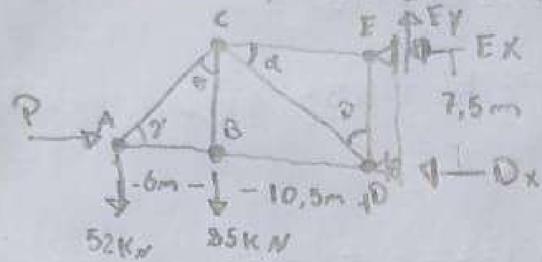
Lucas Felix

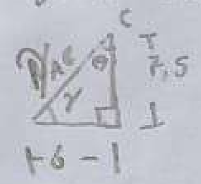
1)

$A \Rightarrow 1600\,mm^2$; $E \Rightarrow 200\,GPa$



Criando uma força virtual, no ponto A. Chamamos ela de P.

Analisando triangulo ABC

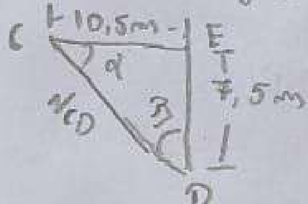


$\gamma = \arctg\left(\frac{7,5}{6}\right) \Rightarrow 51,34°$

$\theta \Rightarrow 90 - \gamma \Rightarrow 38,66$

$D_{AC} = \sqrt{6^2 + 7,5^2} \Rightarrow 9,6\,m$

Analisando triangulo CED.

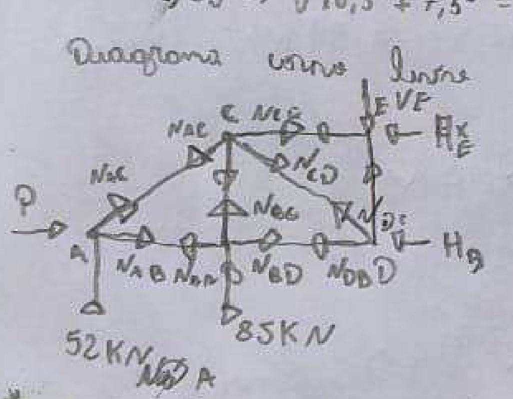


$\alpha = \arctg\left(\frac{7,5}{10,5}\right) \Rightarrow 35,54°$

$\beta \Rightarrow 90 - 35,54 \Rightarrow 54,46°$

$D_{CD} \Rightarrow \sqrt{10,5^2 + 7,5^2} \Rightarrow 12,90\,m$

Diagrama corpo livre



utilizando as relações de equilibrio, $\Sigma F_V = 0$; $\Sigma M^E = 0$ e $\Sigma F_H = 0$

$\Sigma F_V = 0$

$V_E - 52 - 85 = 0$

$V_E \Rightarrow 137\,KN$

$\Sigma M^E = 0 \Rightarrow (-H_b \cdot 7,5) + (85 \cdot 10,5) + 52 \cdot 16,5 + P \cdot 7,5 = 0$

$-7,5 \cdot H_b = -1750,5 - 7,5 \cdot P$

$H_b \Rightarrow (233,4 + P)\,KN$

$\Sigma F_H = 0 \quad H_E - H_D + P = 0 \Rightarrow H_E \Rightarrow 233,4\,KN$

Reações nos nós, temos que

Nó - E

$\sum F_{V_E} = 0 \Rightarrow V_E - N_{DE} = 0 \Rightarrow N_{DE} = V_E \Rightarrow 137\,KN$

$\sum F_{H_E} = 0 \Rightarrow H_E - N_{CE} = 0 \Rightarrow N_{CE} \Rightarrow H_E = 233{,}4\,KN$

Nó - D

$\sum F_{V_D} = 0 \quad N_{DE} + N_{CD} \cdot \frac{7{,}5}{12{,}9} = 0 \Rightarrow 137 + 0{,}58 \cdot N_{CD} = 0$

$N_{CD} \Rightarrow -235{,}70\,KN$

$\sum F_{H_D} = 0 \quad -N_{DB} - N_{CD} \cdot \frac{10{,}5}{12{,}9} - H_D = 0 \Rightarrow -N_{DB} - 41{,}6 - P = 0$

$N_{DB} \Rightarrow -41{,}6 - P$

Nó - B

$\sum F_{V_B} = 0 \Rightarrow N_{BC} - 85 = 0 \Rightarrow N_{BC} \Rightarrow 85$

$\sum F_{H_B} = 0 \Rightarrow -N_{AB} + N_{BD} = 0 \Rightarrow N_{AB} \Rightarrow -41{,}6 - P$

$\sum F_{V_A} = 0 \Rightarrow N_{AC} \cdot \frac{7{,}5}{9{,}6} - 52 = 0 \Rightarrow N_{AC} \Rightarrow 66{,}59\,KN$ Nó - A

Segundo o teorema de Castigliano, temos

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^{m} \int_0^{L_i} \frac{N_i}{E \cdot A} \frac{dN_i}{dP} \, dx$$

Considerando a carga virtual $P = 0$, temos.

$\Delta_{AB} = N_{A.B} \cdot \frac{dN_{AE}}{dP} \cdot \frac{6}{E \cdot A} \Rightarrow 0{,}00078\,m$

$\Delta_{BC} \Rightarrow N_{BC} \cdot \frac{dN_{B.C}}{dP} \cdot \frac{7{,}5}{E \cdot A} = 0$

Lucas Felix

$\Delta_{CD} \Rightarrow N_{CD} \cdot \frac{dN_{CD}}{dP} \cdot \frac{12{,}9}{E \cdot A} = 0$

$\Delta_{ED} \Rightarrow N_{E.D} \cdot \frac{dN_{ED}}{dP} \cdot \frac{7{,}5}{E \cdot A} = 0{,}001305\,m$

Continua

continua

$$\Delta_{CE} \Rightarrow N_{CE} \cdot \frac{dN_{CE}}{dp} \cdot \frac{10,5}{E \cdot A} = 0$$

$$\Delta_{AC} \Rightarrow N_{A.C} \cdot \frac{dN_{AC}}{dP} \Rightarrow \frac{9,6}{E \cdot A} = 0$$

O deslocamento será dado por:

$$\Delta = \Sigma\Delta \Rightarrow \Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CD} + \Delta_{DE} + \Delta_{BA} + \Delta_{CE} + \Delta_{AC}$$

$$\Rightarrow 0,00078 + 0,001365$$

$$\Rightarrow 2,145 \cdot 10^{-3}\ m \Rightarrow 2,145\ mm$$

Portanto, a conclusão é que o deslocamento no ponto A é de 2,145 mm no sentido da carga virtual P.

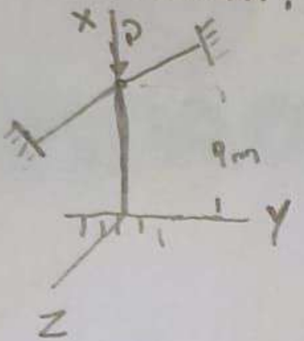
Lucas Felix

2)

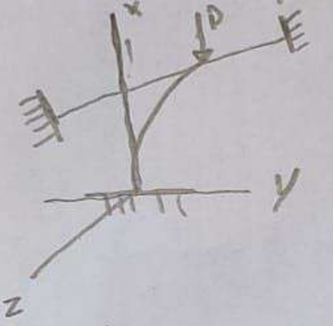
Dados:

$\sigma_{adm} \Rightarrow 250\,MPa$; $E \Rightarrow 200\,GPa$; $I_z \Rightarrow 128 \cdot 10^6\,mm^4$; $I_y \Rightarrow 18,4 \cdot 10^6\,mm^4$

$r_z \Rightarrow 130\,mm$; $n \Rightarrow 2$



A partir da figura, é possível notar que a coluna está dobrando em torno do eixo mais forte. Além disso, nota-se que a coluna se dobra em torno de seu eixo z e ocorre uma deflexão no plano x-y.



Por esta forma, observa-se que a coluna fica engastada e a sua extremidade livre.

O comprimento de flambagem, é dado por:

$$L_e = K \cdot L$$

Como, a configuração é engaste/extremidade livre, logo, temos que $K \Rightarrow 2$, $L \Rightarrow 9\,m$

O índice de esbeltez da coluna, é dado por:

$$\lambda_z \Rightarrow \frac{L_e}{r_z} \Rightarrow \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3}{130} \Rightarrow 138,5$$

A carga crítica é dada por:

$$P_{cr} \Rightarrow \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_e^2} \Rightarrow \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(K \cdot L)^2} \Rightarrow \frac{\pi^2 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot (128 \cdot 10^6 \cdot 10^{-12})}{(2 \cdot 9)^2} \Rightarrow 779820,6\,N$$

$$\Rightarrow 779,821\,KN \cong 780\,KN$$

A tensão crítica na coluna, é dada por:

$$\sigma_{cr} \Rightarrow \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_z^2} \Rightarrow \frac{\pi^2 \cdot (200 \cdot 10^3)}{(138,5)^2} \Rightarrow 102,9\,MPa$$

nota-se que a tensão crítica, é menor que adm, ou seja, $\sigma_{adm} > \sigma_{cr}$, logo, os cálculos de carga crítica são válidos.

continua

continuação

utilizando os critério da estabilidade, temos:

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{cr}}{n_f} \quad , \text{ onde } \sigma \Rightarrow \frac{P}{A} \text{ e } \sigma_{cr} \Rightarrow \frac{P_{cr}}{A}$$

Como, as areas são a mesma, temos

$$\frac{P}{A} \leq \frac{P_{cr}}{A \cdot n_f} \Rightarrow P \leq \frac{P_{cr}}{n_f}$$

Para $P_{cr} \Rightarrow 780 KN$ e $n_f \Rightarrow 2$, temos que:

$$P \leq \frac{780}{2} \Rightarrow P \leq 390 KN$$

logo, a carga admissível para o sistema estrutural, é:

$$P_{adm} \Rightarrow 390 KN$$

Lucas Felix