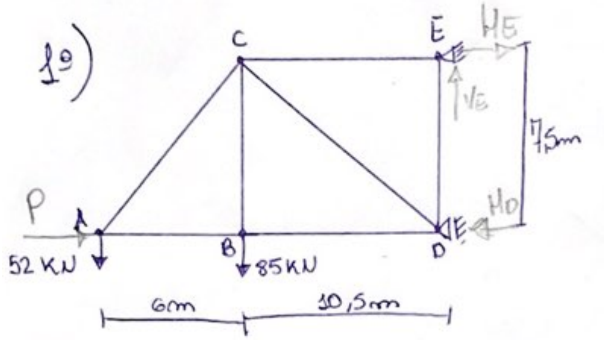
Mecânica dos Sólidos 3
AB2 - Parte 2

24/09/2021

Aluno: Bruno Manoel G. Pereira

1º)



Dados: $A = 1600\ mm^2$
$E = 200\ GPa$

Forças de reação da treliça:

$\Sigma F_x = 0 \therefore P + H_E - H_D = 0$

$\Sigma F_y = 0 \therefore V_E - 52 - 85 = 0 \rightarrow \boxed{V_E = 137\ kN} \uparrow$

$\Sigma M_E = 0 \therefore -10,5 \times 85 + 52 \times 16,5 + 7,5P - 7,5H_D = 0$

$7,5H_D = 7,5P + 1750,5$

$\boxed{H_D = P + 233,4}\ kN \leftarrow$

$H_E = P - (P + 233,4)$

$\boxed{H_E = 233,4\ kN} \rightarrow$

Aplicando o Segundo Teorema de Castigliano em treliças:

* AB: $F = (-P - 41,6)\ kN$; $L = 6000\ mm$

$\frac{\partial F}{\partial P} = -1$

P/ $P = 0 \rightarrow F = -41,6\ kN$

Logo, $\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) F.L = (-1).(-41,6).(6000) = \boxed{249600\ kN.mm}$

Fazendo o mesmo passo a passo para os demais trechos:

* AC: $F = 66,59\ kN$; $L = 9604,69\ mm$; $\frac{\partial F}{\partial P} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right)FL = 0$

* BC: $\frac{\partial F}{\partial P} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right).F.L = 0$

$*$ BD: $F = -P - 41,6 \text{ KN}$; $L = 10,5 \text{ m} = 10500 \text{ mm}$

$$\frac{\partial F}{\partial P} = -1 \quad ; \quad P/\ P = 0 \rightarrow F = -41,6 \text{ KN}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) F \cdot L = (-1)(-41,6) \cdot (10500) = \boxed{436800 \text{ KN mm}}$$

$*$ CD: $\frac{\partial F}{\partial P} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) F \cdot L = 0$ //

$*$ CE: $\frac{\partial F}{\partial P} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) F L = 0$ //

$*$ DE: $\frac{\partial F}{\partial P} = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) F \cdot L = 0$ //

Aplicando na equação do segundo teorema de Castigliano

$$\Delta = \frac{1}{AE} \sum \left(\frac{\partial F}{\partial P}\right) F L$$

$$\Delta = \frac{(249600 + 436800)}{(1600 \text{ mm}^2)(200000 \text{ N/mm}^2)} \times 1000 \frac{\text{N}}{\text{KN}} = \boxed{2,145 \text{ mm}}$$

↳ deslocamento horizontal no ponto A.

2º) Dados: $\sigma_{adm} = 250\ MPa$; $E = 200\ GPa$; $I_z = 128 \times 10^6\ mm$
$I_y = 18{,}4 \times 10^6\ mm^4$; $r_z = 130mm$

Em relação ao plano xy, temos que $K = 2$:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 . E I_z}{(K.L)^2} = \frac{\pi^2 . 200 \times 10^9 . 128 \times 10^{-6}}{(2 \times 9)^2} = 779{,}821\ KN$$

Em relação ao plano xz, temos que $K = 0{,}7$:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 . E . I_y}{(K.L)^2} = \frac{\pi^2 . 200 . 10^9 . 18{,}4 . 10^{-6}}{(0{,}7 \times 9)^2} = 915{,}095\ KN$$

Portanto, $\boxed{P_{cr} = 779{,}821\ KN}$

Calculando a tensão crítica:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 . 200 \times 10^9}{(2 . 9/130 . 10^{-3})^2} = \frac{\pi^2 . 200 . 10^9}{138{,}52} = 102{,}9\ MPa$$

Como $\sigma_{adm} > \sigma_{cr}$, o valor de P_{cr} é válido.

Utilizando os critérios de estabilidade:

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{cr}}{mp} \rightarrow \frac{P}{A} \leq \frac{P_{cr}}{A . mp} \rightarrow P \leq \frac{779{,}821}{2} = \boxed{389{,}91\ KN}$$

carga admissível para o sistema.