 Cenário 3

Neste cenário, o trecho é composto por halita com uma intercalação de 6 metros de taquidrita no meio da camada, conforme ilustrado na Figura 5.27. O coeficiente de empuxo horizontal considerado é de 1,0. A densidade do fluido de perfuração, que garante deslocamentos abaixo do considerado admissível, é de 15,75 libras por galão. Devido à interação entre camadas de diferentes litologias, é preciso discretizar o modelo de meio em meio metro na direção axial.

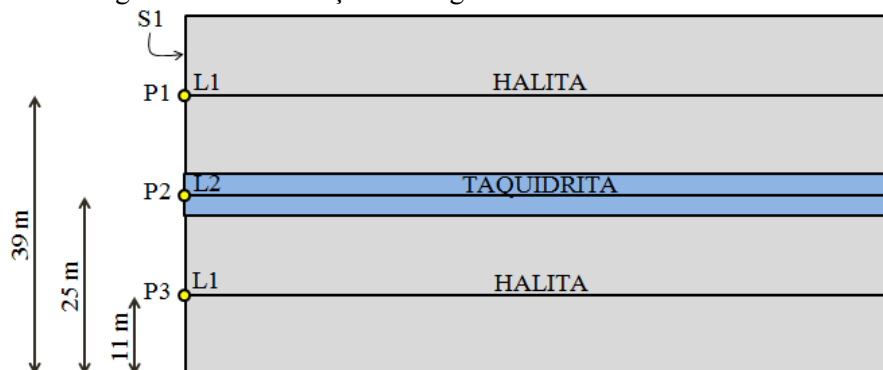
Figura 5.27 – Descrição da geometria do cenário 3.



Fonte: Autor (2012).

A Figura 5.28 identifica os pontos e retas onde são observados deslocamentos e tensões.

Figura 5.28 – Descrição das regiões de interesse do cenário 3.



Fonte: Autor (2012).

5.2.3.1 Estudo dos deslocamentos

A Tabela 5.10 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo do deslocamento do cenário 3.

Tabela 5.10 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 3.

Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	50	15	4	4
Razão	83,09	26,45	-	-
Número de elementos na direção axial	100	100	100	100
nº de pontos de integração	45.000	6.000	4.800	3.200
nº de graus de liberdade	30.602	9.462	3.618	3.618
Erro máx. no histórico do deslocamento (%)	1,95	2,56	0,16	0,16
Erro máx. no campo de deslocamento (%)	3,75	2,88	2,35	2,83
Erro máx. no perfil do poço (%)	0,82	3,05	0,24	1,07
Tempo (minutos)	271,7	40,4	27,5	18,8

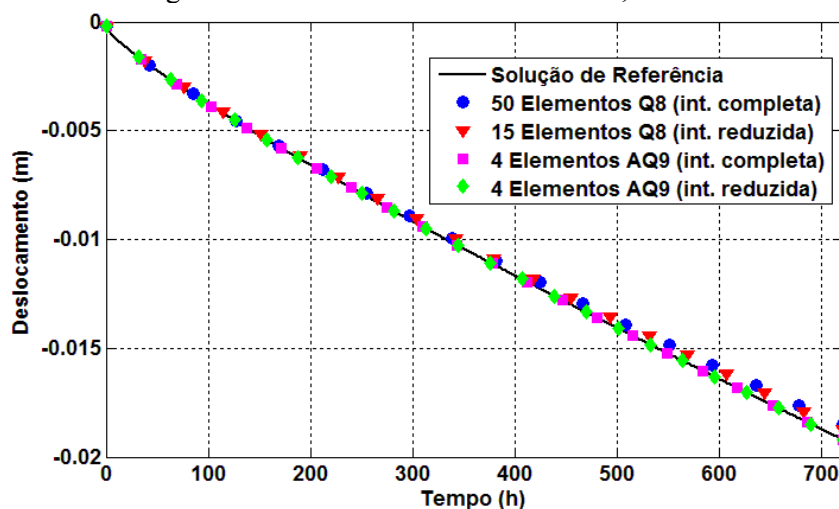
Fonte: Autor (2012).

Mais uma vez, no estudo de deslocamentos, o uso de elementos AQ9 se mostrou eficiente em relação ao uso de elementos Q8, apresentando erros menores em tempos reduzidos e demandando menos espaço de memória. Para evitar um volume excessivo de informação, são apresentados apenas gráficos referentes às regiões da camada de taquidrita, que é mais crítica por apresentar deslocamentos maiores. A Figura 5.29 mostra o histórico do deslocamento no ponto médio da camada de taquidrita (ponto P2).

É possível observar que os erros cometidos pelos modelos discretizados com elementos AQ9 são bastante menores do que os cometidos pelos modelos discretizados com elementos Q8, essa conclusão é confirmada na Figura 5.30, que apresenta os erros no histórico dos deslocamentos.

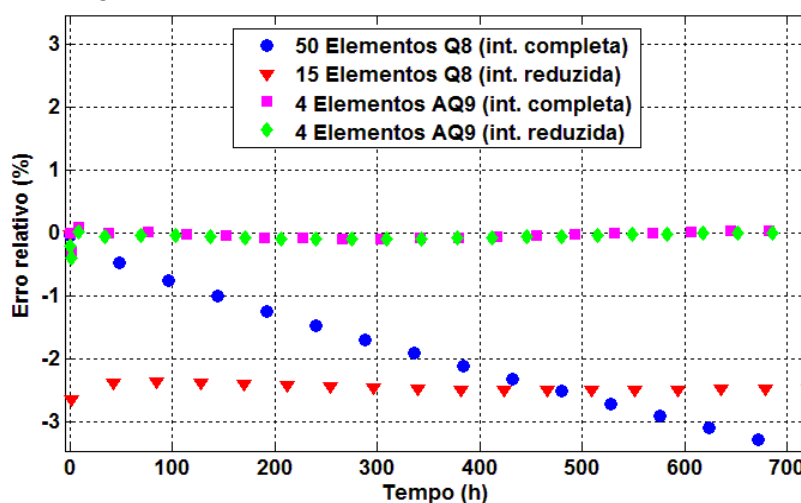
Nota-se que o modelo discretizado com elementos Q8 e utilizando integração completa apresenta um gráfico de erro com crescimento bastante acentuado, enquanto o modelo discretizado com elementos Q8 utilizando a integração reduzida apresenta um erro quase constante ao longo do tempo.

Figura 5.29 – Histórico do deslocamento, em P2.



Fonte: Autor (2012).

Figura 5.30 – Erros no histórico do deslocamento, em P2.

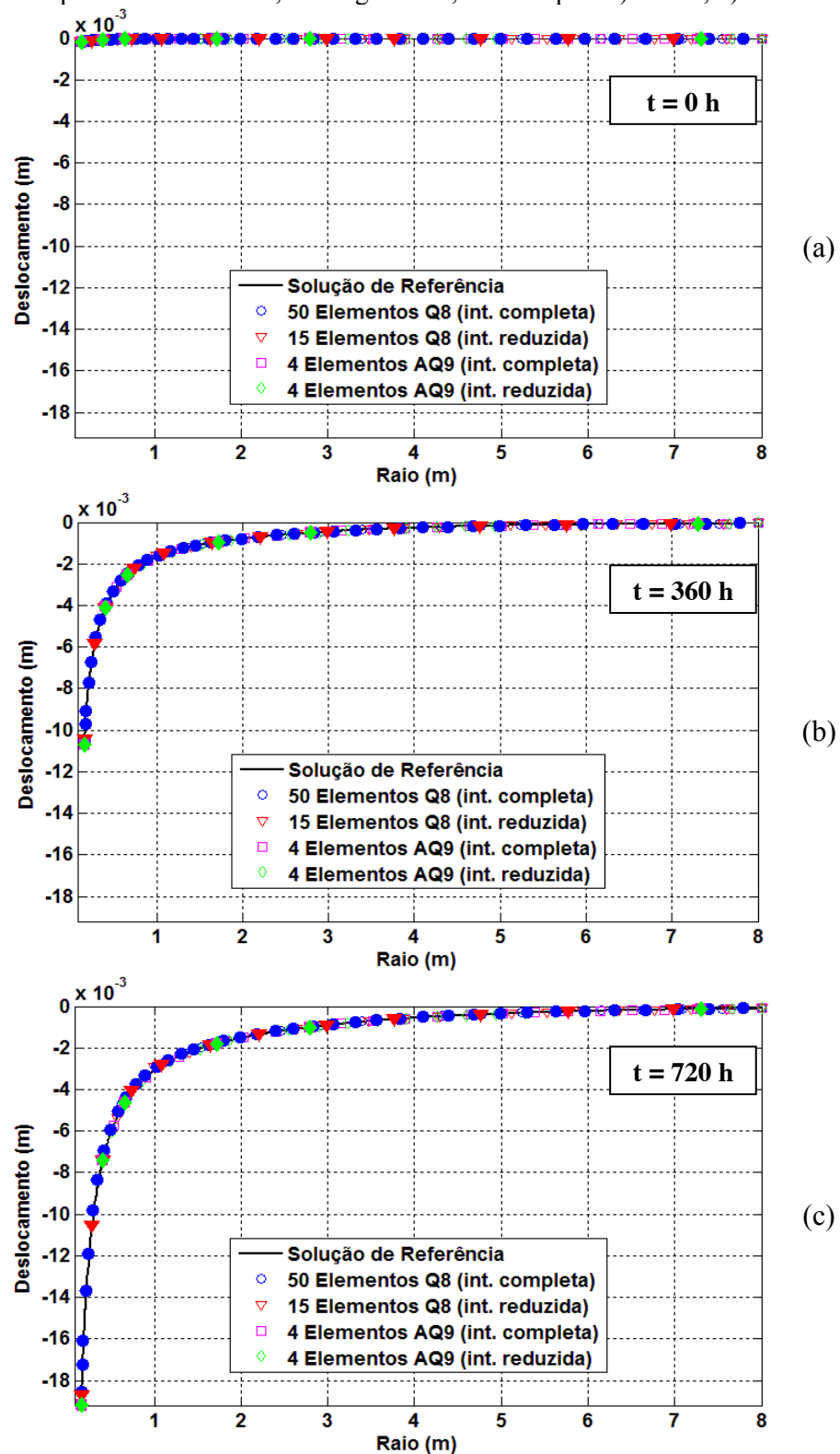


Fonte: Autor (2012).

A Figura 5.31 mostra os campos de deslocamentos nos tempos inicial ($t = 0$ hora), médio ($t = 360$ horas) e final ($t = 720$ horas).

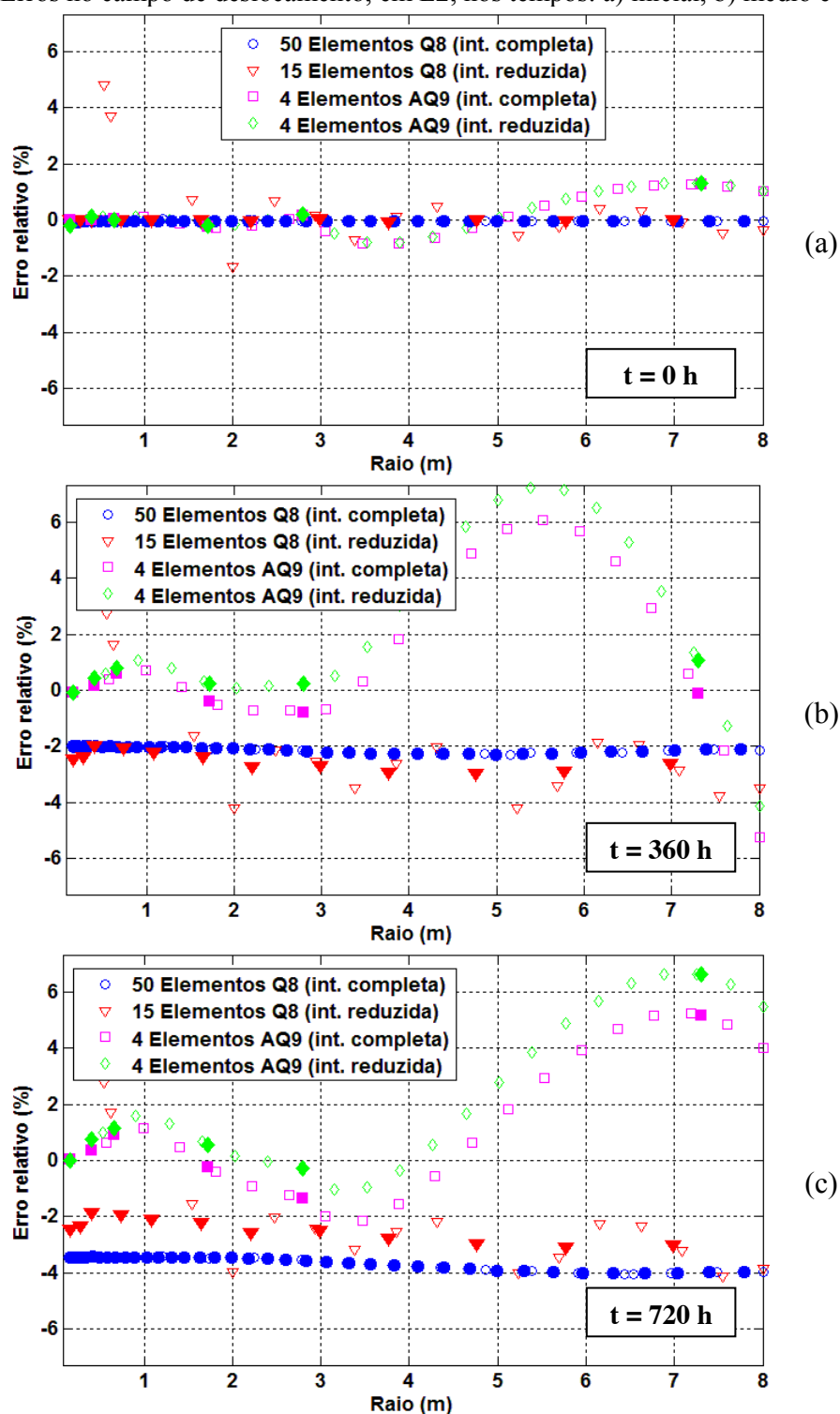
Devido à boa conformação das curvas é difícil comparar os resultados obtidos, assim, o gráfico de erros relativos (Figura 5.32) facilita essa comparação. Em conformidade com o apresentado na Tabela 5.10, os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam erros bem maiores no campo de deslocamento do que no histórico do deslocamento na borda do poço.

Figura 5.31 – Campo de deslocamento, ao longo de L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

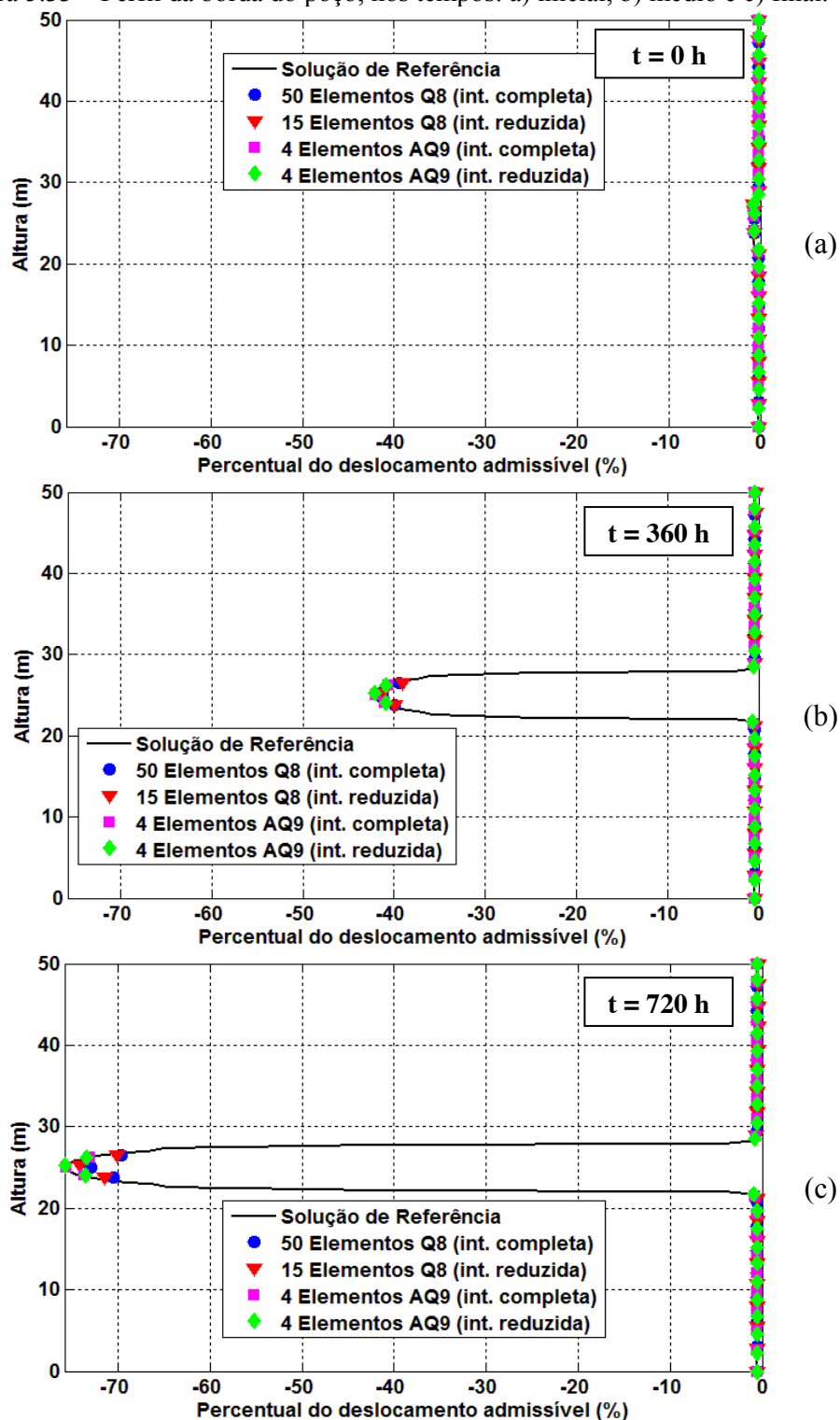
Figura 5.32 – Erros no campo de deslocamento, em L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

O perfil da borda do poço é apresentado na Figura 5.33, nos tempos: inicial, médio e final.

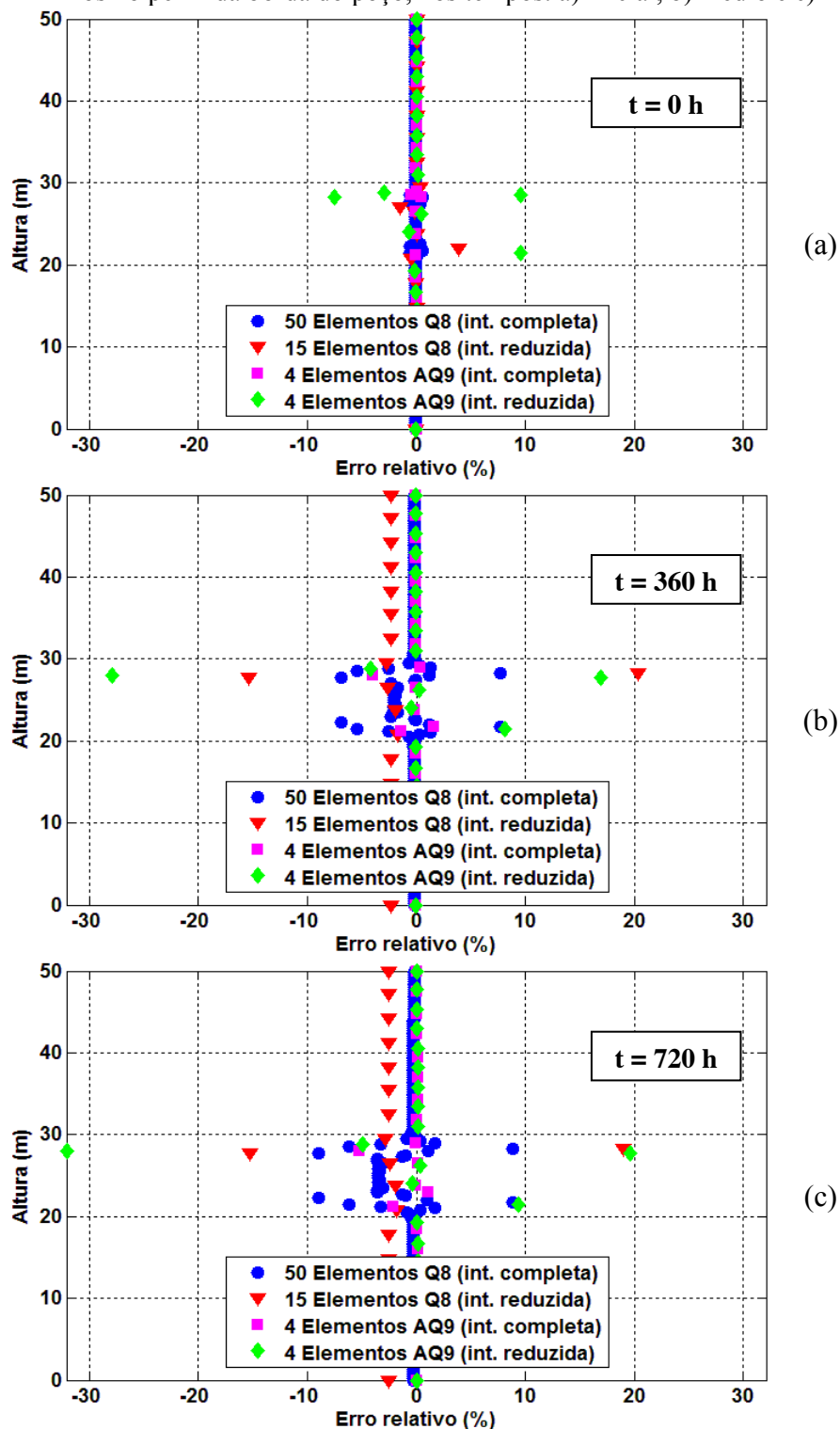
Figura 5.33 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Nota-se claramente o quanto a camada de taquidrita sofre deformações viscosas bem mais acentuadas do que as camadas de halita, isso ocorre devido à sua estrutura cristalina. Para uma melhor visualização dos erros cometidos pelos modelos apresentados a Figura 5.34 mostra os gráficos de erro no cálculo do perfil da borda do poço.

Figura 5.34 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

É fácil perceber que os maiores erros ocorrem nas regiões de contato entre as camadas de halita e taquidrita, o que é natural, uma vez que ocorre uma mudança brusca no perfil da parede do poço nessas regiões.

Os gráficos apresentados confirmam a conclusão de que os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam uma melhor eficiência, fornecendo erros por vezes menores, por vezes da mesma ordem de grandeza, em tempos menores de simulação.

5.2.3.2 Estudo das tensões

A Tabela 5.11 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo da tensão no cenário 3.

Tabela 5.11 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 3.

Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	3	3	1	1
Razão	10,51	10,93	-	-
Número de elementos na direção axial	100	100	100	100
nº de pontos de integração	2.700	1.200	1.200	800
nº de graus de liberdade	2.214	2.214	1.206	1.206
Erro máx. no campo de tensão (%)	1,07	0,41	1,86	1,86
Tempo (minutos)	15,5	7,6	6,6	4,5

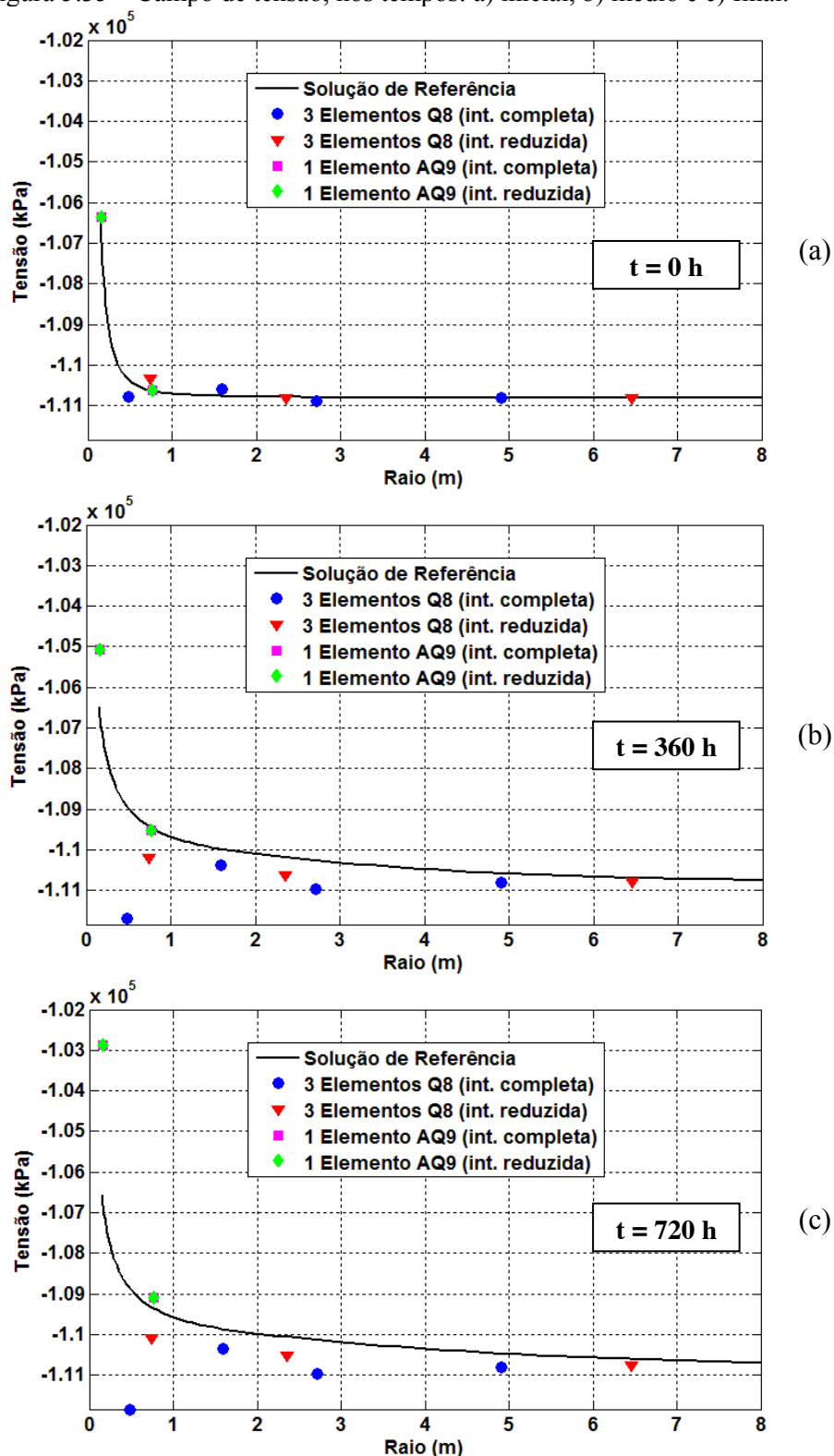
Fonte: Autor (2012).

No estudo de tensões do cenário 3 o uso do elemento AQ9 se mostra mais eficiente do que o uso do elemento Q8, tanto utilizando a integração reduzida como utilizando a integração completa, apesar de apresentar erros um pouco maiores os erros fornecidos estão abaixo do considerado admissível e o tempo de simulação foi menor. De maneira similar aos cenários anteriores, não foram considerados modelos discretizados com elementos Q8 com menos de 3 elementos na direção radial devido à ausência de pontos de integração com raio menor do que 1 metro.

A Figura 5.35 apresenta o campo de tensão para o cenário 3 ao longo da linha média da camada de taquidrita (linha L2) que, como comentado anteriormente, é a região crítica.

Os modelos discretizados com elementos AQ9 apresentam erros maiores por que os dois pontos de integração que estão na região de interesse apresentam coordenada radial menor que 1 metro, sendo um deles está sobre a borda do poço, onde existe uma descontinuidade no campo de tensões, enquanto os modelos discretizados com elementos Q8 apresentam apenas um dos pontos de integração com coordenada radial menor que 1 metro.

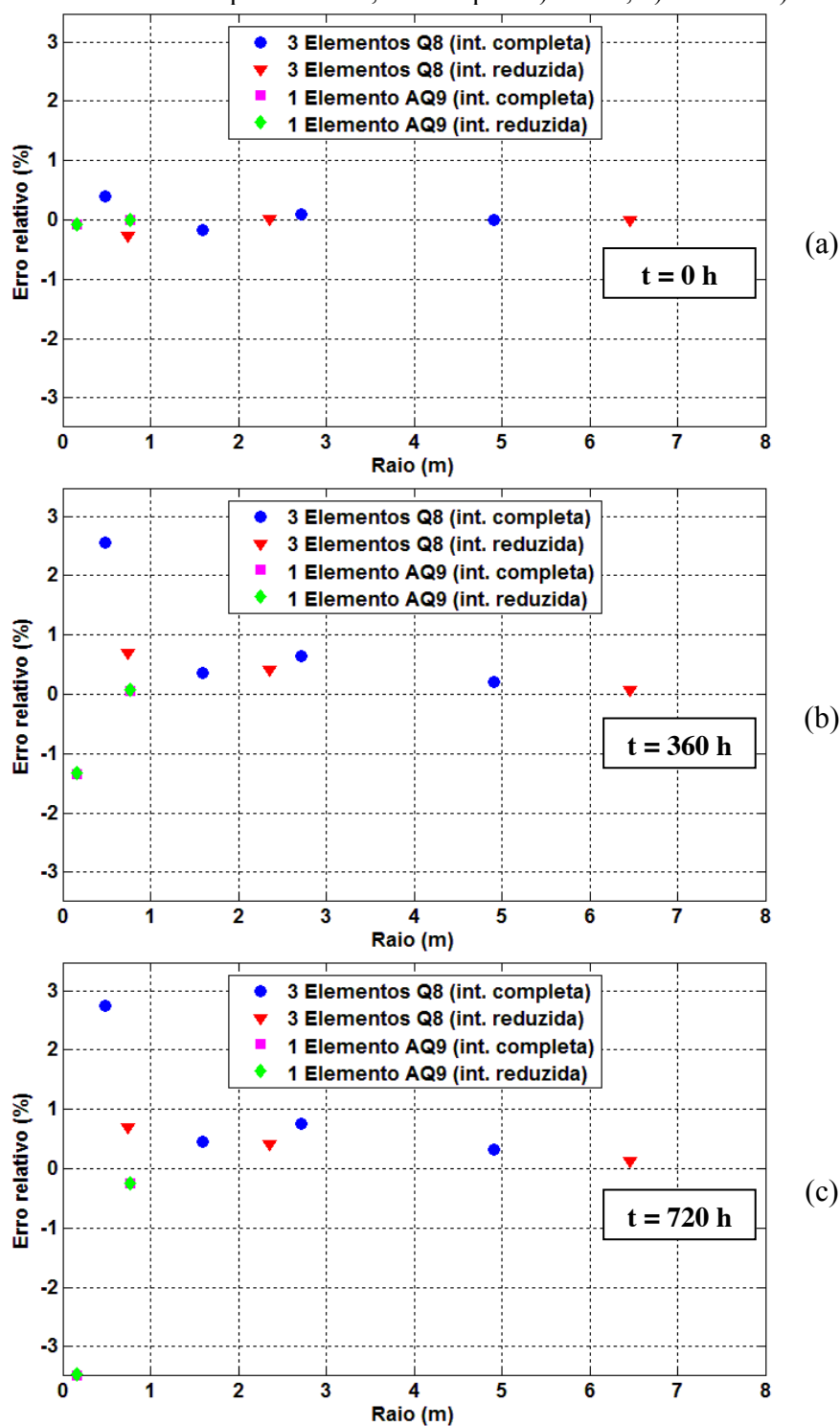
Figura 5.35 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Para uma melhor comparação dos resultados obtidos, a Figura 5.36 apresenta os erros no campo de tensão nos tempos inicial, médio e final.

Figura 5.36 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Analisando os gráficos de erros fica evidente que os maiores erros ocorrem na região de raio até 1 metro, confirmando a conclusão obtida anteriormente.

Assim, no estudo do cenário 3, o uso do elemento AQ9 se mostrou eficiente tanto no estudo de tensões como no estudo de deslocamento.

5.2.4 Cenário 4

O cenário 4 apresenta a mesma geometria e litologia do cenário 3, assim as regiões de interesse também são as mesmas. É considerada uma alteração no estado inicial de tensões devido à anomalia gravitacional, levando o coeficiente de empuxo horizontal a 1,2. Devido a essa consideração, é necessário assumir a densidade do fluido de perfuração igual a 17,75 lb/gal para garantir que o deslocamento máximo da borda do poço não atinja o deslocamento máximo admissível. A discretização axial adotada também é a mesma do cenário 3 (elementos com altura de 0,5 metro).

5.2.4.1 Estudo dos deslocamentos

A Tabela 5.10 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo do deslocamento do cenário 4.

Tabela 5.12 – Resultados obtidos no estudo do deslocamento no cenário 4.

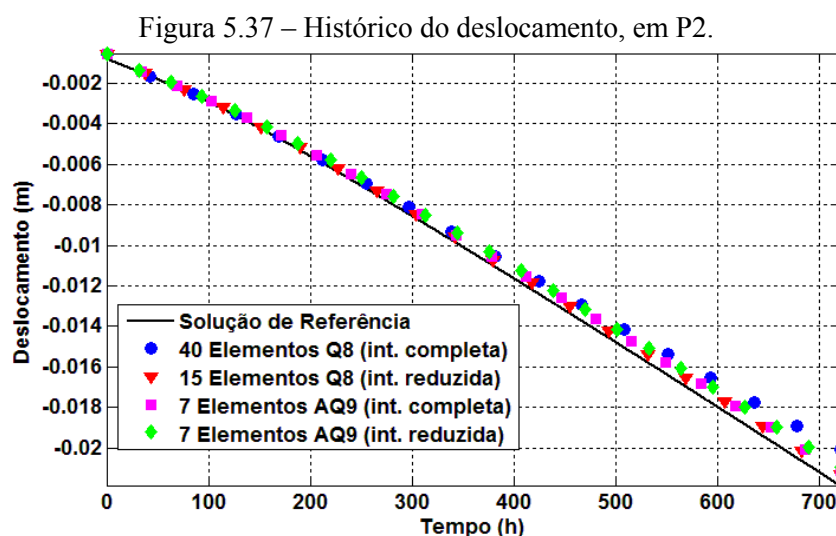
Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	40	15	7	7
Razão	65,29	26,45	-	-
Número de elementos na direção axial	100	100	100	100
nº de pontos de integração	36.000	6.000	8.400	5.600
nº de graus de liberdade	24.562	9.462	6.030	6.030
Erro máx. no histórico do deslocamento (%)	4,35	2,77	3,64	4,95
<i>Erro máx. no campo de deslocamento (%)</i>	<i>18,44</i>	<i>12,08</i>	<i>30,60</i>	<i>30,62</i>
Erro máx. no perfil do poço (%)	1,91	2,87	2,23	2,75
Tempo (minutos)	218,7	40,4	48,4	32,8

Fonte: Autor (2012).

Devido à presença de uma camada de rocha de alta mobilidade (taquidrita) e à consideração da anomalia gravitacional, o campo de deslocamento apresentou uma região com deslocamentos nulos, prejudicando o cálculo dos erros relativos nas proximidades dessa região. Por isso, os erros no campo de deslocamento não são considerados no estudo do deslocamento do cenário 4, ainda assim os resultados obtidos são apresentados.

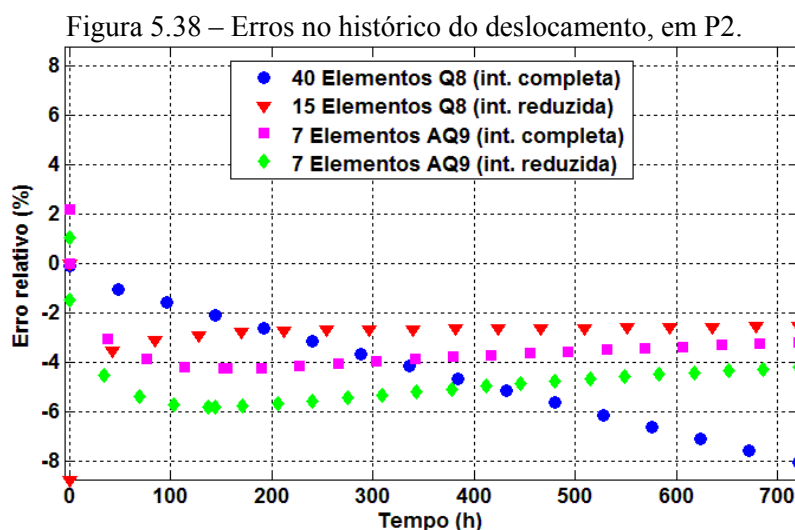
O uso do elemento AQ9 utilizando a integração reduzida é o mais eficiente para o estudo realizado, apesar de que a diferença de tempo deste para o modelo discretizado com elementos Q8 e utilizando também a integração reduzida, é pequena.

São apresentados os gráficos dos resultados nas regiões da camada de taquidrita, que, como comentado anteriormente, é a região mais crítica do trecho de sal estudado. A Figura 5.37, mostra o histórico do deslocamento no ponto médio da camada de taquidrita.



Fonte: Autor (2012).

O gráfico de erros obtidos no histórico do deslocamento é apresentado na Figura 5.38.

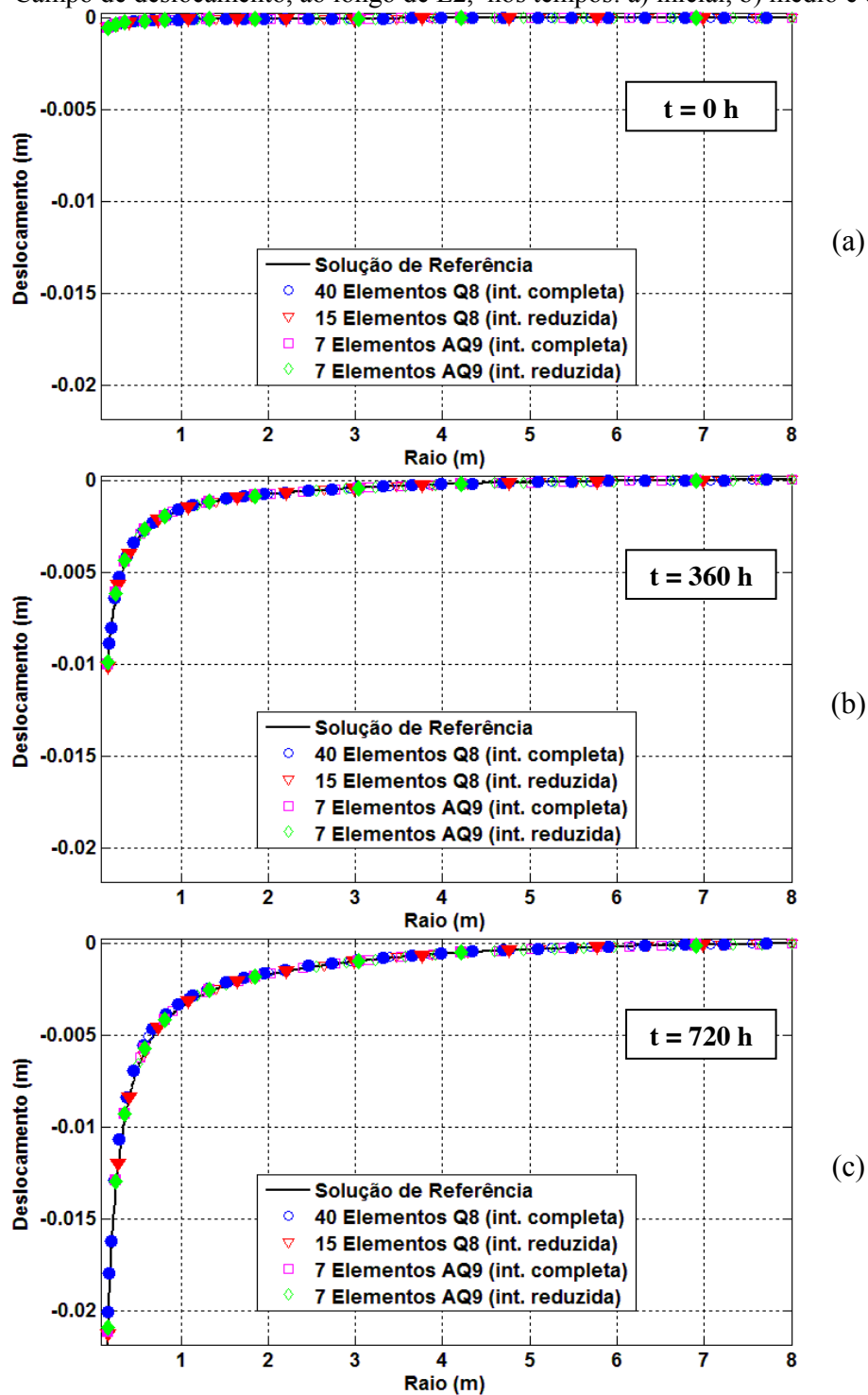


Fonte: Autor (2012).

Observa-se uma maior diferença entre os modelos discretizados com elementos AQ9 quando comparado aos demais cenários, isso ocorre devido à importância da interação entre

camadas, que torna mais relevante a escolha entre integração completa e reduzida na direção axial. A Figura 5.39 mostra o campo de deslocamento ao longo da linha L2.

Figura 5.39 – Campo de deslocamento, ao longo de L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.

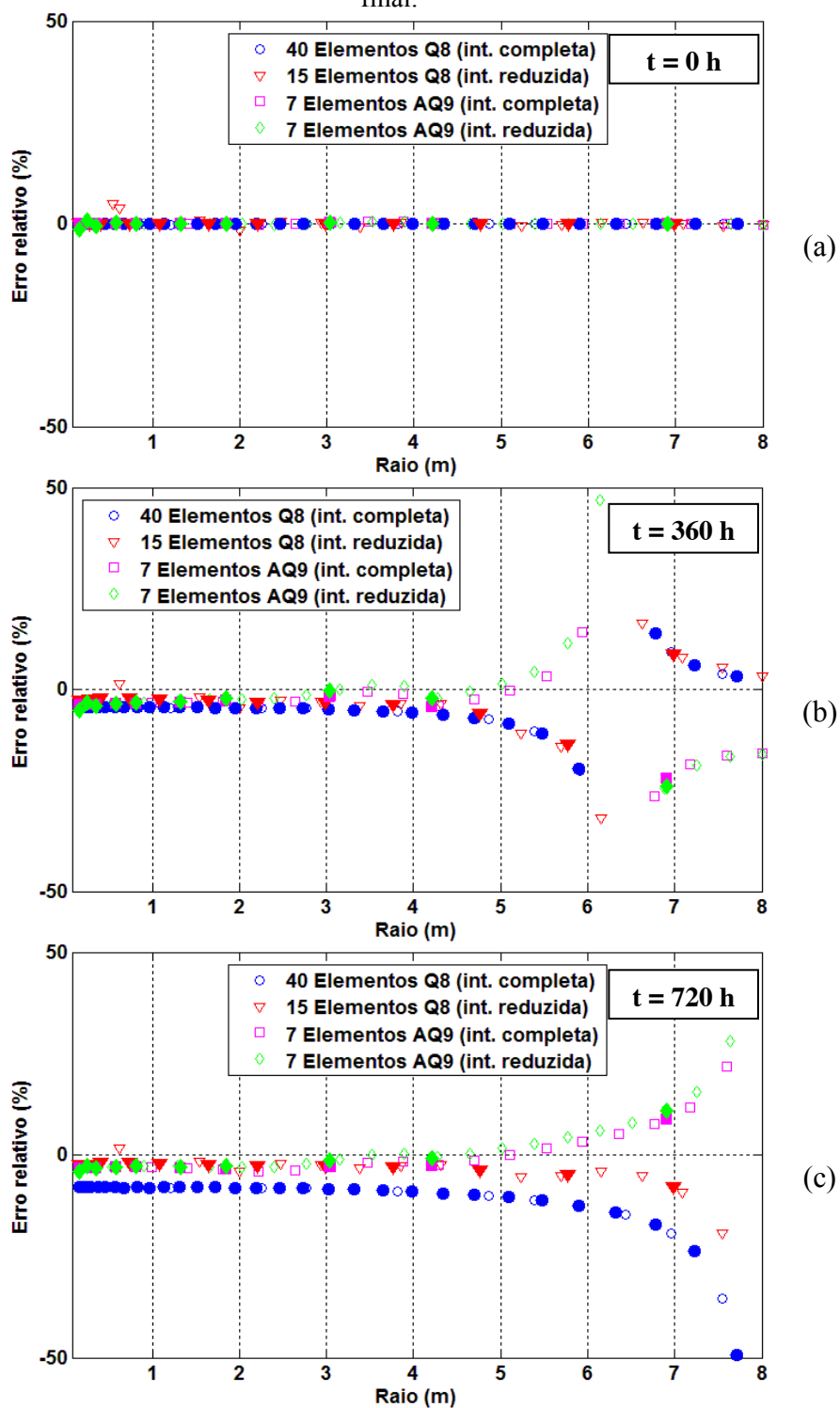


Fonte: Autor (2012).

Como observado anteriormente o campo de deslocamento apresenta valores nulos em algumas regiões, fazendo com que os erros relativos calculados nessas regiões sejam

extremamente elevados, chegando à ordem de 2.500%, o que claramente não retrata a qualidade das respostas obtidas. A Figura 5.40 mostra uma aproximação no gráfico de erros.

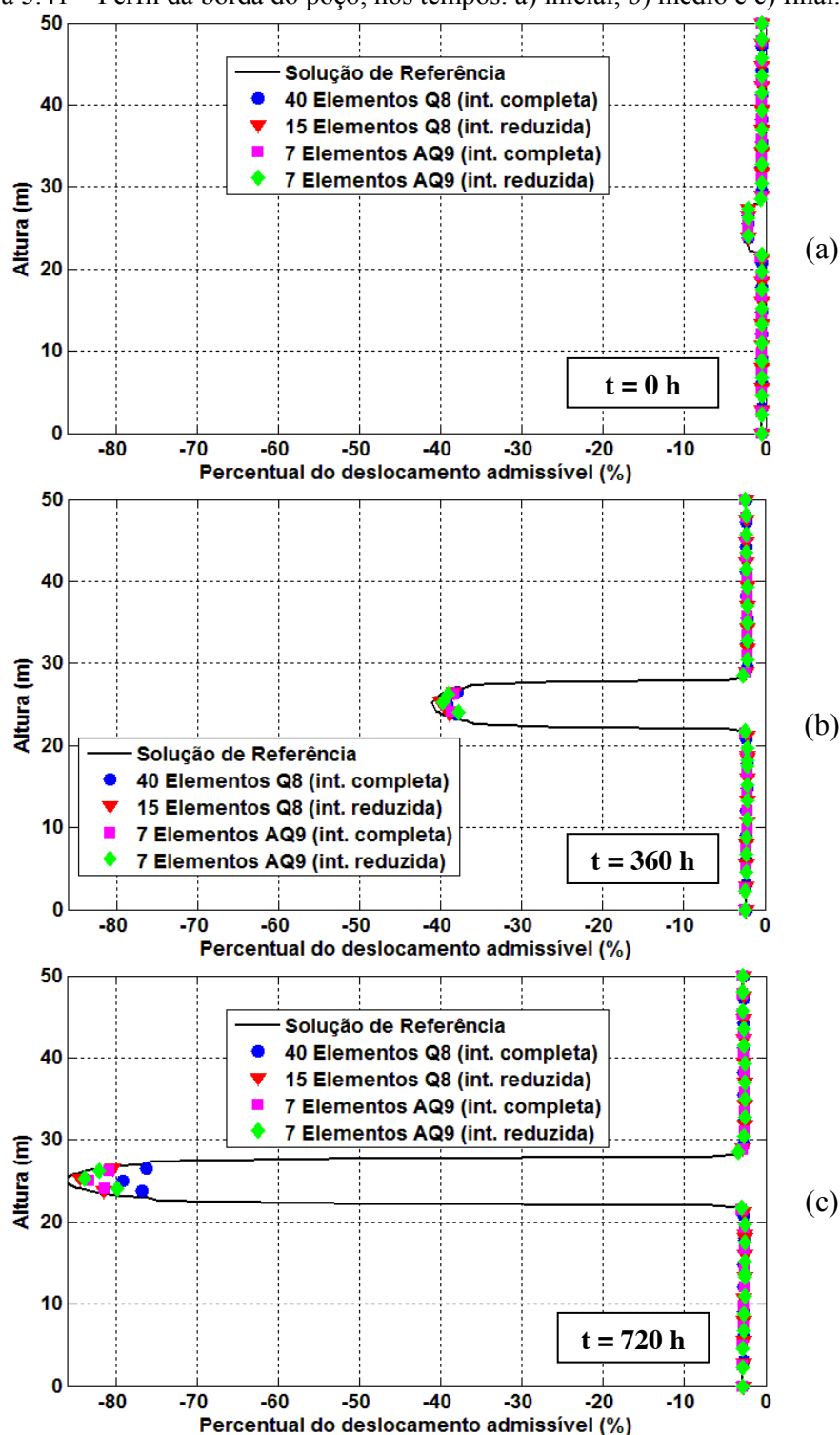
Figura 5.40 – Erros no campo de deslocamento, ao longo de L2, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

A Figura 5.41 mostra a evolução do perfil da borda do poço.

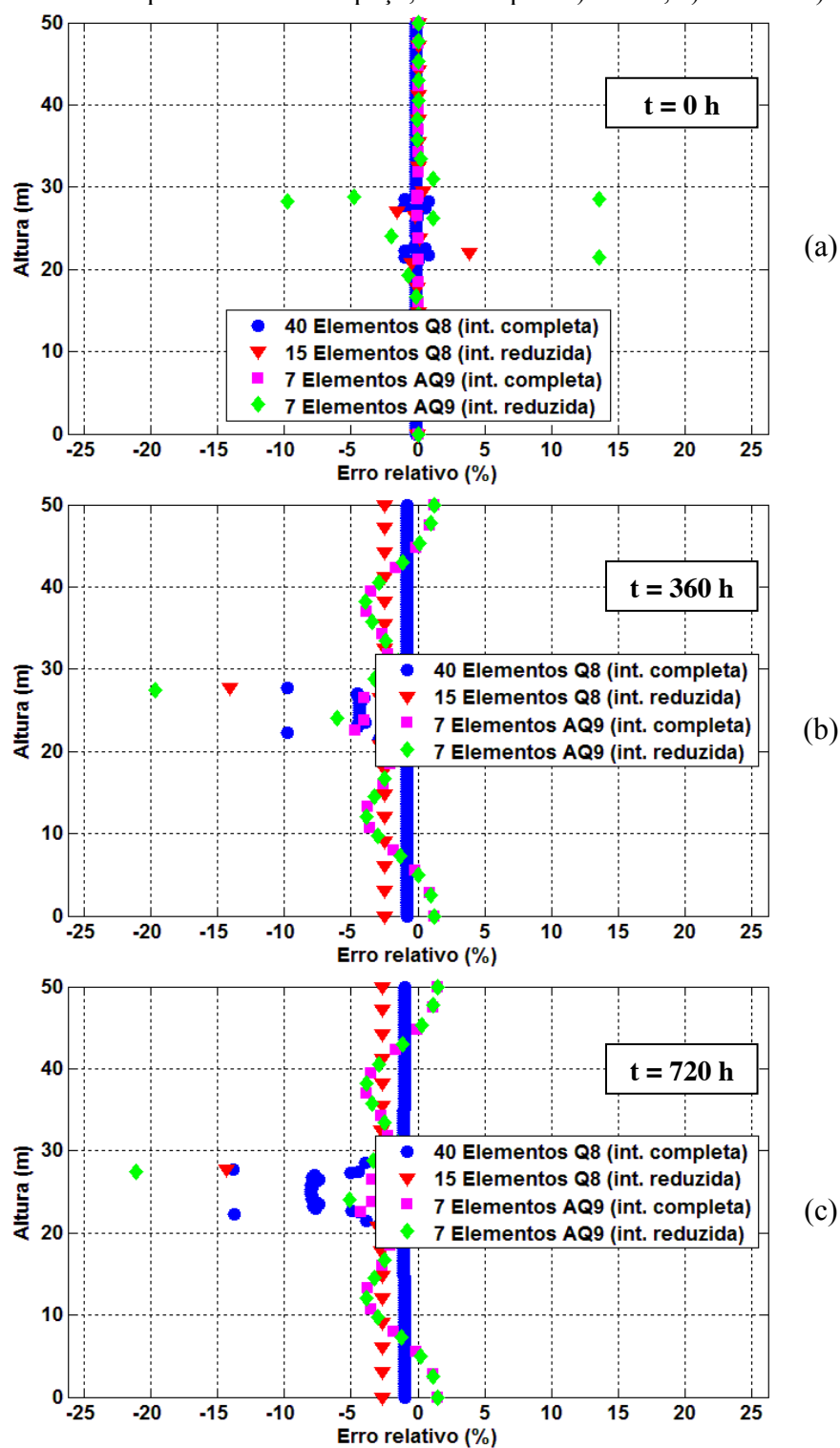
Figura 5.41 – Perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Nota-se mais uma vez o quanto a camada de taquidrita sofre deformações viscosas bem mais acentuadas do que as camadas de halita. Para uma melhor comparação dos resultados a Figura 5.42 mostra os gráficos de erro no cálculo do perfil da borda do poço.

Figura 5.42 – Erros no perfil da borda do poço, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

De maneira similar ao que ocorreu no cenário 3, os maiores erros cometidos na previsão do perfil da borda do poço acontecem nas regiões de encontro dos dois materiais (halita e taquidrita).

Os gráficos apresentados confirmam a conclusão de que apesar de apresentar erros ligeiramente maiores do que o modelo discretizado com elementos Q8 e utilizando a integração completa, o modelo discretizado com elementos AQ9 e utilizando a integração reduzida apresenta uma eficiência maior, por demandar menos tempo de simulação.

5.2.4.2 Estudo das tensões

A Tabela 5.13 resume os resultados obtidos na busca pelo refinamento necessário para obtenção de erros abaixo de 5% no estudo da tensão no cenário 4.

Tabela 5.13 – Resultados obtidos no estudo da tensão no cenário 4.

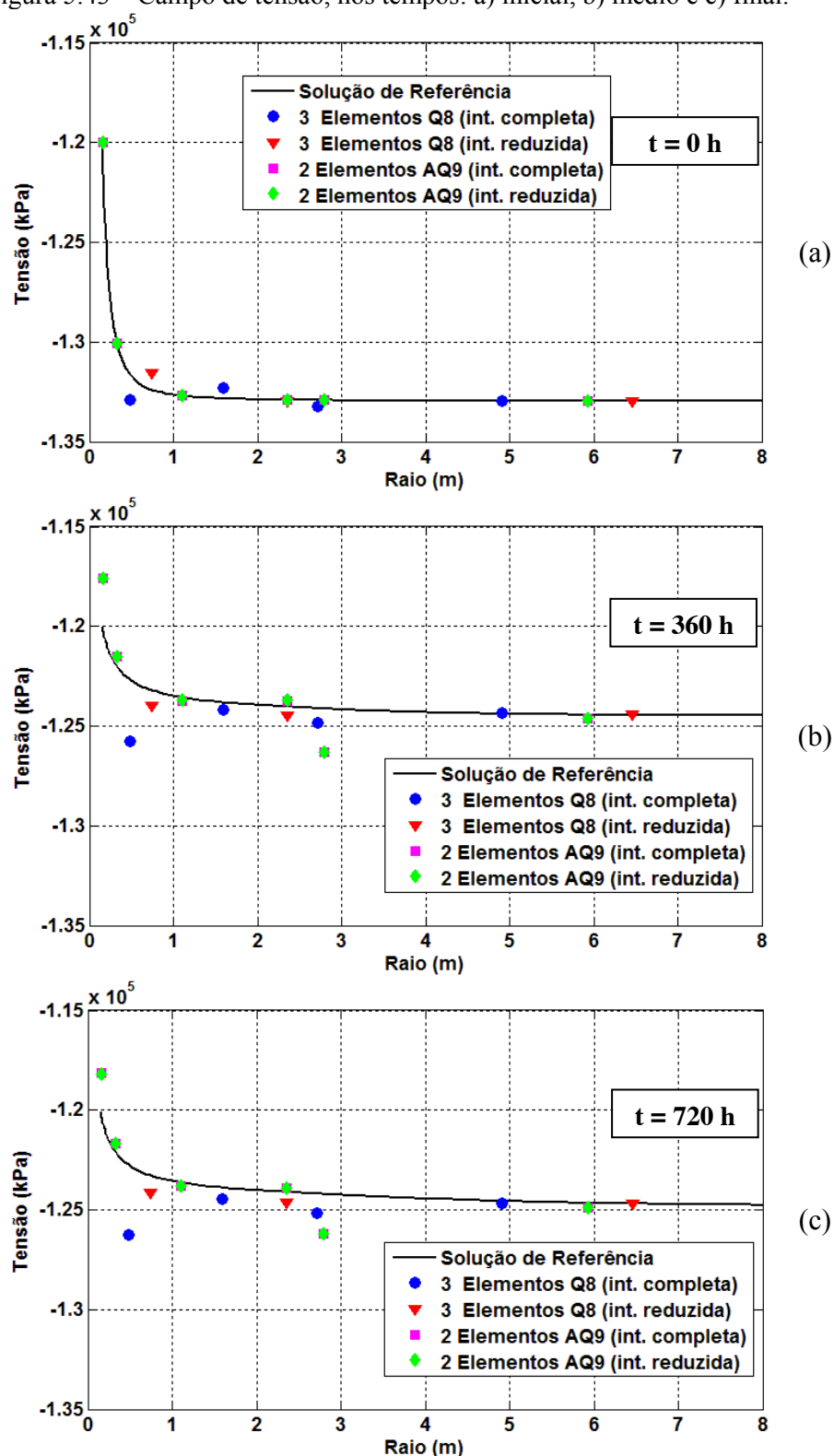
Elemento	Q8	Q8	AQ9	AQ9
Integração	Completa	Reduzida	Completa	Reduzida
n_r	3	3	2	2
Razão	10,51	10,93	-	-
Número de elementos na direção axial	100	100	100	100
nº de pontos de integração	2.700	1.200	2.400	1.600
nº de graus de liberdade	2.214	2.214	2.010	2.010
Erro máx. no campo de tensão (%)	1,05	0,38	0,79	0,79
Tempo (minutos)	15,5	7,6	13,7	9,4

Fonte: Autor (2012).

No estudo do cenário 4, o uso do elemento Q8 com integração reduzida se mostrou mais eficiente do que o uso do elemento AQ9 (tanto usando a integração completa como a reduzida), apresentado menor erro e demandando menos tempo computacional. Mas, da mesma forma que no estudo de tensão dos cenários 1 e 2 a diferença de tempo não é muito grande.

A Figura 5.43 mostra a evolução do campo de tensão ao longo da linha média da camada de taquidrita (linha L2).

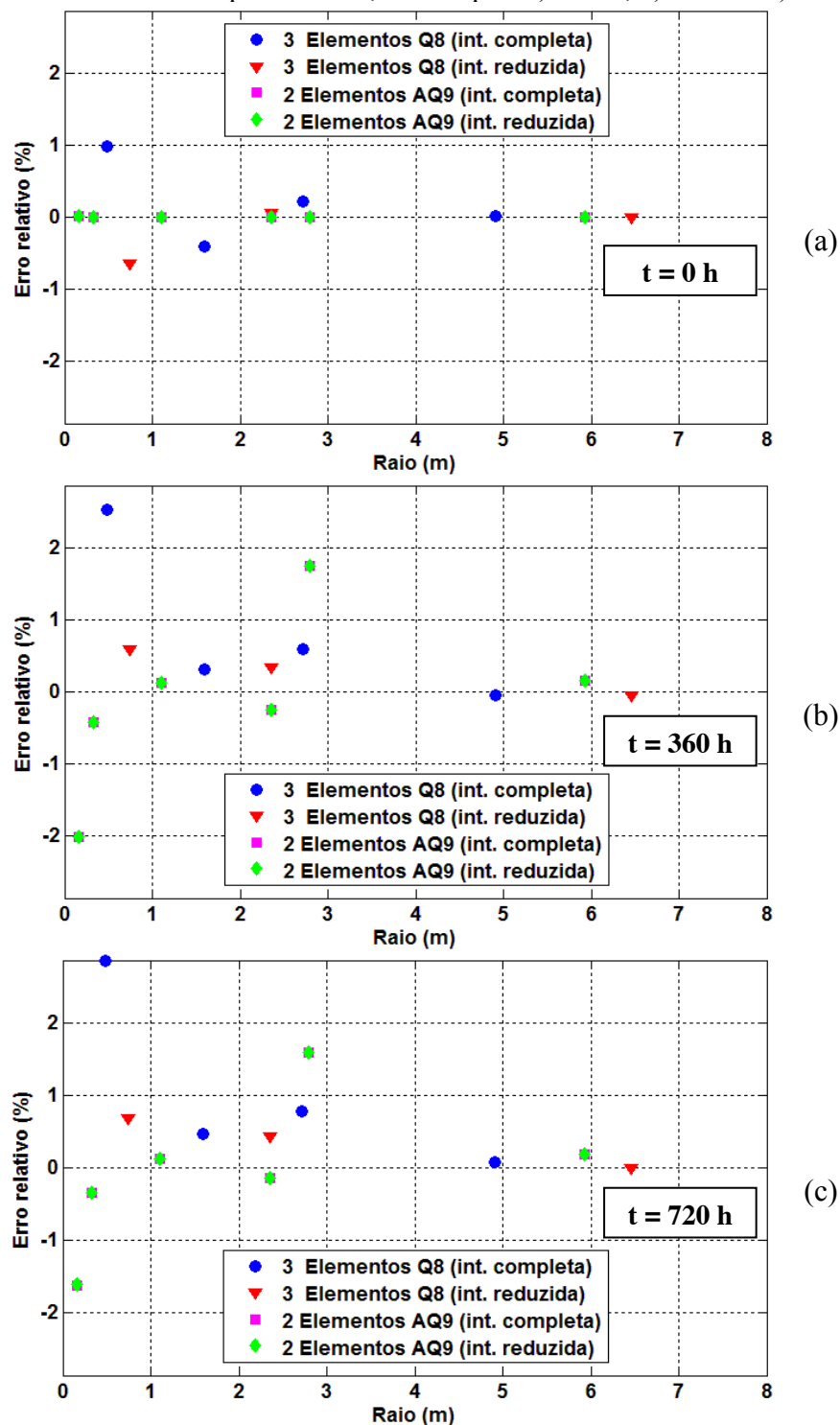
Figura 5.43 – Campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Como aconteceu no cenário 2, a consideração da anomalia gravitacional provocou uma alteração no estado geostático de tensões mesmo na região mais afastada da parede do poço. A Figura 5.44 mostra a evolução do gráfico de erros no campo de tensão.

Figura 5.44 – Erros no campo de tensão, nos tempos: a) inicial, b) médio e c) final.



Fonte: Autor (2012).

Fica evidente mais uma vez que os maiores erros no cálculo do campo de tensões ocorrem na região mais próxima à borda do poço.

Assim, no estudo do cenário 3, o uso do elemento AQ9 se mostrou eficiente no estudo dos deslocamentos, mas não no estudo do campo de tensões.

Com base nos resultados apresentados nesse capítulo, conclui-se que, para os cenários estudados, o uso da integração reduzida é interessante tanto para os modelos discretizados com elementos Q8 como para modelos discretizados com elementos AQ9. Sendo que para os modelos discretizados com elementos Q8 o uso da integração reduzida torna possível a obtenção de respostas satisfatórias com malhas bem menos refinadas do que as necessárias para a integração completa, levando a tempos de simulação muito menores. Para o elemento AQ9, porém, o uso da integração reduzida não altera o nível de refinamento necessário da malha, mas reduz moderadamente o tempo de simulação devido à redução do número de pontos de integração. Nota-se também que os resultados obtidos pelos modelos discretizados com elementos AQ9 com integração completa e reduzida são bastante parecidos, exceto nos estudos de deslocamento nos cenários 3 e 4, isso ocorre por que a integração reduzida para esse elemento é apenas na direção axial, sendo que na direção radial a integração é sempre completa.

O uso do elemento AQ9 se mostra bastante eficiente no estudo do deslocamento de todos os cenários considerados, fornecendo resultados com erros dentro do aceitável em tempos menores do que os apresentados pelos modelos discretizados com elementos Q8. Já no estudo da tensão as diferenças de tempos foram bastante pequenas, sendo que em três cenários o modelo discretizado com elementos Q8 demandou menos tempo e em um cenário o modelo discretizado com elementos AQ9 demandou menos tempo, em todos os casos o resultado de menor tempo foi utilizando a integração reduzida.

6 CONCLUSÃO

Durante a perfuração de poços a presença de rochas salinas pode dificultar o processo de perfuração devido à tendência que essas rochas apresentam de deslocar na direção do fechamento do poço. A dificuldade de prever com exatidão as litologias e espessuras de rochas a serem perfuradas torna a tarefa de perfuração de poços em rochas salinas ainda mais complexa, uma vez que a realização de uma simulação numérica de uma nova configuração que se apresente durante a perfuração pode ser inviável. Neste contexto surge o presente trabalho, propondo o desenvolvimento de um elemento finito mais eficiente e capaz de prever mais rapidamente o comportamento desses evaporitos, tornando possível uma simulação do novo contexto em um tempo reduzido.

Outras potenciais aplicações para o uso do elemento proposto são a análise de confiabilidade ou de risco, onde os custos computacionais são bastante elevados, e a retroanálise com dados de campo para caracterização dos parâmetros físicos dos modelos viscosos das rochas salinas.

A contribuição do presente trabalho foi propor o uso de um elemento finito com o formato de interpolação radial dos deslocamentos igual à solução do problema simplificado do cilindro elástico vazado, encontrando uma estratégia específica para a integração em seu domínio e propondo uma estratégia própria para a discretização do domínio, visando apenas à otimização do tempo.

Os resultados apresentados mostram a potencialidade do elemento proposto, que fornece respostas iguais à analítica para problemas viscoelásticos, e fornece boas estimativas de deslocamentos em tempos menores do que os modelos discretizados com elementos Q8 em sua melhor configuração. Em tensão a eficiência do elemento AQ9 não foi comprovada em todos os cenários apresentados, mas para todos os cenários as diferenças de tempo foram pequenas.

Os resultados obtidos neste trabalho propõem uma evolução do elemento proposto, reduzindo ainda mais o número de graus de liberdade necessários para descrever o problema, propõe-se o desenvolvimento de um elemento que não seja isoparamétrico, cujos graus de liberdade são apenas os estritamente necessários para a obtenção dos formatos adotados para o campo de deslocamento em x e em y . A interpolação geométrica pode ser feita com funções lineares sem nenhuma penalização da precisão.

A redução no número de graus de liberdade e no número de pontos de integração possibilita a geração de modelos maiores, uma vez que a demanda por memória é menor.

Dessa forma, um possível trabalho futuro é implementar o modelo utilizando uma linguagem de programação mais adequada para modelos maiores (por exemplo C++), e realizar estudos comparativos para avaliar a eficiência do elemento proposto em cenários com espessuras maiores de sal.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, C. N. **Um modelo simplificado para a simulação do comportamento de poços em rochas salinas.** 72 f. Monografia (Graduação) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, 2009.

BORGES, R. G. **Avaliação numérica de perturbações de tensões associadas a estruturas salíferas e suas influências na estabilidade de poços.** 135 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.

BOTELHO, F. V. C. **Análise numérica do comportamento mecânico do sal em poços de petróleo.** 211 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

CALDAS, J. A.; ARAÚJO, C. N.; FERNANDES, R. A.; RAMOS JÚNIOR, A. S.; SILVEIRA, E. S. S.; LAGES, E. N.; LIRA, W. W. M. Estudo do refinamento de malhas de elementos finitos utilizadas na modelagem de problemas de perfuração em rochas salinas. In: 30th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2009, Búzios. **Proceedings of the 30th Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, Búzios, 2009.

CELLA, P. R.C. **Desenvolvimento e execução de ensaios triaxiais de fluência estacionária em rocha salina sob altas pressões e temperaturas.** 189 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral, Universidade de São Paulo, 2003.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis.** 3rd ed. John Wiley & Sons, 1989.

COSTA, A. M. **Uma aplicação de métodos computacionais e princípios de mecânica das rochas no projeto e análise se escavações destinadas à mineração subterrânea.** 1488 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1984.

COSTA, A. M.; POIATE JR., E. Rocha Salina na Indústria do Petróleo: Aspectos Relacionados à Reologia e à Perfuração de Rochas Salinas. In: MOHRIAK, W; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. **Sal: Geologia e Tectônica.** 1. ed. Ed. São Paulo: Beca Edições, 2008. cap. 17.

COSTA, A. M.; POIATE JR., E.; AMARAL, C. S.; GONÇALVES, C. J. C; FALCÃO, J. L.; PEREIRA, A. Geomechanics Applied to the Well Design Through Salt Layers in Brazil: A History of Success. **44th U.S. Rock Mechanics Symposium and 5th U.S.-Canada Rock Mechanics Symposium**, Salt Lake City, Utah, 2010.

COSTA, A. M.; POIATE, E.; FALCÃO, J. L.; COELHO, L. F. M. Triaxial tests in salt – applied in drilling through thick salt layers in Campos Basin – Brazil. **ISRM News Journal**, v. 9, n. 1, p. 14-24, 2005.

CRISTESCU, N. D. A general constitutive equation for transient and stationary creep of rock salt. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, v. 30, n. 2, p. 125-140, 1993.

D'ÉLIA, P. C. **Análise e retroanálise do comportamento de fluência em escavações subterrâneas pelo Método dos Elementos Finitos**. 170 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1991.

DUARTE, I. C. D. **Procedimento numérico para a análise hidromecânica de maciços rochosos fraturados**. 327 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1994.

FALCÃO, J. L. Perfuração de Formações Salíferas. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, S. M. C. **Sal: Geologia e Tectônica**. 1. ed. Ed. São Paulo: Beca Edições, 2008. cap. 18.

FJAER, E.; HOLT, R. M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A. M.; RISNES, R. **Petroleum related rock mechanics**. 2nd ed. Oxford: Elsevier. v. 71, 2008.

GONÇALVES, D. G. **Estudo paramétrico da influência da temperatura na análise termomecânica durante a escavação em rochas Salinas**. 117 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas, 2011.

GRAVINA, C. C. **Simulação numérica do comportamento mecânico do sal em poços de petróleo**. 168 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ciências e Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, 1997.

HANSELMAN, D.; LITTLEFIELD, B. **MATLAB 6 – Curso completo**. São Paulo: Prentice-Hall (Pearson), 2002.

HART, W. ALBERTIN, M. Subsalt trap archetype classification: a diagnostic tool for predicting and prioritizing Gulf of Mexico subsalt traps. In: 21st Annual Bob F. Perkins Research Conference, 2001, Houston. **Proceedings of the 21st Annual Bob F. Perkins Research Conference**, Houston, 2001.

HOU, Z. Mechanical and hydraulic behavior of rock salt in the excavation disturbed zone around underground facilities. **Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 40, p. 725-738, 2003.

HUNSCH, U.; HAMPEL, A. Rock salt – the mechanical properties of the host rock material for a radioactive waste repository. **Engineering Geology**, v. 52, p. 271-291, 1999.

JIN, J.; CRISTESCU, N. D. An elastic/viscoplastic model for transient creep of rock salt. **International Journal of Plasticity**, v. 14, n. 1-3, p. 85-107, 1998.

LIANG, W. G.; YANG, C.; ZHAO, Y. S.; DUSSEAULT, M.; LIU, J. Experimental investigation of mechanical properties of bedded salt rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 44, p. 400-411, 2007.

LIANG, W. G.; ZHAO, Y. S.; XU, S. G.; DUSSEAULT, M. Effect of strain rate on the mechanical properties of salt rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 48, n. 1, p. 161-167, 2011.

MOHRIAK, W.; SZATMARI, P. Introdução às propriedades químicas e físicas dos evaporitos. In: MOHRIAK, W.; SZATMARI, P; ANJOS, S. M. C. **Sal: Geologia e Tectônica**. 1. ed. Ed. São Paulo: Beca Edições, 2008. cap. 1.

MOHRIAK, W.; SZATMARI, P; ANJOS, S. M. C. **Sal: Geologia e Tectônica**. 1. ed. Ed. São Paulo: Beca Edições, 2008.

MUNSON, D. E. Constitutive model of creep in rock salt applied to underground room closure. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 34, n. 96, p. 233-247, 1997.

MUNSON, D. E; DEVRIES, K. L. Development and validation of a predictive technology for creep closure of underground rooms in salt. **7th International Congress on Rock Mechanics**, 1991.

NASCIMENTO, A. **Exploração de petróleo em camadas do pré-sal no Brasil: um estudo de caso no poço 1-SPS-50**. 132 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Energia, Universidade Federal de Itajubá, 2010.

NETO, E. S.; PERIC, D.; OWENS, D. **Computational Methods for Plasticity**. Chichester: John Wiley & Sons LTD, p. 791, 2008.

NICOLAE, M. Non-associated elasto-viscoplastic models for rock salt. **International Journal of Engineering Science**, v. 37, n. 14, p. 269-297, 1999.

PARASCHIV-MUNTEANU, J; CRISTESCU, N. D. Stress relaxation during creep of rocks around deep boreholes. **International Journal of Engineering Science**, v. 39, n. 7, p. 737-754, 2001.

POIATE, E.; COSTA, A. M.; FALCÃO, J. L. Well design for drilling through thick evaporite layers in Santo basin – Brazil. In: Society of Petroleum Engineers, International Association

of Drilling Contractors. Paper SPE 99161, 2006, Miami. **Proceedings Richardson**; Society of Petroleum Engineers, Miami, 2006.

POIATE, E.; COSTA, A. M.; FALCÃO, J. L. Drilling Brazilian salt 1: Petrobras studies salt creep and well closure. **Oil & Gas Journal**, v. 104-21, p. 36-45, 2006b.

POIATE, E.; COSTA, A. M.; FALCÃO, J. L. Drilling Brazilian salt: CENPES uses FEA to design casing for Santos basin. **Oil & Gas Journal**, v. 104-22, p. 52-57, 2006c.

RAMOS, V. C. L. **Modelagem numérica do comportamento viscoso dos solos**. 180 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1999.

SADD, M. H. **Elasticity: Theory, Applications, and Numerics**. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.

SHAMES, I. H.; COZZARELLI, F. A. **Elastic and inelastic stress analysis**. New York: Prentice-Hall International, 1997.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. **Theory of elasticity**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1951.

YAHYA, O. A unified representation of the plasticity, creep and relaxation behavior of rocksalt. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 37, n. 5, p. 787-800, 2000.

YANG, C.; DAEMEN, J.; YIN, J. Experimental investigation of creep behavior of salt rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 36, n. 2, p. 233-242, 1999.

ZHOU, H. W.; WANG, C. P.; HAN, B. B.; DUAN, Z. Q. A creep constitutive model for salt rock based on fractional derivatives. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 48, n. 1, p. 116-121, 2011.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**. 5th ed. Oxford: Butterworth Heinemann, p. 707, 2000.