




Pl. barras:  $\Delta = \sum_{i=1}^M \int_0^{L_i} \frac{N_i}{E_i \cdot A_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial P} \cdot dx$

Barra AB =  $\int_0^6 \frac{(-41623,75 - P)}{EA} \cdot (-1) \cdot dx = \frac{41623,75x + Px}{EA}$

$\frac{\partial N_{AB}}{\partial P} = -1$

$= \frac{41623,75 \cdot 6}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,0016} = 0,0008 \text{ m}$



$\Delta_{AC} = \int_0^{2,6} \frac{66598}{EA} \cdot 0 \cdot dx = 0$

$\frac{\partial \Delta_{AC}}{\partial P} = 0$

$\Delta_{BD} = \int_0^{10,5} \frac{(-41623,75 - P)}{EA} \cdot (-1) \cdot dx = 0,0014 \text{ m}$

$\frac{\partial N_{BD}}{\partial P} = -1$

$\Delta_{CD} = \int_0^{12,9} \frac{-235700}{EA} \cdot 0 \cdot dx = 0$

$\frac{\partial \Delta_{CD}}{\partial P} = 0$

$\Delta_{CE} = 0$ , pois  $\frac{\partial N_{CE}}{\partial P} = 0$

$\frac{\partial \Delta_{CE}}{\partial P} = 0$

$\Delta_{DE} = 0$ , pois  $\frac{\partial N_{DE}}{\partial P} = 0$

$\Delta_A = \Delta_{AB} + \Delta_{AC} + \Delta_{BC} + \Delta_{BD} + \Delta_{CD} + \Delta_{CE} + \Delta_{DE} = 0,0008 + 0,0014 = 0,0022 \text{ m}$

Como a força fictícia  $P$  em B foi considerada com sentido para direita, tem-se que o deslocamento em B é 2,2mm para a direita.



2. Dados:  $\sigma_{adm} = 250 \text{ MPa}$

$$I_z = 128 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E = 200 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 200 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$I_y = 18,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$L = 9 \text{ m} = 9 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$r_z = 130 \text{ mm}$$

• Pela figura é possível perceber que a seção transversal está na forma

$$r_y = 49,3 \text{ mm}$$



⇒ Critério de estabilidade:

• Deflexão no plano  $x-y$

$$P_{cr1} = \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)_z^2} = \frac{\pi^2 (200 \cdot 10^3 \cdot 128 \cdot 10^6)}{(2 \cdot 9 \cdot 10^3)^2} = 780 \cdot 10^3 = 779,821 \text{ kN}$$

$$P_{cr2} = \frac{\pi^2 EI_y}{(KL)_y^2} = \frac{\pi^2 (200 \cdot 10^3 \cdot 18,4 \cdot 10^6)}{(0,7 \cdot 9 \cdot 10^3)^2} = 915,096 \cdot 10^3 = 915 \text{ kN}$$

Logo,  $P_{cr}$  crítico será  $P/I_z$ , ou seja,  $P_{cr} = P_{cr1} = 779,821 \text{ kN}$

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{779,821 \cdot 10^3}{7600} = 102,9 \text{ MPa}$$

⇒ Critério de  $(KL/r)_z$  vale  $(138,5)^2$

$$\sigma_{cr} = 102,9 \text{ MPa} < 250 \text{ MPa}, \text{ pode-se dizer que } \sigma_{cr} \text{ é válido (critério de resis}$$

tência atendido).

→ Critério de estabilidade:

$$\sigma_{cr} = 102,9 \text{ MPa} < 250 \text{ MPa}, \text{ pode-se dizer que } \sigma_{cr} \text{ é válido.}$$

resposta: NP

$$\frac{P}{A} \leq \frac{P_{cr}}{A}$$

$$P \leq \frac{P_{cr}}{n_p}$$

2. (cont.)

Como  $P_{cr} = 779,821 \text{ kN}$  e coeficiente de segurança  $\eta_P = 2$

$$P \leq \frac{779,821}{2}$$

$$P \leq 389,91 \text{ kN}$$

Portanto,  $P_{adm} = 389,91 \text{ kN}$