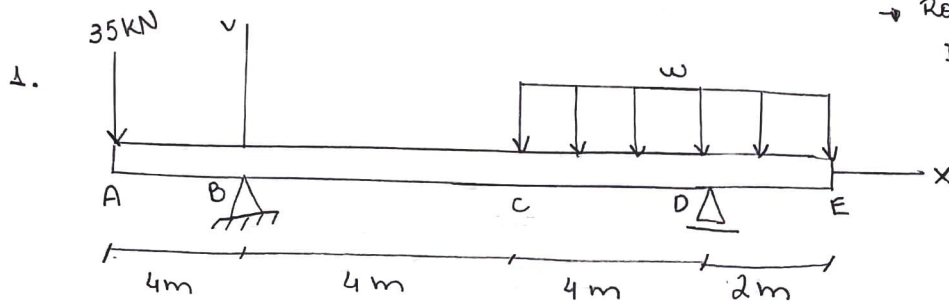


(AB1-2) Mecânica dos Sólidos 3

Gabriela Silveira de Azevedo



→ Desloc. vertical no ponto A

→ Rotação no ponto D

$$I_z = 351 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$w = 80 \text{ kN/m}$$

→ Calculando as Reações

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -35 + V_B - 6 \cdot w + V_D = 0$$

$$V_B + V_D = 35 + 6w$$

$$V_B + V_D = 35 + 6 \cdot 80$$

$$V_B + V_D = 515 \rightarrow V_B = 515 - 402,5 \rightarrow$$

$$V_B = 112,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 35 \cdot 4 - w \cdot 6 \cdot (10 - 3) + V_D \cdot 8 = 0$$

$$35 \cdot 4 - 80 \cdot 6 \cdot 7 + V_D \cdot 8 = 0 \rightarrow V_D = 402,5 \text{ kN}$$

→ Deflexão no Ponto A

* Para a região AB:

$$V_A = -\frac{PL^3}{3EI} = -\frac{35 \cdot 4^3}{3 \cdot 7,102 \cdot 10^4} = -0,0106 \text{ m} \rightarrow V_A = -0,0106 \text{ m} \quad (1)$$

* Deflexão em A provocada pela rotação em B:

$$\theta_B = \frac{ML}{3EI} = \frac{140 \cdot 8}{3EI} = \frac{140 \cdot 8}{3 \cdot 7,102 \cdot 10^4} = 0,00532 \rightarrow \theta_B = 0,00532 \text{ rad}$$

sendo assim

$$\theta_B = \frac{V_A}{L} \rightarrow V_A = \theta_B \cdot L = -4 \cdot 0,00532 = -0,02127 \rightarrow V_A = -0,02127 \text{ m} \quad (2)$$

→ Considerando a carga distribuída e sua influência na deflexão em A:

$$\theta_B = \frac{w \cdot a^2}{24 L \cdot EI} (2L^2 - a^2) = \frac{80 \cdot 4^2}{24 \cdot 8 \cdot 7,02 \cdot 10^4} (2 \cdot 8^2 - 4^2) = 0,01063 \text{ rad}$$

$$\rightarrow \boxed{\theta_B = 0,01063 \text{ rad}}$$

sendo assim:

$$V_A = \theta_B \cdot L = 0,01063 \cdot 4 = 0,04252 \text{ m} \rightarrow \boxed{V_A = 0,04252 \text{ m}} \quad (3)$$

Agora, considerando a influência da carga distribuída na rotação em B:

$$\theta_B = \frac{ML}{6EI} = \frac{160 \cdot 8}{6 \cdot 7,02 \cdot 10^4} = 0,0030 \text{ rad} \rightarrow \boxed{\theta_B = 0,0030 \text{ rad}}$$

sendo assim:

$$V_A = \theta_B \cdot L = -4 \cdot 0,00304 = -0,01216 \text{ m} \rightarrow \boxed{V_A = -0,01216 \text{ m}} \quad (4)$$

Pelo Método da Superposição, temos:

$$V_A = -0,0106 - 0,02127 + 0,04252 - 0,01216$$

$$\boxed{V_A = -0,00153 \text{ m}}$$

ou seja, a deflexão no ponto

A equívoca a 0,00153 m para baixo.

→ Rotação em D

→ Considerando a carga distribuída

$$\theta_{CD} = \frac{3 \cdot w \cdot l^3}{128 \cdot EI} = \frac{3 \cdot 80 \cdot 512}{128 \cdot EI} = \frac{960}{7,02 \cdot 10^4} = 0,0137 \text{ rad} \rightarrow \boxed{\theta_{CD} = 0,0137 \text{ rad}}$$

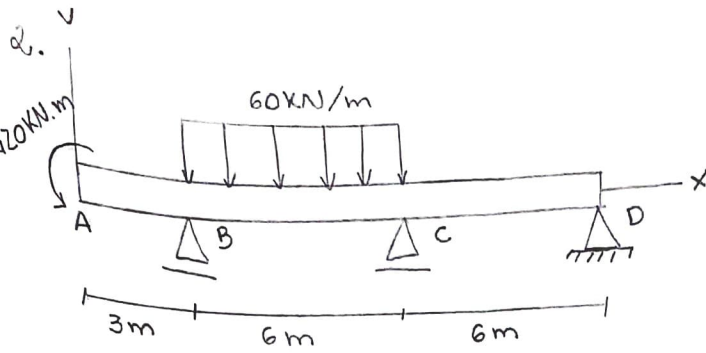
→ Considerando o momento:

$$\theta_M = \frac{160 \cdot 8}{3EI} = \frac{426,67}{7,02 \cdot 10^4} = 0,0061 \text{ rad} \rightarrow \boxed{\theta_M = 0,0061 \text{ rad}}$$

sendo assim:

$$\theta_D = -\theta_{CD} + \theta_M = -0,0076 \text{ rad} \rightarrow \boxed{\theta_D = -0,0076 \text{ rad}}$$

→ Reações de apoio
(método dos treços)



→ Reações de apoio

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_B + V_C + V_D - 60 \cdot 6 = 0$$

$$V_B + V_C + V_D = 360 \rightarrow V_C = 360 - V_D - V_B$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 420 + V_B \cdot 3 + V_C \cdot 9 + V_D \cdot 15 - 60 \cdot 6 \cdot 6 = 0$$

$$\rightarrow V_B = 580 - 5V_D - 3V_C$$

substituindo V_C :

$$V_B = 580 - 5V_D - 3(360 - V_D - V_B)$$

$$V_B = 580 - 5V_D - 1080 + 3V_D + 3V_B$$

$$V_B - 3V_B = -500 - 2V_D \rightarrow V_B = 250 + V_D$$

então, temos:

$$V_C = 360 - V_D - (250 + V_D) \rightarrow V_C = 110 - 2V_D$$

→ condições de contorno

I. $v(D) = 0$

II. $v(B) = 0$

III. $v(C) = 0$

Pelo Método dos treços
(considerando a superposição)

* Trecho AB



$$v(A) = \frac{420 \cdot 3^2}{2 \cdot EI}$$

* Trecho BC



$$v = \frac{5.60.6^4}{384.2EI}$$

* Trecho CD

$$v = -\frac{V_D.6^3}{3EI}$$