

Simulación lanzamiento de proyectil

Ricardo José Manuel Escobar Matzir

22 de noviembre de 2023

1. Planteamiento del experimento: Lanzamiento de un proyectil

Se realiza la simulación de un tiro parabólico o lanzamiento de proyectil en lenguaje C empleando números aleatorios para determinar las variaciones de las posiciones finales verticales (tal como se vería en un experimento real). La naturaleza del problema se ilustra en la siguiente figura.

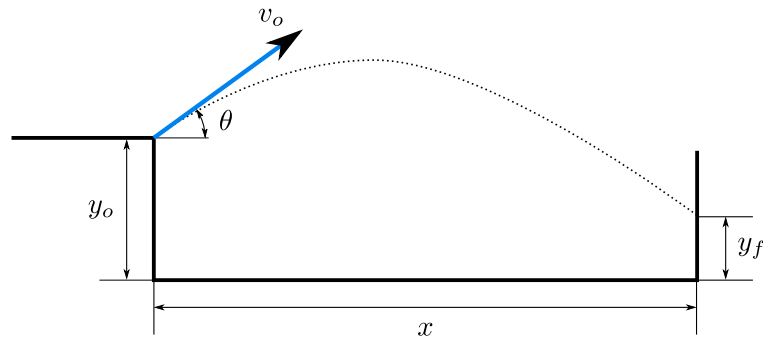


Figura 1: Ilustración lanzamiento del proyectil

los datos iniciales para el problema son

$$v_0 = 12 \text{ m/s}, \quad \theta = 35^\circ (0,611\text{rad}), \quad y_0 = 10 \text{ m}, \quad x = 20 \text{ m}, \quad \Delta v_0 = 0,2 \text{ m/s}, \quad \Delta \theta = 0,001\text{rad}$$

De las ecuaciones de lanzamiento de proyectiles sabemos que la posición final vertical puede ser calculada con

$$y_f = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

sin embargo, necesitamos esta fórmula en función de la velocidad inicial y el ángulo, entonces recordamos también que

$$t = \frac{x}{v_x} = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$$

y también $v_{0y} = v_0 \sin \theta$. Por lo tanto la fórmula queda

$$y_f = y_0 + x \tan \theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

con esto en cuenta, la posición final teórica con los datos iniciales sería

$$y_f \approx 3,7198 \text{ m/s}$$

Ahora sigue simular el experimento empezando con $N = 10$ repeticiones hasta $N = 1,000,000$. Visualizamos los resultados en cada repetición de potencias de 10.

2. Resultados

Se realiza el experimento del lanzamiento del proyectil N veces para el mismo ángulo θ y la misma velocidad inicial v_0 . Evidentemente en una situación real, tanto el ángulo como la velocidad inicial tendrán pequeñas variaciones alrededor del valor escogido. Estas variaciones estarán dadas por θ_i , v_i , con $i = 1, \dots, N$, que están distribuidos de acuerdo la distribución normal. Se espera que las posiciones finales y_{fi} también estén distribuidas normalmente.

Los resultados para la posición final en cada repetición son las siguientes.

Cuadro 1: Posiciones finales promedio y su desviación (estándar)

N	$\bar{y}_f \pm \sigma$
10	$4,02 \pm 0,81$
100	$3,58 \pm 0,72$
1,000	$3,68 \pm 0,68$
10,000	$3,69 \pm 0,69$
100,000	$3,70 \pm 0,68$
1,000,000	$3,70 \pm 0,68$

Para cada N en potencia de 10 realizamos un histograma. Los bins para la frecuencia de cada dato lo organizamos como se muestra en la siguiente tabla

Cuadro 2: Valores para cada bin

Bin	Valores y_{fi}
1	$y_{fi} \leq \bar{y}_f - 2\sigma$
2	$\bar{y}_f - 2\sigma < y_{fi} \leq \bar{y}_f - \sigma$
3	$\bar{y}_f - \sigma < y_{fi} \leq \bar{y}_f$
4	$\bar{y}_f < y_{fi} \leq \bar{y}_f + \sigma$
5	$\bar{y}_f + \sigma < y_{fi} \leq \bar{y}_f + 2\sigma$
6	$y_{fi} > \bar{y}_f + 2\sigma$

Entonces obtenemos los histogramas que se muestran en la siguiente sección.

En dichos histogramas podemos ver que tal como se esperaba, los valores de las posiciones finales (vertical) obedecen también a una distribución normal. Notamos que los valores en los *bins* 3 y 4 de cada histograma son los que tienen mayor cantidad de datos que caen en ese intervalo que justamente corresponde a $(\bar{y}_f - \sigma, \bar{y}_f + \sigma)$.

2.1. Histogramas

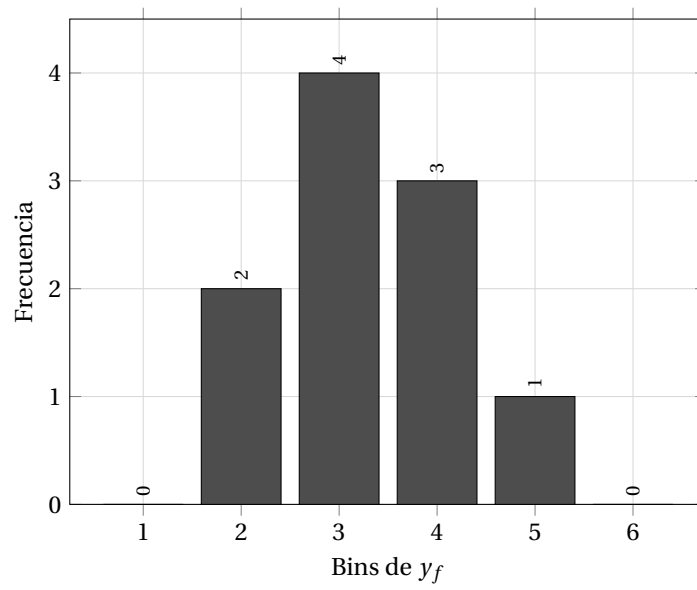


Figura 2: Histograma para $N = 10$ repeticiones

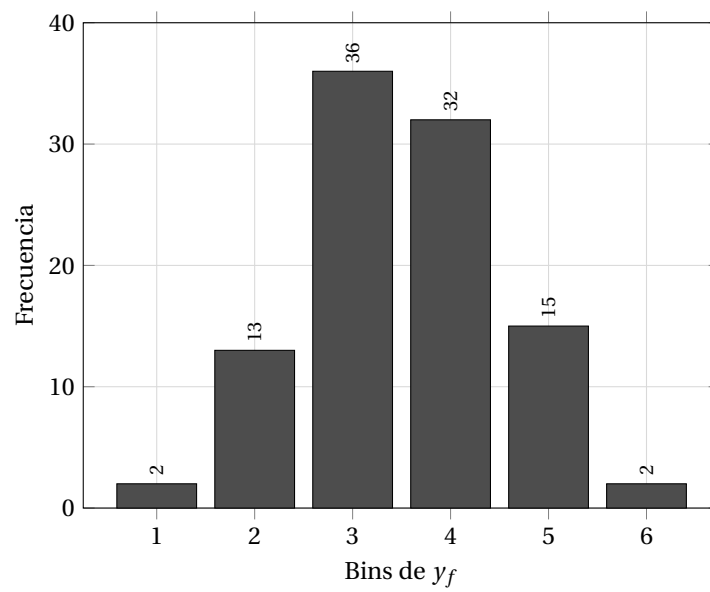


Figura 3: Histograma para $N = 100$ repeticiones

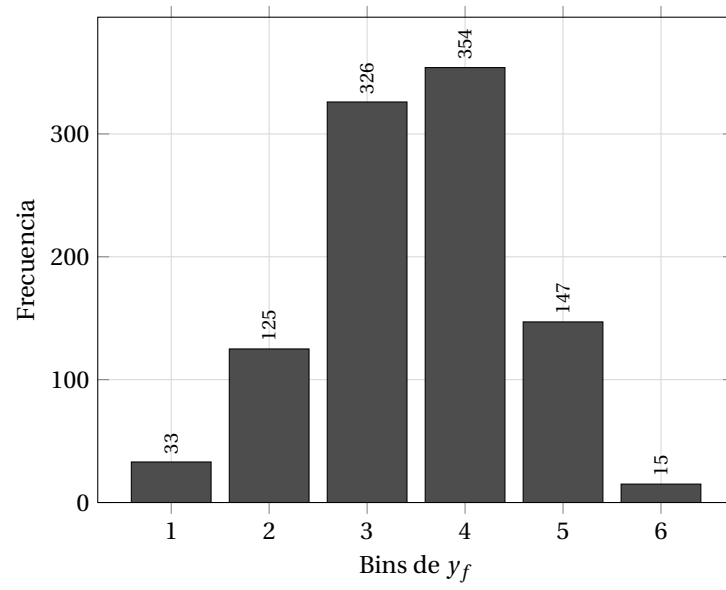


Figura 4: Histograma para $N = 1,000$ repeticiones

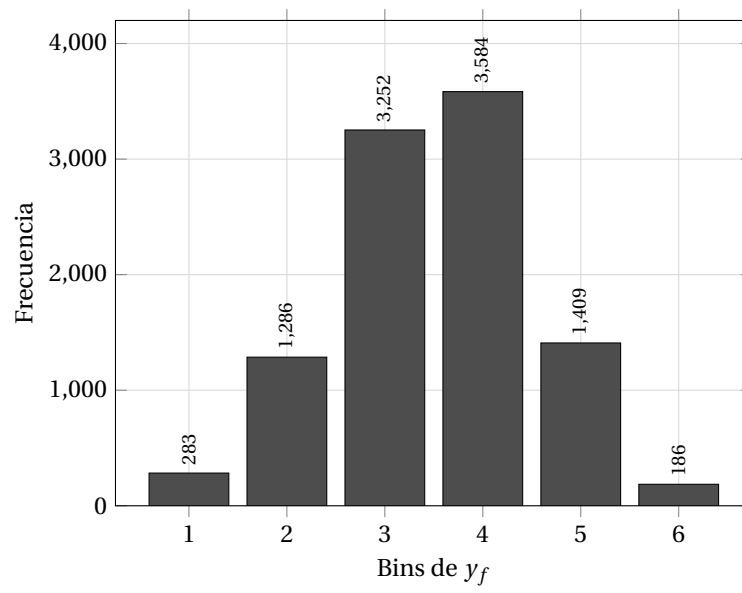


Figura 5: Histograma para $N = 10,000$ repeticiones

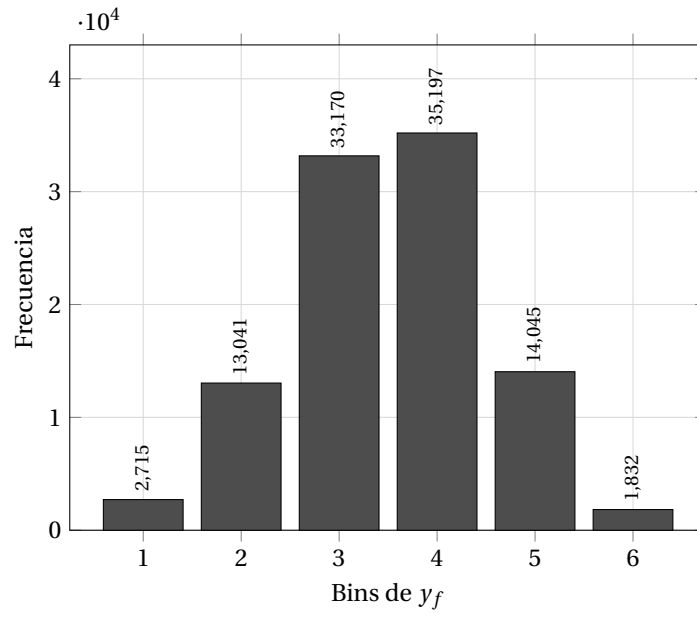


Figura 6: Histograma para $N = 100,000$ repeticiones

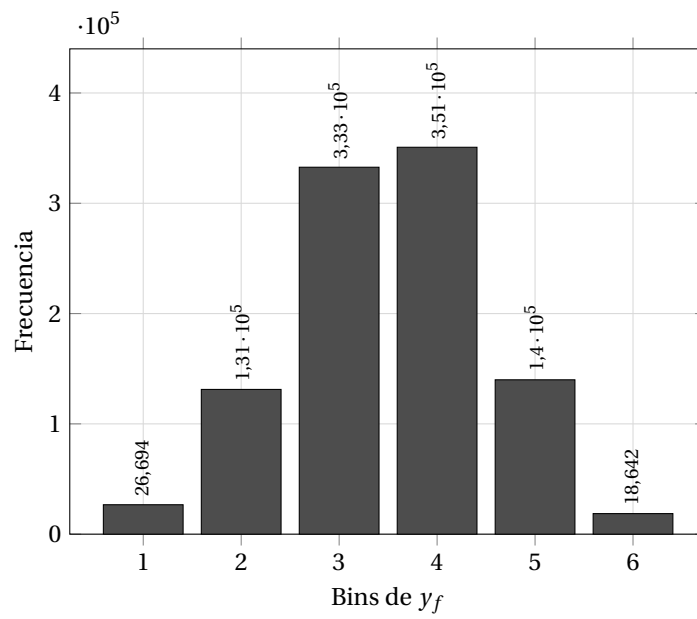


Figura 7: Histograma para $N = 1,000,000$ repeticiones