



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
INFIS – INSTITUTO DE FÍSICA
FÍSICA MÉDICA
LABORATÓRIO DE FÍSICA BÁSICA II

ELISA RODRIGUES DE SOUSA COUTINHO - 11811FMD021
RICARDO TADEU OLIVEIRA CATTAPRETA - 11911FMT028
ROGÉRIO BUSO DE ANDRADE - 12011FMT009
THAYNÁ CAROLINE SABINO DE ASSUMPÇÃO - 11811FMD013

PÊNDULO SIMPLES
Prof. Doutor José Roberto Tozoni

Uberlândia
2022

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema de um Pêndulo Simples de massa m e comprimento l	4
---	---

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados coletados experimentalmente para o pêndulo simples variando o comprimento e o período.....	6
Tabela 2 - Dados coletados e linearizados para o pêndulo simples.....	8

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Gráfico plotado a partir dos dados da tabela (1) para o sistema pendular.....	8
Gráfico 2 - Gráfico plotado a partir dos dados da tabela (2) para o sistema do pêndulo simples.....	9

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	4
2. OBJETIVOS.....	5
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	5
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	6
5. CONCLUSÃO.....	10
REFERÊNCIAS.....	11

1. INTRODUÇÃO

Muitos fenômenos naturais apresentam padrões temporais que se repetem. A repetição periódica de ida e volta do movimento dá origem ao movimento oscilatório ou movimento harmônico. Segundo Halliday, um oscilador harmônico é um sistema dinâmico que realiza movimentos periódicos, para frente e para trás, seguindo a mesma trajetória. (HALLIDAY, 1984).

Um dos exemplos mais clássicos de oscilação é o Pêndulo Simples, um sistema em que uma massa m é fixada em um extremo de uma haste de comprimento l , sendo essa última fixa em sua outra extremidade a uma superfície estável. Para esse caso de movimento harmônico simples consideramos que não há forças dissipativas atuando no pêndulo. Considere o sistema pêndulo num plano que se move num círculo vertical de raio r que tem mesmo módulo que l , como mostra a figura 1.

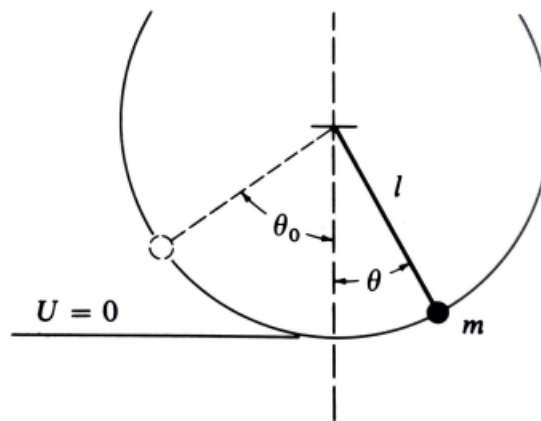


Figura 1 - Esquema de um Pêndulo Simples de massa m e comprimento l .

Na física, mais precisamente na mecânica ondulatória, esses sistemas, como o pêndulo simples em questão, estão suscetíveis a forças amortecedoras, a fim de que as energias e as amplitudes diminuam com o tempo e depois de um determinado tempo cessam. Quando um corpo executa um movimento periódico, ele é deslocado da posição de equilíbrio estável e liberado, surge, então, uma força ou um torque que o faz retornar à sua posição de equilíbrio. A amplitude do movimento harmônico é o deslocamento máximo do corpo a partir da posição de equilíbrio. O período (T) é o tempo correspondente a um ciclo, isto é, o tempo que dura uma repetição periódica. A frequência (f , dada em hertz) é o número de ciclos, ou oscilações, em uma unidade de tempo, um segundo, e se relaciona com o período pela equação (1).

$$f = \frac{1}{T} \text{ ou } T = \frac{1}{f} .(1)$$

A frequência angular (ω) representa uma taxa de variação de uma grandeza angular, medida em radianos, e relaciona-se com a frequência (f) pela equação (2).

$$\omega = 2\pi f .(2)$$

Substituindo (1) em (2), obtemos:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} .(3)$$

A componente da força restauradora, a qual atua na direção do ângulo θ que o pêndulo descreve com a normal da superfície estável, é simplesmente dada por

$$F(\theta) = -mg \sin\theta. \quad (4)$$

O pêndulo é um sistema não linear com uma força restauradora simétrica, mas se considerarmos somente desvios angulares pequenos $\theta < 1 \text{ rad}$, podemos realizar uma aproximação linear da função que descreve a força restauradora ($F(\theta)$) do sistema. Aplicando a segunda lei de Newton à partícula sujeita ao movimento do pêndulo simples em relação ao ângulo θ , na equação (4), obtemos:

$$F = ma = -mg \sin\theta$$
$$g \sin\theta = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4)$$

Estamos considerando que $\sin\theta \approx \theta$, portanto, para o caso do pêndulo simples:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0, \text{ desde que a seguinte relação seja feita } \omega_0 \equiv \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Portanto, organizando e substituindo os termos com a relação da frequência angular acima na equação (3), obtém-se uma relação para o período em termos do comprimento do fio e a gravidade local:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$

Esses conceitos serão utilizados a fim de observar as características do movimento vibratório em um pêndulo, determinar as condições para que se produza um movimento harmônico simples e determinar a medida da gravidade (g) do local, através da relação entre o período e o comprimento do fio, dada pela equação (5). A partir da introdução ao conteúdo, pôde-se, então, dar início ao experimento deste relatório.

2. OBJETIVOS

O objetivo do presente relatório é determinar a gravidade, g , por meio do comprimento do fio e do período de oscilação.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Para este experimento foram utilizados os seguintes itens:

- Esfera de aço presa a um barbante;
- haste de fixação para o pêndulo;
- cronômetro;
- transferidor;
- trena.

Realizamos as medições dos períodos de dez oscilações, visando calcular a gravidade, g . Primeiramente, para começar o experimento, o suporte do pêndulo e o comprimento foram ajustados para 0,20 metros. Após o ajuste iniciou-se o movimento, deslocando a esfera em 20° a partir do ponto de repouso do pêndulo. Foram medidas 10 oscilações e repetido 5 vezes para cada comprimento. O experimento foi realizado utilizando 6 comprimentos, sempre aumentando de 0,20 em 0,20 centímetros, e medindo 5 vezes para cada comprimento. Cada período de 10 oscilações foi dividido por 10 com o intuito de encontrar o período de uma única oscilação para os comprimentos em questão. Todos os dados obtidos foram anotados e estão dispostos na tabela (1), apresentada no tópico de Resultados e Discussões.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A tabela, abaixo, apresenta os dados coletados do movimento pendular:

Nº medições	Comprimento (m)	Período 10 oscilações (T_{10})(s)	Período 1 oscilação (T_1)(s)
1	0,0200 \pm 0,0005	8,15	0,815 \pm 0,0005
2	0,0200 \pm 0,0005	8,17	0,817 \pm 0,0005
3	0,0200 \pm 0,0005	8,14	0,814 \pm 0,0005
4	0,0200 \pm 0,0005	8,18	0,818 \pm 0,0005
5	0,0200 \pm 0,0005	8,13	0,813 \pm 0,0005
MÉDIA E ERRO ASSOCIADO	0,0200 \pm 0,0005	8,15	0,815 \pm 0,009
1	0,0400 \pm 0,0005	12,41	1,241 \pm 0,0005
2	0,0400 \pm 0,0005	12,45	1,245 \pm 0,0005
3	0,0400 \pm 0,0005	12,42	1,242 \pm 0,0005
4	0,0400 \pm 0,0005	12,42	1,242 \pm 0,0005
5	0,0400 \pm 0,0005	12,36	1,236 \pm 0,0005
MÉDIA E ERRO ASSOCIADO	0,0400 \pm 0,0005	12,41	1,24 \pm 0,01
1	0,0600 \pm 0,0005	15,38	1,538 \pm 0,0005
2	0,0600 \pm 0,0005	15,21	1,521 \pm 0,0005
3	0,0600 \pm 0,0005	15,38	1,538 \pm 0,0005
4	0,0600 \pm 0,0005	15,30	1,530 \pm 0,0005

5	$0,0600 \pm 0,0005$	15,52	$1,552 \pm 0,0005$
MÉDIA E ERRO ASSOCIADO	$0,0600 \pm 0,0005$	15,36	$1,54 \pm 0,05$
1	$0,0800 \pm 0,0005$	17,77	$1,777 \pm 0,0005$
2	$0,0800 \pm 0,0005$	17,80	$1,780 \pm 0,0005$
3	$0,0800 \pm 0,0005$	17,74	$1,774 \pm 0,0005$
4	$0,0800 \pm 0,0005$	18,57	$1,857 \pm 0,0005$
5	$0,0800 \pm 0,0005$	17,91	$1,791 \pm 0,0005$
MÉDIA E ERRO ASSOCIADO	$0,0800 \pm 0,0005$	17,96	$1,8 \pm 0,1$
1	$0,1000 \pm 0,0005$	19,82	$1,982 \pm 0,0005$
2	$0,1000 \pm 0,0005$	20,03	$2,003 \pm 0,0005$
3	$0,1000 \pm 0,0005$	20,08	$2,008 \pm 0,0005$
4	$0,1000 \pm 0,0005$	19,82	$1,982 \pm 0,0005$
5	$0,1000 \pm 0,0005$	20,04	$2,004 \pm 0,0005$
MÉDIA E ERRO ASSOCIADO	$0,1000 \pm 0,0005$	19,96	$1,99 \pm 0,05$
1	$0,1200 \pm 0,0005$	21,84	$2,184 \pm 0,0005$
2	$0,1200 \pm 0,0005$	21,62	$2,162 \pm 0,0005$
3	$0,1200 \pm 0,0005$	21,73	$2,173 \pm 0,0005$
4	$0,1200 \pm 0,0005$	21,68	$2,1680 \pm 0,0005$
5	$0,1200 \pm 0,0005$	22,04	$2,204 \pm 0,0005$
MÉDIA E ERRO ASSOCIADO	$0,1200 \pm 0,0005$	21,78	$2,18 \pm 0,07$

Tabela 1 - Dados coletados experimentalmente para o pêndulo simples variando o comprimento e o período.

O gráfico da tabela (1) foi plotado, utilizando o código desenvolvido e disponibilizado em < <https://github.com/ricardocatta/relatorio1> > , e está presente abaixo:

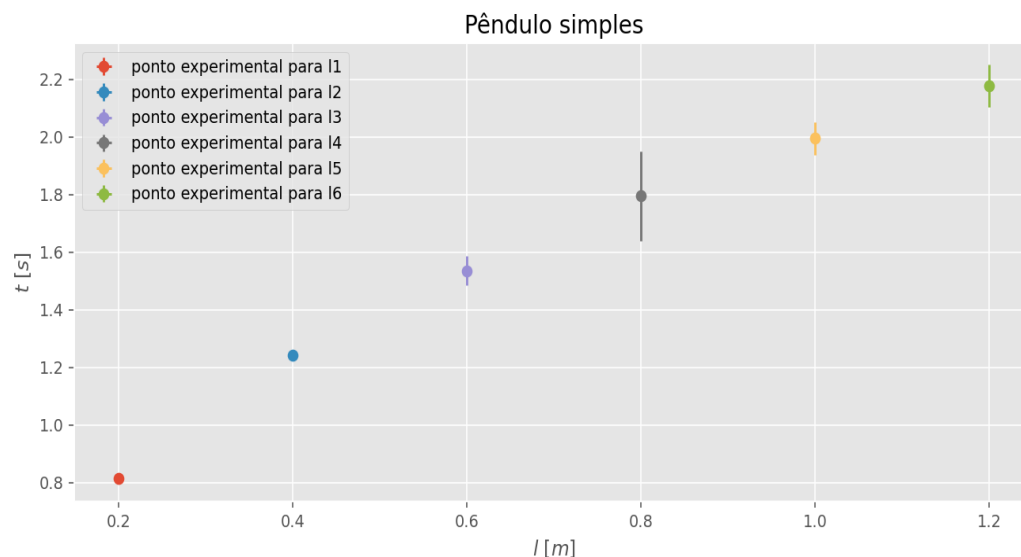


Gráfico 1 - Gráfico plotado a partir dos dados da tabela (1) para o sistema pendular.

Com intuito de encontrar o valor da aceleração da gravidade, supomos inicialmente a equação $T = \rho m^n$. Para podermos encontrar os valores de ρ e n , inicialmente aplicamos o logaritmo natural na equação proposta, e posteriormente aplicamos o MMQ (Método dos Mínimos Quadrados), que irá nos fornecer os valores dos coeficientes linear e angular da equação linearizada.

$$\ln(T) = \ln(\rho) + n \ln(m)$$

A equação analítica que relaciona o período de oscilação com a massa, é dada pela equação (7). Aplicando-a a linearização, obtém-se

$$\ln(T) = \ln \frac{2\pi}{\sqrt{g}} + \frac{1}{2} \ln(l) \quad (8),$$

Assim, a tabela (2) apresenta os valores linearizados:

Nº	$l \text{ (m)}$	$(T_{10}) \text{ (s)}$	$(T_1) \text{ (s)}$	$\ln(l)$	$\ln(T_1)$	$\ln(l)\ln(T_1)$	$\ln(l)\ln(l)$
1	0,2000	8,15	0,815	-1,6094	-0,2040	0,3284	2,5902
2	0,4000	12,412	1,2412	-0,9162	0,2160	-0,1979	0,8395
3	0,6000	15,358	1,5358	-0,5108	0,4290	-0,2191	0,2609
4	0,8000	17,958	1,7958	-0,2231	0,5854	-0,1306	0,0497
5	1,0000	19,958	1,9958	0	0,6910	0	0
6	1,2000	21,782	2,1782	0,1823	0,7784	0,1419	0,0332

Tabela 2 - Dados coletados e linearizados para o pêndulo simples.

Através dos valores dispostos na tabela (2), construiu-se o gráfico (2), abaixo, por meio do código desenvolvido e disponibilizado em < <https://github.com/ricardocatta/relatorio1> >.

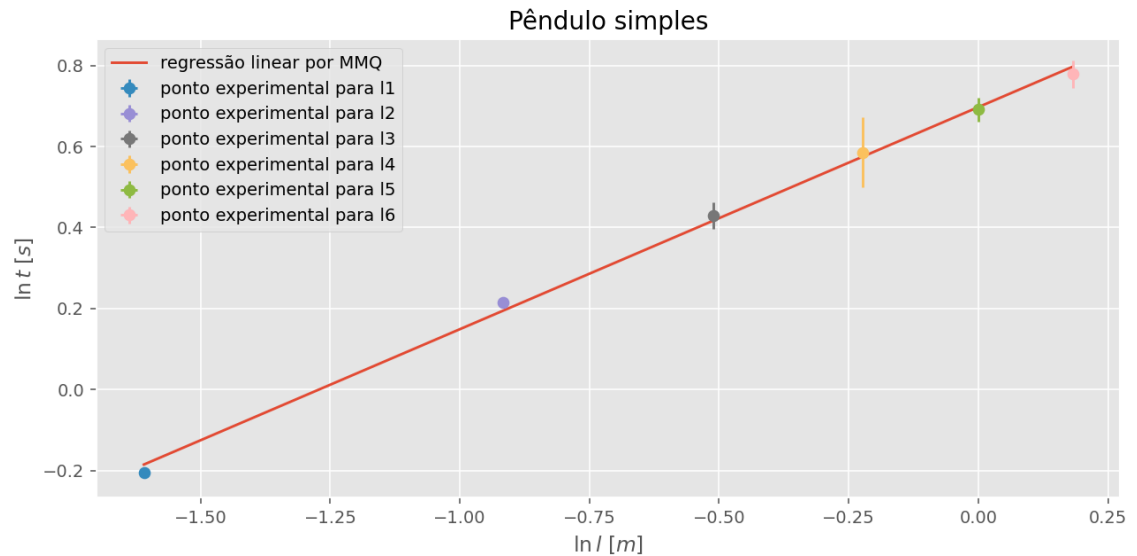


Gráfico 2 - Gráfico plotado a partir dos dados da tabela (2) para o sistema do pêndulo simples.

Sabe-se que, por meio do MMQ, é possível encontrar os coeficientes linear e angular das equações linearizadas. Portanto, os valores encontrados para o experimento estão dispostos abaixo, onde a é o coeficiente angular e b o coeficiente linear:

$$a = 0,54 \pm 0,01 \text{ e } b = 0,69 \pm 0,02$$

Após encontrar esses valores, pode-se, então, obter a gravidade, g , aplicando o exponencial na equação (8):

$$\ln(T) = \ln \frac{2\pi}{\sqrt{g}} + \frac{1}{2} \ln(l)$$

$$b = \ln \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$e^b = e^{\ln \frac{2\pi}{\sqrt{g}}} \rightarrow e^b = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$g = \left(\frac{2\pi}{e^b} \right)^2 \quad (9)$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Para calcular a propagação de incerteza da gravidade, utilizou-se a equação (10) abaixo:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)^2 \Delta T^2} \quad (10)$$

Utilizando as equações (9) e (10) para calcular g e sua incerteza, foram obtidos os valores das constantes para os dois experimentos, onde g é a aceleração da gravidade local. Os valores e suas incertezas encontrados são:

$$g = 9,8 \pm 0,7 \text{ m/s}^2$$

5. CONCLUSÃO

Conclui-se que, no experimento do pêndulo simples, o período não depende da variação da massa, fixada no barbante, como é visto na teoria e de acordo com as equações, aqui, apresentadas. Este mesmo período, na verdade, depende apenas da variação do comprimento l . Ao calcular o módulo da gravidade local g , foi visto que o resultado encontrado, $g = 9,8 \pm 0,7 \text{ m/s}^2$, é bastante satisfatório quando comparado ao valor teórico da gravidade fornecido nas literaturas ($g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$). Portanto, este relatório foi de suma importância para fixação e melhor entendimento sobre oscilações.

REFERÊNCIAS

- [1] David Halliday, Robert Resnick e Jearl Walker, **Fundamentos de Física – vol.2 (Gravitação, Ondas e Termodinâmica)**, 9ª. Edição (2011) Editora LTC.
- [2] H. M. Nussenzveig, **Curso de Física Básica – 2 (Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor)**, Editora Edgard Blücher.
- [3] Paul Tipler, Gene Mosca, **Física - vol.1 (Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica)**, Editora LTC.
- [4] Wellington Akira, Cristiano Guarany, Mauricio Foschini, Antonino Di Lorenzo, **Guias e roteiros para Laboratório de Física Experimental I**, 1ª Edição (2014), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais.
- [5] Hirt, C., Claessens, S., Fecher, T., Kuhn, M., Pail, R., and Rexer, M. (2013), **New ultrahigh-resolution picture of Earth's gravity field**, *Geophys. Res. Lett.*, 40, 4279– 4283, doi:[10.1002/grl.50838](https://doi.org/10.1002/grl.50838).