



**DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

## Trabajo Práctico 2

“Si nos organizamos aprobamos todos...”

---

Metodos numericos  
Primer Cuatrimestre de 2015

Integrante	LU	Correo electrónico
Gastón Zanitti	058/10	gzanitti@gmail.com
Ricardo Colombo	156/08	ricardogcolombo@gmail.com
Dan Zajdband	144/10	Dan.zajdband@gmail.com
Franco Negri	893/13	franconegri200@gmail.com
Alejandro Albertini	924/12	ale.dc@hotmail.com



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

<http://www.fcen.uba.ar>

# Índice

<b>1. Introduccion</b>	<b>3</b>
<b>2. Desarrollo</b>	<b>4</b>
2.1. Algoritmo de kNN . . . . .	4
2.1.1. Similitud entre imágenes . . . . .	4
2.2. Optimización mediante Análisis de componentes principales . . . . .	5
2.3. Cross-validation . . . . .	5
<b>3. Análisis</b>	<b>8</b>
3.1. KNN . . . . .	8
3.1.1. Cantidad de vecinos . . . . .	8
3.2. PCA . . . . .	9
3.2.1. Cantidad de vecinos y $\alpha$ inicial . . . . .	9
<b>4. Conclusiones</b>	<b>12</b>

# 1. Introduccion

El objetivo de este trabajo es la realización y el análisis de algoritmos eficientes para el reconocimiento óptico de caracteres (OCR), particularmente de dígitos, a través de la utilización de técnicas simples de Machine learning.

El trabajo consiste en una serie de experimentaciones. El desarrollo de estas encuentra un hilo conductor en las mejoras aplicadas a un algoritmo basadas en problemas particulares que se pueden encontrar en la resolución del problema:

- Se parte de una base de datos de imágenes ya etiquetadas y otra con imágenes sin etiquetar. Usando la base de datos etiquetada como información de entrenamiento del algoritmo, se intenta etiquetar de modo correcto los dígitos de la base de datos sin etiquetas.
- La primera aproximación a la resolución del problema utiliza el método más intuitivo encontrado: Por cada imagen de la base de datos sin etiquetas, se busca la que más se le parece en la base de datos etiquetada y se marca a la imagen sin etiqueta con la etiqueta de aquella que denominamos como la más parecida. Por supuesto, todavía queda determinar cual es el criterio para decir que dos imágenes se "parecen". Esta definición está dada con profundidad en la sección de desarrollo.
- Surge entonces la pregunta acerca de que pasa si, por una particularidad de la imagen, la etiqueta más parecida no es la correcta para el dígito a averiguar. Para mitigar este problema parcialmente se pueden tomar las  $k$  imágenes más parecidas (que a partir de ahora llamaremos vecinos) y elegir como etiqueta aquella que se repita más entre los  $k$  vecinos. Detrás de esta idea se encuentra el algoritmo  $KNN$ , que se utiliza para mejorar el comportamiento en estos casos donde el vecino más cercano no pertenece necesariamente a la misma clase que la imagen a etiquetar.
- Por último, a esta idea se le puede aplicar una mejora sustancial utilizando un método probabilístico conocido como  $PCA$ . Este consiste en aplicar una transformación a las imágenes, de tal manera de solo tener en cuenta aquellas de mayor variabilidad y desechar aquella información que pueda estar introduciendo ruido.

Para entender las diferencias y similitudes entre los métodos y sus variantes, se realizan los experimentos con variaciones en los parámetros. En el caso de  $KNN$  se varía la cantidad de vecinos, esto ayuda a entender que valores ayudan a la optimización del algoritmo.

Para el caso de la mejora utilizando el algoritmo de  $PCA$  también hay que tener en cuenta el  $\alpha$  utilizado. Vamos a ver como modificar este valor conlleva diferentes tiempos de ejecución y pérdida o ganancia de precisión.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Algoritmo de kNN

Como primera aproximación para la resolución del problema de OCR, implementamos el algoritmo de  $K$ -vecinos más cercanos (o  $kNN$  por sus siglas en inglés). Este método de clasificación consiste básicamente en, dado un dato del que no conocemos a que clase pertenece, buscar entre las imágenes del dataset etiquetado las  $k$  más parecidos, llamados también como sus vecinos (habiendo que definir que es ser parecido), y luego de estos  $k$  vecinos, determinar cual es la moda.

#### 2.1.1. Similitud entre imágenes

Para este trabajo en particular, tomamos las imágenes como vectores numéricos y definimos que dos imágenes son "parecidas" si la norma dos entre ellas es pequeña. Luego la idea del  $knn$  será tomar todas las imágenes etiquetadas, compararlas contra la nueva imagen a reconocer, ver cuales son las  $k$  imágenes cuya norma es la menor posible y, entre esos  $k$  vecinos, ver a que clase pertenecen. La etiqueta para esta imagen vendrá dada por la moda.

Para los siguientes pseudocódigos será necesario asumir que todas las estructuras utilizadas almacenan datos enteros a menos que se indique lo contrario, esto se indica agregando entre paréntesis el tipo de dato que almacena.

---

**TP1 1** Vector KNN(matriz etiquetados, matriz sinEtiquetar,int cantidadVecinos)

---

```
1: vector etiquetas = vector(cant_filas(sinEtiquetar))
2: for 1 to cant_filas(sinEtiquetar) do
3:   etiquetasi = encontrarEtiquetas(etiquetados, sinEtiquetari, cantidadVecinos)
4: end for
5: return etiquetas
```

---

---

**TP1 2** int encontrarEtiquetas(matriz etiquetados, vector incognito,int cantidadVecinos)

---

```
1: colaPrioridad(norma,etiqueta,vectorResultado) resultados
2: for 1 to size(incognito) do
3:   resParcial = restaVectores(etiquetadosi, incognita)
4:   colaPrioridad.push((norma(resParcial),etiqueta(etiquetadosi)))
5: end for
6: vector numeros = vector(10)
7: while cantidadVecinos>0 & noesVacía(resultados) do
8:   int elemento = primero(resultados.etiqueta)
9:   numeroselemento ++
10: end while
11: return maximo(numeros)
```

---

Al comienzo del desarrollo de los experimentos pensamos en diferentes maneras de mejorar el procesamiento de las imágenes, ya sea pasandolas a blanco y negro para no tener que lidiar con escala de grises o recortar los bordes de las imágenes, ya que en ellos no hay demasiada información útil (en todas las imágenes vale 0).

Sin embargo, y mas allá de las mejoras que puedan realizarse sobre los datos en crudo, este algoritmo es muy sensible a la variabilidad de los datos. Un conjunto de datos con un cierto grado de dispersión entre las distintas clases de clasificación hace empeorar rápidamente los resultados.

En el siguiente apartado pasaremos a describir una metodología más sofisticada para resolver este problema que mejora tanto los tiempos de ejecución como la tasa de reconocimiento con respecto al método descrito anteriormente.

## 2.2. Optimización mediante Análisis de componentes principales

El Análisis de Componentes Principales o *PCA* es un procedimiento probabilístico que utiliza una transformación ortogonal para convertir un conjunto de variables, posiblemente correlacionadas, en un conjunto de variables linealmente independientes llamadas componentes principales.

Esta transformación está definida de tal manera que la primera componente principal tenga la varianza más grande posible, la segunda componente tenga la segunda varianza más grande posible y así sucesivamente hasta encontrarse con la componente de menor varianza en la última posición.

De esta manera será fácil quedarnos con los  $\lambda$  componentes principales que concentren la mayor varianza y quitar el resto. En la sección de experimentación, uno de los objetivos principales será buscar cual es el  $\lambda$  que concentra la mayor varianza de manera tal de optimizar el número de predicciones.

A fines prácticos, lo que hacemos es, a partir de nuestra base de datos de elementos etiquetados, construir la matriz de covarianza  $M$  de tal manera que en la coordenada  $M_{ij}$  obtenga el valor de la covarianza del pixel  $i$  contra el pixel  $j$ .

Luego, utilizando el método de la potencia, procedemos a calcular los primeros  $\lambda$  autovectores de esta matriz. Una vez obtenidos los autovectores multiplicamos cada elemento por los  $\lambda$  autovectores y así obtenemos un nuevo set de datos.

Sobre este set de datos, ahora aplicamos el algoritmo *KNN* nuevamente y lo que esperamos ver es un mayor número de aciertos, ya que hemos quitado ruido del set de datos, sumado a mejores tiempos de ejecución, ya que hemos reducido la dimensionalidad del problema.

---

**TP1 3** void PCA(matriz etiquetados, matriz sinetiquetar,int cantidadAutovectores)

---

```

1: matriz covarianza = obtenerCovarianza(etiquetados)
2: vector(vector) autovectores
3: for 1 to cantidadAutovectores do
4:   vector autovector=metodoDeLasPotencias(covarianza)
5:   agregar(autovectores,autovector)
6:   double lamda = encontrarAutovalor(auovector,covarianza)
7:   multiplicarXEscalar(auovector,lamda)
8:   restaMatrizVector(covarianza,auovector,lamda)
9: end for
```

---

## 2.3. Cross-validation

Para medir la precisión de nuestros resultados utilizamos la metodología de cross-validation. Esta consiste en tomar nuestra base de datos de entrenamiento y dividirla en  $k$  bloques. Primero se toma el primer bloque para testear y los bloques restantes para entrenar a nuestro modelo, observando los resultados obtenidos. Luego se toma el segundo bloque para testear y los restantes como dataset de entrenamiento. Esto se realiza sucesivamente siempre y cuando queden datasets sin ser testeados.

De esta manera evitamos testear contra datos propios del modelo, lo que podría resultar en que el modelo solo reconozca sus propias imágenes de entrenamiento pero no imágenes fuera de él, que es

---

**TP1 4** matriz obtenerCovarianza(matriz entrada,vector medias)

---

```
1: matriz covarianza, vector nuevo
2: for i=1 to size(medias) do
3:   for j=1 to cant_filas(entrada) do
4:     nuevoVectorj= $entrada_{(j,i)} - medias_i$ 
5:   end for
6:   agregar(covarianza,nuevoVector)
7: end for
8: for i=1 to cant_filas(entrada) do
9:   for k=1 to cant_filas(entrada) do
10:    covarianzai=multiplicarVectorEscalar(covarianzak, cantidad_filas(entrada)
11:   end for
12: end for
13: return covarianza
```

---

---

**TP1 5** Vector metodoDeLasPotencias(matriz covarianza,cantIteraciones)

---

```
1: vector vectorInicial= vector(cant_filas(covarianza))
2: for 1 to cantIteraciones do
3:   vector nuevo = multiplicar(covarianza,vectorInicial)
4:   multiplicarEscalar(nuevo,1/norma(nuevo))
5:   vectorInicial = nuevo
6: end for
7: return vectorInicial
```

---

---

**TP1 6** Vector medias(matriz entrada)

---

```
1: vector medias=vector(cant_columnas(entrada))
2: for i=1 to cant_columnas(entrada) do
3:   suma = 0
4:   for j=1 to cant_columnas(entrada) do
5:     suma +=  $entrada_{i,j}$ 
6:   end for
7:   mediasi =  $suma / cant\_filas(entrada)$ 
8: end for
9: return vectorInicial
```

---

justamente el propósito de este trabajo.

### 3. Análisis

#### 3.1. KNN

El análisis sobre el algoritmo *KNN* ( $k$  vecinos más cercanos) se realiza para distintos valores de  $k$ , fijando un valor de  $\lambda$ . La idea detrás de esta elección de variables busca entender la variación en la efectividad (cantidad de aciertos) del algoritmo. Vamos a probar el algoritmo KNN para los siguientes valores:

$\alpha$ : 10 y  $k$ : 1, 5, 20, 50, 250.

Además decidimos ejecutar por cada uno de los valores anteriores 5 pruebas iguales, esta decisión se debe a que el algoritmo varía la cantidad de aciertos dependiendo de la base de datos que analice y no siempre da el mismo resultado.

El procedimiento de este algoritmo comienza, por cada imagen que queremos averiguar a que dígito pertenece, con su vectorización. Luego resta el resultado a cada uno de los vectores imagen y calcula la norma 2 para saber en cuanto difieren con cada una de las imágenes. Todos esos resultados se acumulan en una cola de prioridad que los ordena de menor a mayor, según las diferencias entre la imagen la cual se quiere averiguar a que clase pertenece y todas las imágenes de la base de datos etiquetada.

Como siguiente paso se toman los  $k$  primeros elementos de la cola de prioridad y se verifica a que dígito se corresponden para luego saber cual es el dígito que recibió mas votos y ver si se produjo un acierto o no. Por lo tanto, a mayor cantidad de vecinos (o sea,  $k$ ) menor va a ser la cantidad de aciertos, ya que se empiezan a mirar los elementos de menor prioridad de la cola, eso significa, que se cuentan primero las imágenes que más difieren y eso puede hacer que las chances de acertar el dígito correcto disminuyan.

El algoritmo *KNN* es muy efectivo ya que tiene aproximadamente entre 85 % y 90 % de aciertos. Pero su déficit es que es muy lento a comparación del algoritmo *PCA*.

##### 3.1.1. Cantidad de vecinos

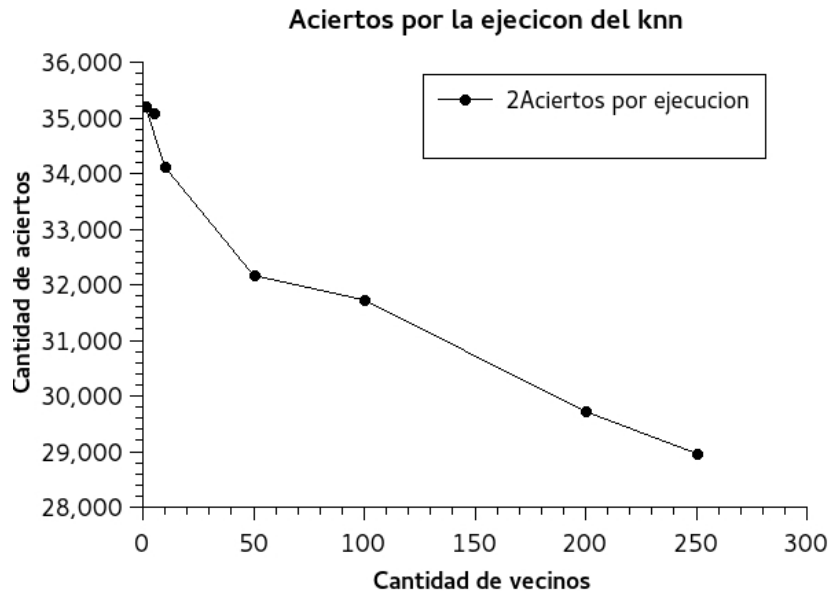
Para analizar cual es el mejor número de vecinos para el cual el algoritmo *KNN* da una mayor cantidad de aciertos, optamos por variar justamente la cantidad de  $k$  vecinos a tomar.

Se prueba entonces el algoritmo *KNN* para los siguientes valores:

$k$ : 1, 5, 20, 50, 250.

A continuación vamos a mostrar los resultados para los valores recién mencionados en forma de gráficos.





Una de las particularidades que podemos observar es que a menor cantidad de vecinos recorridos, mayor es la cantidad de aciertos, ya que como se eligen los mejores de la cola de prioridad, se obtiene mayor precisión debido a que los primeros elementos de la cola son los que menos difieren de las imágenes de la base de datos. Por lo tanto, eligiendo  $k = 1$  se obtiene la imagen del dígito que más cerca estuvo de la imagen pasada por parámetro, con lo cual no resulta relevante conocer cuales son los resultados de las siguientes imágenes de la cola ya que el primero es el mejor caso posible.

## 3.2. PCA

### 3.2.1. Cantidad de vecinos y $\alpha$ inicial

Vamos a probar el algoritmo para distintas medidas de  $k$  y  $\alpha$ , que van a ser:

$k$ : cantidad de vecinos a considerar en el algoritmo  $kNN$ .

$\alpha$ : a la cantidad de componentes principales a tomar.

Vamos a probar el algoritmo para los siguientes valores:

$\alpha$ : 10 y  $k$ : 5, 20.

$\alpha$ : 200 y  $k$ : 5, 20.

$\alpha$ : 700 y  $k$ : 5, 20.

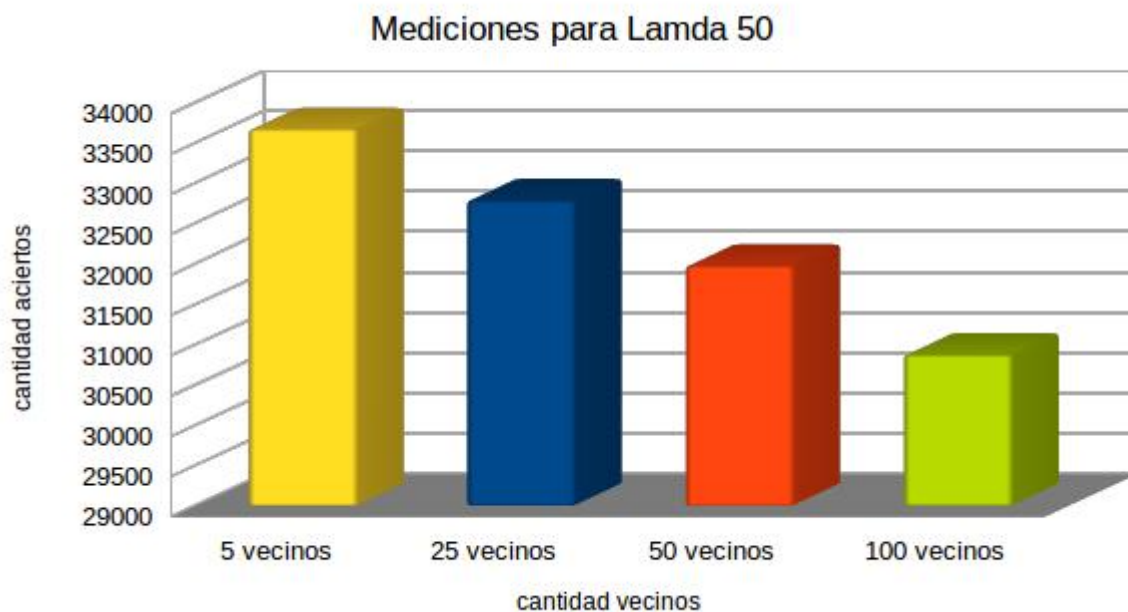
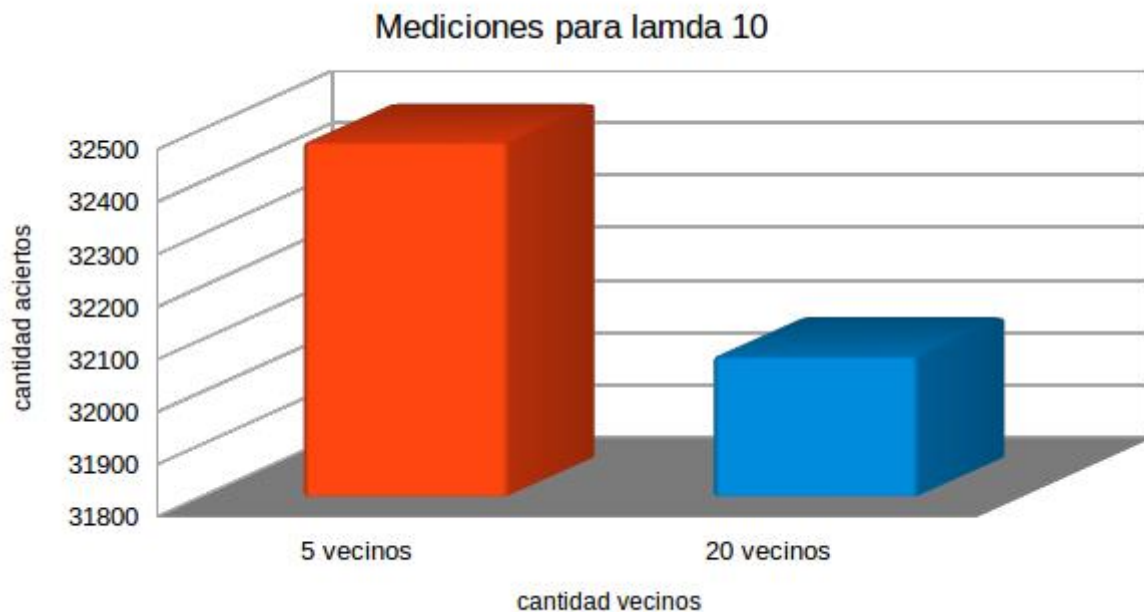
$\alpha$ : 50 y  $k$ : 5, 25, 50, 100.

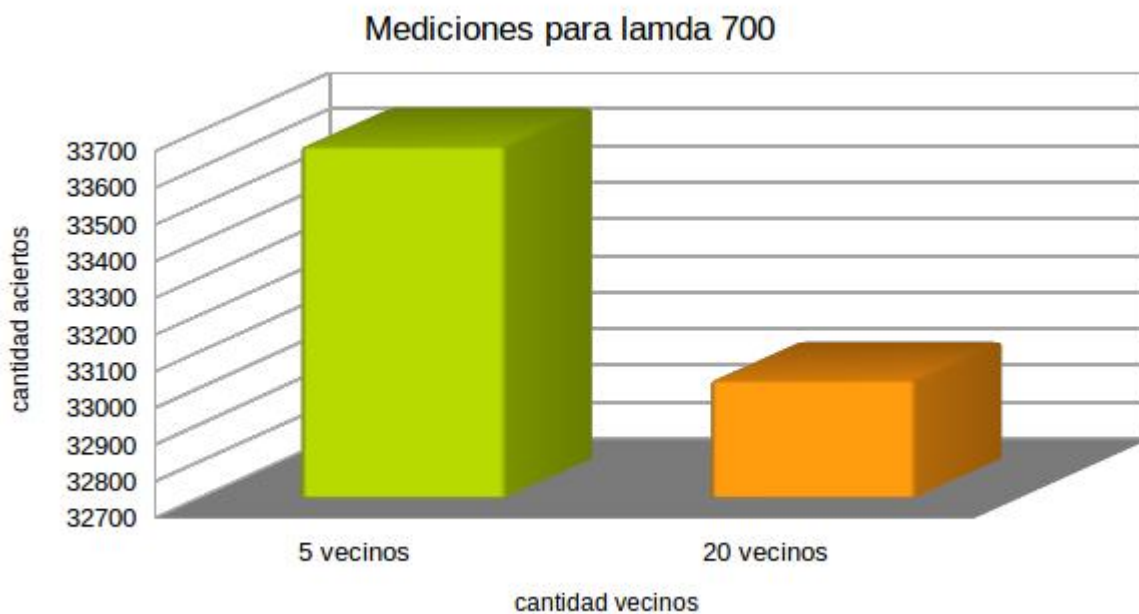
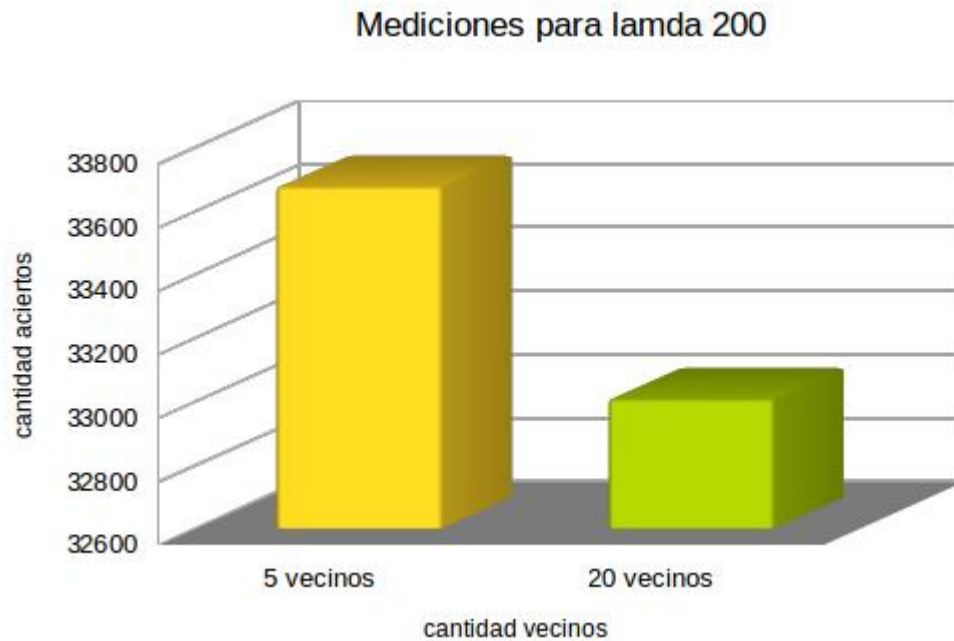
La prueba a realizar es, fijando un valor de  $\alpha$ , analizar para que cantidad de vecinos se obtiene la mayor cantidad de aciertos y así maximizar la cantidad de aciertos totales. Después de aplicar el algoritmo *PCA*, se aplica el algoritmo *KNN*, armando una cola de prioridad para los resultados de aplicar el algoritmo *KNN*. Lo que se hace es tomar dos imágenes, restarlas y aplicarle la norma 2 para saber en cuanto difiere una imagen de la otra. En la cola de prioridad se encuentran por delante los valores más chicos, o sea, las imágenes del test que más cerca de coincidir están con respecto a la imagen de la base de datos. Por lo tanto, si elegimos una mayor cantidad de vecinos, pueden pasar dos cosas:

- Que sea beneficioso ya que a mayor cantidad de pruebas vamos a tener mas aciertos

- Que sea malicioso ya que a mayor cantidad de pruebas vamos a obtener peores datos, o sea, vamos a mirar las imágenes que menos coinciden con la imagen de prueba de la base de datos.

Además, enfocamos nuestro análisis en obtener un valor óptimo de  $\alpha$ . Para este fin, realizamos varias corridas tratando de maximizar la performance del algoritmo. Dado que este parámetro representa la cantidad de componentes principales a tener en cuenta y teniendo en mente el funcionamiento del algoritmo de PCA, es esperable que valores pequeños no sean beneficiosos (teniendo en cuenta que el máximo a considerar es bastante elevado), pero dado que PCA las ordena en base a su relevancia, se alcance un valor óptimo sin necesidad de considerarlas todas. A continuación presentamos algunas de las mediciones realizadas.





En la primera corrida, con un valor mínimo de  $\alpha$  (seteado en 10) se obtiene un resultado cercano a los 32,200 aciertos. A medida que este valor se aumenta, se puede apreciar como se obtiene una mejora considerable, cercana a los 33,000 aciertos, pero como enseguida se alcanza un máximo y sin importar cuantas más componentes se tengan en cuenta para la ejecución, no se presenta una mejora significativa de los resultados. En cuanto a la cantidad de vecinos, como quedo demostrado con anterioridad, se sigue repitiendo el mismo patrón esperado: a mayor cantidad considerada, el algoritmo empieza a funcionar peor, ya que estamos mirando los vecinos que menos coinciden con la base de datos, debido a que la cola de prioridad los ordena según la menor cantidad de diferencias entre la imagen obtenida y las imágenes de la base de datos. Es importante destacar que se realizaron 10 corridas para cada variación del parámetro utilizando el algoritmo de cross-validation para minimizar los sesgos producidos por el sobre ajustamiento de los parámetros y se promediaron los resultados.

## 4. Conclusiones

El análisis realizado nos lleva a sacar una serie de conclusiones en base a lo experimentado.

El algoritmo KNN presenta una efectividad más que aceptable, entendiendo que es una técnica que cuenta con varios años de antigüedad.

Consideramos importante destacar que esto depende en gran medida de la variación de los datos a analizar. En aquellos conjuntos donde la varianza es elevada y los datos se encuentran muy dispersos, promediar el resultado en base a sus vecinos más cercanos puede no resultar la mejor técnica a implementar.

Teniendo en cuenta esto, la relación costo-beneficio de la implementación y ejecución previa de una optimización como la del algoritmo de *PCA*, resulta mínima. En todos los casos los resultados mejoraron, dado que concentrar los factores relevantes en componentes específicas del set de datos favorece la vecindad de la que el algoritmo de *KNN* hace uso.

Dada la característica principal del algoritmo de *PCA* (ordenar las componentes principales en base a su relevancia), se permite ajustar la cantidad de datos a considerar, dando lugar a una mejora no solo en los resultados, sino también a la performance y al uso de memoria. Como vimos durante nuestro análisis, la cantidad óptima está bastante por debajo del máximo y no tienen ningún beneficio considerar una mayor cantidad de estas.

Si bien estos algoritmos nos muestran resultados interesantes, los tiempos de ejecución utilizando hardware moderno son altos. Este se puede mejorar utilizando técnicas de paralelización utilizando múltiples cores o también utilizando instrucciones SIMD (si el procesador lo soporta), sin embargo estos tiempos no son aceptables para aplicaciones que requieren realizar OCR en tiempo real:

Como se menciona al comienzo del trabajo, el preprocesamiento de las imágenes es otro factor que puede mejorar la eficiencia algorítmica. Así como *PCA* quita ruido del dataset, es posible homogeneizar las imágenes por separado aplicando otros filtros.

Si bien el propósito del trabajo busca encontrar dígitos en imágenes este mecanismo se puede utilizar de un modo muy parecido para encontrar otras características tanto en imágenes como en audios y así etiquetar según clases que no tienen que ver necesariamente con la extracción de dígitos.