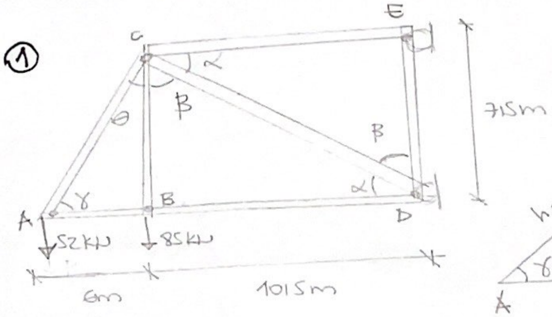
MECÂNICA DOS SÓLIDOS 3

DÉBORA ARRUDA DUARTE

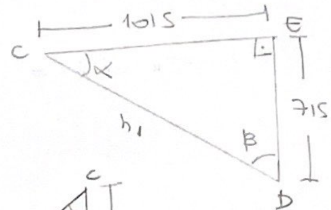
PROVA 4 - AB2

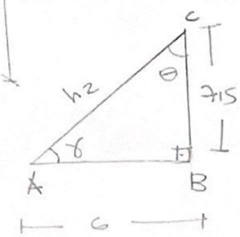
(1)



$E = 200\,GPa = 2 \cdot 10^8\,kPa$

$A = 1600\,mm^2 \rightarrow 0{,}0016\,m^2$





$tg\alpha = \frac{7{,}5}{10{,}5}$

$\alpha = \arctan\left(\frac{7{,}5}{10{,}5}\right)$

$\boxed{\alpha = 35{,}54°}$

$\beta = 90° - 35{,}54°$

$\boxed{\beta = 54{,}46°}$

$tg\gamma = \frac{7{,}5}{6}$

$\boxed{\gamma = 51{,}34°}$

$\theta = 90° - \gamma$

$\boxed{\theta = 38{,}66°}$

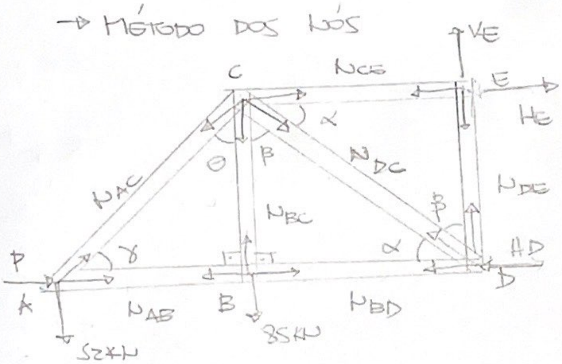
$h_1 = \sqrt{7{,}5^2 + 10{,}5^2}$

$h_1 = 12{,}90\,m$

$h_2 = \sqrt{6^2 + 7{,}5^2}$

$h_2 = 9{,}6\,m$

→ Método dos nós



→ Equações:

$\Sigma F_{HA} = 0 \therefore N_{AB} + N_{AC} \cdot \cos 51{,}34° + P = 0$

$\Sigma F_{VA} = 0 \therefore -52 + N_{AC} \cdot \sin 51{,}34° = 0$

$\Sigma F_{HB} = 0 \therefore N_{BD} - N_{AB} = 0$

$\Sigma F_{VB} = 0 \therefore N_{BC} - 85 = 0$

$\Sigma F_{HC} = 0 \therefore N_{CE} + N_{DC} \cdot \cos 35{,}54° - N_{AC} \cdot \cos 38{,}66° = 0$

$\Sigma F_{VC} = 0 \therefore -N_{BC} - N_{DC} \cdot \sin 35{,}54° - N_{AC} \cdot \sin 38{,}66° = 0$

$\Sigma F_{HD} = 0 \therefore -N_{BD} - N_{DC} \cos 35{,}54° - H_D = 0$

$\Sigma F_{VD} = 0 \therefore N_{DE} + N_{DC} \cdot \sin 35{,}54° = 0$

$\Sigma F_{HE} = 0 \therefore -N_{CE} + H_E = 0$

$\Sigma F_{VE} = 0 \therefore -N_{DE} + V_E = 0$.

→ Reações de apoio

$V_E - 52 - 85 = 0 \rightarrow V_E = 137\,kN$

$H_E - H_D + P = 0$

→ Cálculo do momento:

$-(H_D \cdot 7{,}5) + (85 \cdot 10{,}5) + (16{,}5 \cdot 52) + (P \cdot 7{,}5) = 0$

$-7{,}5 H_D + 1750{,}5 + 7{,}5 P = 0$

→ Solucionando o sistema por meio de ferramentas matemáticas tem-se:

$H_D = P + 233{,}4\,kN$

$H_E = 233{,}4\,kN$

$V_E = 137\,kN$

$N_{AB} = -P - 41{,}6$

$N_{AC} = 66{,}5925$

$N_{BC} = 85$

$N_{BD} = -P - 41{,}6$

$N_{DC} = -235{,}9037$

$N_{CE} = 233{,}40$

$N_{DE} = 137$

↳ Todos em (kN)

→ COMPRIMENTOS (m):

$L_{AB} = 6\,m$

$L_{AC} = 9{,}6\,m$

$L_{BC} = 7{,}5\,m$

$L_{BD} = 10{,}5\,m$

$L_{DC} = 12{,}9\,m$

$L_{CE} = 10{,}5\,m$

$L_{DE} = 7{,}5\,m$

→ DESLOCAMENTO GERADO POR CADA BARRA, PELO TEOREMA DE CASTIGLIANO:

$$\Delta_b = \int_0^L \frac{N_i}{EA} \frac{dN_i}{dP}\,dx$$

Δ_b = deslocamento nas barras

COMO N NÃO É FUNÇÃO DE X.

$$\Delta_b = \frac{N_i}{EA}\frac{dN_i}{dP}\int_0^L dx \Rightarrow \Delta_b = \frac{N_i}{EA}\cdot\frac{dN_i}{dP}\cdot L$$

→ PARA O DESLOCAMENTO NO NÓ A, P = 0, E COM $E = 2\cdot10^8\,kPa$ e $A = 0{,}0016\,m^2$:

$$\Delta_{AB} = \frac{N_{AB}}{EA}\cdot\frac{dN_{AB}}{dP}\cdot L_{AB} = \frac{(-P-41{,}6)}{EA}\cdot(-1)\cdot(6) = \frac{\cancel{6P}^{\,0} + 249{,}6}{0{,}0016\cdot 2\cdot 10^8} = 7{,}8\cdot 10^{-4}\,m$$

$$\Delta_{AC} = \frac{N_{AC}}{EA}\cdot\frac{dN_{AC}}{dP}\cdot L_{AC} = \frac{66{,}15925}{EA}\cdot 0\cdot 9{,}6 = 0$$

$$\Delta_{BC} = \frac{N_{BC}}{EA}\cdot\frac{dN_{BC}}{dP}\cdot L_{BC} = \frac{35}{EA}\cdot 0\cdot 7{,}5 = 0$$

$$\Delta_{BD} = \frac{N_{BD}}{EA}\cdot\frac{dN_{BD}}{dP}\cdot L_{BD} = \frac{(-P-41{,}6)}{EA}\cdot(-1)\cdot(10{,}5) = \frac{\cancel{10{,}5P}^{\,0} + 436{,}8}{0{,}0016\cdot 2\cdot 10^8} = 1{,}365\cdot 10^{-3}\,m$$

$$\Delta_{DC} = \frac{N_{DC}}{EA}\cdot\frac{dN_{DC}}{dP}\cdot L_{DC} = \frac{235{,}70337}{EA}\cdot(0)\cdot(12{,}9) = 0$$

$$\Delta_{CE} = \frac{N_{CE}}{EA}\cdot\frac{dN_{CE}}{dP}\cdot L_{CE} = \frac{233{,}40}{EA}\cdot(0)\cdot(10{,}5) = 0$$

$$\Delta_{DE} = \frac{N_{DE}}{EA}\cdot\frac{dN_{DE}}{dP}\cdot L_{DE} = \frac{137}{EA}\cdot(0)\cdot(7{,}5) = 0.$$

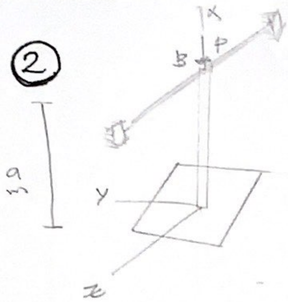
LOGO, A DEFLEXÃO NO PONTO A SERÁ DE:

$$\Delta_A = \sum \Delta_L$$

PORTANTO,

$$\Delta_A = 7{,}8\cdot 10^{-4} + 1{,}365\cdot 10^{-3} = 2{,}145\cdot 10^{-3}\,m \quad \text{OU} \quad 2{,}145\,mm.$$

②



DADOS:

$\sigma_{adm} = 250\ MPa$

$E = 200\ GPa$

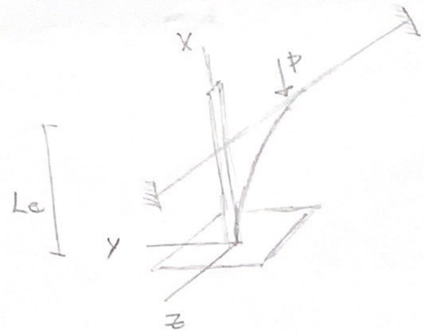
$I_z = 128 \cdot 10^6\ mm^4$

$I_y = 18,4 \cdot 10^6\ mm^4$

$r_z = 130\ mm$

coef de segurança = 2.

L_k



→ PELA FIGURA, OBSERVA-SE QUE A COLUNA ESTÁ DOBRANDO EM TORNO DO EIXO MAIS FORTE. EM QUE A COLUNA DOBRA EM TORNO DO EIXO Z E DESVIA NO PLANO X-Y.

→ O COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM EM TORNO DO EIXO Z É DADO POR:

$$P_{cr} = \frac{\pi E I_z}{(KL)_z^2}, \text{ com } K = 2 \text{ e } L = 9m$$

*COMO A CONFIGURAÇÃO É ENGASTE - EXTREMIDADE LIVRE, K=2.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot (200.000 N/mm^2)(128 \cdot 10^6\ mm^4)}{(2 \cdot 9000\ mm)^2}$$

$$P_{cr} = 779.821\ N \text{ ou } 779,821\ kN$$

→ COMO O EIXO Z É O EIXO DE MAIOR RESISTÊNCIA DO SISTEMA ESTRUTURAL TERÁ O MAIOR VALOR DE K (ENGASTE-LIVRE → K=2)

→ PARA CALCULAR A FLAMBAGEM NO EIXO Y, TERÍAMOS UM VALOR DE K IGUAL OU INFERIOR.

DESSA MANEIRA,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{(KL)^2}$$

→ EM QUE PARA UM MENOR VALOR DE K TEREMOS UM VALOR MAIOR DE P_{cr}.

→ ÍNDICE DE ESBELTEZ EM Z:

$$\lambda_z = \frac{L_e}{r_z} = \frac{KL}{r_z} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3}{130} = 138,5$$

→ A TENSÃO CRÍTICA NA COLUNA É DADA POR:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 \cdot (200.000 MPa)}{(138,5)^2} = 102,9\ MPa < 250\ MPa$$

* OBSERVA-SE QUE A TENSÃO CRÍTICA ESTÁ DENTRO DO LIMITE, POIS É INFERIOR À TENSÃO ADMISSÍVEL DE 250 MPa. PORTANTO, A CARGA CRÍTICA É VÁLIDA.

→ CRITÉRIOS DE ESTABILIDADE

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{cr}}{n_p}, \text{ em que } \sigma = \frac{P}{A} \text{ e } \sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A}$$

ASSIM, $\frac{P}{A} \leq \frac{P_{cr}}{A\, n_p} \rightarrow P \leq \frac{P_{cr}}{n_p}$

COMO $P_{cr} = 779{,}821$ kN e $n_p = 2$

$$P \leq \frac{779{,}821}{2}$$

$$P \leq 389{,}91 \text{ kN}$$

→ DESTE MODO, PARA TODO O SISTEMA A CARGA ADMISSÍVEL É DE $P_{adm} = 389{,}91$ kN.