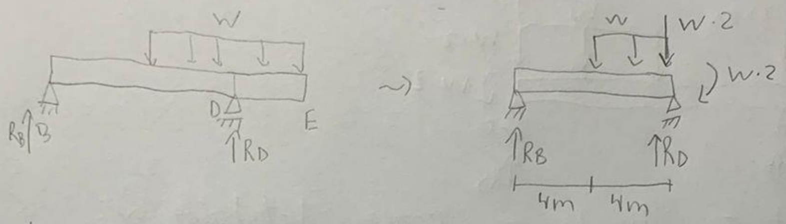
AV2 - Mecânica dos sólidos 3 03/09/21

Nome: Lucca Valença Layna M. Farias

① Determinação do deslocamento vertical em A:



Rotação devido ao momento 2·w:

$$\theta_B^1 = -\frac{M_0 \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} = \frac{-2 \cdot 80 \cdot 8}{6 \cdot E \cdot I} = \frac{-640}{3 \cdot E \cdot I};$$

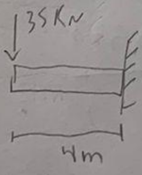
Rotação devido a carga distribuída: w:

$$\theta_B^2 = \frac{7 \cdot q \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{7 \cdot 80 \cdot 8^3}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{746,667}{E \cdot I};$$

Pelo método da superposição dos efeitos:

$$\theta_B = \theta_B^1 + \theta_B^2 = \frac{-640}{3 \cdot EI} + \frac{746,667}{EI} = \frac{533,33}{E \cdot I}$$

$$\delta_A^1 = \theta_B \cdot 4 = \frac{533,33}{E \cdot I} \cdot 4 = \boxed{\frac{2133,33}{E \cdot I}}$$

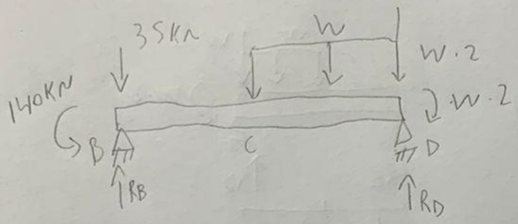


$$\delta_A^2 = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{35 \cdot 4^3}{3 \cdot E \cdot I} = \boxed{\frac{746,667}{E \cdot I}}$$

Pelo método da superposição dos efeitos.

$$\delta_A = \delta_A^1 + \delta_A^2 = \frac{2133,333 + 746,667}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,000351} \Rightarrow \delta_A = 0,041\,m \text{ para baixo.}$$

Determinação da rotação em D:



Rotação devido a carga distribuída w:

$$\theta_D^1 = \frac{3 \cdot qL^3}{128 \cdot EI} = \frac{3 \cdot 80 \cdot 8^3}{128 \cdot E \cdot I} = \frac{960}{EI}$$

Rotação devido ao momento 140 KN

$$\theta_D^2 = -\frac{M_0 \cdot L}{6 \cdot EI} = \frac{-80 \cdot 8}{6 \cdot E \cdot I} = \frac{106,667}{E \cdot I}$$

Rotação devido ao momento w·2:

$$\theta_D^3 = -\frac{M_0 L}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{-80 \cdot 8}{3 \cdot EI} = -\frac{213,333}{E \cdot I}$$

Pela superposição:

$$\theta_D = \theta_D^1 + \theta_D^2 + \theta_D^3 = \frac{960 + 106,667 - 213,333}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,000351}$$

$$\boxed{\theta_D = 0,0121}$$

② Equações de equilíbrio:

$+\uparrow \sum F_x = R_B + R_C + R_D - 60 \cdot 6 = 0$

$\circlearrowleft \sum M_D = -R_C \cdot 6 - R_B \cdot 12 + 420 + (60 \cdot 6) \cdot 9 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_B = 250 + R_D \\ R_C = 110 - 2 \cdot R_D \end{cases}$$

Momento fletor em cada trecho:

$\boxed{M_{AB} = -420}$;

$M_{BC} + 420 - R_B (x-3) + \frac{60 \cdot (x-3)^2}{2} = 0$

$\Rightarrow \boxed{M_{BC} = x \cdot R_D - 30 \cdot x^2 - 3 \cdot R_D + 430 \cdot x - 1440}$;

$-M_{CD} + R_D \cdot (15 - x) = 0 \Rightarrow \boxed{M_{CD} = -R_D \cdot (-15 + x)}$

Equação de deslocamento em cada trecho:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I}$$

$$\int \frac{d^2 v_{AB}}{dx^2} = \int \frac{-420}{E \cdot I_z} dx \Rightarrow \int \frac{dv_{AB}}{dx} = \int \frac{-420 \cdot x + C_1}{E \cdot I_z} \Rightarrow \boxed{v_{AB} = \frac{-210 \cdot x^2 + C_1 \cdot x + C_2}{E \cdot I_z}}$$

$$\int \frac{d^2 v_{BC}}{dx^2} = \int \frac{x \cdot R_D - 30 x^2 - 3 R_D + 430 \cdot x - 1440}{2 \cdot E \cdot I_z} dx \Rightarrow \frac{dv_{BC}}{dx} = \frac{1}{2} x^2 R_D - 10 \cdot x^3$$

$$\Rightarrow \frac{dv_{BC}}{dx} = \frac{\frac{1}{2} x^2 - 10 \cdot x^3 - 3 \cdot R_D \cdot x + 215 \cdot x^2 - 1440 x + C_3}{2 \cdot E \cdot I_z}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{BC} = \frac{\frac{1}{6} \cdot x^3 - \frac{10}{4} \cdot x^4 - \frac{3}{2} \cdot R_D \cdot x^2 + \frac{215}{3} x^3 - 720 \cdot x^2 + C_3 \cdot x + C_4}{2 \cdot E \cdot I_z}}$$

$$\int \frac{d^2 V_{CD}}{dx^2} = \int \frac{-R_D \cdot (15 + X)}{E \cdot I_z} dx \Rightarrow \frac{dV_{CD}}{dx} = \frac{15 \cdot R_D \cdot X - \frac{1}{2} \cdot X^2 \cdot R_D + C_5}{E \cdot I_z}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{CD} = \frac{\frac{15}{2} R_D \cdot X^2 - \frac{1}{6} \cdot X^3 \cdot R_D + C_5 \cdot X + C_6}{E \cdot I_z}}$$

condições de contorno e compatibilidade:

$V_{AB}(3) = 0$; $V_{BC}(9) = 0$; $V_{CD}(15) = 0$; $V_{AB}(3) = V_{BC}(3)$;

$V_{BC}(9) = V_{CD}(9)$; $\theta_{AB}(3) = \theta_{BC}(3)$, $\theta_{BC}(9) = \theta_{CD}(9)$.

Substituindo as condições de contorno e compatibilidade nas equações dos deslocamentos, nós obtemos:

$$V_{AB} = \frac{-210x^2}{EI} + \frac{1420x}{EI} - \frac{2370}{EI}$$

$$V_{BC} = -\frac{5(9x^4 - 256x^3 + 2574 \cdot x^2 - 10656 \cdot x + 14985)}{36 \cdot EI}$$

$$V_{CD} = \frac{5(x^3 - 45x^2 + 639 \cdot x - 2835)}{9 \cdot EI}$$

$$\boxed{R_D = -\frac{10}{3} KN} \Rightarrow \quad R_B = 250 + R_D = 250 - \frac{10}{3} \Rightarrow \boxed{R_B = 246{,}67\ KN}$$

$$R_C = 110 - 2 \cdot R_D = 110 - 2 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) \Rightarrow \boxed{R_D = 116{,}67\ KN}$$