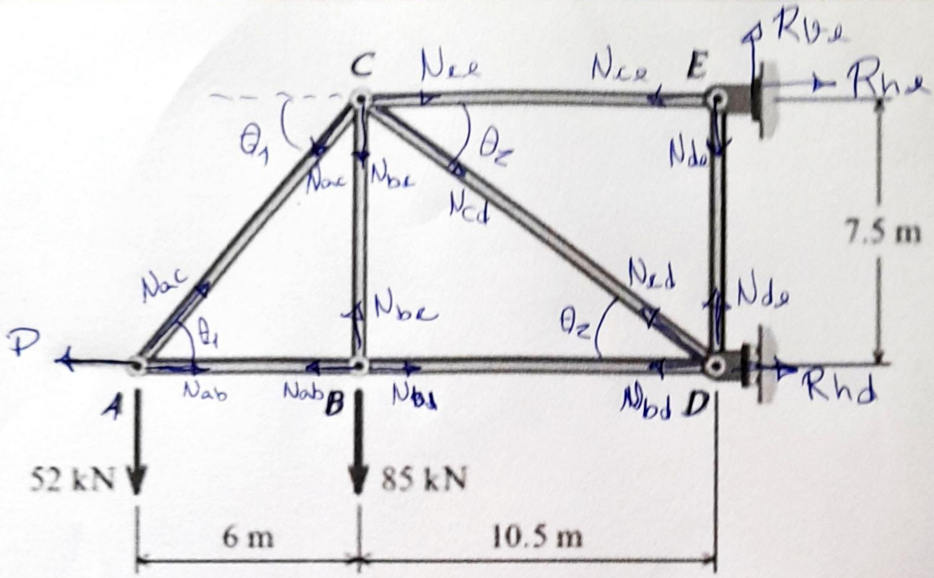
1º)

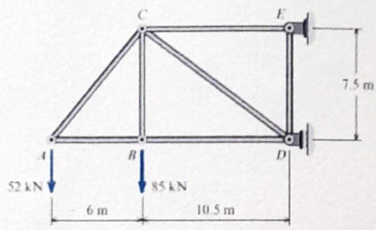


Todos os contas foram feitas usando o Maple

Alexandre Cavalcante

Alexandre Cavalcante

1ª Questão (5,0): Utilize o Segundo Teorema de Castigliano para calcular o deslocamento horizontal no ponto A. Dados: Área das barras: 1600 mm²; Módulo de elasticidade dos materiais: E = 200 GPa.



restart

Dados

$A := convert(1600., units, mm^2, m^2)$

$$0.001600000000 \quad (1)$$

$E := convert(200, units, GPa, Pa)$

$$200000000000 \quad (2)$$

$Dac := \sqrt{6^2 + 7.5^2}$:

$Dcd := \sqrt{10.5^2 + 7.5^2}$:

$Cos\theta 1 := \dfrac{6}{Dac}$:

$Sen\theta 1 := \dfrac{7.5}{Dac}$:

$Cos\theta 2 := \dfrac{10.5}{Dcd}$:

$Sen\theta 2 := \dfrac{7.5}{Dcd}$:

Equilíbrio em cada nó

$\Sigma Fh_A := -P + Nab + Nac \cdot Cos\theta 1 = 0$:

$\Sigma Fv_A := -52000 + Nac \cdot Sen\theta 1 = 0$:

$\Sigma Fh_B := -Nab + Nbd = 0$:

$\Sigma Fv_B := -85000 + Nbc = 0$:

$\Sigma Fh_C := -Nac \cdot Cos\theta 1 + Nce + Ncd \cdot Cos\theta 2 = 0$:

$\Sigma Fv_C := -Nbc - Nac \cdot Sen\theta 1 - Ncd \cdot Sen\theta 2 = 0$:

$\Sigma Fh_D := -Nbd + Rhd - Ncd \cdot Cos\theta 2 = 0$:

$\Sigma Fv_D := Nde + Ncd \cdot Sen\theta 2 = 0$:

$\Sigma Fh_E := +Rhe - Nce = 0$:

$\Sigma Fv_E := -Nde + Rve = 0$:

$aux1 := solve(\{\Sigma Fh_A, \Sigma Fv_A, \Sigma Fh_B, \Sigma Fv_B, \Sigma Fh_C, \Sigma Fv_C, \Sigma Fh_D, \Sigma Fv_D, \Sigma Fh_E, \Sigma Fv_E\}, \{Nab, Nbd, Nac, Nbc, Ncd, Nde, Nce, Rve, Rhe, Rhd\})$

$$\{Nab = P - 41600.00000, Nac = 66592.49204, Nbc = 85000., Nbd = P - 41600.00000, Ncd = \quad (3)$$

Resolução do sistema formado pelas equações de equilíbrios, obtendo as forças que atuam nas barras (Normais em função de P)

1º) Segue a aplicação do 2º teorema de Castigliano

usando $\Delta = \sum \int_{L_i} \frac{N_i}{EA} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial P} dx_i$

$-2.357037123\ 10^5$, $Nce = 2.334000000\ 10^5$, $Nde = 1.37000\ 10^5$, $Rhd = -2.334000000\ 10^5 + P$, $Rhe = 2.334000000\ 10^5$, $Rve = 1.37000\ 10^5\}$

$assign(\%)$

$$\Delta ab := subs\left(P = 0, \frac{Nab}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Nab) \cdot 6\right)$$

$$-0.0007800000000 \tag{4}$$

$$\Delta bd := subs\left(P = 0, \frac{Nbd}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Nbd) \cdot 10.5\right)$$

$$-0.001365000000 \tag{5}$$

$$\Delta ac := subs\left(P = 0, \frac{Nac}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Nac) \cdot Dac\right)$$

$$0. \tag{6}$$

$$\Delta bc := subs\left(P = 0, \frac{Nbc}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Nbc) \cdot 7.5\right)$$

$$0. \tag{7}$$

$$\Delta cd := subs\left(P = 0, \frac{Ncd}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Ncd) \cdot Dcd\right)$$

$$-0. \tag{8}$$

$$\Delta de := subs\left(P = 0, \frac{Nde}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Nde) \cdot 7.5\right)$$

$$0. \tag{9}$$

$$\Delta ce := subs\left(P = 0, \frac{Nce}{A \cdot E} \cdot \frac{d}{dP}(Nce) \cdot 10.5\right)$$

$$0. \tag{10}$$

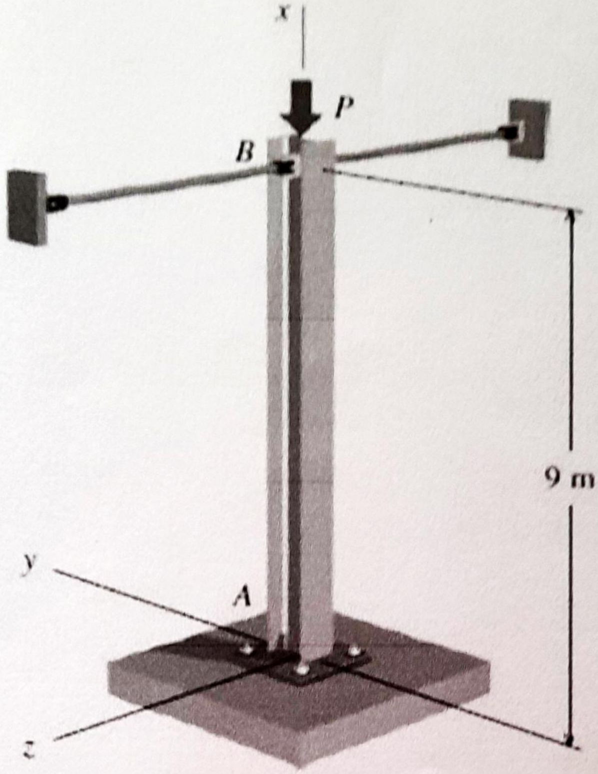
$$\Delta := \Delta ab + \Delta bd + \Delta ac + \Delta bc + \Delta cd + \Delta de + \Delta ce$$

$$-0.002145000000 \tag{11}$$

Como P está para a esquerda, o sinal negativo indica que o deslocamento em A é de 2,145 mm para a direita

Alexandre Cavalcante

2º)



Todas as contas foram feitas usando o Maple

2:)

Convertendo dados

restart

$E := convert(200, units, GPa, Pa)$

$$200000000000 \tag{1}$$

$L := 9$

$$9 \tag{2}$$

$\sigma_{adm} := convert(250, units, MPa, Pa)$

$$250000000 \tag{3}$$

$Iz := convert(128.\cdot 10^6, units, mm^4, m^4)$

$$0.0001280000000 \tag{4}$$

$Iy := convert(18.4\cdot 10^6, units, mm^4, m^4)$

$$0.00001840000000 \tag{5}$$

$r_z := convert(130., units, mm, m)$

$$0.1300000000 \tag{6}$$

$A := solve\left(r_z = \sqrt{\frac{Iz}{A}}, A\right)$ → Achando área através do raio de giração

$$0.007573964498 \tag{7}$$

Estabilidade ↓

$x_1 := solve\left(\frac{x_1}{A} = \sigma_{adm}, x_1\right)$ → Carga considerando critério de resistência

$$1.893491124\ 10^6 \tag{8}$$

Carga adm

$\sigma_y := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iy}{A\cdot(L\cdot 0.699)^2}$ → Tensão crítica considerando flambagem em torno do eixo y

$$1.227680007\ 10^7\,\pi^2 \tag{9}$$

$\frac{\sigma_y}{2}\cdot A$ ~~Critério de resistência~~ cálculo da força com coef. de segurança

$$46492.02394\,\pi^2 \tag{10}$$

$\xrightarrow{\text{em 5 dígitos}}$

$$4.5886\ 10^5 \tag{11}$$

$x_2 := convert(4.5886\ 10^5, units, N, kN)$

$$458.8600000\ kN \quad \text{(Força adm)} \tag{12}$$

Carga adm

$\sigma_z := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iz}{A\cdot(L\cdot 2)^2}$ → Tensão crítica considerando flambagem em torno do eixo z

$$1.043209876\ 10^7\,\pi^2 \tag{13}$$

$\xrightarrow{\text{em 5 dígitos}}$

$$1.0296\ 10^8 \tag{14}$$

$\frac{\sigma_z}{2}\cdot A$ → ~~Critério~~ cálculo da força com coef. de segurança

2º

$$39506.17282\,\pi^2 \tag{15}$$

$\xrightarrow{\text{em 5 dígitos}}$

$$3.8991\,10^5 \tag{16}$$

$x_3 := convert(3.8991\,10^5, units, N, kN)$

$$389.9100000 \text{ kN} \quad (\text{força adm}) \tag{17}$$

Avaliando os três forças encontrados com os critérios de resistência e estabilidade, chegamos a conclusão que $P_{adm} = \underline{389{,}91\,kN}$ (~~caso~~ caso em que a barra flamba em torno do eixo z)