SSau – Sistemas de Saúde 2014
2º Groupwork
Lisboa, Portugal, 29 Maio 2014

SunPharm

João Pereira - 69606, Guilherme Freches - 69569 e Ricardo Ferreira - 69407

A.

Para calcular uma previsão para os primeiros seis meses do ano 0 foram escolhidos 3 métodos:

Weighted Moving Average: Usando este método, foi feita uma média ponderada dos meses correspondentes dos anos anteriores para a previsão dos meses do ano 0. Os pesos da média são maiores para anos recentes e menores para anos passados pois considera-se que os meses correspondentes de anos mais recentes terão mais influência na previsão.

$$F_{T0} = \sum w_i A_i \quad (1)$$

Este método é mais preciso que a *Moving Average* visto que demora menos tempo a adaptar-se a mudanças rápidas já que atribui pesos maiores aos valores mais recentes. Nós escolhemos w_i 0.5 para o ano -1, 0.3 para o ano -2 e 0.2 para o ano -3.

O método é extremamente simples de aplicar numa folha de cálculo mas tem a desvantagem de não considerar os dados dos meses adjacentes mas apenas os meses correspondentes dos anos passados o que pode introduzir um atraso na previsão no caso de existir uma tendência. (a previsão não acompanha essas tendências suficientemente depressa). [1]

Exponential Smoothing: Este método tem em conta o erro que se cometeu na previsão do valor anterior. Assim a previsão ajusta-se de modo a reduzir o erro cometido na previsão seguinte.

$$F_T = F_{T-1} + \alpha(F_{T-1} - A_{T-1}) \quad (2)$$

Na prática a previsão de um dado mês é igual à do mês anterior considerado somado a uma percentagem do erro cometido nessa mesma previsão anterior. Torna-se assim evidente que para um α igual a 1, teremos basicamente uma *naive forecast* ou seja, quanto mais perto da unidade for este parâmetro, maior vai ser o *smoothing*. Este método, tal como o anterior, apenas usa os valores dos meses correspondentes dos anos anteriores para efectuar a previsão desse mês no ano actual. Tem como vantagem o facto de usar os dados reais para ir corrigindo as previsões mas continua a ter o problema de introduzir um atraso nas previsões especialmente se existir uma tendência. [1]

Monthly Index Adjusted Forecast: Os dois métodos anteriores apenas usaram para calcular a previsão para um dado mês, os valores dos meses correspondentes dos 3 anos anteriores. Além disso, ambos eram métodos lentos a adaptarem-se a tendências e tendo apenas em conta a sazonalidade dos dados. (Que é clara após a análise da tabela dos dados históricos e que foi o motivo de se usarem, nos métodos anteriores apenas os valores dos meses correspondentes para efectuar as previsões não tendo em conta os meses adjacentes). Uma maneira de resolver estas duas questões passa por primeiro separar a sazonalidade da tendência ou seja:

1. Calcula-se a média ao longo dos três anos para cada mês. Dividem-se as médias mensais pela média de todos os dados e obtêm-se assim os *Monthly Index.*
2. Dividem-se os dados históricos pelo *Monthly Index* correspondente de modo a retirar a sazonalidade aos dados.
3. Com a regressão linear do programa *Excel*, arranjar a recta de ajuste aos pontos a que foi retirada a sazonalidade obtendo-se uma equação para a recta de regressão (esta recta irá reflectir apenas a tendência dos dados).
4. Substituindo na equação o mês que se quer prever e multiplicando pelo *Monthly Index* correspondente para repor a sazonalidade obtém-se finalmente a previsão para este mês.

Este método tem a vantagem, em relação aos anteriores, de considerar os dados de todos os meses ao efectuar uma previsão e de acompanhar a tendência geral dos dados (considera a tendência e a sazonalidade dos dados) o que permite uma projecção mais fiável. Tem a desvantagem de ser menos simples de implementar que os anteriores.[1]

B.

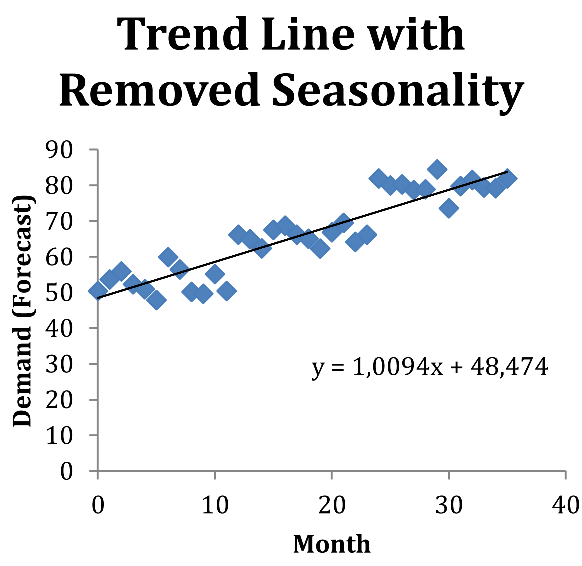
Weighted Moving Average: A previsão dada por este método, pelo facto das vendas terem subido bastante ao longo dos anos e esta ainda estar a tentar acompanhar esta subida, como indicado na pergunta anterior, parece estar inferior ao esperado. Esta técnica não consegue ser avaliada pelo MAD (*Mean Absolute Deviation*) ou MAPE

(*Mean Absolute Percent Error*), pelo menos para esta forma de implementação pelo que não conseguimos discernir a sua fiabilidade.

Exponential Smoothing: A previsão do ano-0 com este método dá uma previsão abaixo da procura efectiva do ano anterior. Uma vez que as vendas têm subido ao longo dos anos, esta não parece ser a melhor previsão. Isto acontece porque o método, tal como explicado na alínea anterior, tem um atraso ao tentar ajustar-se a dados que apresentem uma dada tendência. Visto que a previsão com este método foi feita para cada mês, é possível calcular MAD e MAPE mensalmente. O maior valor de MAPE foi obtido para um α de 0 (em que as previsões ficam todas iguais ao primeiro valor) – 0.36. O menor valor de MAPE (desejável) foi obtido com um α de 1 – 0.17(neste caso trata-se de uma predição *naive*).

.

Monthly Index Adjusted Forecast: Quando se efectuou a regressão linear com recurso ao *Excel* referida na alínea anterior obteve-se o seguinte gráfico e equação de recta:



Foram efectuadas as previsões (de acordo com esta equação) para todos os meses para os quais existem dados históricos e, a partir dessas previsões, calculou se o MAD e MAPE para este método, tendo-se obtido o valor de 0.056 para o MAPE. Este valor é bastante menor que o MAPE mínimo do *Exponential Smoothing* pelo que usámos as previsões do ano-0 obtidas com este método para as alíneas seguintes arrendondadas por excesso. No entanto, será importante notar que a recta dada pelo *Excel* apenas faz a regressão usando 16 dos 36 pontos pelo que esta limitação introduziu possivelmente distorções nas previsões.

C.

O passo inicial consistiu em calcular a produtividade de cada trabalhador por dia. Sendo que num período de 20 dias de trabalho, com 100 trabalhadores foram produzidas 12000 unidades do medicamento, em média são produzidas $\frac{12000}{26\times100} \cong 4{,}615$ unidades por trabalhador, por dia. Naturalmente, este valor teve de ser arredondado para baixo, isto porque se considera que um trabalhador não começa a fabricar uma unidade e deixa a sua produção inacabada.

Assim, de modo a conseguir o mínimo de trabalhadores por mês necessários para a satisfação das *constraints* do problema , a produção total desse número de trabalhadores, ao longo dos dias de trabalho, mais o número de unidades existentes em stock, tem de ser igual ou superior ao número de unidades previstas para esse mês mais o número de unidades que se espera ter em stock desse mês para o seguinte.

Resolvendo sequencialmente as equações correspondentes obtiveram-se o número mínimo de trabalhadores necessários para cada mês:

Abril:
$$(x \times 4 \times 11) + 4500 \geq 8079 + 1000 \iff x \geq 104{,}878 \quad (3)$$

Maio:
$$(x \times 4 \times 22) + 1023 \geq 9127 + 1000 \iff x \geq 103{,}22 \quad (4)$$

Junho:
$$(x \times 4 \times 20) + 1030 \geq 12123 + 1000 \iff x \geq 150{,}41 \quad (5)$$

Julho:
$$(x \times 4 \times 23) + 1039 \geq 17310 + 1000 \iff x \geq 187{,}196 \quad (6)$$

Agosto:
$$(x \times 4 \times 16) + 1074 \geq 13972 + 1000 \iff x \geq 218{,}7 \quad (7)$$

Setembro:
$$(x \times 4 \times 20) + 1019 \geq 6386 + 3000 \iff x \geq 104{,}8 \quad (8)$$

Tem-se assim, o número mínimo de trabalhadores que cumprem as necessidades para cada mês (As soluções foram sempre arredondadas para cima o que explica os valores de stock em sobre ligeramente superiores a 1000 nos meses intermédios). É de notar que esta não é a solução que minimiza os custos mas apenas aquela que, todos os meses tem os trabalhadores mínimos necessários ao sucesso desse mês.

D.

Usando as mesmas fórmulas de cálculo que na alínea anterior, assumindo que a empresa recebe a previsão da procura no dia 31 de Março e colocando no mês de Abril 86 trabalhadores (seriam os possíveis já que a 31 de Março a empresa tinha 86 trabalhadores e, nesta alínea um novo trabalhador tem um período de treino de um mês em que não produz) verificamos que a empresa não consegue garantir 1000 unidades de buffer para esse mês – apenas consegue 205. Assim, podemos descobrir a força de trabalho necessária para os restantes meses:

Maio:

$$(x \times 4 \times 22) + 205 \geq 9127 + 1000 \iff x \geq 112{,}36 \quad (9)$$

Junho:

$$(x \times 4 \times 20) + 1074 \geq 12123 + 1000 \iff x \geq 151{,}39 \quad (10)$$

Julho:

$$(x \times 4 \times 23) + 1003 \geq 17310 + 1000 \iff x \geq 187{,}354 \quad (11)$$

Agosto:

$$(x \times 4 \times 16) + 1038 \geq 13972 + 1000 \iff x \geq 218{,}3 \quad (12)$$

Setembro:

$$(x \times 4 \times 20) + 1047 \geq 6386 + 3000 \iff x \geq 103{,}8 \quad (13)$$

Volta-se a ter assim o número mínimo de trabalhadores que cumprem as especificações para cada mês. Como agora um trabalhador contratado demora um mês a entrar no activo, devem ser contratados 27 trabalhadores a 1 de Abril, 39 a 1 de Maio, 36 a 1 de Junho e 31 a 1 de Julho – consideram-se os despedimentos imediatos. O custo total deste cenário é ligeiramente menor que o da alínea anterior visto que no primeiro mês não existem tantos gastos com retenção de stock.

E.

Nesta alínea, e usando a mesma folha de cálculo que na alínea anterior, é possível constatar que, nem contratando todos os meses o máximo número de trabalhadores possível, (10) é possível satisfazer as restrições de manter 1000 unidades de buffer todos os meses (e 3000 no último), chegando a existir situações de ruptura de stock a partir do mês de Junho pelo que apenas se a empresa começasse com um valor de trabalhadores superior este cenário seria exequível. O custo total nesta situação não dá nenhuma informação útil.

F.

Sabemos que se trata de um problema de minimização de custos - existem 3 tipos de custos: custos de contratação, custos de despedimento e custos de retenção de stock. Assim pode-se formular a função de custo, que é a função a ser minimizada:

$$Custo = (N_D \times 300) + (N_C \times 125) + (N_H \times 0.75) \quad (14)$$

Em que N_D é o número total de despedimentos ao longo dos 6 meses de previsão, N_C é o número total de contratações ao longo dos 6 meses de previsão e em que N_H é o número total de unidades de buffer armazenadas ao longo dos seis meses.

Sabe-se que a empresa começa o mês de Abril com 4500 unidades em stock e com 86 trabalhadores pelo que a restrição a ser cumprida todos os meses é:

$$(N_T \times P \times DT) + ST \geq D + BF \quad (15)$$

Em que N_T é o número de trabalhadores necessários para esse mês, P é a produtividade por dia por trabalhador (como já explicado em alíneas anteriores, tomámos este valor como 4), DT é o número de dias de trabalho desse mês, ST é o Stock que sobra do mês anterior, D é a *Demand* esperada para esse mês e *BF* é o *Buffer* (unidades de sobra) que se pretendem deixar para o mês seguinte(1000 para todos os meses menos para o último e 3000 para o último). É também óbvio que o número de unidades num dado mês será igual ás unidades sobrantes do mês anterior mais a produção desse mês, menos a procura esperada para esse mês.

G.

Usando a ferramenta Solver do Excel obteve-se uma solução cujo custo total é de 26600,93 €, um custo bastante inferior ao obtido na alínea c). Analisando o *Answer Report* 1 podem-se observar várias particularidedades:

-O mês de Abril e Agosto são restrigentes, isto é, o valor de unidades extra já cumpre a restrição à justa não havendo qualquer margem para diminuir o número de trabalhadores deste mês, ao passo que os restantes poder-se-iam diminuir os seus valores pois ainda havia uma margem em relação à restrição imposta. Obviamente que isso depois afectaria as unidades extra dos meses seguintes e aumentaria os custos por causa dos despedimentos.

-De acordo com este modelo, fica mais barato contratar trabalhadores em excesso, já que os *holding costs* das unidades extras que esses trabalhadores produzem são inferiores aos custos que decorreriam do seu despedimento.

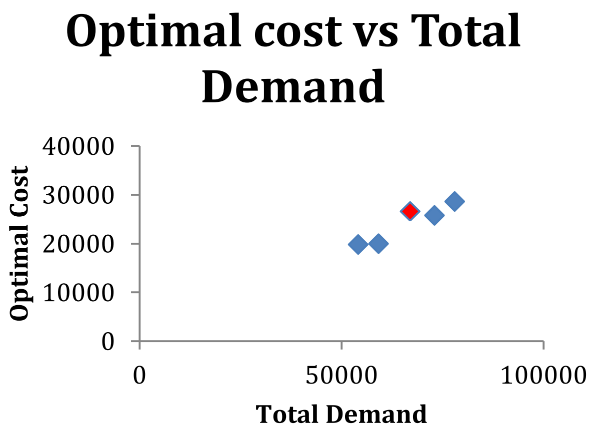
-Para esta previsão, a solução óptima não despede nenhum trabalhador.

H.

Esta solução é igual à da alínea anterior já que nessa também não existiam despedimentos. Existe uma ligeira diferença no custo total, mas o número dos trabalhadores ao longo dos meses é praticamente igual à da situação anterior. Os resultados desta alínea estão no *Answer Report 2*.

I.

De modo a fazer uma análise da sensibilidade da solução óptima substituímos as previsões feitas em G) pelas dadas pelos outros dois métodos que utilizámos para as previsões: *Weighted Moving Average* e *Single Exponential Smoothing* com α de 0.8, além disso e, como estas duas previsões eram sempre abaixo dos valores que usámos, fizemos também duas simulações com mais 1000 unidades de procura em cada mês e com mais 2000 unidades de cada mês. Os resultados de Custo óptimo *vs* procura total encontram-se dispersos no seguinte gráfico:



Ao observar este gráfico e considerando que o ponto a vermelho se trata da previsão que usámos na alínea g), pode-se constatar que esta previsão se encontra num ponto em que se baixar ligeiramente a procura esperada total, se pode verificar uma grande redução do custo óptimo. O mesmo não acontece se a procura aumentar, já que podemos observar que para este caso o custo óptimo se mantém aproximadamente constante. Este último facto é bastante importante já que mostra que mesmo se a procura for superior ao esperado, e após se ajustar o plano, os custos operacionais não vão aumentar significativamente. No entanto, temos de constatar que as diminuições e aumentos de procura em relação aos valores usados na alínea g) foram feitos mais ou menos de forma homogénea (não testámos com um aumento ou diminuição concentrado apenas num mês por exemplo) ao longo dos meses e não tendo em conta o número de dias de trabalho de cada mês (um aumento de 1000 unidades num mês com 11 dias de trabalho tem mais influência no resultado final do que um aumento de igual valor num mês com 20 dias de trabalho) o que pode introduzir alguma distorção nas conclusões tiradas. De notar que no *Excel* foi calculado um parâmetro chamado *sensibillity* que, de grosso modo, calcula a derivada da função no ponto e que, como seria de esperar por mera observação do gráfico é maior com a previsão do *Single Exponential Smoothing* .

J.

A consequência de considerar as variáveis como discretas é que o custo óptimo total iria registar uma subida visto que o *Solver*, ao estar restringido a valores inteiros de trabalhadores já não conseguirá convergir para a solução óptima global, visto que esta usa números não inteiros de trabalhadores. No entanto, este será o menor custo admissível numa situação real visto que o número de trabalhadores por razões óbvias terá sempre que ser inteiro. O *Solver* demorará também, mais tempo a convergir para a solução final devido ao aumento do número de restrições.

REFERÊNCIAS

[1] Ozkan, Yasar A *PhD*, *Quantitaive Methods in Health Care Management Techniques and Applications, 2009*.