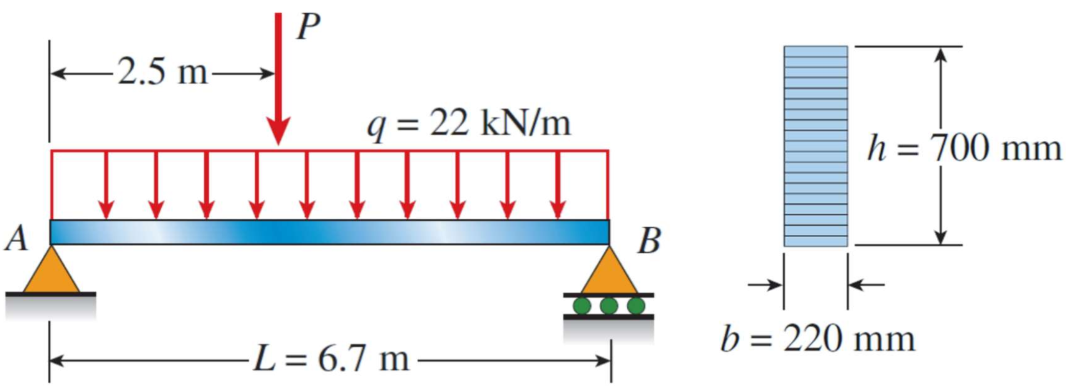
Universidade Federal de Alagoas - UFAL
Centro de Tecnologia - CTEC
Curso de Engenharia Civil

Mecânica dos Sólidos 3 - ECIV051D (2020.2)
Monitor: Ricardo A. Fernandes (ricardoaf@lccv.ufal.br)
Professor/Supervisor: Adeildo S. Ramos Jr.

Exercícios: Flexão Transversal Reta
Encontro Assíncrono (02/07/2021)

Exercício #1
Determinar as tensões de tração e compressão máximas na viga devido à flexão.



Dados no SI
$restart$:
$L := 6.7$:
$l := 2.5$:
$q := 22 \cdot 10^3$:
$h := 0.7$:
$b := 0.22$:

Calcular reações de apoio
Somatório das forças verticais
$sfv := R_A + R_B - P - q \cdot L = 0$:

Somatório dos momentos em A
$smA := -P \cdot l - (q \cdot L) \cdot \frac{L}{2} + R_B \cdot L = 0$:

$solve(\{sfv, smA\}, \{R_A, R_B\}) = \{R_A = 0.6268656716\, P + 73700., R_B = 0.3731343284\, P + 73700.\}$
$assign(\%)$

Determinar momento fletor máximo
$M_l := solve\left(M_l - R_A \cdot l + (q \cdot l) \cdot \frac{l}{2} = 0, M_l\right) = 1.15500\ 10^5 + 1.567164179\, P$

$$M_r := solve\left(-M_r + R_B\cdot(L-l) - (q\cdot(L-l))\cdot\frac{(L-l)}{2} = 0, M_r\right) = 1.15500\ 10^5 + 1.567164179\ P$$

Seção transversal

$$mI := int\left(y^2, x = -\frac{b}{2} .. \frac{b}{2}, y = -\frac{h}{2} .. \frac{h}{2}\right) = 0.006288333333$$

$$c := \frac{h}{2} = 0.3500000000$$

$$S := \frac{mI}{c} = 0.01796666667$$

Tensões máximas (P = 50 kN)

$$\sigma := y \rightarrow -\frac{M_l\cdot y}{mI} :$$

$$subs\left(P = 50\cdot 10^3, \sigma\left(-\frac{h}{2}\right)\right) = 1.078988176\ 10^7$$

$$subs\left(P = 50\cdot 10^3, \sigma\left(+\frac{h}{2}\right)\right) = -1.078988176\ 10^7$$

A tensão de tração máxima (~10.8 MPa) ocorre na parte mais baixa da viga
A tensão de compressão máxima (~ -10.8 MPa) ocorre na parte mais alta da viga

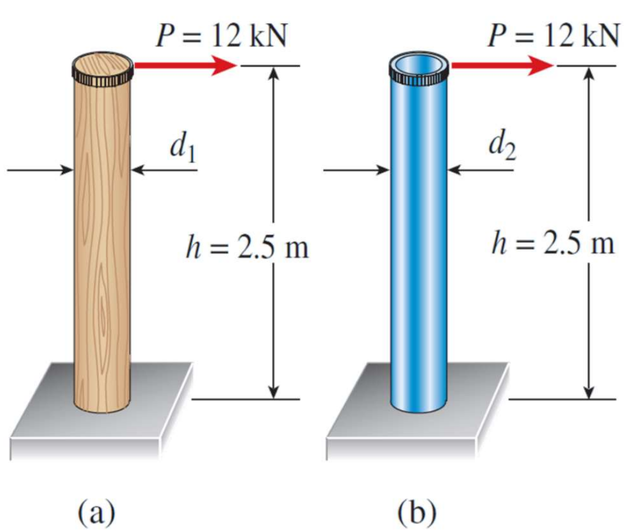
Tensão admissível 13 MPa
Qual é o valor máximo admissível para a carga P?

$$\sigma\left(-\frac{h}{2}\right) = 6.428571429\ 10^6 + 87.22620663\ P$$

$$solve\left(\sigma\left(-\frac{h}{2}\right) \le 13\cdot 10^6, P\right) = (-\infty, 75337.77777]$$

Neste caso, o valor máximo admissível de P vale ~75.4 kN

Exercício #2
Um poste vertical deve suportar um carregamento lateral P em sua extremidade superior.
Duas alternativas são propostas: uma coluna de madeira sólida e um tubo oco de alumínio.



Dados no SI

$restart:$

$P := 12 \cdot 10^3 : h := 2.5 :$

a) Qual d1 mínimo para tensão de flexão permitida de 15 MPa?

Reação de apoio

$R := P = 12000$

Momento fletor máximo

$M := x \rightarrow R \cdot x :$

$M_{max} := M(h) = 30000.0$

Módulo de seção (madeira)

$$S_m := \frac{\pi \cdot d_1^{\,3}}{32.} = 0.09817477044\ d_1^{\,3}$$

Tensão máxima calculada

$$\sigma_m := \frac{M_{max}}{S_m} = \frac{3.055774907\ 10^5}{d_1^{\,3}}$$

Diâmetro mínimo d1

$solve\left(\sigma_m \leq 15 \cdot 10^6, d_1\right) = (-\infty, 0.), [0.2731136253, \infty)$

Para a tensão permitida, o diâmetro da coluna de madeira deve maior ou igual a ~273 mm

b) Qual d2 mínimo para tensão de flexão permitida no aço de 50 MPa?
(A espessura da parede do tubo deve 1/8 do diâmetro externo)

Espessura da parede

$$t := \frac{d_2}{8} : d_i := d_2 - 2 \cdot t = \frac{3}{4}\ d_2$$

Momento de inércia

$$mI_a := \frac{\pi}{64.} \cdot \left(d_2^{\,4} - d_i^{\,4}\right) = 0.03355582974\ d_2^{\,4}$$

$$S_a := \frac{mI_a}{\frac{d_2}{2}} = 0.06711165948\ d_2^{\,3}$$

Tensão máxima calculada

$$\sigma_a := \frac{M_{max}}{S_a} = \frac{4.470162150\ 10^5}{d_2^{\,3}}$$

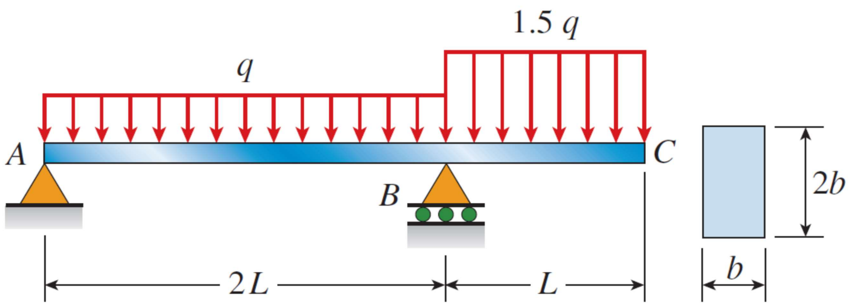
Diâmetro mínimo d2

$solve\left(\sigma_a \leq 50 \cdot 10^6, d_2\right) = (-\infty, 0.), [0.2075476200, \infty)$

Para a tensão permitida, o diâmetro do tubo de aço deve maior ou igual a ~208 mm

Exercício #3

Uma viga de aço ABC é simplesmente apoiada em Ae em B e tem um segmento suspenso BC de comprimento L. A viga suporta um carregamento uniforme de intensidade q ao longo do vão AB e de 1.5 q ao longo de BC. A seção transversal da viga é retangular com largura b e altura 2 b. A tensão fletora admissível no aço é de 60 MPa e seu peso específico é 77 kN/m3. Pede-se: (a) Desconsiderando o peso da viga, calcule a largura exigida b da seção transversal retangular. (b) Levando em consideração o peso da viga, calcule a largura exigida b.



Dados no SI

restart :

$L := 0.15$:

$q := 4.0 \cdot 10^3$:

$\sigma_{allow} := 60 \cdot 10^6$:

$\gamma_s := 77.0 \cdot 10^3$:

Reações de apoio

Somatório das forças verticais

$sfv := R_A + R_B - q_{AB} \cdot (2 \cdot L) - q_{BC} \cdot L = 0$:

Somatório de momentos em A

$smA := R_B \cdot (2 \cdot L) - (q_{AB} \cdot 2 \cdot L) \cdot L - (q_{BC} \cdot L) \cdot \left(2 \cdot L + \frac{L}{2}\right) = 0$:

$solve(\{sfv, smA\}, \{R_A, R_B\}) =$

$\{R_A = 0.1500000000\, q_{AB} - 0.03750000000\, q_{BC}, R_B = 0.1500000000\, q_{AB} + 0.1875000000\, q_{BC}\} =$

assign(%)

Momento fletor (com x=0 em A)

Trecho AB

$solve\left(M_{AB} - R_A \cdot x + (q_{AB} \cdot x) \cdot \frac{x}{2} = 0, M_{AB}\right) =$

$0.1500000000\, q_{AB}\, x - 0.03750000000\, x\, q_{BC} - 0.5000000000\, q_{AB}\, x^2$

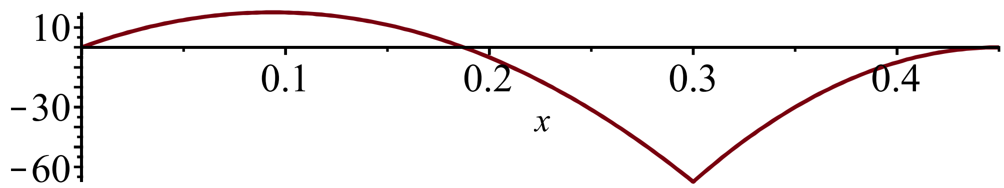
Trecho BC

$solve\left(-M_{BC} - (q_{BC} \cdot (3 \cdot L - x)) \cdot \frac{(3 \cdot L - x)}{2} = 0, M_{BC}\right) = -0.001250000000\, q_{BC}\, (-9. + 20.\, x)^2$

$$M := \begin{cases} R_A \cdot x - q_{AB} \cdot \dfrac{x^2}{2} & x \geq 0 \textbf{ and } x \leq 2 \cdot L \\ -\left(q_{BC} \cdot (3 \cdot L - x)\right) \cdot \dfrac{(3 \cdot L - x)}{2} & x > 2 \cdot L \textbf{ and } x \leq 3 \cdot L \\ 0 & otherwise \end{cases} :$$

Diagrama de momento fletor (desconsiderar o peso da viga)

$plot\left(subs\left(q_{AB} = q, q_{BC} = 1.5 \cdot q, M\right), x = 0..3 \cdot L\right)$



Momento fletor máximo (em x=L ou em x=2L)

$M_L := subs(x = L, M) :$

$M_{2L} := subs(x = 2 \cdot L, M) :$

$M_L = 0.01125000000\ q_{AB} - 0.005625000000\ q_{BC}$

$M_{2L} = -0.01125000000\ q_{BC}$

$M_{amax} := \max\left(\text{abs}\left(M_L\right), \text{abs}\left(M_{2L}\right)\right) =$

$\max\left(0.01125000000\ |q_{BC}|, |0.01125000000\ q_{AB} - 0.005625000000\ q_{BC}|\right)$

Módulo de seção e Tensão máxima calculada

$$S := \frac{b \cdot (2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2}{3}\ b^3$$

$$\sigma := \frac{M_{amax}}{S} = \frac{3}{2}\ \frac{\max\left(0.01125000000\ |q_{BC}|, |0.01125000000\ q_{AB} - 0.005625000000\ q_{BC}|\right)}{b^3}$$

(a) Tensão máxima calculada (desconsiderando o peso da viga)

$$\sigma_a := evalf\left(subs\left(q_{AB} = q, q_{BC} = 1.5 \cdot q, \sigma\right)\right) = \frac{101.2500000}{b^3}$$

$solve\left(\sigma_a \leq \sigma_{allow}, b\right) = (-\infty, 0.), [0.01190550789, \infty)$

Desconsiderando o peso da viga, a dimensão mínima b vale ~11.91mm

(b) Tensão máxima calculada (considerando o peso da viga)

$w := \gamma_s \cdot (b \cdot 2 \cdot b) = 1.540000\ 10^5\ b^2$

$\sigma_b := evalf\left(subs\left(q_{AB} = q + w, q_{BC} = 1.5 \cdot q + w, \sigma\right)\right) =$

$$\frac{1.500000000 \max\left(0.01125000000\ |6000.00 + 1.540000\ 10^5\ b^2|, |11.25000000 + 866.2500000\ b^2|\right)}{b^3}$$

$solve\left(\sigma_b \leq \sigma_{allow}, b\right) = (-\infty, 0.), [0.01191996291, \infty)$

Considerando o peso da viga, a dimensão mínima b vale ~11.92mm