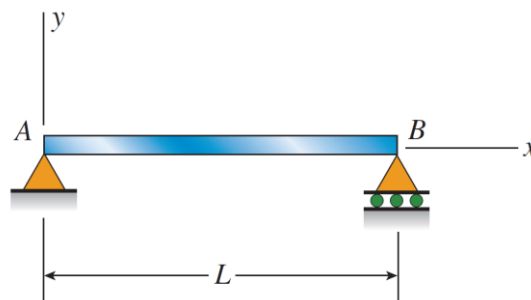


Lista de Exercícios – Deslocamentos em vigas isostáticas e hiperestáticas

Data: 16/08/2021

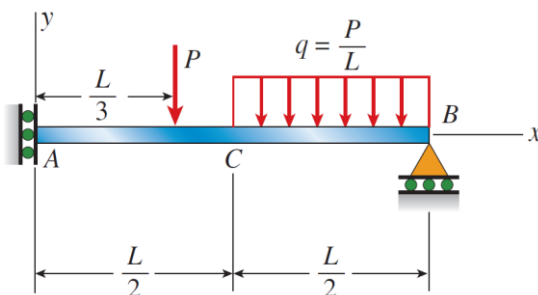
Questão 1 A curva de deflexão da viga AB (ver Figura) é dada pela seguinte equação:

$$v = -\frac{q_0 L^4}{\pi^4 EI} \sin \frac{\pi x}{L}$$

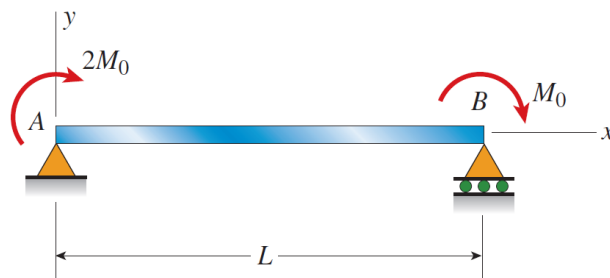


- a) Descreva o carregamento atuante na viga
- b) Determine as reações de apoio R_A e R_B nos apoios
- c) Determine o momento fletor máximo M_{\max}

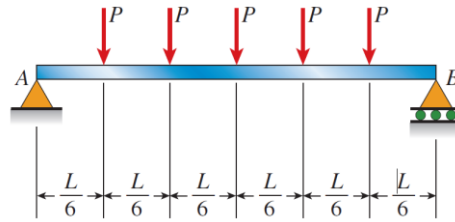
Questão 2 Encontre a equação da curva de deflexão e determine as deflexões δ_A na extremidade A e δ_C no ponto C de acordo com as condições de apoio e carregamento mostradas na Figura.



Questão 3 A viga AB mostrada na Figura tem momentos $2M_0$ e M_0 atuantes em suas extremidades. Determine a equação da curva de deflexão e obtenha a deflexão máxima δ_{\max} .

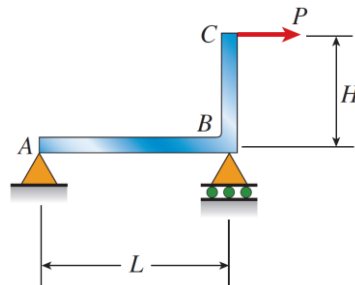


Questão 4 Considere a viga simples AB (ver Figura).



- Determine a deflexão δ_1 no meio do vão
- Se o mesmo carregamento total ($5P$) fosse distribuído como um carregamento uniforme ao longo da viga, qual seria a deflexão δ_2 no meio do vão?
- Calcule a razão δ_1 / δ_2

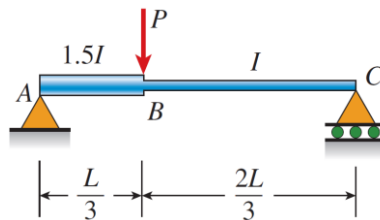
Questão 5 Uma carga horizontal P atua na extremidade C do suporte ABC (ver Figura).



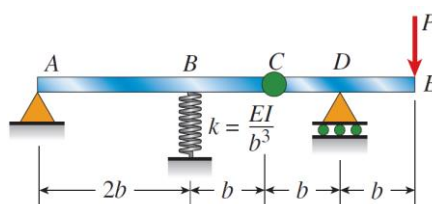
Assume que a rigidez a flexão EI é constante ao longo de toda a estrutura. Também despreza os efeitos das deformações axiais e considere somente os efeitos da flexão devido ao carregamento P .

- Encontre a deflexão δ_C na extremidade C
- Encontre a deflexão máxima para cima δ_{\max} do membro AB

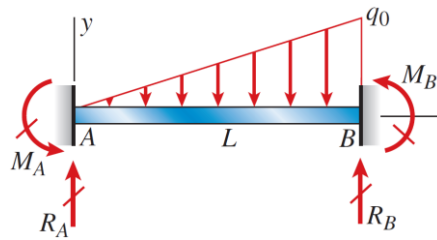
Questão 6 Uma viga simples ABC tem momento de inércia $1,5I$ de A e B e $1,0I$ de B a C (ver Figura). Uma carga concentrada P atua em B. Obtenha as equações das curvas de deflexão para ambas as partes da viga. Determine as rotações θ_A e θ_C nos apoios e a deflexão δ_B em B.



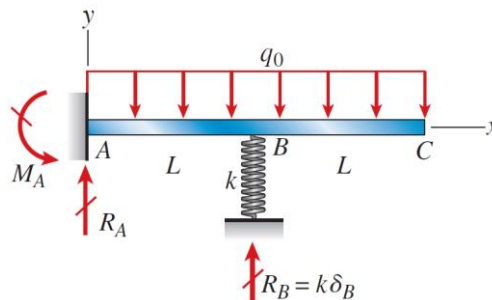
Questão 7 Uma viga composta ABCDE (ver Figura) consiste em duas partes (ABC e CDE) unidas por uma conexão de pino (ou seja, liberação de momento) em C. O suporte elástico em B tem rigidez k . Encontre a deflexão δ_E na extremidade livre E devido ao carregamento P atuante neste ponto.



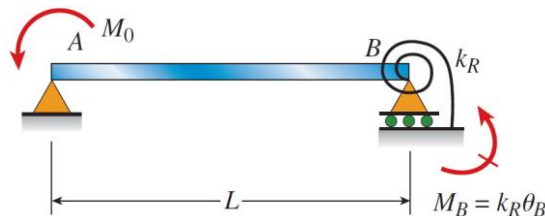
Questão 8 Uma viga de extremidades fixas suporte um carregamento linearmente distribuído de intensidade máxima q_0 (ver Figura). Obtenha as reações de apoio na viga e a equação da curva de deflexão.



Questão 9 A viga ABC (ver Figura) de comprimento $2L$ é submetida a um carregamento uniformemente distribuído de intensidade q . O apoio elástico em B possui rigidez $k = 6EI/L^3$. Determine as reações de apoio da viga.

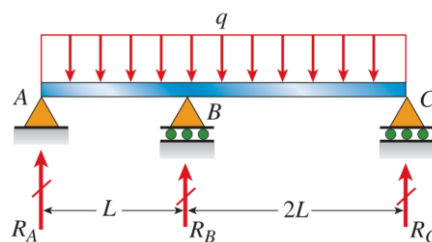


Questão 10 A viga AB possui um suporte de 2º gênero em A e um apoio de 1º gênero em B. O ponto B também é restringido por uma mola rotacional linear elástica de rigidez k_R , que introduz um momento resistente M_B devido à rotação em B. O membro AB possui resistência à flexão EI . Um momento M_0 atua em sentido anti-horário no ponto A.



- Determine todas as reações de apoio
- Encontre uma expressão para a rotação θ_A em função de k_R
- Quanto vale θ_A quando (i) $k_R \rightarrow 0$; (ii) $k_R \rightarrow \infty$; e (iii) $k_R = 6EI/L$

Questão 11 Uma viga contínua ABC com dois vãos diferentes suporta um carregamento uniforme de intensidade q (ver Figura). Determinar as reações de apoio. Desenhar os diagramas de esforço cortante e momento fletor, indicando as ordenadas críticas.



Gabarito

$$1 \quad q = q_0 \sin \frac{\pi x}{L}, \quad R_A = R_B = \frac{q_0 L}{\pi}, \quad M_{\max} = q_0 L^2 / \pi^2$$

$$2 \quad v(x) = \begin{cases} -\frac{PL}{10368 EI} [-4104x^2 + 3565L^2] & 0 \leq x \leq \frac{L}{3} \\ -\frac{P}{1152 EI} [-648Lx^2 + 192x^3 + 64L^2x + 389L^3] & \frac{L}{3} \leq x \leq \frac{L}{2} \\ -\frac{P}{144 EI L} [72L^2x^2 + 12Lx^3 + 6x^4 + 5L^3x + 49L^4] & \frac{L}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\delta_A = \frac{3565 PL^3}{10368 EI}, \quad \delta_C = \frac{3109 PL^3}{10368 EI}$$

$$3 \quad v = -\frac{M_0 x [L - x]^2}{2L EI}, \quad \delta_{\max} = \frac{2M_0 L^2}{27 EI} \text{ (para baixo)}$$

$$4 \quad \delta_1 = \frac{11 PL^3}{144 EI}, \quad \delta_2 = \frac{25 PL^3}{38 EI}, \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} = 1,173$$

$$5 \quad \delta_C = \frac{PH^2 [L + H]}{3 EI}, \quad \delta_{\max} = \frac{PHL^2}{9\sqrt{3} EI}$$

$$6 \quad v(x) = \begin{cases} -\frac{2Px [19L^2 - 27x^2]}{729 EI} & 0 \leq x \leq \frac{L}{3} \\ \frac{P [13L^3 - 175L^2x + 243Lx^2 - 81x^3]}{1458 EI} & \frac{L}{3} \leq x \leq L \end{cases}$$

$$\theta_A = \frac{38 PL^2}{729 EI}, \quad \theta_C = \frac{34 PL^2}{729 EI}, \quad \delta_B = \frac{32 PL^3}{2187 EI}$$

$$7 \quad \delta_E = \frac{47 Pb^3}{12 EI}$$

$$8 \quad R_A = \frac{3}{20} q_0 L, \quad R_B = \frac{7}{20} q_0 L, \quad M_A = \frac{1}{30} q_0 L^2$$

$$v(x) = \frac{1}{120L EI} [-q_0 x^5 + 3q_0 Lx^3 - 2q_0 L^2 x^2]$$

$$9 \quad R_A = \frac{7}{12} qL, \quad R_B = \frac{17}{12} qL, \quad M_A = \frac{7}{12} qL^2$$

$$10 \quad \text{a) } R_A = -R_B = \frac{M_0}{L} + \frac{M_0 k_R}{2 [3EI + Lk_R]}, \quad M_B = \frac{LM_0 k_R}{6EI + 2Lk_R} \text{ (anti-horário)}$$

$$\text{b) } \theta_A = \frac{LM_0}{4EI} + \frac{LM_0}{4[3EI + Lk_R]}$$

$$\text{c) } \theta_A(k_R \rightarrow 0) = \frac{LM_0}{3EI}, \quad \theta_A(k_R \rightarrow \infty) = \frac{LM_0}{4EI}, \quad \theta_A\left(k_R = \frac{6EI}{L}\right) = \frac{5LM_0}{18EI}$$

$$11 \quad R_A = \frac{qL}{8}, \quad R_B = \frac{33qL}{16}, \quad R_C = \frac{13qL}{16}$$