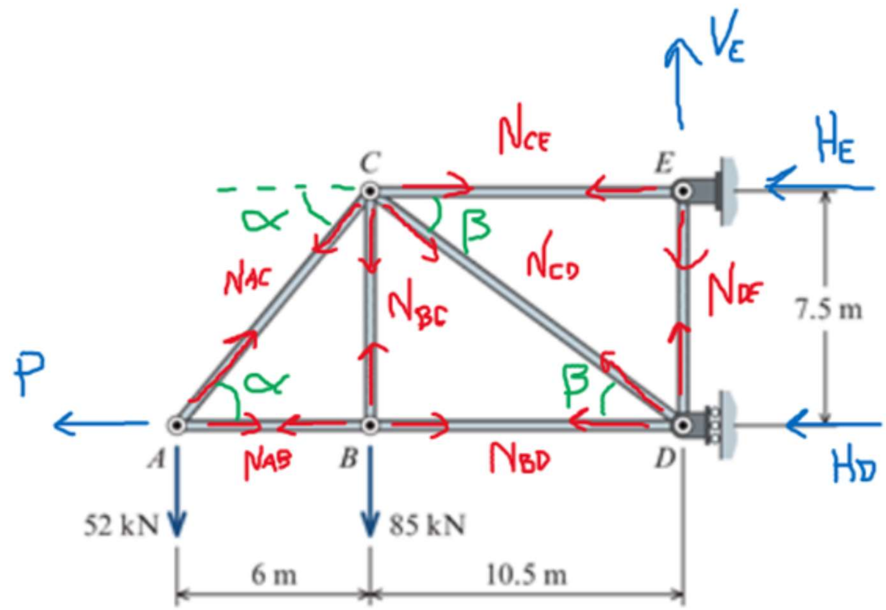
Universidade Federal de Alagoas - UFAL
Centro de Tecnologia - CTEC
Curso de Engenharia Civil

Mecânica dos Sólidos 3 - ECIV051 (2020.2)
Professor: Adeildo S. Ramos Jr.
Monitores: Hugo Vinícius F. Azevedo, Milton Mateus G. Santos, Ricardo A. Fernandes

AB2P2 - Resolução
Data: 24/09/2021

Questão 1 Utilize o segundo teorema de Castigliano para calcular o deslocamento horizontal no ponto A. Dados: Área das barras 1600 mm^2; Módulo de elasticidade dos materiais 200 GPa.



restart :

Dados no SI

$E, A := 200.\cdot 10^9, 1600.\cdot(10^{-3})^2$:

$P_A, P_B := 52\cdot 10^3, 85\cdot 10^3$:

$L_{AB}, L_{BD}, H := 6., 10.5, 7.5$:

Cálculo dos ângulos

$$\alpha, \beta := \arctan\left(\frac{H}{L_{AB}}\right), \arctan\left(\frac{H}{L_{BD}}\right) = 0.8960553846, 0.6202494860$$

Cálculo dos comprimentos das barras

$L_{AB}, L_{BC}, L_{BD}, L_{CE}, L_{DE} := 6, 7.5, 10.5, 10.5, 7.5$:

$L_{AC} := solve(L_{AC}\cdot\cos(\alpha) = L_{AB}, L_{AC}) = 9.604686357$

$L_{CD} := solve(L_{CD}\cdot\cos(\beta) = L_{BD}, L_{CD}) = 12.90348790$

Método dos nós

$\Sigma F_{HA} := N_{AB} + N_{AC} \cdot \cos(\alpha) - P = N_{AB} + 0.6246950475\ N_{AC} - P$

$\Sigma F_{VA} := N_{AC} \cdot \sin(\alpha) - P_A = 0.7808688095\ N_{AC} - 52000$

$\Sigma F_{HB} := N_{BD} - N_{AB} = N_{BD} - N_{AB}$

$\Sigma F_{VB} := N_{BC} - P_B = N_{BC} - 85000$

$\Sigma F_{HC} := N_{CE} + N_{CD} \cdot \cos(\beta) - N_{AC} \cdot \cos(\alpha) = N_{CE} + 0.8137334712\ N_{CD} - 0.6246950475\ N_{AC}$

$\Sigma F_{VC} := -N_{BC} - N_{AC} \cdot \sin(\alpha) - N_{CD} \cdot \sin(\beta) = -N_{BC} - 0.7808688095\ N_{AC} - 0.5812381937\ N_{CD}$

$\Sigma F_{HD} := -N_{BD} - N_{CD} \cdot \cos(\beta) - H_D = -N_{BD} - 0.8137334712\ N_{CD} - H_D$

$\Sigma F_{VD} := N_{CD} \cdot \sin(\beta) + N_{DE} = 0.5812381937\ N_{CD} + N_{DE}$

$\Sigma F_{HE} := -N_{CE} - H_E = -N_{CE} - H_E$

$\Sigma F_{VE} := -N_{DE} + V_E = -N_{DE} + V_E$

$eqns := \Sigma F_{HA}, \Sigma F_{VA}, \Sigma F_{HB}, \Sigma F_{VB}, \Sigma F_{HC}, \Sigma F_{VC}, \Sigma F_{HD}, \Sigma F_{VD}, \Sigma F_{HE}, \Sigma F_{VE} :$

$vars := N_{AB}, N_{AC}, N_{BC}, N_{BD}, N_{CD}, N_{CE}, N_{DE}, H_D, H_E, V_E :$

$assign(solve(\{eqns\}, \{vars\})) :$

Normais nas barras

$N_{AB} = P - 41599.99999$

$N_{AC} = 66592.49206$

$N_{BC} = 85000.$

$N_{BD} = P - 41599.99999$

$N_{CD} = -235703.7123$

$N_{CE} = 233400.0000$

$N_{DE} = 137000.$

Reações de apoio

$H_D = 233400.0000 - 1.\ P$

$H_E = -233400.0000$

$V_E = 137000.$

Aplicação do segundo teorema de Castigliano

$\Delta := (N, P, L, AE) \rightarrow N \cdot diff(N, P) \cdot \frac{L}{AE} :$

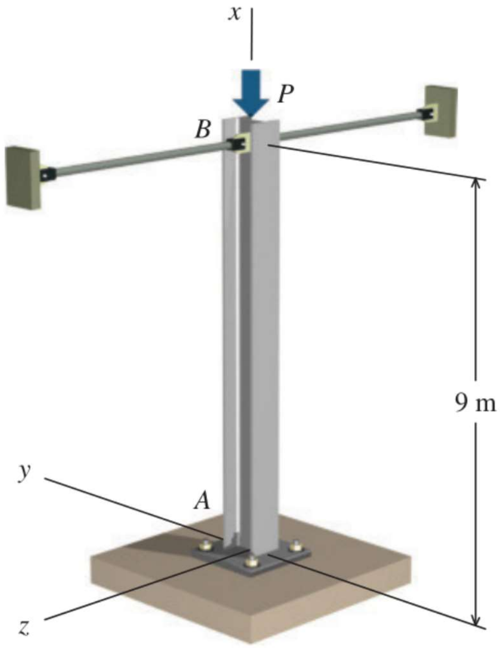
$\Delta_{AB} := \Delta(N_{AB}, P, L_{AB}, A \cdot E) = 1.875000000\ 10^{-8}\ P - 0.0007799999998$

$\Delta_{BD} := \Delta(N_{BD}, P, L_{BD}, A \cdot E) = 3.281250000\ 10^{-8}\ P - 0.001365000000$

$u_A := subs(P = 0, \Delta_{AB} + \Delta_{BD}) = -0.002145000000$

O deslocamento horizontal em A vale 2,145 mm para a direita

Questão 2 Calcular a carga admissível para o sistema estrutura mostrado abaixo levando-se em consideração os critérios de resistência e estabilidade. Dados: Tensão admissível no material, 250 MPa; Módulo de elasticidade, 200 GPa; Dados do perfil: $I_z = 128 \cdot 10^6\ mm^4$, $I_y = 18.4 \cdot 10^6\ mm^4$, $r_z = 130\ mm$. Considerar o coeficiente de segurança contra flambagem igual a 2.



restart :

Dados no SI

$E, I_z, I_y := 200.\cdot 10^9, 128.\cdot 10^6 \cdot (10^{-3})^4, 18.4 \cdot 10^6 \cdot (10^{-3})^4 :$

$\sigma_{adm}, r_z, L, FS := 250.\cdot 10^6, 130.\cdot 10^{-3}, 9., 2. :$

Cálculo da área e raio de giração em y

$$A := solve\left(r_z = \mathrm{sqrt}\left(\frac{I_z}{A}\right), A\right) = 0.007573964498$$

$$r_y := \mathrm{sqrt}\left(\frac{I_y}{A}\right) = 0.04928869039$$

Critério de estabilidade em z e y:

$L_z := 2 \cdot L :$

$$P_{crz} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_z^2} = 7.798205949\ 10^5$$

$$ratio_z := \frac{L_z}{r_z} = 138.4615385$$

$L_y := 0.7 \cdot L :$

$$P_{cry} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{(0.7 \cdot L)^2} = 9.150955960\ 10^5$$

$$ratio_y := \frac{L_y}{r_y} = 127.8183687$$

Considerando menor valor e coeficiente de segurança contra flambagem

$$P_{cr} := \min(P_{crz}, P_{cry}) = 7.798205949\ 10^5$$

$$P_{adm,f} := \frac{P_{cr}}{FS} = 3.899102974\ 10^5$$

Verificação do critério de resistência

$$\sigma_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E}{FS \cdot \max(ratio_z, ratio_y)^2} = 5.148034394\ 10^7$$

$$\frac{P_{adm,\,f}}{A} = 5.148034395\ 10^7$$

$$evalb(\sigma_{cr} \leq \sigma_{adm}) = true$$

O valor da carga admissível é de 389,91 kN