DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico 3

Marche un telebeam Don Niembraaaaaa...”

Métodos Numéricos
Primer Cuatrimestre de 2015

Integrante	LU	Correo electrónico
Gastón Zanitti	058/10	gzanitti@gmail.com
Ricardo Colombo	156/08	ricardogcolombo@gmail.com
Dan Zajdband	144/10	Dan.zajdband@gmail.com
Franco Negri	893/13	franconegri200@gmail.com
Alejandro Albertini	924/12	ale.dc@hotmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (54 11) 4576-3359
http://www.fcen.uba.ar

Índice

1. Introducción

En el presente trabajo práctico nos encargaremos de analizar el problema de la interpolación de polinomios mediante distintos métodos. Para ello se nos ofrece como marco la necesidad de realizar zoom a distintas imágenes, con el fin de crear un prototipo que permita decidir en tiempo real si una pelota entró o no dentro de un arco de fútbol.

Nuestro objetivo es entonces, dada una imagen de nxm pixeles de tamaño original y un número natural k que denota la cantidad de filas y columnas que se quieren agregar entre cada pixel, encontrar la forma más óptima de rellenar estos valores.

Presentaremos entonces tres técnicas a detallar con sus respectivas ventajas y desventajas:

1. Vecinos
2. Interpolación bilineal
3. Interpolación por splines

Además, con el fin de poder realizar un análisis cuantitavo sobre cada método, consideraremos dos medidas que comparan las imágenes originales contra sus transformadas, ofreciendo una noción de error o ruido:

1. Error cuadrático medio (ECM)
2. Peak to signal noise ratio (PSNR)

Por último, nuestra visión preliminar del problema nos indica que si bien es posible que los tres algoritmos retornen buenos resultados para valores de k relativamente bajos ($k = 1$ y quizas hasta 2) y la versión de vecinos sea mucho más eficiente temporalmente, es probable que esta deje de ser útil muy rápidamente a medida que crece k. Por el contrario, tanto la interpolación bilineal como la interpolación por splines deberian funcionar mejor para valores de k grandes, en el caso de esta última, siendo la que menos ruido introduzca (por la necesidad de que el polinomio sea derivable en cada intersección, suavizando el cambio de uno a otro).

2. Desarrollo

A continuación presentaremos el desarrollo de los experimentos que exploran las técnicas mencionadas en la intriducción con su respectivo análisis:

2.1. Vecinos mas cercanos

El primer método que analizaremos será el de vecinos. Este consiste en rellenar los valores de cada una de las columnas nuevas de la imagen replicando su valor más próximo. La principal ventaja de este método es la simpleza de su implementación, que consta únicamente de dos bucles para iterar la matriz original. Dicha característica también le provee de una eficiencia del orden de O(nxm) siendo n el alto y m ancho de la imagen destino.

TP3 1 void vecinos(Matriz *image, Matriz *imageRes , int k)

```
1: for 0 to imageRes→rows - 1 do
2:     for 0 to imageRes→cols - 1 do
3:         imageRes→at(i, j) = image→at(round(i/(k+1)), round(j/(k+1)))
4:     end for
5: end for
```

Como se mencionó anteriormente, a pesar su alta eficiencia temporal en comparación a los demás métodos, nuestra intuición nos dice que este va ser el que presente una mayor cantidad de ruido, debido a que simplemente se están replicando los píxeles de las imágenes. Como resultado, teniendo en cuenta que lo único que se logra es .ªñadir grosor.ª los píxeles, deberían conseguirse imágenes de mayor tamaño pero con una ganancia igual de rápida en los valores de ruido a medida que los valores de k aumentan.

2.2. Interpolación bilineal

El segundo método que analizaremos será el de interpolación bilineal. En este caso, la idea consiste en generar un polinomio entre dos puntos consecutivos de la imagen para, por medio de este, calcular los valores necesarios para la extensión.
Primero realizaremos el cálculo por filas y una vez calculados estos valores, repetiremos el mismo procedimiento por columnas. Sean entonces Q_{11}, Q_{12}, Q_{21}, Q_{22} los cuatro puntos de la imagen original sobre los que queremos interpolar, el objetivo es conseguir un polinomio P que valga lo mismo en cada uno de estos puntos y aproxime los nuevos valores intermedios. Usaremos entonces para esto el polinomio interpolador de Lagrange.

Interpolando entonces en el eje X obtenemos la siguiente fórmula:

$$f(x, y_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21})$$
$$f(x, y_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22})$$

Ahora, realizando el mismo procedimiento pero en el eje Y, obtenemos lo siguiente:

$$f(x, y) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(x, y_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(x, y_2)$$

Si notamos, los puntos que acompañan a las bases polinómicas de Lagrange son los mismos que calculamos sobre el eje X, por lo que podemos realizar el remplazo para llegar a una fórmula cerrada:

$$f(x,y) \approx \frac{y_2-y}{y_2-y_1}\left(\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(Q_{11})+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(Q_{21})\right)+\frac{y-y_1}{y_2-y_1}\left(\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(Q_{12})+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(Q_{22})\right)$$

Distribuyendo los valores dentro de los paréntesis, obtenemos la ecuación final

$$\begin{aligned} f(x,y)= & \frac{1}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}\left(f(Q_{11})(x_2-x)(y_2-y)+f(Q_{21})(x-x_1)(y_2-y)\right. \\ & \left.+f(Q_{12})(x_2-x)(y-y_1)+f(Q_{22})(x-x_1)(y-y_1)\right) \end{aligned}$$

Notar que tanto los valores del X e Y de los puntos con los que generamos la formula, como el valor en el punto son constantes que no varian mientras mantengamos los 4 pixeles escogidos con lo cual podriamos reutilizar esto para los demas calculos y ademas la distancia de los puntos x_1 y x_2 es 1 como el de los valores de y_1 e y_2 por lo que el denominador en la formula se puede quitar, quedandonos una formula de una recta.

$$f(x) = Q_{11}.valor * (Q_{22}.x - x) * (Q_{22}.y - y) + Q_{21}.val * (x - Q_{11}.x) * (Q_{22}.y - y) + Q_{12}.valor * (Q_{22}.x - x) * (y - Q_{11}.y) + Q_{22}.val * (x - Q_{11}.x) * (y - Q_{11}.y)$$

Por tanto si se hace primero sobre el eje X la ecuacion de la recta y luego sobre el Y, como a la inversa. Ahora, gracias a esta formula, podemos conseguir los valores de las posiciones (x, y) que agregamos a nuestra imagen para realizar el zoom.
Para facilitar la lectura y escritura del ejercicio vamos a definir una estructura que se llama punto. Dentro de la misma vamos a tener 3 valores, el primero es el valor en x, el segundo en y y el tercero un valor que sera de la imagen original. En el siguiente codigo las variables $q11$, $q12$, $q21$, $q22$ son del tipo descripto anteriormente y se utilizan para definir los 4 puntos en los cuales se va a realizar la formula de la recta evaluada en el punto, la matriz A representa la imagen original y la matriz Res representa la imagen extendida. Veamos el siguiente ejemplo para aclarar quienes son los pixeles que utilizamos, supongamos los primeros 4 pixeles de la siguiente forma de una imagen.
Luego utilizando k = 2 agrandamos la imagen dejando en el medio 2 pixeles entre cada pixel de la imagen original.

Cuadro 1: pixeles de imagen original

q11	q12
q21	q22

Cuadro 2: Pixeles de imagen aumentada

q11	a	b	q12
c	d	e	f
g	h	i	j
q21	k	l	q22

TP3 2 void bilineal(matriz A, vector Res,int k)

Para i= $0...CantFilas - 1$
  Para j= $0...CantColumnas - 1$
    q11 = $< 0, 0, A_{i,j} >$
    q12 = $< 0, k+1, A_{i,j+1} >$
    q21 = $< k+1, 0, A_{i+1,j} >$
    q22 = $< k+1, k+1, A_{i+1,j+1} >$
    Para x=$0...k+1$
      Para y=$0...k+1$
        valorRes = poliniomioInterpolador(q11,q12,q21,q22,x,y)
        $Res_{i*(k+1)+x,j*(k+1)+y}$ = valorRes

Como los valores de q11,q12,q21 y q22 son los valores de la imagen original y podemos realizar la formula con los mismos.

Donde *polinomiointerpolador* es la función que se encarga de generar el polinomio interpolador(que en este caso es una recta) en el punto, de la siguiente manera: Para el caso del polinomio interpolador

TP3 3 void polinomioInterpolador(punto q11,punto q12, punto q21, punto q22, int x, int y)

denominador = 1/ ((q22.x-q11.x)* (q22.y-q11.y))
numerador1= q11.valor* (q22.x-res.x)*(q22.y-res.y) + q21.val * (res.x-q11.x)*(q22.y-res.y)
numerador2= q12.valor* (q22.x-res.x)*(res.y-q11.y) + q22.val * (res.x-q11.x)*(res.y-q11.y)
retorno ((numerador1+numerador2)*denominador)

se agregaron 2 lineas al final de la rutina, las cuales aplican saturación en caso de ser necesario cuando luego de realizar todas las cuentas el valor que nos queda es mayor a 255, fijandolo en 255, y cuando el valor es menor a 0, fijandolo en 0.
En este método, comparado con el anterior que solo replicaba píxeles vecinos, se está calculando un polinomio para tratar de introducir cierto nivel de suavidad entre los puntos de la imagen original a medida que se recorren los píxeles. Un dato importante a tener en cuenta es que dado que el grado del polinomio aumenta a medida que la cantidad de puntos a interpolar es mayor, decidimos que esta se realice entre solo dos puntos de la imagen original, para ofrecer un mejor desempeño entre puntos, haciendo que el polinomio calculado sea mas operativo y evitando que este oscile demasiado (situación conocida como Fenómeno de Runge).

La complejidad de este algoritmo no es alta. Se recorren n filas y para cada una de ellas m columnas para recorrer toda la matriz, luego se fijan 4 puntos a procesar (que eso tiene complejidad O(1) para acceder a la posición de la matriz) y para cada conjunto de puntos, se realizan 2 ciclos de complejidad O(k), cada uno para recorrer los píxeles cercanos. Luego se genera el polinomio interpolador, el denominador se consigue a través de 2 restas y 1 multiplicación, y el numerador tiene un costo de 12 multiplicaciones y 8 restas. Por ultimo, se multiplican el numerador con el denominador, por lo tanto armar el polinomio interpolador cuesta 10 restas y 14 multiplicaciones. Si consideramos que las restas y multiplicaciones no son muy costosas y que crear el polinomio cuesta O(1) (a muy grandes rasgos), la complejidad del algoritmo bilineal seria O(n*m*k$\hat{2}$) con n cantidad de filas, m cantidad de columnas y k cantidad de filas/columnas agregadas entre 2 filas/columnas, que por lo general en la práctica, el k es muchisimo más chico que n y m, el tamaño de la imágen.

2.3. Interpolación por Splines

Por último nos centraremos en la interpolación por splines. Este método, similar al anterior, requiere el cálculo de Splines (al igual que antes, por filas y luego por columnas) para obtener los valores de los casilleros a extender.

Decidimos para este caso utilizar splines naturales. Recordemos que la condición de suavidad de los splines naturales es que $S''(a) = 0$ y $S''(b) = 0$. Esto determina que la interpolación en los bordes va a ser suave.

Además, en este caso, dado que la interpolación por medio de splines trata de generar polinomios para un segmento específico de la imagen, realizaremos un análisis sobre el algoritmo de interpolación por splines para tratar de obtener el tamaño de ventana más óptimo. Dado que este algoritmo solo incluye los valores de un recuadro de tamaño específico, creemos que agregar más valores puntos a considerar por el spline, no presentará beneficio alguno porque se estarían dejando de lado los valores de la imagen externos al punto a calcular (que estarían influyendo sobre un polinomio que intenta interpolar valores posiblemente lejos de los suyos).

Sea $S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$ nuestro polinomio interpolador para cada j intervalo entre 0 y $n - 1$, necesitamos entonces resolver los coeficientes. Utilizamos la construcción de Splines despejando estos últimos en función de c_j para formar el siguiente sistema de ecuaciones $Ax = b$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_0 & 2(h_0+h_1) & h_1 & & \\ 0 & h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & h_{n-2} & 2(h_{n-2}+h_{n-1}) & h_{n-1} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) \\ \vdots \\ \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

donde $h = x_{j+1} - x_j$. Para nuestra aplicación $h = k$ y se mantiene fijo, ya que la distancia entre los puntos de la nueva imagen es igual a k. Una vez resuelto este sistema y con los valores de $c_0, ..., c_n$ ya calculados, podemos despejar los coeficientes que necesitabamos en base a las siguientes ecuaciones (que se derivan de las condiciones del mismo spline):

a_j es el valor del pixel en la posición j de la imagen original en la fila o columna iterada por el spline

$b_j = \frac{1}{k}(a_{j+1} - a_j) - \frac{k}{3}(2c_j + c_{j+1})$

$d_j = \frac{c_{j+1}-c_j}{3k}$

La implementación del algoritmo bicúbico consta de dos partes muy similares, ya que primero se recorre la matriz por columnas para realizar el método de splines y luego se realiza el metodo por filas para completar la matriz. Definimos para él una clase llamada spline donde almacenaremos los arreglos as, bs, cs y ds, estos contienen los coeficientes del polinomio para la posición i de la fila o columna en donde estemos calculando los splines.

TP3 4 void bicubico(matriz A, vector Res,int k)

```
1:  Para i= 0..CantFilas − 1
2:    Para j= 0..CantColumnas − 1
3:      Splinespline = calcularSpline(CantColumnas, columna_j, k)
4:    Para j= 0..CantColumnas − 1
5:      Para l= 0..k + 1
6:        valor= spline.a[i] + spline.b[i] ∗ l + spline.c[i] ∗ j^2 + spline.d[i] ∗ j^3
7:        saturar(valor)
8:        Res_{i∗(k+1),j∗(k+1)+l} = valor
9:  Para i= 0..CantColumnas − 1
10:   Para j= 0..CantFilas − 1
11:     spline= calcularSpline(CantFilas, fila(j), k)
12:   Para j= 0..CantFilas − 1
13:     Para l= 0..k + 1
14:       valor= spline.a[i] + spline.b[i] ∗ l + spline.c[i] ∗ j^2 + spline.d[i] ∗ j^3
15:       saturar(valor)
16:       Res_{j∗(k+1)+l,i)} = valor
```

La función *saturar* hace que si el valor es mayor a 255 o menor a 0 los fija en esos dos valores respectivamente.
Como mencionamos anteriormente se puede ver que de las lineas 1-8 se realiza el splines por columnas, luego en las lineas 9-16 se realiza el splines por filas, por lo tanto solo analizaremos el primer bloque (lineas 1- 8) para el siguiente es análogo.
En la linea 3 se llama al algoritmo de splines pasandole los n puntos de la imagen con el cual vamos a calcular coeficientes para cada polinomio, una vez obtenido esto se recorren los k puntos entre cada par de pixeles de la imagen resultante y se evalua el polinomio en ese punto, logrando asi el valor de cada punto en la imagen resultante.

TP3 5 spline calcularSpline(int cant,arreglo(int) pixelesOriginales,int k)

1: arreglo alfa[cantColumnas]
2: Para j= $0..Cant-1$
3: $alfa_j = (3/k) * (pixelesOriginales_{j+1} - pixelesOriginales_j) - (3/k) * (pixelesOriginales_j - pixelesOriginales_{j-1})$
4: arreglo(float) ln ,cn , zn
5: l[0]=1,c[0]=0,z[0]=0
6: Para i= $0..Cant-1$
7: $l_i = 2 * (2 * k) - k * c_{i-1}$
8: $c_i = k/l_i$
9: $z_i = alfa_i - (k * z_{i-1})/l_i$
10: arreglo(int) as,bs,cs,ds
11: Para i= $0..Cant-1$
12: $cs_i = z_i - c_i * cs_{i+1}$
13: $bs_i = (as_{i+1} - asi)/k - k * (cs_{i+1} + 2 * cs_i)/3$
14: $(cs_i + 1] - cs[i])/(3 * k)$
15: devolver spline(as,bs,cs,ds)

En este algoritmo [1] estamos calculando los coeficientes del poliniomio dado un arreglo de elementos que van a ser nuestros puntos.

Este método, que podría considerarse un refinamiento del anterior, introduce la particularidad de que se le pide al polinomio interpolador que las intersecciones de las funciones que interpolan al punto $n-1$ y n y al n y al $n+1$, sean derivables. Como resultado, se agrega mucha más suavidad entre puntos que con la técnica anterior que solo respetaba que las funciones empiecen y terminen en el mismo punto (dando lugar a posibles picos, como en el caso de que dos puntos se interpolen con una recta ascendente y los siguientes con una descendente). Además, esta técnica evita de forma natural la oscilación del polinomio mencionada en el método anterior dado que siempre se toman polinomios por partes y, como mencionamos, al usar splines naturales podemos garantizar que la interpolación es suave en sus bordes, además de serlo en los bordes generados por los límites de cada spline. Gracias a esto, cuando se intenta reducir el error de interpolación se puede incrementar el número de partes del polinomio que se usa para construir el spline, en lugar de incrementar su grado.

3. Análisis

A continuación se presenta un análisis comparativo de los tres métodos implementados. Cabe mencionar que, dado que la experimentación requería que ambas imágenes (original y modificada) tengan el mismo tamaño para poder realizar un análisis cuantitativo de los algoritmos mediante las medidas de comparación que se mencionaron en la introducción, decidimos achicar la imagen original mediante un script que creamos para luego agrandarla mediante nuestros métodos y poder comparar los resultados obtenidos con la imagen original.
El recortador de imágenes, que se encuentra en la carpeta *Recortadordeimagenes*, toma una imagen como input la cual se quiere achicar para poder comparar con si misma en tamaño original una vez aplicado el algoritmo de zoom y un entero k que es el factor de achicamiento, que debe ser el mismo que usemos a la hora de aplicar zoom sobre esta imagen achicada. Este script lo hicimos utilizando *OpenCV*, de modo similar a las funciones utilizadas para hacer zoom en la experimentación base.
Este programa *recortador.cpp* tiene un funcionamiento sencillo. Lo primero que hacemos es contar cuentas filas y columnas va a tener la nueva imagen achicada, esto depende del tamaño del k, vamos contando de a k partes, ya que la idea es sacar las k filas y columnas intermedias para poder volver a hacer lo mismo cuando vayamos a agrandar la imagen. Luego creamos una imagen nueva con ese tamaño y vamos copiando los píxeles de las posiciones (i*k, j*k), salteando de a k posiciones y así evitarnos las k columnas y filas para después cuando volvemos a agrandar la imagen, poder llenar esas mismas posiciones faltantes como estaban antes. Así evitamos sesgar los experimentos, ya que achicamos la imagen sin ningún criterio particular, o sea, el criterio para achicar no tiene ninguna relación con el criterio para agrandar la imagen con cualquiera de los 3 métodos. Por lo tanto, ninguno de los 3 métodos va a tener un beneficio dependiendo de como se achicó la imagen.

3.1. Correctitud de la implementación

El primer método para comprobar rápidamente la correctitud de la implementación de nuestros algoritmos fue sencillamente comparar ä ojoölas imágenes resultantes con la original, observando el nivel de detalle obtenido. Al comienzo, teniendo errores de implementación, notamos de este modo que la implementación necesitaba mejoras.

Luego, para obtener mayor rigor, procedimos a comparar nuestros algoritmos con aquellos que vienen por defecto en opencv. Consideramos que estos algoritmos son lo suficientemente fiables como para tomarlos como punto de referencia. Tomamos una imagen:

(a) .

Figura 1: Imagen Original

Y la reescalamos en la mismas dimenciones tanto con nuestros algoritmos como con los implementados en opencv.

(a) Nosotros

(b) OpenCV

Figura 2: Comparacón de correctitud contra opencv: Vecinos Mas Cercanos

(a) Nosotros (b) OpenCV

Figura 3: Comparacón de correctitud contra opencv: Bilineal

(a) Nosotros (b) OpenCV

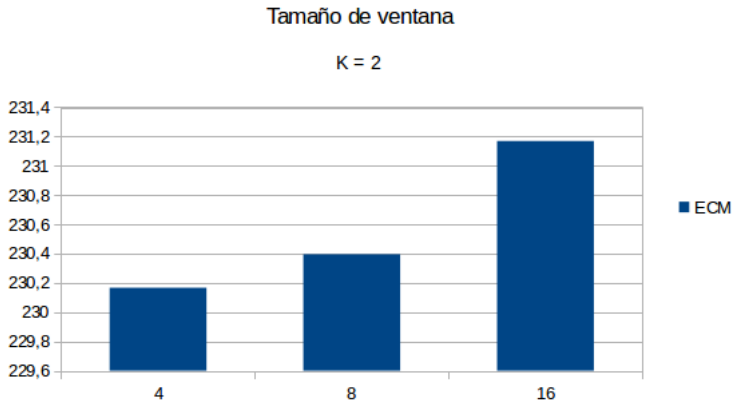
Figura 4: Comparacón de correctitud contra opencv: Bicubico con ventanas de 4×4 pixels

Como puede verse, nuestros algoritmos arrojan resultados muy parecidos a opencv. Por lo que consideramos que su implementacion es correcta.

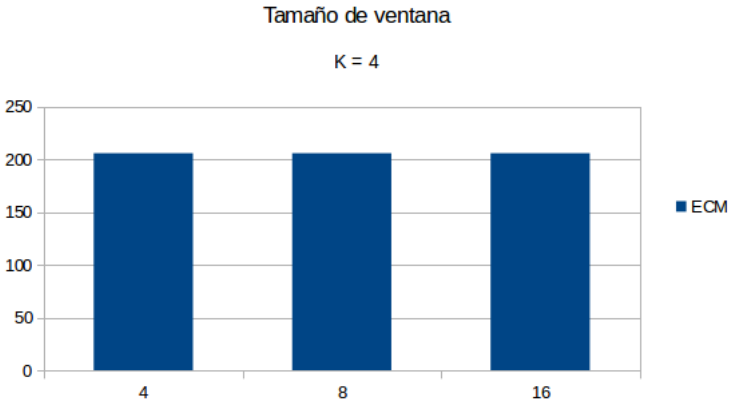
3.2. Ventana óptima para método de Splines

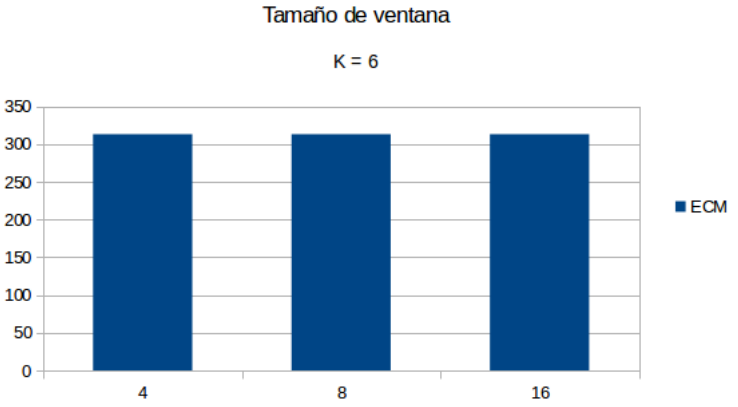
Nuestro primer análisis se encargará de encontrar un valor óptimo para la cantidad de las ventanas utilizadas en el método de splines. Para dicho fin, elegimos correr varias instancias del método con valores de K crecientes para distintos valores de ventana (4, 8, y 16 para poder comparar los resultados). Se presentan entonces los resultados obtenidos. Vale la pena destacar que no se muestra información respecto al PSNR debido a que presentaba exactamente el mismo comportamiento y no ofrecia informacion extra alguna.

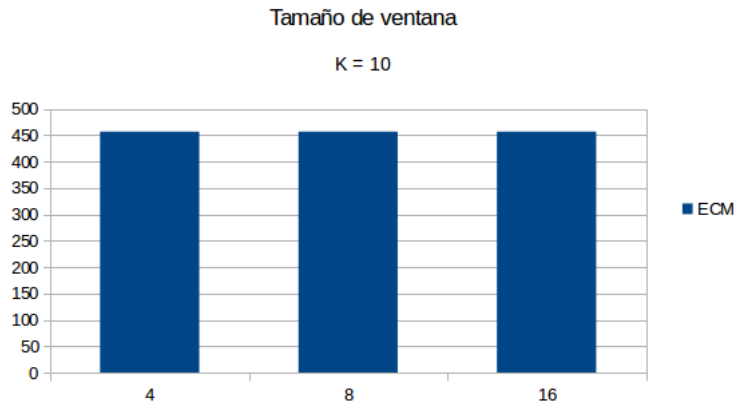
Como habiamos presupuesto en la introducción, agrandar el tamaño de la ventana solo hace que se tengan en cuenta valores para el punto que se quiere calcular que no depende directamente de este.



Como puede verse a continuación, agrandar el tamaño de la ventana deja de presentar benificio alguno para valores mas altos de K porque los resultados se veulven constantes:



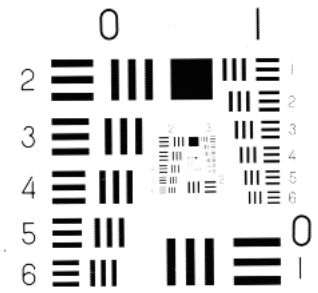




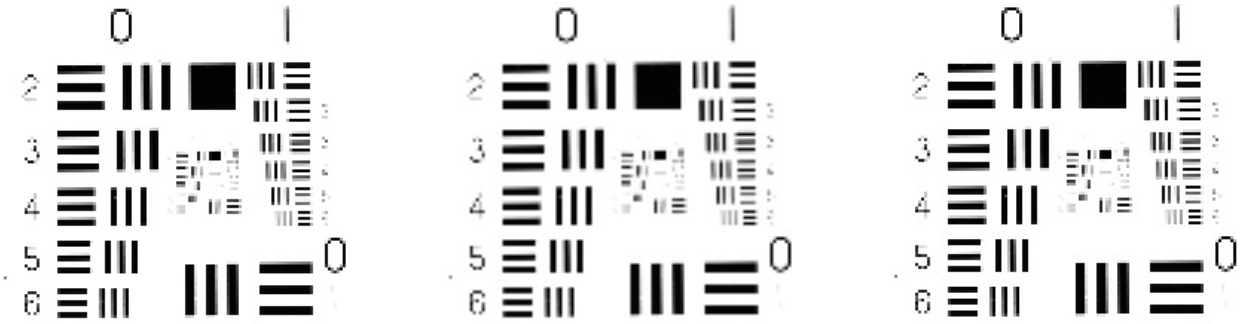
A partir de este punto, el algoritmo de splines utiliza una ventana de tamaño cuatro, dado que es la que presenta mejores resultados. De todos formas, no es cierto que siempre sea preferible una ventana más chica a una que incluya mas puntos, porque en problemas donde se quieren calcular por ejemplo trayectorias, es deseable considerar mas puntos para tener mas información.

3.3. Analisis de los metodos para imagenes con simbolos alfanumericos

En esta sección analizaremos los tres algoritmos sobre imagenes con simbolos alfanumericos. Para ellos usamos la imagen mostrada mas abajo para la cual aplicaremos los tres metodos con diferentes ks. La caracteristica principal a testear sera la capacidad de dicernimiento de estos simbolos despues de aplicados los metodos de zoom.



Primero realizamos las pruebas con el valor minimo de k ($k = 1$), obteniendo los siguientes resultados:



(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 5: Comparacón de metodos para $k = 1$

Como podemos ver, las tres imagenes introducen artifacts (errores visuales) que todavia no desmejoran la imagen a un nivel en el que sea imposible su comprension, por lo menos en los digitos mas externos (distinto para los numeros internos de la imagen que, debido a su tamaño inicial, ya son casi inperceptibles con este k minimo). Notese como el metodo 2, como consecuencia de la nivelacion entre los valores de alto contraste del dibujo y su fondo blanco, empieza a introducir una leve 'niebla gris' alrededor de las imagenes. La misma sutiacion se plantea en el metodo tres, pero con la diferencia de que el difuminado introducido es mucho menos visible.

Observemos los resultados para un k un poco mas elevado ($k = 2$):

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 6: Comparacón de metodos para $k = 2$

En esta ocacion, el comportamiento sigue los lineamientos generales del caso anterior, con la salvedad de que ninguna de las tres imagenes ya es comprensible. Vemos como la 'niebla' comentada en el caso anterior avanzo rapido en el metodo dos, para casi difuminar la imagen por completo. En el caso del metodo de splines (el tercero)se puede empezar a ver un pequeño sombreado alrededor de los bordes de los elementos en la imagen, pero a diferencia del metodo dos, esta solo se extiende a las cercanias y no avanza por toda la imagen.

Por ultimo, presentamos los resultados para $k = 4$:

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 7: Comparacón de metodos para $k = 4$

Como era de esperarse las tres imagenes resultantes ya perdieron comprension en su totalidad. Ademas, el segundo y tercer metodo, presentan una alta cantidad de ruido por el difuminado producido respecto de la imagen original. Queda entonces a la vista una caracteristica que no estabamos considerando hasta entonces en nuestro analisis. El metodo de los vecinos puede llegar a ofrecer resultados favorables si se cumplen algunas caracteristicas deseables (nuestra intuición preveia que este metodo seria superado por los anteriores en cualquier situacion) como en este caso. El alto contraste entre las imagenes, hace que en los metodos que introducen cierta correlación o suavizado entre pixeles se genere un sombreado que hace mas borrosas las imagenes. En contra de nuestros pronosticos, el metodo de los vecinos podria ser un excelente candidato en estos casos.

3.4. Analisis de los metodos para paisajes

En esta sección analizamos como se comportan los metodos para fotos de paisajes. Consideramos una imagen que no presente grandes contrastres como en el analisis anterior y en la que se puedan analizar tanto detalles puntuales (la definicion de las ramas del arbol) asi como aquellos mucho mas definidos (piedras y ramas que cubren un gran porcentaje de la imagen). Tomamos la siguiente foto de ejemplo:

Primero lo hacemos para $k = 1$, se obtiene esto:

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 8: Comparacón de metodos para $k = 1$

En este primer ejemplo, con un k minimo, ninguna de las tres imagenes presenta una calidad demasiado desmejorada. En particular nos sorprendio ver la cantidad de ruido introducida por el tercer metodo, que visualmente esta mas cerca al metodo de los vecinos (el cual se perfilaba como el de peor rendimiento de los tres y termino en segundo lugar) que al metodo dos (de el cual, de hecho, suponiamos era una mejora). Confirmando nuestra apreciacion, el ECM y $PSNR$ obtenido para cada uno de los metodos fue el siguiente:

- Metodo 1: ECM de 315,723 y PSNR de 23,1377.
- Metodo 2: ECM de 115,114 y PSNR de 27,5195.
- Metodo 3: ECM de 332,629 y PSNR de 22,9112

Ahora lo hacemos para $k = 2$, se obtiene esto:

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 9: Comparacón de metodos para $k = 2$

En este segundo caso, el cambio en el k es minimo. Sin embargo, podemos apreciar como el metodo de los vecinos y el de splines (metodo 1 y 3 respectivamente) empiezan a introducir una gran cantidad de ruido. En el caso del metodo dos, a diferencia de lo ocurrido durante el analisis de caracteres alfanumericos, el suavizado que se produce en la imagen si ayuda a que esta se mantenga entendible y el difuminado termina favoreciendo a la comprension de la misma (esto no ocurria en los caracteres alfanumericos, porque este mismo suavizado termina oscureciendola y quitandole claridad). Impacta

la cantida de pixeles blancos que introduce el metodo de splines. Una vez mas, los valores de error cuadrático medio y la relación signal/noise apoyan el analisis realizado e incluso demuestran que la diferencia introducida es bastante amplia:

- Metodo 1: ECM de 724,517 y PSNR de 19,5303.
- Metodo 2: ECM de 293,755 y PSNR de 23,4509.
- Metodo 3: ECM de 444,18 y PSNR de 21,6552

Ahora lo hacemos para $k = 3$, se obtiene esto:

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 10: Comparacón de metodos para $k = 3$

En este ultimo ejemplo, podemos ver como el aumento minimo del valor de k (tan solo sumando uno mas) produce niveles altisimos de perdida de definicion en las tres imagenes. Contra todo pronostico, el metodo 3 introduce una gran cantidad de pixeles blancos, convirtiendo de este en el metodo de peor desempeño de los tres con una perdida casi total en la definicion (notese como ya es imposible diferenciar donde empiezan las piedras, el suelo y el mismo tronco del arbol). El metodo 1 presenta una leve mejora pero con una falta de suavidad entre las zonas de alto contraste (vease, las ramas intermedias que ascienden en el arbol) que si ofrece el metodo dos, nuevamente, el de mejor desempeño. Una vez mas, los valores de ECM y $PSNR$ son, como era de esperarse, los siguientes:

- Metodo 1: ECM de 1099,83 y PSNR de 17,7175.
- Metodo 2: ECM de 400,854 y PSNR de 22,1009.
- Metodo 3: ECM de 493,992 y PSNR de 21,1936

Notese como incluso el metodo tres llega a triplicar el ECM de el metodo inmediatamente superior en cuanto a calidad.

3.5. Analisis de los metodos para rostros

En esta ultima sección analizamos como se comportan los metodos para fotos de rostros. Centraremos nuestro analisis en el comportamiento de los tres algoritmos frente a rasgos particulares del rostro para poder valorar la calidad de los mismos. Tomamos la siguiente foto:

Primero lo hacemos para $k = 1$, se obtiene esto:

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 11: Comparacón de metodos para $k = 1$

Los artifact (Errores visuales) que vemos aquí son, bla bla bla (COMPLETAR!)
Ahora lo hacemos para $k = 2$, se obtiene esto:

(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

Figura 12: Comparacón de metodos para $k = 2$

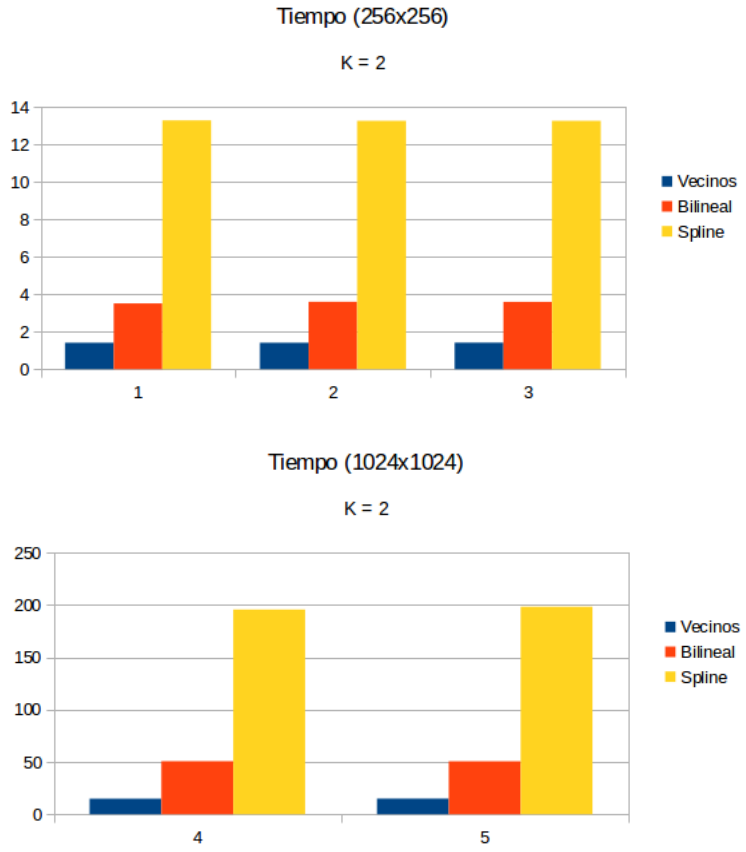
Los artifact que vemos aquí son, bla bla bla (COMPLETAR!)
Ahora lo hacemos para $k = 3$, se obtiene esto:

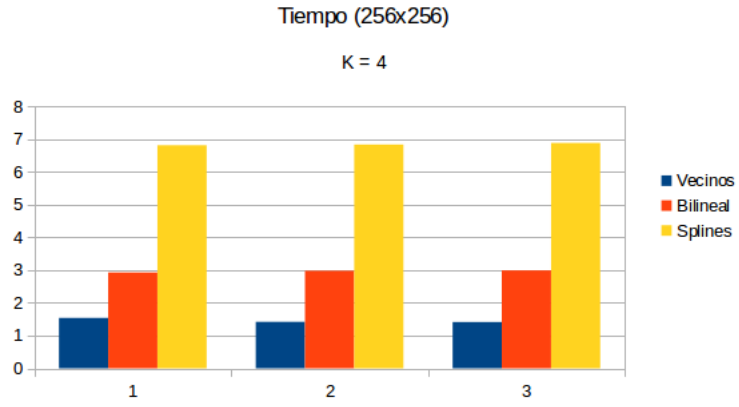
(a) Metodo 1 (b) Metodo 2 (c) Metodo 3

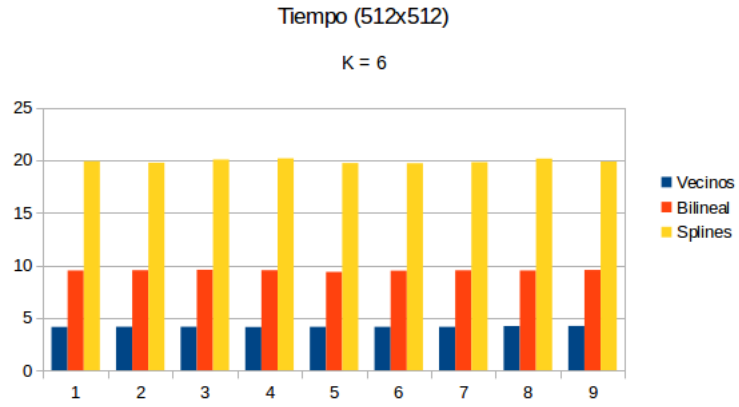
Figura 13: Comparacón de metodos para $k = 3$

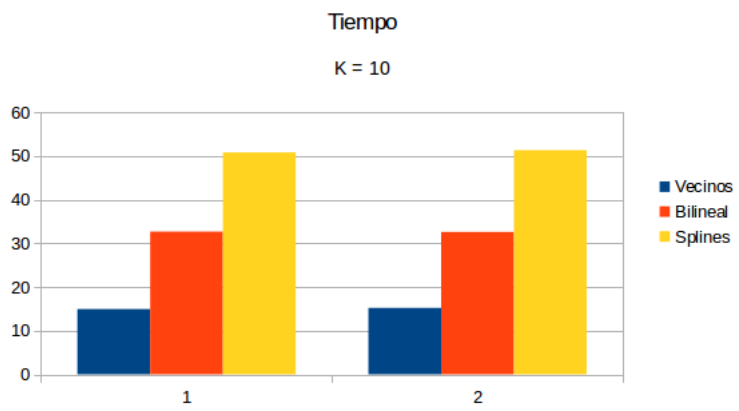
3.6. Análisis de tiempos

El análisis de tiempo, a diferencia del de los métodos, no ofreció ninguna respuesta que no hayamos podido intuir durante la codificación de los algoritmos. Es claro que a medida que el método se perfecciona en la búsqueda de resultados más suaves, también aumenta el tiempo necesario de cálculo.




Tiempo (256x256)
K = 4
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
Vecinos
Bilineal
Splines


Tiempo (512x512)
K = 6
25
20
15
10
5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Vecinos
Bilineal
Splines


Tiempo
K = 10
60
50
40
30
20
10
0
1
2
Vecinos
Bilineal
Splines

4. Conclusiones

Como se mencionó con anterioridad, nuestra intuición relacionaba fuertemente a los métodos en cuanto a calidad/desempeño. Como se pudo ver a lo largo del análisis realizado, el método de splines nunca logró sacar una diferencia significativa respecto al método de interpolación bilineal. También se puede apreciar como este último tiene un mejor desempeño temporal en todos los casos. Esto coloca a la interpolación bilineal como la mejor opción en cuanto a tiempo y calidad, dado que la ganancia por splines es minima respecto al tiempo extra. En un momento ($K = 2$), nos llamó poderosamente la atención que el método bilineal haya obtenido un mejor resultado que el método de splines, pero teniendo en cuenta como se terminaron comportando ambos métodos a lo largo de todo el análisis, ahora ya no parece un resultado tan anómalo. Sin embargo, no logramos llegar a una conclusión que justifique el porque de una diferencia tan significativa.

En cuanto al método de los vecinos, como bien dijimos al principio, se comporta relativamente bien para valores de k mínimos, pero enseguida que este crece, el método pierde fiabilidad.

5. Bibliografía

5.1. Bibliografía

Referencias

[1] Richard L. Burden *Numerical Analysis*, 9th edition, 2011.

6. Apéndice

6.1. Compilación y formato de ejecución del programa

6.1.1. Compilación

Como se encuentra mencionado en el archivo *README.txt*, en la carpeta *src* de la carpeta raíz del trabajo se encuentra un *Makefile*. Así es que ejecutando el comando

`make`

se genera el ejecutable *tp*.

6.1.2. Formato de ejecución

El comando para correr el experimento para una instancia es:

./tparchivoEntradametodok

Donde:

- *archivoEntrada* es la imagen original
- *metodo* es un entero entre 0 y 2 donde
  - 0 es el metodo de vecinos
  - 1 es el metodo Bilineal
  - 2 es el metodo de Splines
- *k* es un entero que indica cuanto zoom se hará en la foto