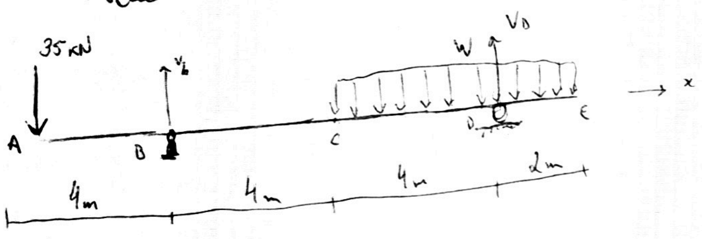
Mecânica dos Sólidos 3

Arthur Domingos de Oliveira

AB1 - Parte 2. 03/09/2021

1ª Questão



A princípio, calculamos as reações de apoio a partir das condições de equilíbrio.

É fácil ver que $\sum F_x = 0$, uma vez que não há forças horizontais atuando na viga.

Dessa maneira, escolhemos estrategicamente o somatório vertical das forças e o momento em B para chegarmos ao resultado.

- $\sum F_y = 0$

$$-35 + V_B - 6w + V_D = 0$$

$$V_B + V_D = 35 + 6w = 35 + 480$$

$$V_B + V_D = 515 \rightarrow V_B = 112{,}5$$

- $\sum M_B = 0$

$$35 \cdot 4 - w \cdot 6 \cdot \left(4 + \frac{6}{2}\right) + 8V_D = 0$$

$$35 \cdot 4 - 42w + 8V_D = 0$$

$$V_D = \frac{42 \cdot 8 - 35 \cdot 4}{8} = 402{,}5\,kN$$

a) Determinar deslocamento em A:

- Assumindo suporte fixo em B, sabemos que $V_A = -\dfrac{PL^3}{3EI}$, sendo $P = 35\,kN$, $L = 4m$ (a distância até o ponto fixo B) e $EI = 7{,}02 \cdot 10^4\,kN \cdot m^2$.

Dessa maneira, ao inserir os valores, obtemos:

$$V_A = \frac{-35 \cdot 4^3}{3 \cdot (7{,}02 \cdot 10^4)} = -0{,}0106363\,m$$

, considerando os efeitos percebidos na seção AB da viga.

• Considerando o trecho ABC, podemos calcular um dos componentes da deflexão em A oriunda da rotação em B causada pela carga concentrada em A.

Assim, temos que

$\theta_B = \dfrac{M.L}{3EI}$, sendo $M = 35\,kN \cdot 4m = 140\,kN.m$

$L = 8\,m$

$EI = 7{,}02 \cdot 10^4\, kN \cdot m^2$

Assim,

$$\theta_B = \frac{ML}{3EI} = \frac{140 \cdot 8}{3 \cdot 7{,}02 \cdot 10^4} = 0{,}0053181 \text{ rad}$$

Portanto, $V_A = -4 \cdot \theta_B = -0{,}0212726\, m$

• Considerando a carga uniformemente distribuída entre C e D, temos:

$\theta_B = \dfrac{Wa^2}{24LEI}(2L^2 - a^2)$. $w = 80\,kN/m$

$L = 8m$

$a = 4m$

$$\theta_B = \frac{80 \cdot 4^2}{24 \cdot 8 \cdot 7{,}02 \cdot 10^4}(2 \cdot 8^2 - 4^2) = 0{,}0106363 \text{ rad}$$

$V_A = 4 \cdot \theta_B = 0{,}0425451\, m$

• Por fim, considerando a carga distribuída em DE:

$$\theta B = \frac{ML}{6EI} = \frac{160 \cdot 8}{6 \cdot 7{,}02 \cdot 10^4} = 0{,}0030389 \text{ rad}$$

$V_A = -4 \cdot \theta_B = -0{,}0121557\, m$

Assim, por superposição, chegamos à deflexão em A:

$$\Delta A = \sum V_A = (-0{,}01064m) + (-0{,}02127\,m) + 0{,}04255\,m + (-0{,}01216\,m)$$

$\Delta A = -0{,}00152\, m = -1{,}52\, mm$, ou seja, um deslocamento de 1,52 mm para baixo.

b) Façamos, portanto, a rotação no ponto D.

- Considerando a carga distribuída,

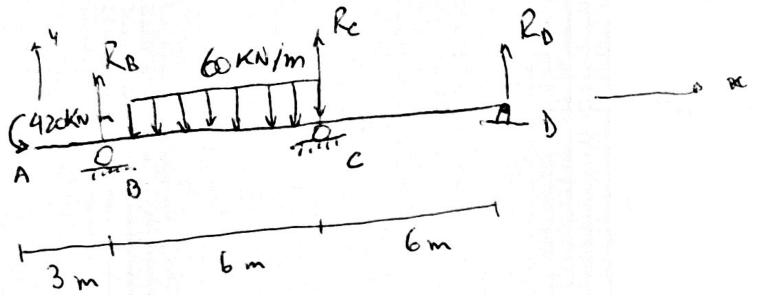
$$\theta_{CD} = \frac{3 w 8^3}{128 \cdot EI} = \frac{3 \cdot 80 \cdot 512}{128 EI} = \frac{960}{7{,}02 \cdot 10^4} = 0{,}0137 \text{ rad}$$, sendo $L = 8$ m

- Considerando a rotação em relação ao momento,

$$\theta_M = \frac{160 \cdot 8}{3EI} = \frac{426{,}67}{7{,}02 \cdot 10^4} = 0{,}0061 \text{ rad.}$$

$$\theta_D = \theta_M - \theta_{CD} = -0{,}0076 \text{ rad.}$$

2ª Questão



· Calcular as reações de apoio pelo método das forças

↳ Considere $I_{BC} = 2EI_z$, sendo EI_z é o momento de inércia dos demais vãos.

Vamos às equações de equilíbrio:

$\sum F_y = 0 \rightarrow R_B + R_C + R_D - 60 \cdot 6 = 0.$

Assim, $R_C = 360 - (R_B + R_D).$

Pelo momento em A:

$\sum M_A = 0 \rightarrow 420 + 3R_B + 9R_C + 15R_D - 6 \cdot 6 \cdot 60 = 0$

$3R_B = -420 + 2.160 - 15R_D - 9R_C$

$R_B = 580 - 5R_D - 3R_C$

Dessa forma,

$R_B = 580 - 5R_D - 3 \cdot [360 - (R_B + R_D)]$

$R_B = 580 - 5R_D - 2080 + 3R_B + 3R_D$

$R_B = 250 + R_D.$

Por sua vez, $R_C = 360 - (R_B + R_D) \rightarrow R_C = 110 - 2R_D.$

Consideremos, agora, as condições de contorno para este caso:

$v(D)=0$

$v(B)=0$

$v(C)=0$

Podemos aplicar o método das forças, por meio da superposição