

## Enunciado - Ex. 2 (Amigo secreto)

Um grupo de  $N$  amigos decide promover um amigo secreto. Para tal, eles usam um gerador de permutações aleatórias dos números  $0, \dots, N - 1$ . Se o gerador gera a permutação armazenada no vetor  $a[]$ , eles fazem o seguinte:

- A pessoa 0 dá seu presente para a pessoa  $a[0]$
- A pessoa  $a[0]$  dá seu presente para a pessoa  $a[a[0]]$
- A pessoa  $a[a[0]]$  dá seu presente para a pessoa  $a[a[a[0]]]$  e assim por diante.
- Se todos deram seus presentes, o processo termina. Caso contrário, uma pessoa que ainda não seu presente, escolhida arbitrariamente, recomeça o processo.

Por exemplo, se  $N = 6$  e  $a = [3, 0, 4, 2, 5, 1]$ , então

- A pessoa 0 dá seu presente para a pessoa 3
- A pessoa 3 dá seu presente para a pessoa 2
- A pessoa 2 dá seu presente para a pessoa 4
- A pessoa 4 dá seu presente para a pessoa 5
- A pessoa 5 dá seu presente para a pessoa 1
- A pessoa 1 dá seu presente para a pessoa 0

Os  $N$  amigos executam esse plano, e percebem que a pessoa 0, que deu seu presente no começo do jogo, recebeu seu presente somente no fim do jogo, depois de todos os outros terem ganhado seus presentes (como no exemplo acima). Eles ficam um tanto surpresos, e decidem investigar qual é a probabilidade  $p_N$  de acontecer tal "fenômeno S" ("S" de "surpreendente"). (A probabilidade denotada  $p_N$  pois deve depender de  $N$ .)

Escreva um programa que estima  $p_N$ .

Mais precisamente, seu programa deve receber como entrada inteiros  $N$ ,  $MAX$  e  $T$ . Seu programa deve ter como saída as estimativas obtidas para  $p_2, p_3, \dots, p_{NMAX}$ . Para obter cada  $p_N$ , seu programa deve simular o processo para  $N$  pessoas  $T$  vezes.

**Bônus.** Encontre uma fórmula fechada para  $p_N$ . Justifique sua resposta.