

Progressive Hedging Aplicado ao Problema de Planejamento da Expansão de Equipamentos de Suporte de Potência Reativa

30 de Janeiro de 2017

Aluno: Igor Henrique Felix de Carvalho

Orientador: Prof. Karen Caino de Oliveira Salim

Co-orientador: Ricardo Cunha Perez



Conteúdo da Apresentação

- Introdução do Problema
- Formulação Matemática
- Progressive Hedging
- Análise dos Resultados
- Considerações Finais

Conteúdo da Apresentação

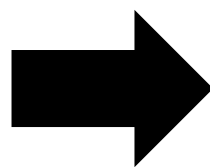
- Introdução do Problema
- Formulação Matemática
- Progressive Hedging
- Análise dos Resultados
- Considerações Finais

Introdução do Problema

Origem:

Necessidade de novos investimentos com crescimento de demanda por energia...

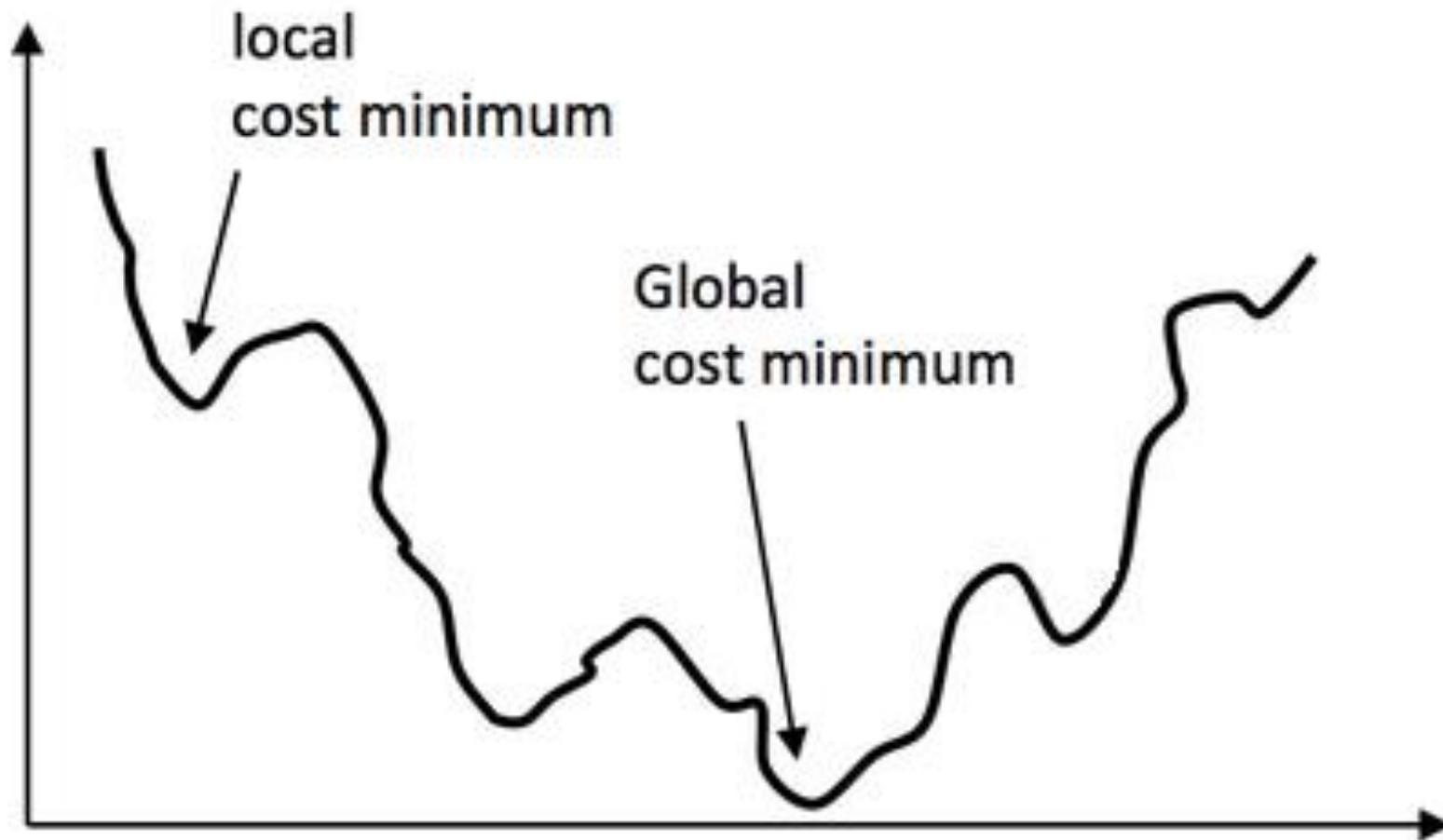
Fornecimento adequado
de Potência Reativa



Alocação adequada de
Equipamentos Shunt

Introdução do Problema

Trata-se de um Problema Não Linear e Não Convexo...



Introdução do Problema

Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal

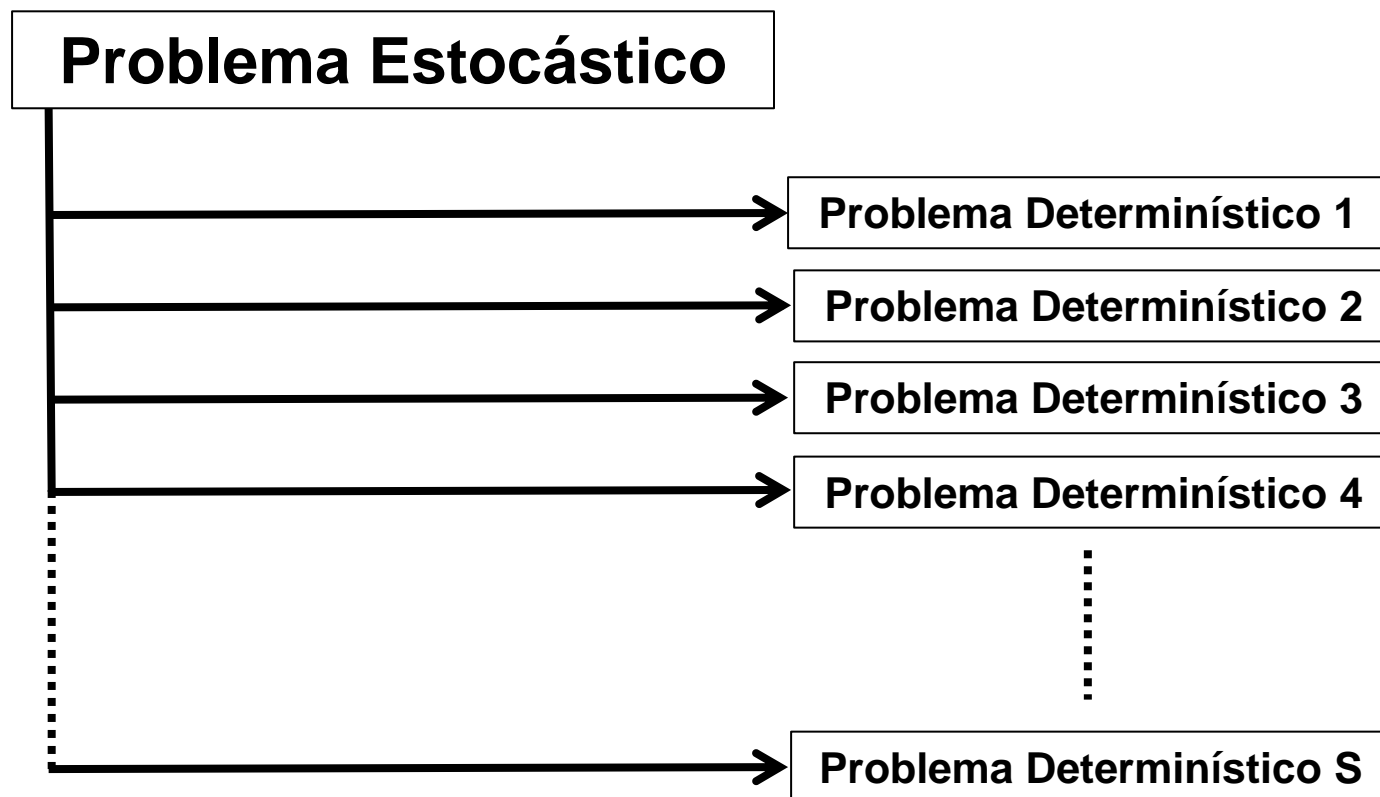
Introdução do Problema

Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal

Problema Estocástico

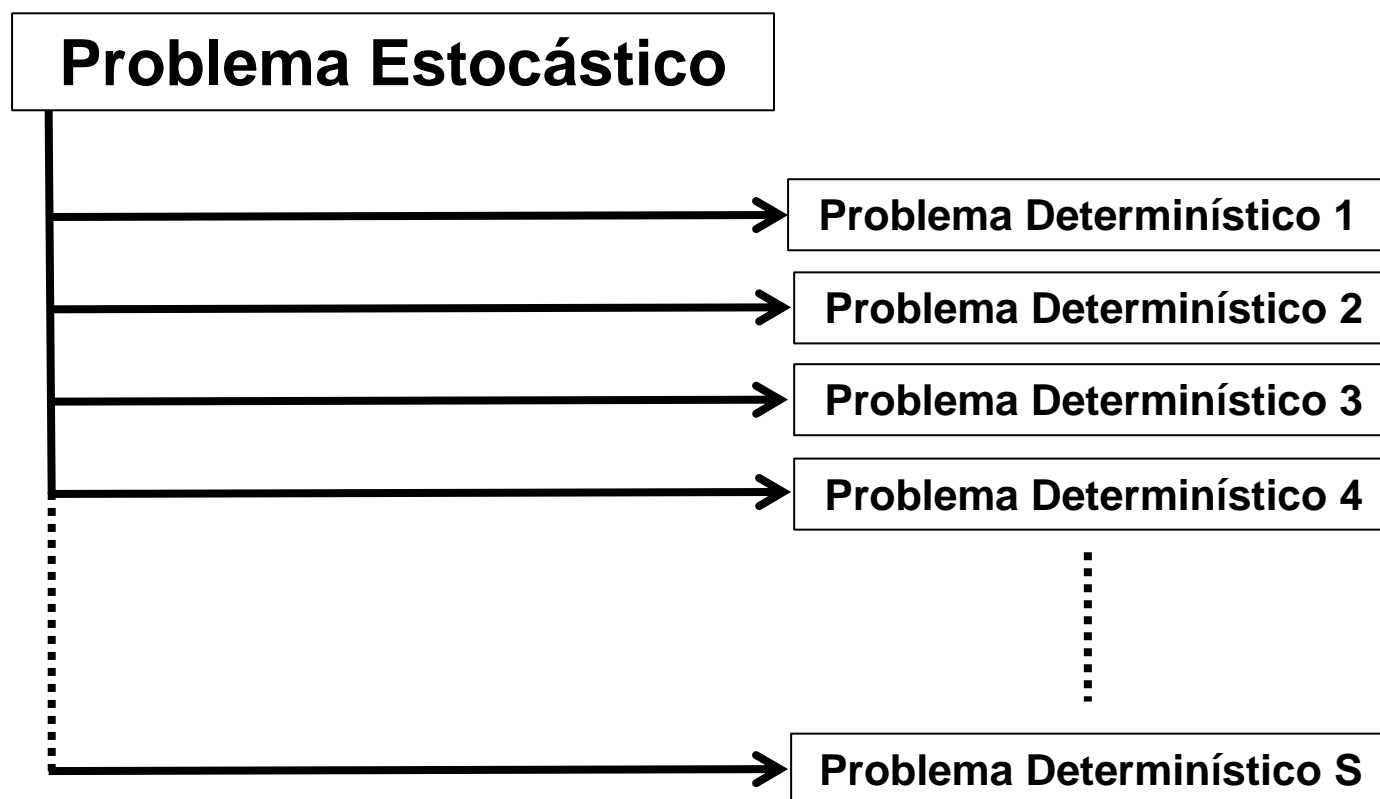
Introdução do Problema

Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal



Introdução do Problema

Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal



Introdução do Problema

Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal

Introdução do Problema

Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal

$X \rightarrow$ Referência

Introdução do Problema

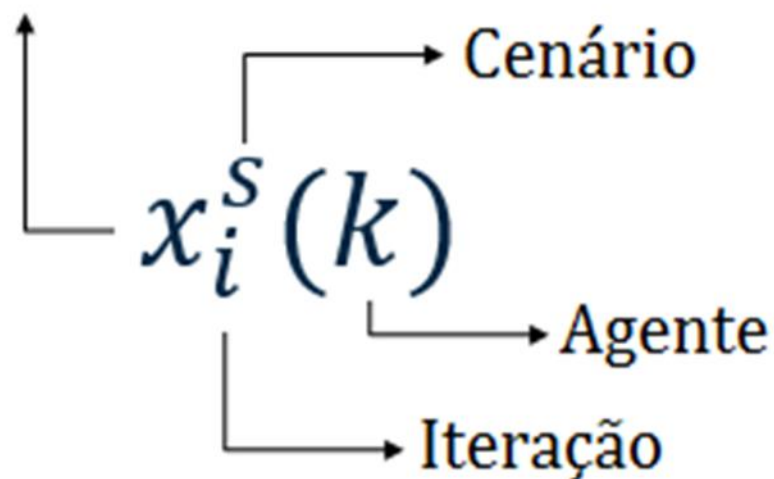
Aplicação de um Método de Decomposição Horizontal

$X \rightarrow$ Referência

Objetivo: Redução de Custo do Plano Final de Investimento
(Respeitando os Limites Operativos da Rede)

Introdução do Problema

Variável em análise



Candidatos

Cenários

$$\begin{bmatrix} inv_1^1(1) & inv_1^1(2) \\ inv_1^2(1) & inv_1^2(2) \end{bmatrix}$$

Introdução do Problema

Problema Pré-PH:

$$\text{Min } c_0^1 x_0^1$$

$$\text{s. a } A_0^1 x_0^1 \geq b_0^1$$

$$\text{Min } c_0^2 x_0^2$$

$$\text{s. a } A_0^2 x_0^2 \geq b_0^2$$

Soluções Ótimas: x_0^{1*} e x_0^{2*}

$$\bar{x}_0 = \frac{x_0^{1*} + x_0^{2*}}{2} \quad e \quad \rho_0$$

Introdução do Problema

Aplicação do PH:

$$\text{Min } c_1^1 x_1^1 + \rho_0 (x_1^1 - \bar{x}_0)^2$$

$$\text{s. a } A_1^1 x_1^1 \geq b_1^1$$

$$\text{Min } c_1^2 x_1^2 + \rho_0 (x_1^2 - \bar{x}_0)^2$$

$$\text{s. a } A_1^2 x_1^2 \geq b_1^2$$

Novas Soluções Ótimas: x_1^{1*} e x_1^{2*}

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1^{1*} + x_1^{2*}}{2} \quad e \quad \rho_1$$

Introdução do Problema

Resumo do Processo Iterativo:

1º) $i = 0$

2º) Minimização do investimento (sem PH)

3º) Cálculo das médias e penalizações

4º) $i = i + 1$

5º) Minimização do investimento (com PH)

6º) Cálculo das médias e penalizações

7º) Análise de Convergência (se não convergir, volta para o passo 4)

- Introdução do Problema
- **Formulação Matemática**
- Progressive Hedging
- Análise dos Resultados
- Considerações Finais

Formulação Matemática

Custo Mínimo de Investimento (Pré-PH):

$$\text{Min} \sum_{k \in \Gamma} (ci_{rk}qi_{rk} + ci_{ck}qi_{ck})$$

$s.a \quad 0 \leq qi_{rk} \leq \overline{qi}_{rk} \quad k \in \Gamma$	Γ	Conjunto de Barras Candidatas
	ci_{rk}/ci_{ck}	Custo de Investimento
$0 \leq qs_{rk} \leq qi_{rk} \quad k \in \Gamma$	qi_{rk}/qi_{ck}	Variável de Investimento
$0 \leq qi_{ck} \leq \overline{qi}_{ck} \quad k \in \Gamma$	qs_{rk}/qs_{ck}	Variável de Operação
$0 \leq qs_{ck} \leq qi_{ck} \quad k \in \Gamma$	$\overline{qi}_{rk}/\overline{qi}_{ck}$	Investimento Máximo

Formulação Matemática

Custo Mínimo de Investimento (PH):

$$\text{Min} \sum_{k \in \Gamma} (ci_{rk}qi_{rk} + ci_{ck}qi_{ck}) + \rho_{rk}(qi_{rk} - qi_{rk}^0)^2 + \rho_{ck}(qi_{ck} - qi_{ck}^0)^2$$

$s.a \quad 0 \leq qi_{rk} \leq \overline{qi}_{rk} \quad k \in \Gamma$	Γ	Conjunto de Barras Candidatas
	ci_{rk}/ci_{ck}	Custo de Investimento
$0 \leq qs_{rk} \leq qi_{rk} \quad k \in \Gamma$	qi_{rk}/qi_{ck}	Variável de Investimento
$0 \leq qi_{ck} \leq \overline{qi}_{ck} \quad k \in \Gamma$	qs_{rk}/qs_{ck}	Variável de Operação
$0 \leq qs_{ck} \leq qi_{ck} \quad k \in \Gamma$	$\overline{qi}_{rk}/\overline{qi}_{ck}$	Investimento Máximo
	ρ_{rk}/ρ_{ck}	Penalização
	qi_{rk}^0/qi_{ck}^0	Investimento de Referência

Formulação Matemática

Balanço de Potência Ativa:

$$P_{gk} - P_{lk} - \sum_{j \in \Omega_k} P_{kj} (v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) = 0 \quad k \in N$$

N	Conjunto de barras
Ω_k	Conjunto de circuitos conectados a barra k
P_{gk}	Geração de potencia ativa na barra k
P_{lk}	Carga ativa na barra k
P_{kj}	Fluxo de potencia ativa no circuito (k,j)

Formulação Matemática

Balanço de Potência Reativa:

$$Q_{gk} - Q_{lk} - \sum_{j \in \Omega_k} Q_{kj} (v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) + q_{s_{ck}} - q_{s_{rk}} = 0 \quad k \in \Gamma$$

Γ	Conjunto de barras candidatas
Ω_k	Conjunto de circuitos conectados a barra k
Q_{gk}	Geração de potencia reativa na barra k
Q_{lk}	Carga reativa na barra k
Q_{kj}	Fluxo de potencia reativa no circuito (k,j)
$q_{s_{rk}} / q_{s_{ck}}$	Complemento de potência reativa na barra k

Formulação Matemática

Fluxo de Potência Ativa:

$$P_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) = \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right)^2 g_{kj} - \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right) v_j [g_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj}) + b_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj})]$$

Fluxo de Potência Reativa:

$$Q_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j, t_{kj}, \varphi_{kj}) = \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right)^2 (b_{kj} + bs_{kj}) + \left(\frac{v_k}{t_{kj}}\right) v_j [b_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj}) - g_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j + \varphi_{kj})]$$

$v_{k/j}$	Módulo de tensão na barra k/j
$\theta_{k/j}$	Ângulo de tensão na barra k/j
φ_{kj}	Ângulo de defasamento no circuito (k,j)
t_{kj}	Tap do transformador do circuito (k,j)
b_{kj}	Susceptancia serie do circuito (k,j)
g_{kj}	Conductancia serie do circuito (k,j)
bs_{kj}	Susceptancia shunt do circuito (k,j)

Formulação Matemática

Fluxo de Potência Ativa:

$$P_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j) = v_k^2 g_{kj} - v_k v_j [g_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + b_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)]$$

Fluxo de Potência Reativa:

$$Q_{kj}(v_k, v_j, \theta_k, \theta_j) = (v_k)^2 (b_{kj} + bs_{kj}) + v_k v_j [b_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) - g_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)]$$

$v_{k/j}$	Módulo de tensão na barra k/j
$\theta_{k/j}$	Ângulo de tensão na barra k/j
φ_{kj}	Ângulo de defasamento no circuito (k,j)
t_{kj}	Tap do transformador do circuito (k,j)
b_{kj}	Susceptancia serie do circuito (k,j)
g_{kj}	Conductancia serie do circuito (k,j)
bs_{kj}	Susceptancia shunt do circuito (k,j)

- Introdução do Problema
- Formulação Matemática
- **Progressive Hedging**
- Análise dos Resultados
- Considerações Finais

Progressive Hedging

Atualização da Penalização:

$$\text{Min } c_i^s x_i^s + \rho_i (x_i^s - \bar{x}_{i-1})^2$$

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional
- Penalização Fixa vs. Penalização Variável

Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



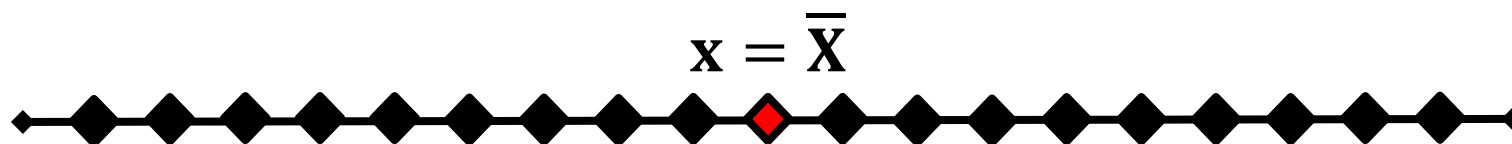
Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional:



Progressive Hedging

Fixa:

Penalização 1: $\rho(k) = c(k)$

Penalização 2: $\rho(k)$
 $= c(k)^2$

Penalização 3: $\rho(k)$
 $= c(k)^3$

Variável:

Penalização 4: $\rho(k) = \frac{c(k)}{\max((\sum_{s \in S} \Pr(s)|x_s - \bar{x}|), 1)}$

Penalização 5: $\rho(k) = \frac{c(k)^2}{\max((\sum_{s \in S} \Pr(s)|x_s - \bar{x}|), 1)}$

Penalização 6: $\rho(k) = \frac{c(k)^3}{\max((\sum_{s \in S} \Pr(s)|x_s - \bar{x}|), 1)}$

Pr(s) : Vetor de Probabilidade de Ocorrência de Cada Cenário de Despacho

Progressive Hedging

Critérios de Parada:

- Desvio médio normalizado (td):

$$td(k) = \frac{\left(\sum_{k,s:\bar{x}(k)>0} \frac{|x_s(k) - \bar{x}(k)|}{\bar{x}(k)} \right)}{|S|}$$

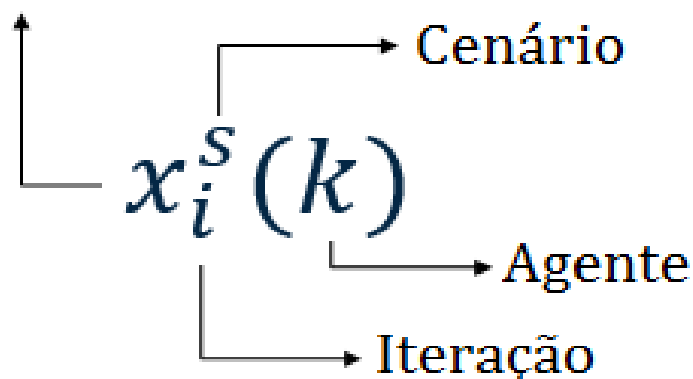
- Aumento ou Repetição do Montante Total Investido
- Não Convergência do Modelo Matemático
- Número Máximo de Iterações Excedido

Progressive Hedging

Heurísticas de Fixação de Decisões:

- Introdução do *Lag Parameter* (μ)
- Qualidade de Solução vs. Esforço Computacional

Variável em análise



Candidatos

Cenários

$$\begin{bmatrix} inv_1^1(1) & inv_1^1(2) \\ inv_1^2(1) & inv_1^2(2) \end{bmatrix}$$

Progressive Hedging

Heurísticas Elaboradas Neste Trabalho (1/3):

Desvio médio normalizado (td) referente a uma decisão “ x ” ser menor que um gap previamente definido:

$$td_i(K) \leq Gap_{td} [\%]$$

$$[td_i(1) \quad td_i(2) \quad td_i(3) \quad \dots \quad td_i(K-2) \quad td_i(K-1) \quad td_i(K)]$$

Progressive Hedging

Heurísticas Elaboradas Neste Trabalho (2/3):

$$(\bar{x}_i - \bar{x}_{i-1}) \leq Gap_{medias} [MVA_r] \text{ \& \; Média das Diferenças } \leq Gap_{mediadif_cenario} [MVA_r]$$

$$|[\bar{x}_i(1) \quad \dots \quad \bar{x}_i(K)] - [\bar{x}_{i-1}(1) \quad \dots \quad \bar{x}_{i-1}(K)]|$$

&

$$\left| \begin{bmatrix} inv_1^1(1) & inv_1^1(2) \\ inv_1^2(1) & inv_1^2(2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} inv_0^1(1) & inv_0^1(2) \\ inv_0^2(1) & inv_0^2(2) \end{bmatrix} \right| = \begin{bmatrix} dif^1(1) & dif^1(2) \\ dif^2(1) & dif^2(2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dif^1(1) \\ dif^2(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dif^1(2) \\ dif^2(2) \end{bmatrix} \rightarrow [med_dif(1) \quad med_dif(2)]$$

Progressive Hedging

Heurísticas Elaboradas Neste Trabalho (3/3):

Diferença dentre iterações do investimento no candidato k em cada cenário $\leq Gap_{dif_em_cada_cenario} [\%]$

$$\left| \begin{bmatrix} \frac{inv_1^1(1) - inv_0^1(1)}{inv_0^1(1)} & \frac{inv_1^1(2) - inv_0^1(2)}{inv_0^1(2)} \\ \frac{inv_1^2(1) - inv_0^2(1)}{inv_0^2(1)} & \frac{inv_1^2(2) - inv_0^2(2)}{inv_0^2(2)} \end{bmatrix} \right|$$

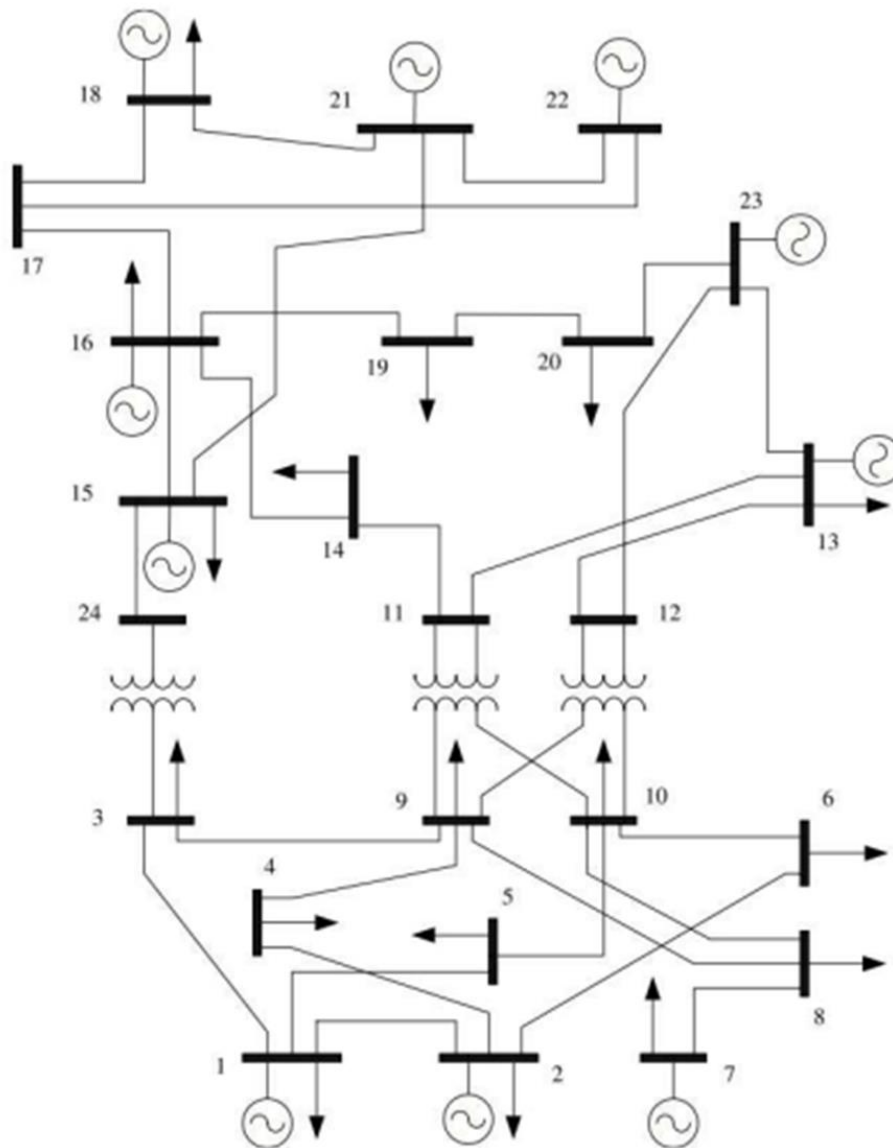
Obs: heurísticas de fixação só podem ser aplicadas para um determinado candidato, caso hajam investimentos maiores que zero em $p\%$ dos s cenários.

- Introdução do Problema
- Formulação Matemática
- Progressive Hedging
- **Análise dos Resultados**
- Considerações Finais

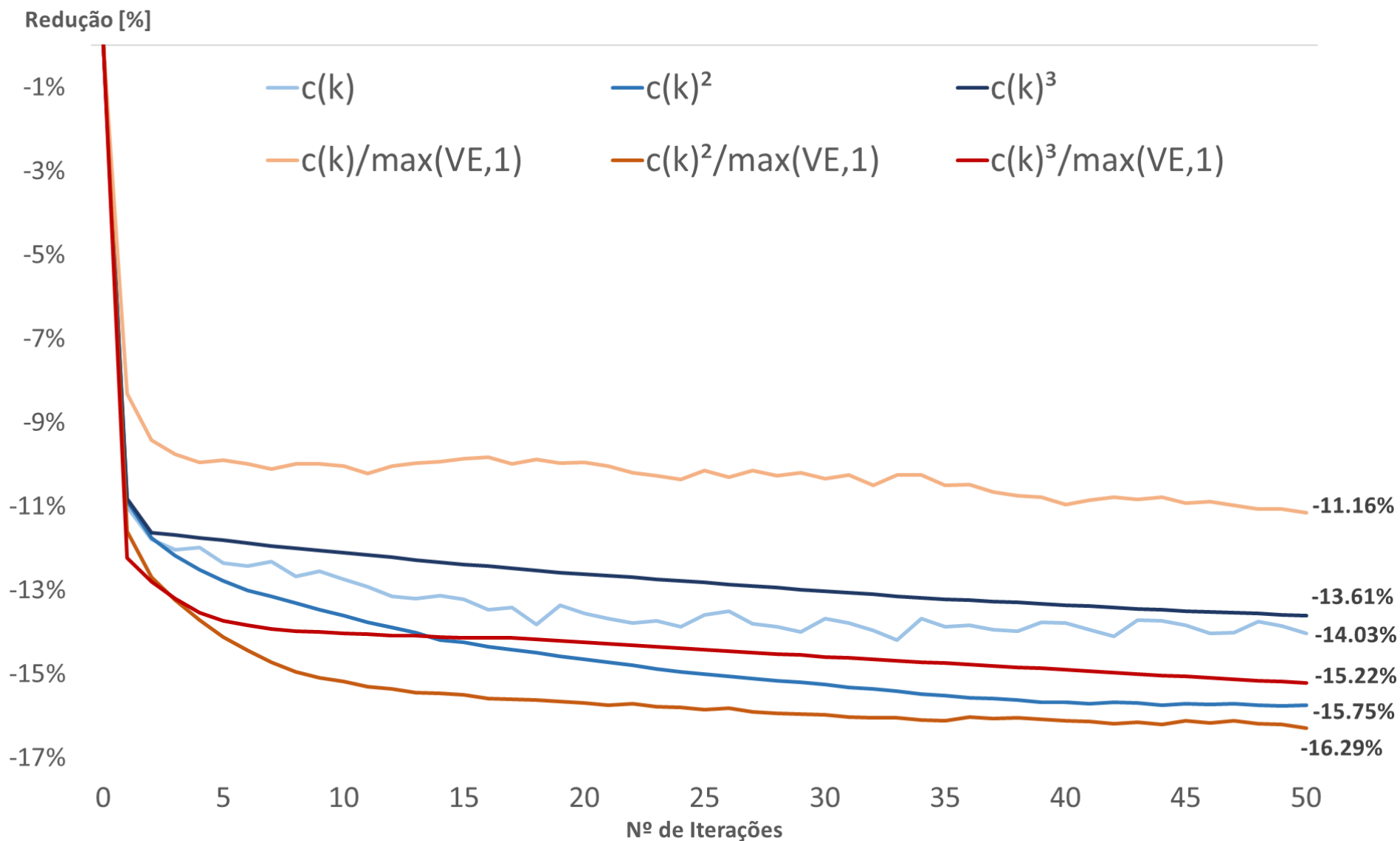
Análise dos Resultados

Parâmetros Adotados:

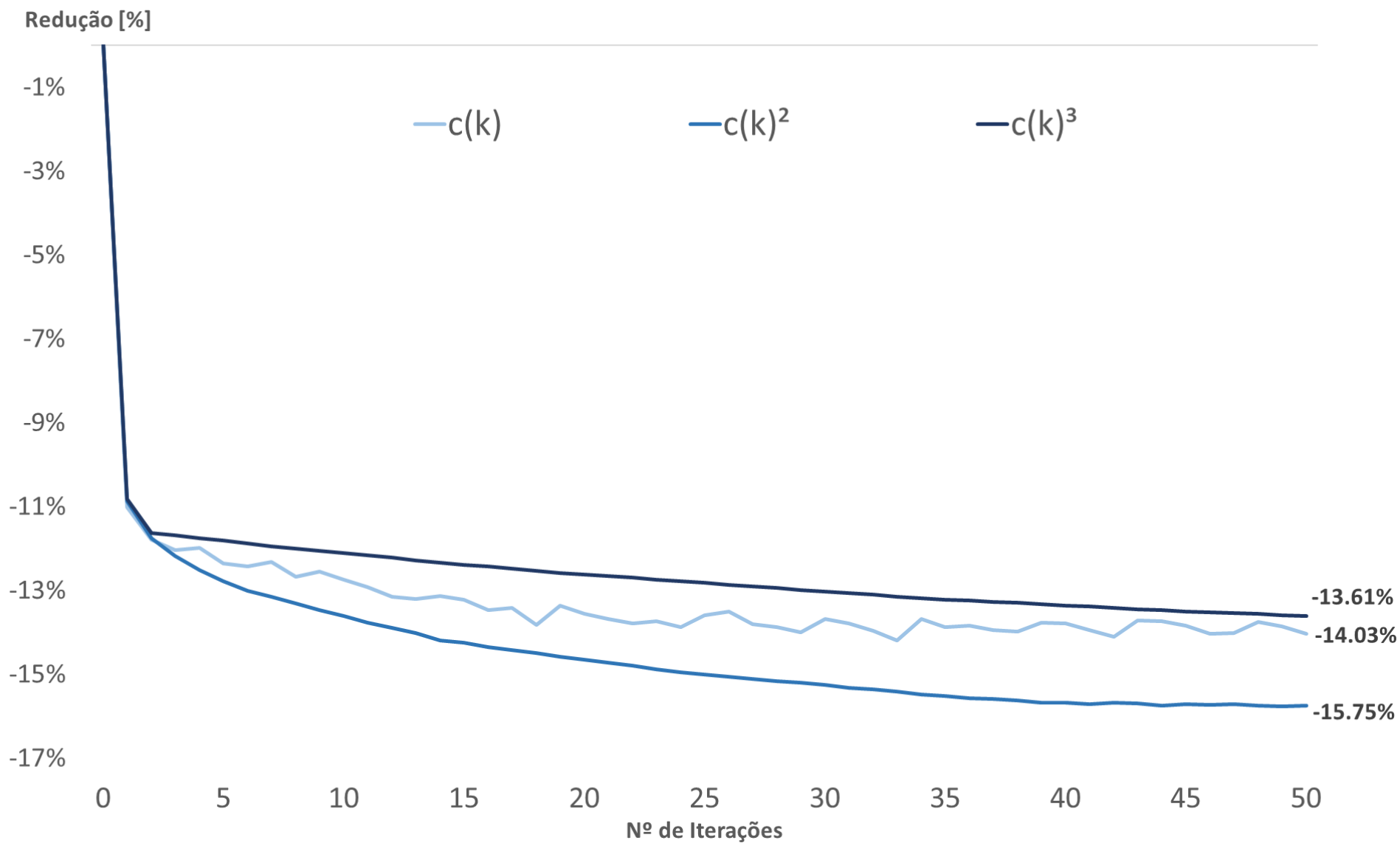
- $Gap_{td} = 5\%$
- $Gap_{medias} = 0.5 \text{ MVar}$
- $Gap_{mediadif_cenario} = 0.5 \text{ MVar}$
- $Gap_{dif_em_cada_cenario} = 5\%$
- $Gap_{montante} \geq 0\%$
- $p = 50\%$



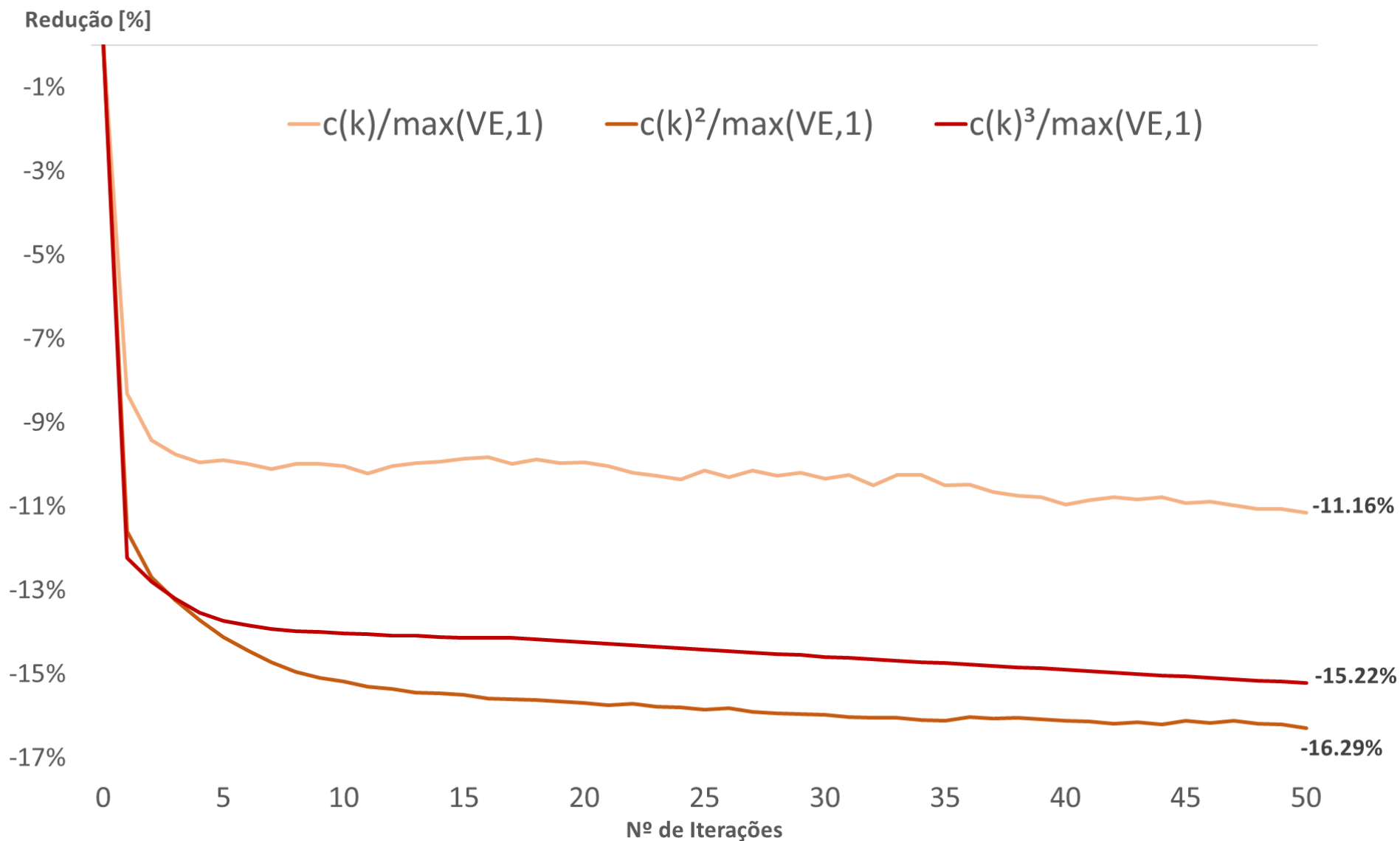
Análise dos Resultados



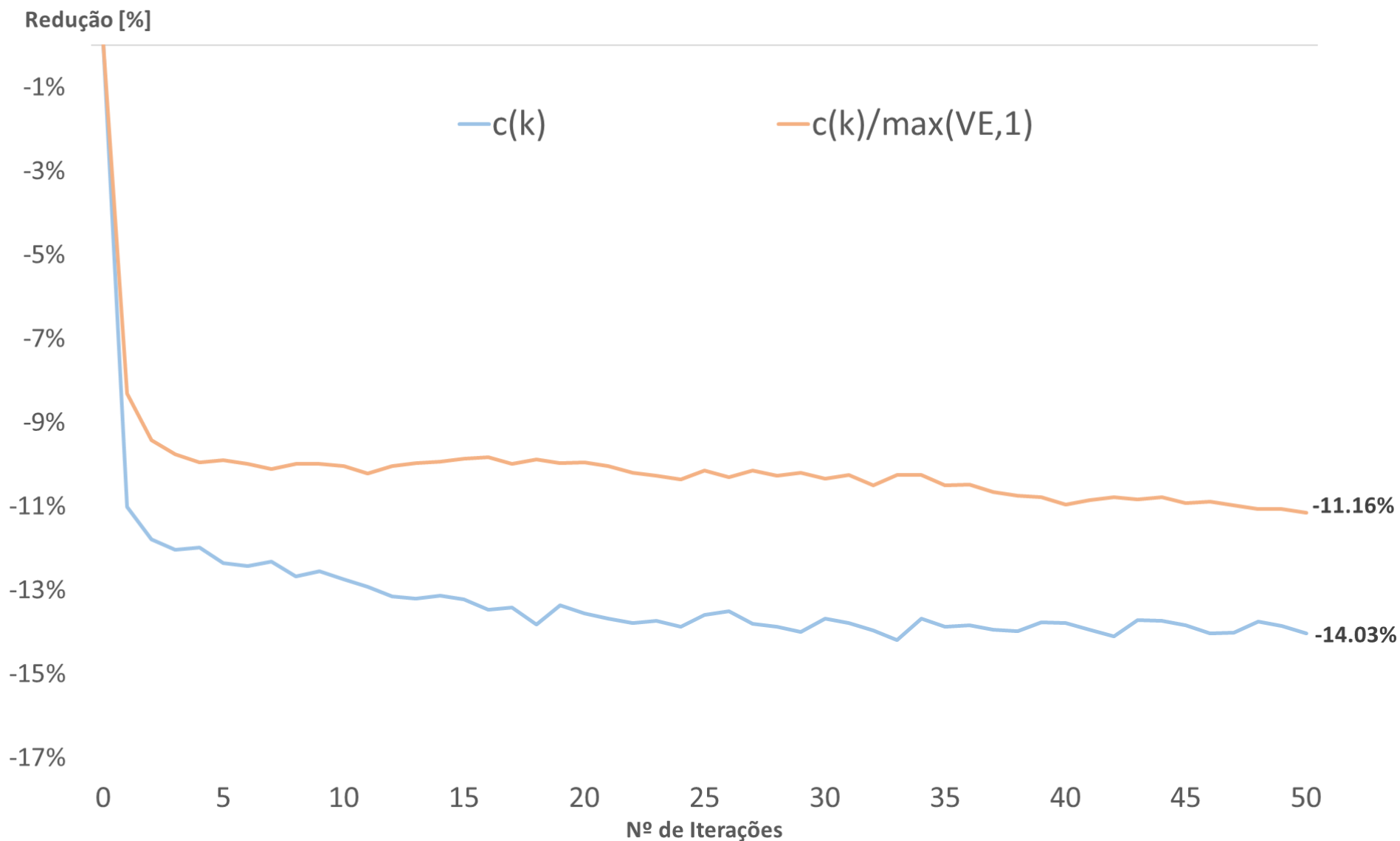
Análise dos Resultados



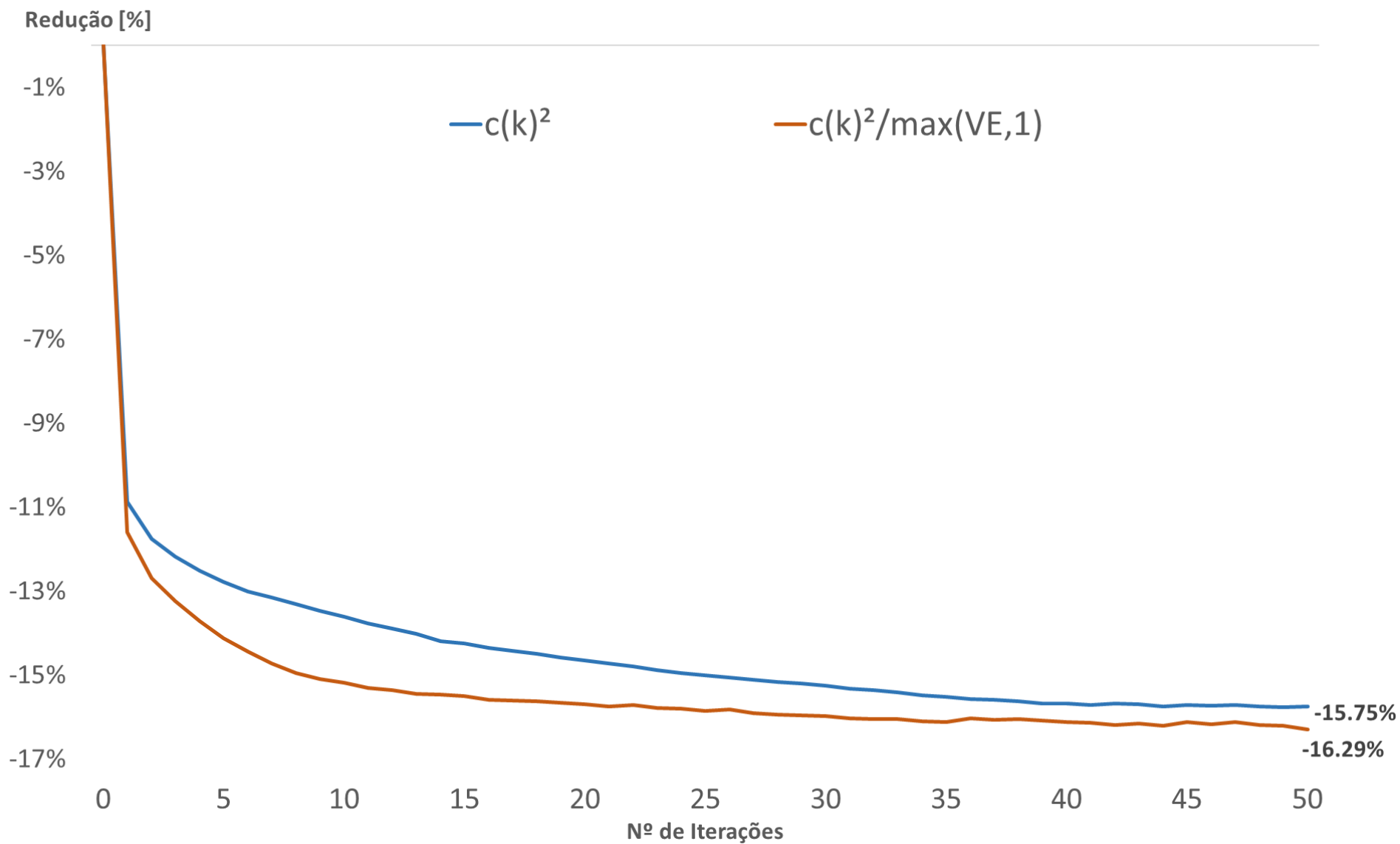
Análise dos Resultados



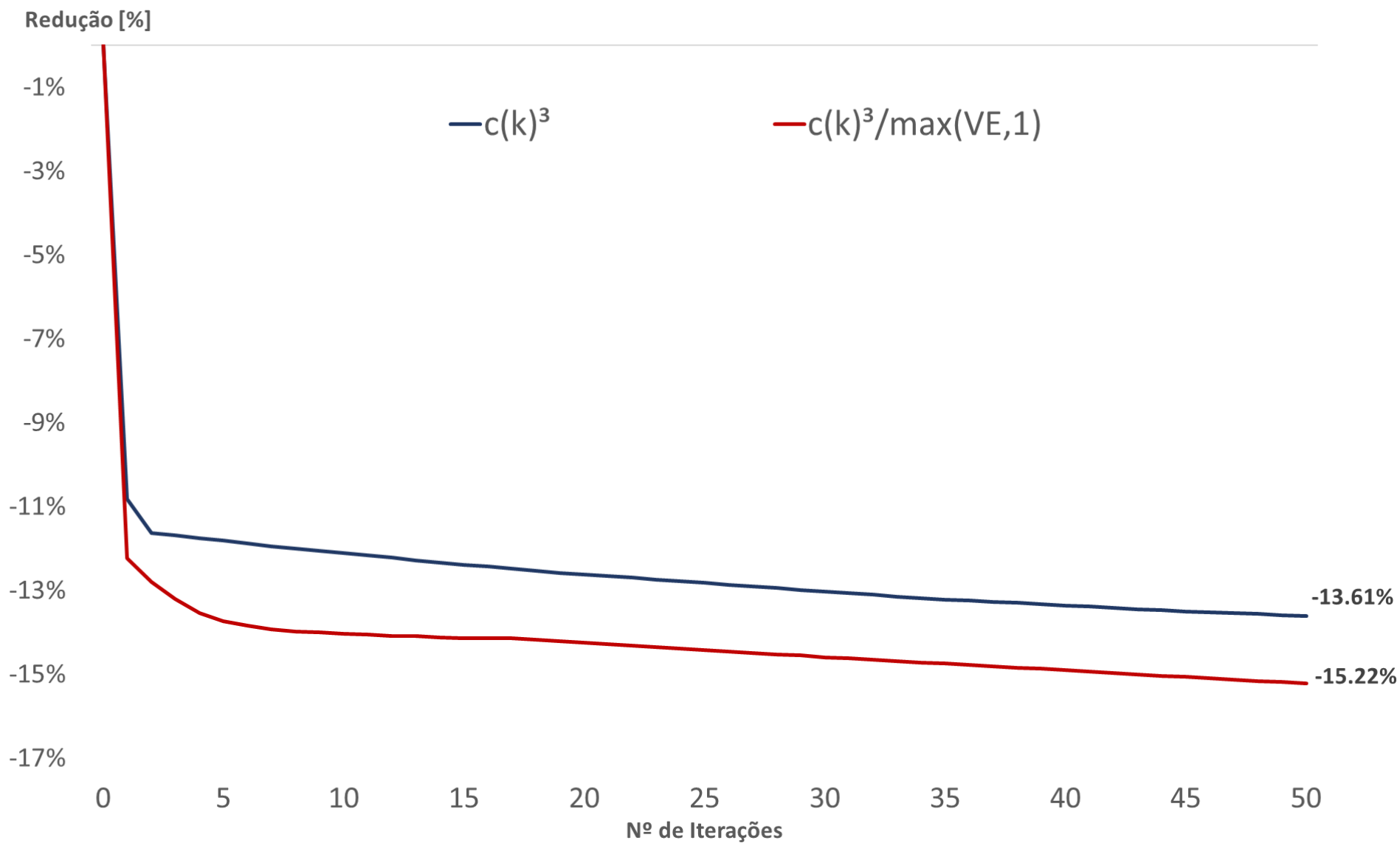
Análise dos Resultados



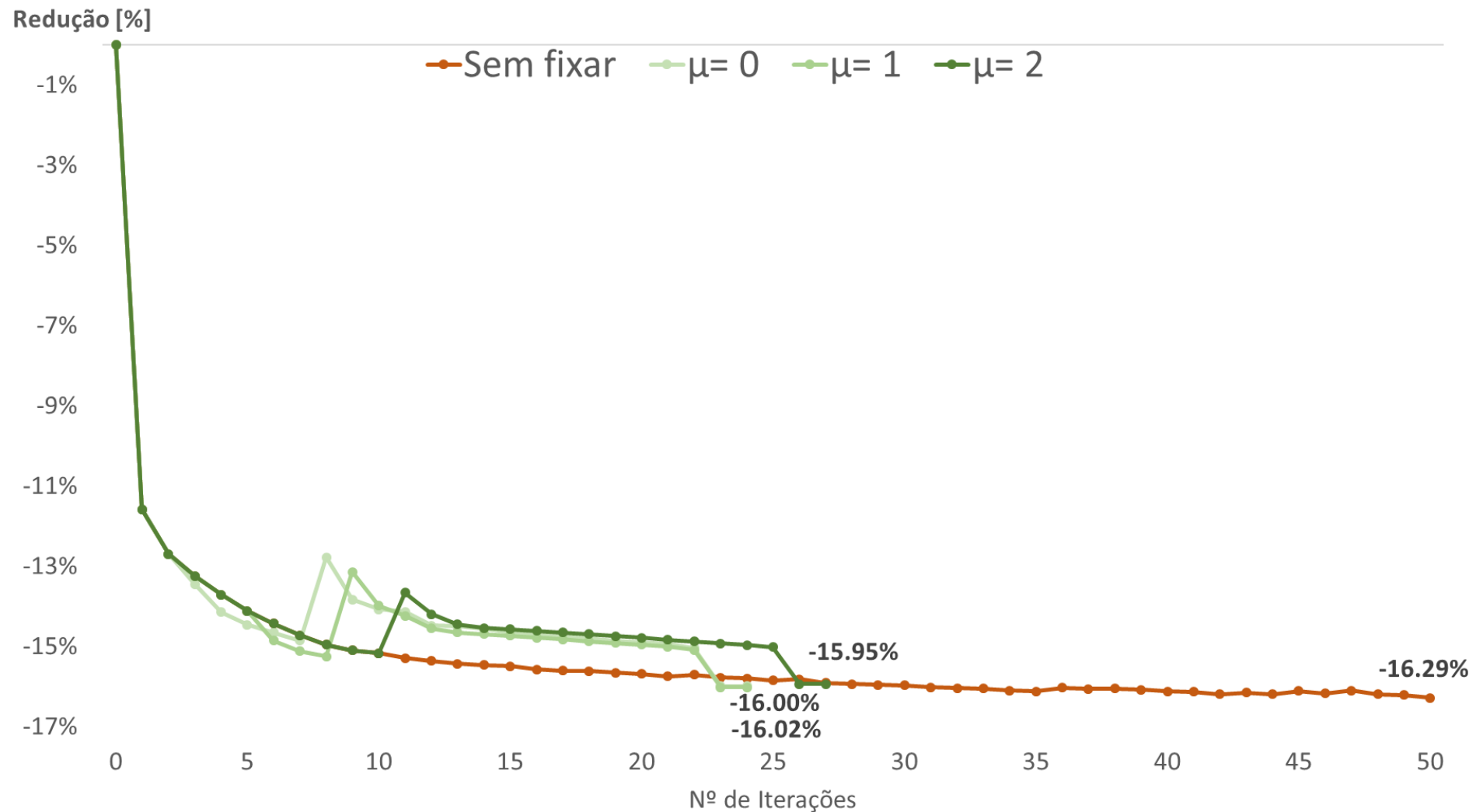
Análise dos Resultados



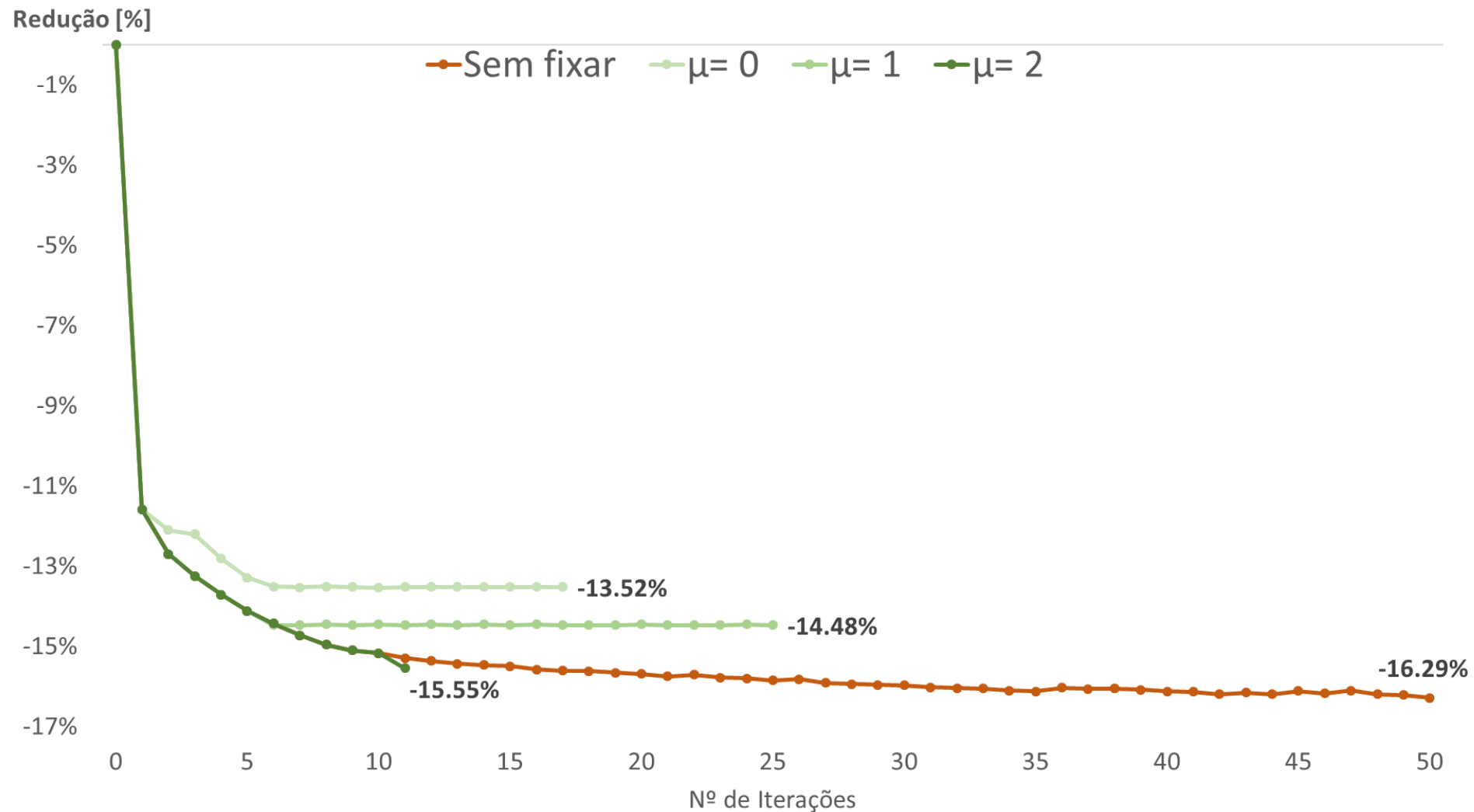
Análise dos Resultados



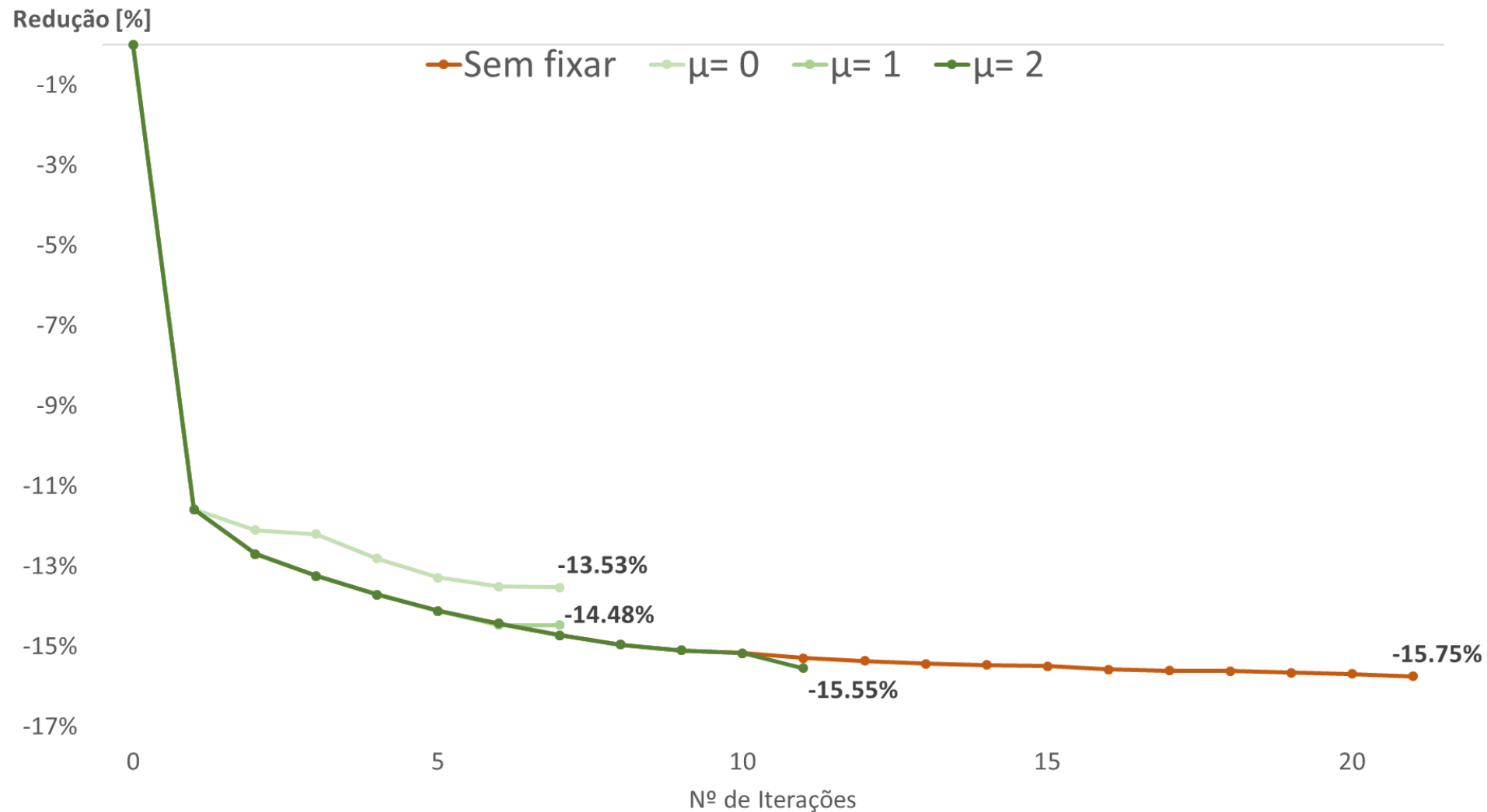
Análise dos Resultados



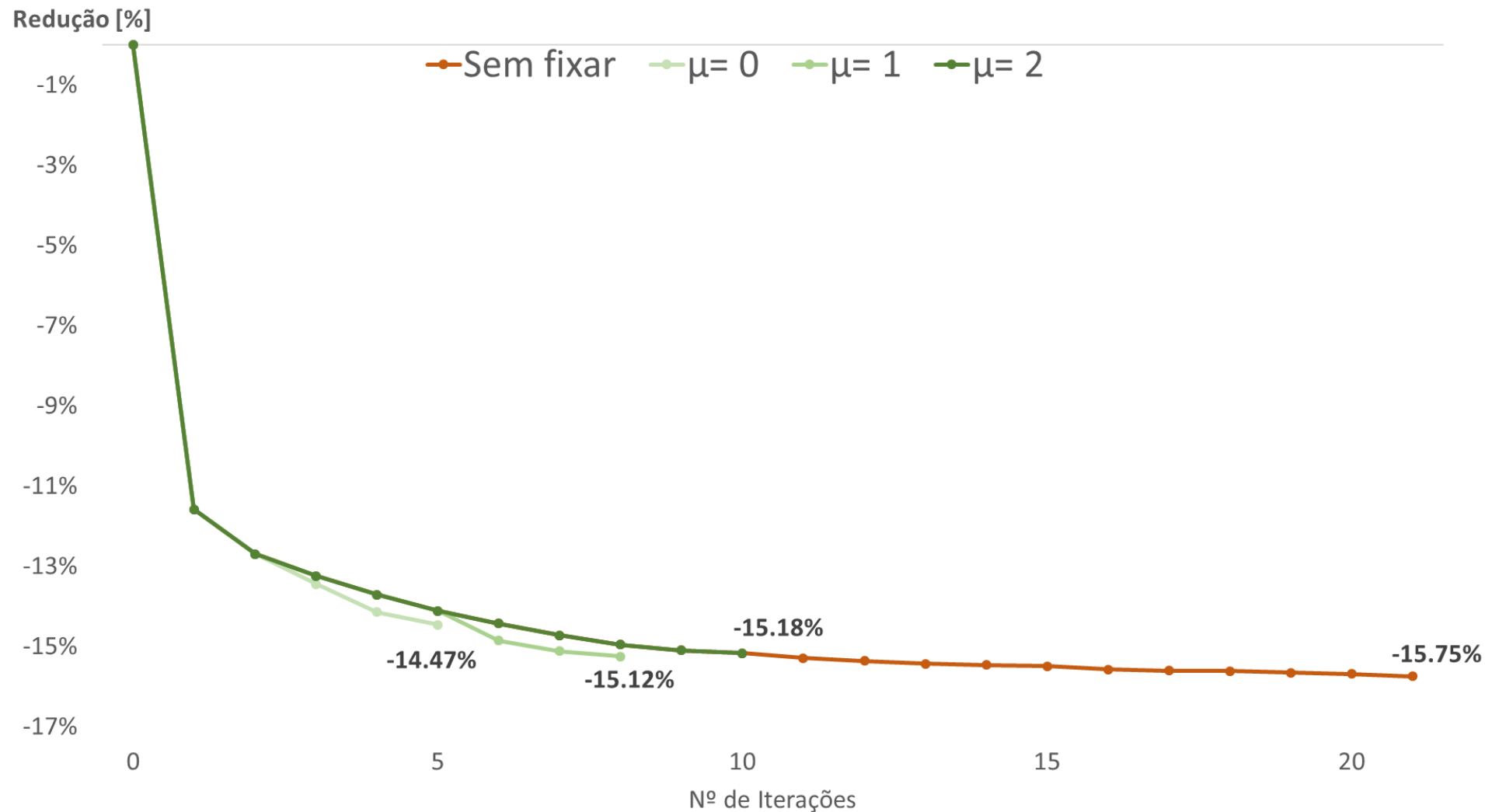
Análise dos Resultados



Análise dos Resultados



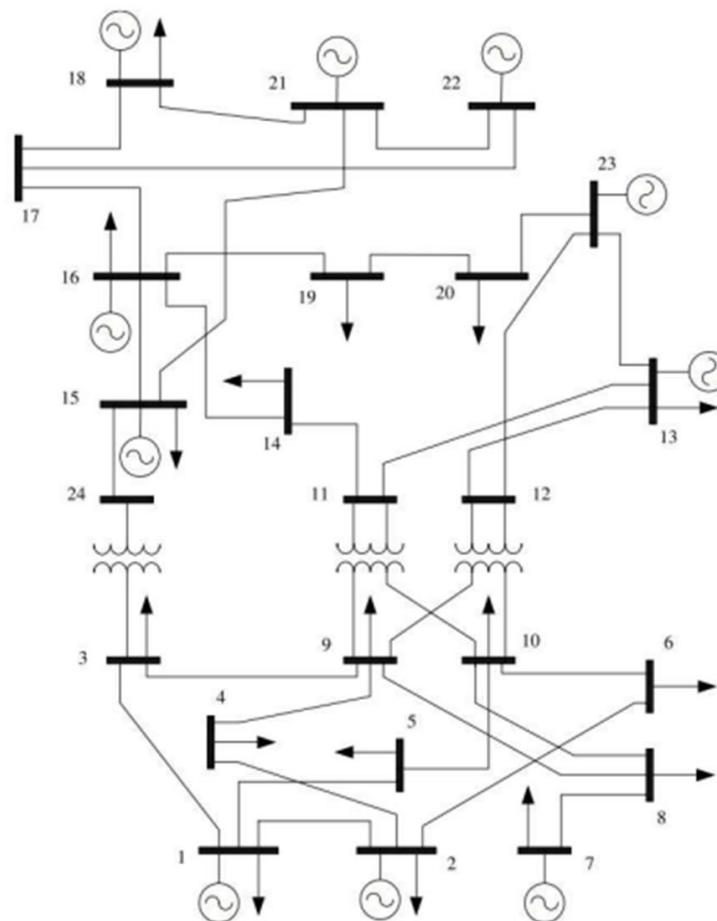
Análise dos Resultados



Análise dos Resultados

	Iteração 0	Iteração 1	Iteração 50
Barra 01	0	0	0
Barra 02	0	0	0
Barra 03	368.98	363.40	341.45
Barra 04	0	0	1.28
Barra 05	0	0	0.86
Barra 06	0	0.38	2.91
Barra 07	9.66	10.29	3.65
Barra 08	0.00	0.59	2.78
Barra 09	430.84	423.04	397.65
Barra 10	170.51	111.39	91.60
Barra 11	345.59	220.40	168.43
Barra 12	0	0.21	2.14
Barra 13	0	0.60	2.15
Barra 14	68.92	78.15	116.01
Barra 15	0	1.64	3.15
Barra 16	0	1.72	2.65
Barra 17	0	1.59	2.86
Barra 18	0	1.58	2.94
Barra 19	0	0.79	1.51
Barra 20	0	0	0
Barra 21	0	1.48	2.86
Barra 22	0	0	0
Barra 23	0	0	0
Barra 24	235.48	223.80	217.62
TOTAL	1630	1441	1365

	Iteração 0	Iteração 1	Iteração 50
Montante [MVAR]	1,629.98	1,441.05	1,364.48
Redução [%]	-	11.59%	16.29%
Barras Investidas	6	17	19
Barras Investidas [%]	25.00%	70.83%	79.17%



- Introdução do Problema
- Formulação Matemática
- Progressive Hedging
- Análise dos Resultados
- **Considerações Finais**

Considerações Finais

- ▶ Metodologia Proposta Reduziu o Montante Total de Investimento em aproximadamente 16%.
- ▶ Penalização Variável se demonstrou melhor que a Penalização Fixa.
- ▶ Heurísticas de Fixação de Decisões se mostrou uma ferramenta útil para redução de esforço computacional.

Considerações Finais

► TRABALHOS FUTUROS:

- Aplicação do método em um sistema de grande porte.
- Novas heurísticas para tornar as decisões de investimento mais aderentes à realidade.
- Aplicação do método em um problema multi-estágio.

OBRIGADO!