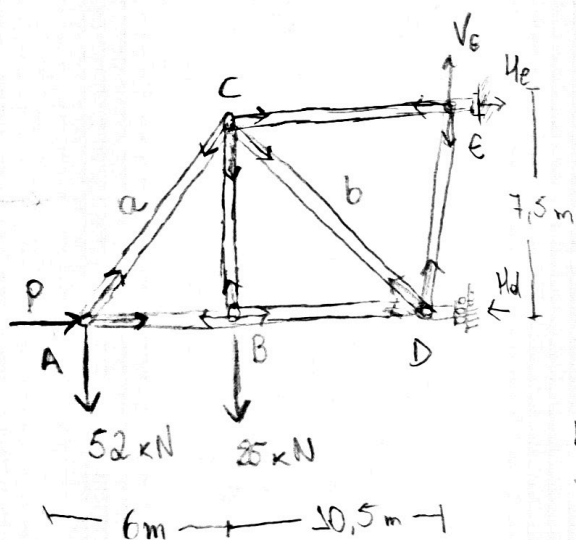


Mecânica dos Sólidos 3

AB2P2 - 24.09.2021

Arthur Domingos de Oliveira

1.

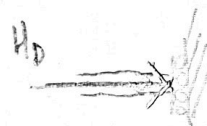
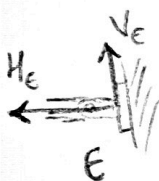


Dados:

Área das barras $A_b = 1600 \text{ mm}^2$

Módulo de Elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$

Considere também a existência de reações de apoio em E e D da seguinte maneira:



• Cálculo das reações de apoio:

- Em y (vertical): $V_E - 52 - 85 = 0$

$V_E = 137 \text{ kN}$

- Em x (horizontal): $H_E - H_D + P = 0 \quad (1)$

$\sum F = 0$

- Momento em : $-(H_D \cdot 7,5) + (85 \cdot 10,5) + (16,5 \cdot 52) + (P \cdot 7,5) = 0 \quad (2)$

Pelo sistema formado por (1) e (2), temos:

$H_D = 233,4 + P \text{ kN}$

$H_E = 233,4 \text{ kN}$

, além de $V_E = 137 \text{ kN}$, já calculado.

• Cálculo das hipotenusas:

$a = \sqrt{36 + 7,5^2} = 9,605 \text{ m}$

$b = \sqrt{7,5^2 + 10,5^2} = 12,903 \text{ m}$

• Pelo método dos nós, calcule as reações em A, B, C, D, E.

→ Em E:

$$F_y = 0 \rightarrow V_e - N_{de} = 0$$

$$N_{de} = 137 \text{ kN}$$

$$F_x = 0 \rightarrow H_e - N_{ce} = 0$$

$$N_{ce} = 233,4 \text{ kN.}$$

→ Em D:

$$F_y = 0 \rightarrow N_{de} + N_{cd} \cdot \frac{7,5}{6} = 0$$

$$N_{cd} = -235,704 \text{ kN}$$

$$F_x = 0 \rightarrow -N_{bd} - N_{cd} \cdot \frac{10,5}{6} - H_d = 0$$

$$N_{bd} = -(41,6 + P) \text{ kN}$$

→ Em B:

$$F_y = 0 \rightarrow N_{bc} - 85 = 0$$

$$N_{bc} = 85 \text{ kN}$$

$$F_x = 0 \rightarrow -N_{ab} + N_{bd} = 0$$

$$N_{ab} = -(41,6 + P) \text{ kN}$$

→ Em A:

$$F_y = 0 \rightarrow N_{ac} \cdot \frac{7,5}{a} - 52 = 0$$

$$N_{ac} = 66,592 \text{ kN.}$$

• Analisando os seguintes trechos:

trecho	F (kN)	$\frac{\partial F}{\partial P}$	F, P=0 (kN)	L (m)	$F_L \left(\frac{\partial F}{\partial P} \right) \text{ (kN}\cdot\text{m)}$
AC	66,59	0	66,59	9,6	0
AB	-(P+43,6)	-1	-43,6	6	249,6
BC	85	0	85	7,5	0
BD	-(P+43,6)	-1	-44,6	10,5	436,8
DE	137	0	137	7,5	0
CD	-235,7	0	-235,7	12,9	0
CE	233,4	0	233,4	10,5	0

$$\bullet \sum F_L \left(\frac{\partial F}{\partial P} \right) = 686,4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Aplicando o segundo teorema de Castigliano,

$$\Delta_b = \int_0^L \frac{N_i}{EA} \cdot \frac{dN_i}{dP} dx \rightarrow \Delta_b = \frac{N_i}{EA} \frac{\partial N_i}{\partial P} \int_0^L dx$$

$$\Delta_b = \frac{N_i}{EA} \cdot \frac{dN_i}{dP} \cdot L$$

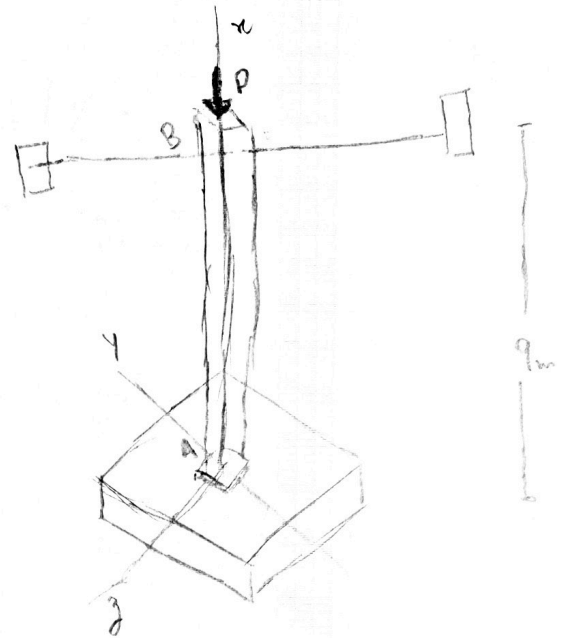
Logo, a deflexão no ponto A é dada por:

$$\Delta_A = \frac{1}{AE} \sum F_L \left(\frac{\partial F}{\partial P} \right) = \frac{686,4}{1,6 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^6} = 0,002145 \text{ m} = 2,145 \text{ mm}$$

2.

Dados:

- Tensão Admissível: $\sigma_{adm} = 250 \text{ MPa}$
- Módulo de Elasticidade: $E = 200 \text{ GPa}$
- $I_z = 128 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
- $I_y = 18,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
- Raio de giração em torno do eixo z : $r_z = 130 \text{ mm}$
- Coeficiente de Segurança contra Flambagem 2.



↳ Considerando a flambagem em torno do eixo z : (Representação esquemática na página seguinte)

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \Rightarrow P_{cr} = \frac{\pi^2 (200 \text{ GPa}) (128 \cdot 10^6 \text{ mm}^4)}{(2 \cdot 9000)^2}$$

• Como a configuração é engastada-livre, $K = 2$.

$$P_{cr} = 779.821 \text{ N} \rightarrow P_{cr} = 779.821 \text{ kN}$$

↳ Como o eixo z é o eixo de maior resistência do sistema estrutural, terá o maior valor de $K \rightarrow$ Engaste - Livre $\rightarrow K = 2$. Para calcular a flambagem no eixo y , teríamos um valor de K igual de menor.

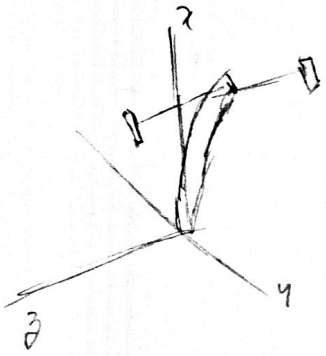
Dessa maneira, $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{(KL)^2} \rightarrow$ vemos que, para um menor valor de K ,

teremos um valor maior de P_{cr} .

↳ Índice de Esbeltez em z

$$\lambda_z = \frac{L_e}{r_z} = \frac{KL}{r_z} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^3}{130} = 138,5$$

• Representação esquemática da flambagem em z:



• A tensão crítica na coluna é dada por:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_z^2} = \frac{\pi^2 (200 \cdot 10^3)}{(138,5)^2} = 102,9 \text{ MPa}$$

Como $\sigma_{cr} < \sigma_{adm}$, a carga crítica é válida.

2o Critérios de Estabilidade:

$$\sigma \leq \frac{\sigma_{cr}}{n_p}, \text{ sendo } \sigma = \frac{P}{A} \text{ e } \sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A}.$$

$$\text{Assim, } \frac{P}{A} \leq \frac{P_{cr}}{A \cdot n_p} \rightarrow P \leq \frac{P_{cr}}{n_p}.$$

$$\text{Como } P_{cr} = 779,821 \text{ kN e } n_p = 2$$

$$P \leq \frac{779,821}{2} \Rightarrow P \leq 389,91 \text{ kN}.$$

Assim, para todo o sistema, a carga admissível é de $P_{adm} = 389,91 \text{ kN}$.