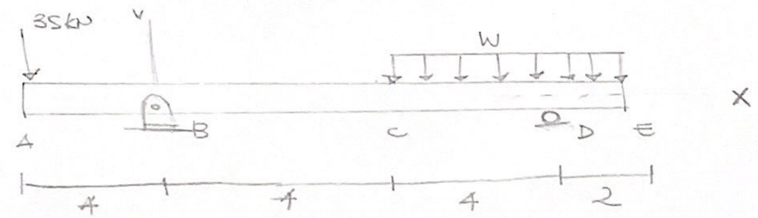
PROVA 2 – MECÂNICA DOS SÓLIDOS 3
AB1-P2 – 03/09/21
DÉBORA ARRUDA DUARTE (18112194)
ENGENHARIA CIVIL

① 

→ Deflexão no ponto A

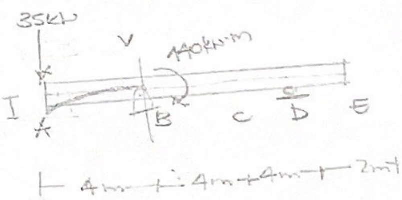
$$v_A = -\frac{PL^3}{3EI} \quad (\text{fixo em B})$$

$$v_A = \frac{-PL^3}{3EI}$$

$$v_A = \frac{(35kN)\cdot(4m)^3}{3\cdot(7{,}02\cdot 10^4\, kN\cdot m^2)}$$

$$\boxed{v_A = -0{,}01063363\, m}$$

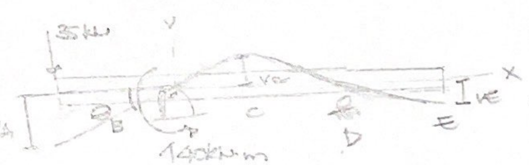
DADOS:
$P = 35kN$
$L = 4m$
$EI = 7{,}02\cdot10^4\, kN\, m^2$



→ Considerando a deflexão em A resultante da rotação em B, causada pela carga concentrada em balanço AB.

$$\theta_B = \frac{ML}{3EI}$$

↳ magnitude da inclinação.



$M = (35kN)\cdot(4m) = 140 kN m$
$L = 8m$
$EI = 7{,}02\cdot10^4\, km\, m^2$

$$\theta_B = \frac{ML}{3EI} = \frac{140(kN\, m)(8m)}{3\cdot(7{,}02\cdot10^4\, kN\, m^2)} \Rightarrow \theta_B = 0{,}0053181\, rad$$

ou 0,3047 graus

$v_A = (-4m)\cdot(0{,}0053181\, rad)$
$v_A = -0{,}0212726\, m$

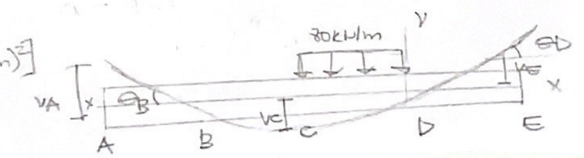
→ Considerando as cargas uniformemente distribuídas entre C e D.

$$\theta_B = \frac{wa^2}{24LEI}(2L^2 - a^2)$$

p/ $w = 80 kN/m$ / $a = 4m$
$L = 8m$ // $EI = 7{,}02\cdot10^4\, kN\cdot m^2$

$$\theta_B = \frac{wa^2}{24LEI}(2L^2 - a^2)$$

$$\theta_B = \frac{(80kN/m)\,(4m)^2}{24\cdot(8m)(7{,}02\cdot10^4\, kN\, m^2)}\cdot[2\cdot(8m)^2 - (4m)^2]$$



$\theta_B = 0{,}0106363$ rad ou $0{,}6094$ graus

$V_A = (4m)(0{,}0106363)$

$\boxed{Y_A = 0{,}0425451m}$

→ Considerando a deflexão em A resultante da rotação em B, causada pela carga uniforme no balanço da seção DE.

$\theta_B = \dfrac{ML}{6EI}$

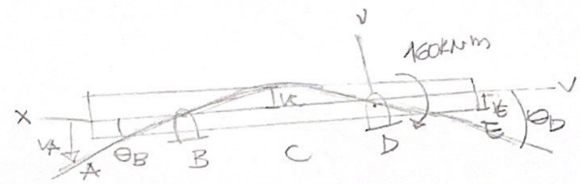
p/

$M = (80kN/m)\cdot(2m)(1m)$

$M = 160\ kN\cdot m$

$L = 8m$

$EI = 7{,}02\cdot 10^4\ kN\cdot m^2$



$\theta_B = \dfrac{ML}{6EI}$

$\theta_B = \dfrac{(160\ kN\cdot m)\cdot(8m)}{6\cdot(7{,}02\cdot 10^4\ kN\cdot m^2)}$

$\theta_B = 0{,}0030389$ rad ou $0{,}1741$ graus

$V_A = -(4m)\cdot(0{,}0030389\ rad)$

$V_A = -0{,}0121557\ m$

→ Deflexão total da barra em A.

$V_A = -0{,}0106363m - 0{,}0212726m + 0{,}0425451m - 0{,}0121557m$

$= -0{,}0015195\ m$

↳ $-1{,}520mm$ ou $1{,}520mm$ ↓

→ Rotação no ponto D, em relação à carga distribuída

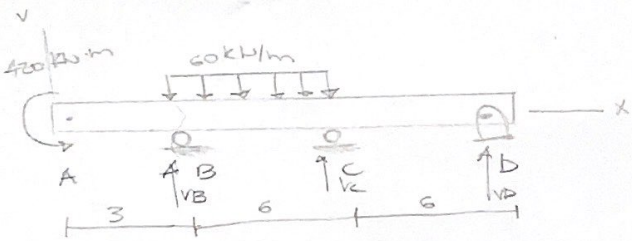
$\theta_{cD} = \dfrac{3\cdot w\cdot 8^3}{128\cdot EI} = \dfrac{3\cdot 80\cdot 512}{128EI} = \dfrac{960}{EI} = \dfrac{960}{7{,}02\cdot 10^4} = 0{,}0137$ rad ou $0{,}78495$ graus.

• Em relação ao momento:

$\theta_M = \dfrac{160\cdot 8}{3EI} = \dfrac{1280}{3EI} = \dfrac{1280}{3(7{,}02\cdot 10^4)} = 0{,}0061$ rad ou $0{,}3495$ graus

$\theta_D = -\theta_{cD} + \theta_M = \dfrac{-960}{EI} + \dfrac{1280}{21060} = -0{,}0137 + 0{,}0061 = -0{,}0076$ rad ou $0{,}4355$ graus.

②



→ Reações de Apoio

$\Sigma F_V = 0 \therefore \quad R_B + R_C + R_D = 60 \cdot 6$

$$\boxed{R_B + R_C + R_D = 360\ kN} \quad (I)$$

$\Sigma M_A = 0 \therefore \quad 420 - (60 \cdot 6 \cdot 6) + R_C \cdot 9 + R_D \cdot 15 = 0$

$\therefore \quad 3R_B = -420 + 2 \cdot 160 - 15R_D - 9R_C$

$$\boxed{R_B = 580 - 5R_D - 3R_C} \quad (II)$$

→ Substituindo (I) em (II): $= 580 - 5R_D - 1080 + 3R_D + 3R_B$

$R_B = 580 - 5R_D - 3(360 - R_D - R_B)$

$R_B - 3R_B = -500 - 2R_D \Rightarrow \boxed{R_B = 250 + R_D}$

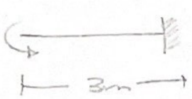
Logo: $R_C = 360 - R_D - (250 + R_D) \Rightarrow \boxed{R_C = 110 - 2R_D}$

→ Condições de contorno:

$V(D) = 0 \quad ; \quad V(B) = 0 \quad ; \quad V(C) = 0$

Pelo método das forças e levando em consideração a superposição de efeitos:

→ Seção AB



$V(A) = \dfrac{420 \cdot 3^2}{2EI}$

→ Seção CD

$V = \dfrac{-R_D \cdot 6^3}{3EI}$

→ Seção BC

$V = \dfrac{5 \cdot 60 \cdot 6^4}{384 \cdot 2EI}$