Capítulo 4
Modelos de Series de Tiempo Estacionarias para la Varianza

Generalmente estamos interesados en modelar la media condicional de una variable. No obstante, recientemente se ha hecho común modelar también la varianza de la serie, pues ella puede reflejar comportamientos que son característicos de algunos problemas económicos importantes tales como la dinámica de los precios de activos, las variables financieras, el riesgo, etc.

4.1 Especificación de modelos ARCH

Los modelos de heterocedasticidad condicional son modelos donde la varianza de la serie no es constante, aunque sigue un proceso estacionario, y no es exógena, aunque si es predeterminada. Un modelo típico de esta familia es el modelo ARCH[1]:

$$\begin{aligned} y_t &= \beta x_t + \epsilon_t \\ \epsilon_t &= \mu_t (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)^{1/2} \end{aligned} \tag{4.01}$$

con μ_t que se distribuye como normal estándar. Conviene estudiar un poco la segunda ecuación: la varianza del proceso μ_t –que es la fuente de variación primordial de la varianza— es amplificada por el segundo término $\alpha_0 + \alpha_1 \sigma_{t-1}^2$, el que a su vez tiene memoria autoregresiva.

Como resulta obvio, dado que μ_t tiene media cero, se cumple que $E[\epsilon_t \mid \epsilon_{t-1}] = 0$ y $E[\epsilon_t] = 0$. Así es que el modelo en la ecuación (4.01) sigue describiendo la media condicional de y_t, no hay información en la historia de las realizaciones de la varianza de los shocks que permita mejorar la predicción de y_t, y, en principio, estimar $\hat{\beta}$ por mínimos cuadrados es válido (aunque ineficiente).

Pero, por otro lado, el modelo de la ecuación (4.01) describe más características del fenómeno. Note que la varianza condicional del proceso, $V[\epsilon_t \mid \epsilon_{t-1}]$, es

---

1 Engle, R. F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation," *Econometrica*, 50:987-1008.

$$\begin{aligned} V[\epsilon_t \mid \epsilon_{t-1}] &= E[\epsilon_t^2 \mid \epsilon_{t-1}] \\ &= E[\mu_t^2][\alpha_0+\alpha_1 \epsilon_{t-1}^2] \\ &= [\alpha_0+\alpha_1 \epsilon_{t-1}^2] \end{aligned} \qquad (4.02)$$

es decir, la varianza condicional tiene una estructura que depende de las realizaciones pasadas del error de la ecuación (4.01). Alternativamente, las innovaciones contienen información respecto de la varianza o incertidumbre de la predicción del modelo.

Por el contrario, la varianza no condicional, $V[\epsilon_t]$, de un proceso estacionario es constante:

$$\begin{aligned} V[\epsilon_t] &= E[V(\epsilon_t \mid \epsilon_{t-1})] \\ &= \alpha_0+\alpha_1 E[\epsilon_{t-1}^2] \\ &= \alpha_0+\alpha_1 V[\epsilon_{t-1}^2] \end{aligned} \qquad (4.03)$$

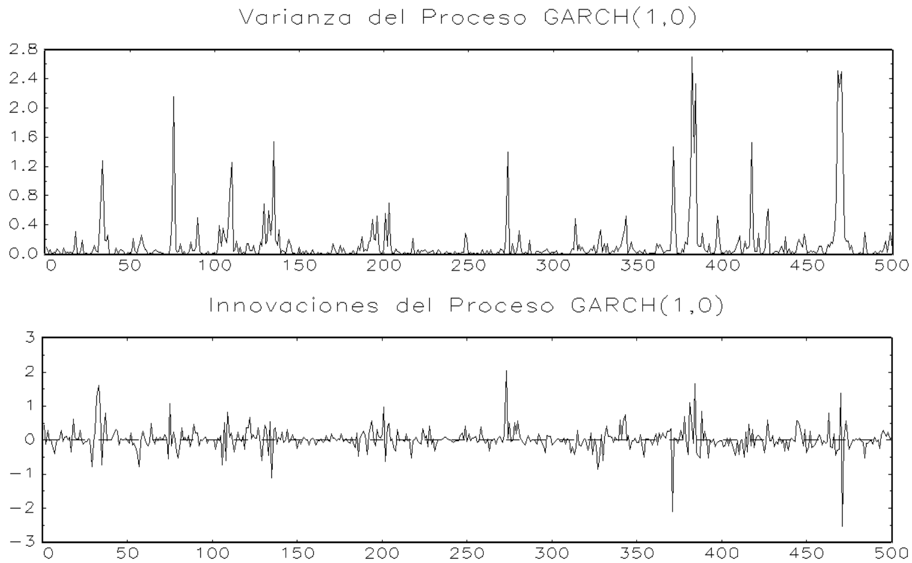
Si la varianza no condicional es estacionaria, en el sentido que ésta no depende del instante de tiempo que se trate, entonces se debe cumplir que $V[\epsilon_t]=V[\epsilon_{t-1}]$, por lo que la ecuación (4.03) implica que la varianza no condicional es:

$$V[\epsilon_t]=\frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \qquad (4.04)$$

Naturalmente, habrá que restringir los parámetros del modelo de modo tal que la ecuación (4.04) tenga sentido, es decir $|\alpha_1|<1$ y $\alpha_0>0$.

La Figura 4.1 presenta una simulación hecha con el modelo ARCH(1) para un tamaño de muestra 500, con parámetros $\alpha_0=1$ y $\alpha_1=0.95$.

Figura 4.1
Proceso ARCH



Como se ve, la serie presenta segmentos de comportamiento disímil como resultado de la memoria que tiene la varianza de las innovaciones. El proceso alterna entre periodos de gran inestabilidad, donde shocks grandes son seguidos de shocks grandes, y otros de relativa estabilidad, donde shocks pequeños siguen a shocks pequeños. Este tipo de fenómeno se le conoce como "*volatility clustering*" o volatilidad agrupada.

Resulta natural preguntarse qué modelo económico puede producir este tipo de comportamiento. Un ejemplo típico son las guerras de precios en mercados donde hay colusión. Mientras la disciplina del cartel se mantiene hay sólo pequeñas desviaciones del precio, en cambio cuando se rompe el acuerdo colusivo hay grandes fluctuaciones de precios en la medida que los productores compiten por una mayor participación del mercado.[2]

Otro ejemplo, frecuentemente estudiado, es el de las variables financieras (p.e., retornos de acciones, precios de *commodities*)[3] que suelen exhibir no sólo volatilidad agrupada sino, además, exceso de *kurtosis* (colas gordas).

Consideremos la *kurtosis* del modelo ARCH(1) de la ecuación (4.01). Bajo el supuesto que los errores se distribuyen normal:

---

2 Ver, por ejemplo, Y. Bolotova, J. M. Connor and D. J. Miller (2008) "The impact of collusion on price behavior: Empirical results from two recent cases", *International Journal of Industrial Organization,* 26(6):1290-1307.

3 P. R. Hansen and A. Lunde (2005) "A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)?" Journal of Applied Econometrics, 20(7):873 – 889.

$$\frac{E(\epsilon^4)}{E(\epsilon^2)^2} = 3(1-\alpha_1^2)/(1-3\alpha_1^2) \quad \text{si } 3\alpha_1^2 < 1 \\ = \infty \quad \text{en cualquier otro caso} \tag{4.06}$$

la que, en ambos casos, excede de 3 que es el valor de una distribución normal. Note que esto indica que, a diferencia de los modelos ARMA, los procesos GARCH no tienen una distribución no-condicional (estacionaria) de las innovaciones que se distribuya normal.

El modelo ARCH(1) puede ser extendido para incorporar un mayor número de rezagos de las innovaciones, ganando en flexibilidad y representación. Un modelo ARCH(q) se escribe:

$$y_t = \beta x_t + \epsilon_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \ldots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2 \tag{4.05}$$

Es importante notar que aunque los errores ϵ_t no están correlacionados entre sí, ellos no son independientes: la varianza de ϵ_t depende de los rezagos $\epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, \ldots$ por lo que no son independientes, pero $E[\epsilon_t \epsilon_{t-1}] = 0$. Note que las restricciones que los parámetros sean positivos se sigue cumpliendo para que la varianza sea positiva. Así, existirá una tendencia a que realizaciones grandes (pequeñas) del error sean seguidas por otras realizaciones grandes (pequeñas) aunque de signo impredecible.

Un problema del modelo ARCH(q) es que frecuentemente se requiere un número grande de rezagos para acomodar la varianza de los datos. Además del problema de muestra pequeña que ello presenta, la estimación con la restricción que los parámetros sean positivos es compleja. La teoría econométrica de los modelos ARMA sugiere, sin embargo, que se puede obtener un modelo más parsimonioso de la varianza si se incluyen términos tipo media móvil en la predicción. Este modelo generalizado se llama GARCH(p,q)[4] y se representa por:

$$y_t = \beta x_t + \epsilon_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1(L) \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2(L) \sigma_{t-1}^2 \tag{4.07}$$

La similitud entre la ecuación de la varianza y un modelo ARMA es evidente. Sin embargo, debe tenerse cuidado con la analogía entre los dos tipos de modelos. Note que en el modelo ARMA el coeficiente que acompaña a la innovación contemporánea es 1, en tanto que en el modelo GARCH es cero. Adicionalmente, el modelo ARMA es

4 Bollerslev, Tim (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31:307-327.

construido sobre residuos que son observables, en tanto que las varianzas del modelo GARCH no lo son.

Al igual que en el caso anterior, deberemos restringir el modelo (4.07) de modo que la varianza siempre sea positiva. En este caso se debe cumplir que todos los coeficientes de la representación media móvil de la ecuación de la varianza $(1-\alpha_2(L))^{-1}\alpha_1(L)$ sean positivos.[5]

El modelo GARCH(p,q) también se puede extender para incluir regresores exógenos, w_t, en la especificación de la varianza, de modo que el modelo queda:

$$\begin{aligned} y_t &= \beta x_t + \epsilon_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1(L)\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2(L)\sigma_{t-1}^2 + \alpha_3 w_t \end{aligned} \tag{4.08}$$

Finalmente, algunos modelos económicos sugieren que la varianza condicional podría ser un determinante importante de la media condicional Por ejemplo, si la varianza del retorno de un activo es interpretada como una medida del riesgo de dicho activo, entonces la varianza condicional contendrá información pertinente para predecir la media condicional del retorno. Si se incluye la varianza condicional en el modelo de la media se obtiene un modelo ARCH-M (por *ARCH in mean*) que es ampliamente usado en finanzas.[6]

$$\begin{aligned} y_t &= \beta x_t + \theta \sigma_t^2 + \epsilon_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \tag{4.09}$$

En este caso ocurre que cualquier cambio en el tiempo de σ_t va a producir correlación serial en los residuos, lo que enriquecerá la dinámica, pero hará más difícil la estimación.

Existen numerosas extensiones al modelo ARCH, la mayor parte motivada por razones estadísticas más que por razones de modelación económica. Schwert (1990)[7] sugiere no modelar la varianza de las innovaciones sino su desviación estándar usando un modelo de rezagos distribuidos (note que las desviaciones estándares pueden ser negativas). Hay una larga línea de investigación de estos modelos que parte de la base de observar que muchas veces el efecto de una innovación en la varianza depende no sólo de su tamaño sino además del signo. En este caso, el efecto de una innovación sobre la varianza será asimétrico. Nelson (1991) extiende el modelo para considerar este caso, al que llama GARCH exponencial (E-GARCH), ya que la modelación se hace usando el

5 Además se debe asegurar que no haya raíces unitarias, de otro modo se debe especificar el modelo como un IGARCH(p,q) del tipo que se discute más adelante en la sección 7.

6 Engle, Robert F., David M. Lilien, and Russell P. Robins (1987). "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model," *Econometrica*, 55:391-407.

7 Schwert, G. W. (1990), "Stock Volatility and the Crash of 87", *Review of Financial Studies*, 3:77-100.

logaritmo de la varianza.[8] Zakoian (1994) propone un modelo en el que los cambios en la varianza condicional ocurre sólo cuando las innovaciones cruzan algún umbral (*threshold*), no teniendo efecto si dicha innovación es pequeña. Además, es posible estimar un modelo asimétrico si se permite que los parámetros sean distintos para innovaciones positivas o negativas.[9]

4.2 Tests para la presencia de residuos ARCH

Una pregunta bastante obvia es cómo sabemos que el modelo tiene innovaciones tipo GARCH. Una manera simple de enfrentar esta pregunta consiste en estimar el modelo de la media condicional usando métodos de mínimos cuadrados o máxima verosimilitud y obtener los residuos muestrales. Debido a que estos residuos tienen media cero y son no correlacionados, los residuos al cuadrado son un estimador válido (aunque no eficiente) de la varianza de las innovaciones en cada instante de tiempo. Ello produce una serie de tiempo para la varianza condicional que, siendo estacionaria, permite que se le aplique la maquinaria de identificación de los modelos ARMA. Por ejemplo, se puede computar la función de autocorrelación y deducir que, si ésta no muere súbito en *t=1* como un ruido blanco, hay heterocedasticidad condicional.

Un test más formal fue propuesto por Engle (1982). La hipótesis nula del test es que el modelo de la media condicional tiene innovaciones que son Gaussianas. La hipótesis alternativa es que los residuos son ARCH. El test propuesto es de tipo Multiplicador de Lagrange, TR^2, con R^2 proveniente de la regresión de ϵ_t^2 en $\epsilon_{t-1}^2, \ldots, \epsilon_{t-q}^2$ y una constante. Naturalmente, el test se distribuye $\chi^2_{(q)}$.

La intuición del test es directa: si el modelo es homocedástico, la regresión auxiliar no debiese poder para predecir la varianza de las innovaciones. Las limitaciones del test se aprecian también directamente: cualquier mala especificación del modelo para la media condicional hará que los residuos tengan alguna estructura, lo que posiblemente engañará al test haciéndolo creer que hay residuos ARCH.

Vamos a estudiar una versión más díficil de entender del mismo test para entender el problema de hacer un test más general. Suponga que cuenta con observaciones de ϵ_t. Entonces, podríamos reemplazar σ_t^2 por $\epsilon_t^2 - \eta_t$ donde η_t es el error de predicción entre σ_t^2 y su esperanza condicional. De esa manera, podemos reescribir la ecuación (4.07) sin los σ_t^2 que son no-observables como:

8 Nelson, B. D. (1991). "Conditional Heterocedasticity in Asset Returns: A New Approach". *Econometrica*, 59(2): 347-370.

9 J. M. Zakoian (1994) "Threshold heteroskedastic models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18:931-955 .

$$\epsilon_t^2=\alpha_0+\sum_{i=1}^{max(p,q)}(\alpha_{1i}+\alpha_{2i})\epsilon_{t-i}^2+\eta_t-\sum_{j=1}^{p}\alpha_{2i}\eta_{t-j}^2 \quad (4.10)$$

De esta manera, si $p\neq q$, algunos de los α_{1i} o algunos de los α_{2i} serán cero. La ecuación (4.10) se puede entender como una regresión que tiene variable dependiente ϵ_t^2 y una estructura de rezagos MA(p) para las innovaciones. Si pudiésemos estimar este modelo, la parte MA(p) nos permitiría recuperar los parámetros α_{2i} y, posteriormente, inferir los parámetros α_{1i}.

En vez de estimar la ecuación (4.10), es preferible estimar el modelo bajo la hipótesis nula que el modelo original es homocedástico, es decir que $\alpha_{1i}=0 \quad \forall i$ y $\alpha_{2i}=0 \quad \forall i$.

$$\epsilon_t^2-\alpha_0=\beta_0+\sum_{i=1}^{max(p,q)}\beta_i\epsilon_{t-i}^2+residuo \quad (4.11)$$

El parámetro β_0 corresponde al verdadero parámetro α_0 y los $\beta_i \; i=1,\ldots,max\{p,q\}$ corresponden a las sumas $\alpha_{1i}+\alpha_{2i}$, porque bajo la hipótesis nula no son identificables por separado. El que aparezca α_0 en el lado izquierdo (la varianza del error bajo la nula) es irrelevante porque hay una constante al lado derecho. Bajo la hipótesis alternativa, debiera incluirse la estructura MA de los residuos. Pero dado que los residuos son ruido blanco, se les puede excluir con el único sacrificio de no poder identificar los parámetros α_{1i} y α_{2i} por separado.

En la práctica no se observa ϵ_t, pero es asintóticamente válido usar $\hat{\epsilon}_t$. La regresión toma la siguiente forma:

$$\hat{\epsilon}_t^2=\beta_0+\sum_{i=1}^{max(p,q)}\beta_i\hat{\epsilon}_{t-i}^2+residuo \quad (4.12)$$

donde se ha fijado arbitrariamente $\alpha_0=0$. Así, hemos recuperado el test de Engle (1982). Note, sin embargo, que el problema está en que este tipo de test LM no permite discernir entre las alternativas GARCH(*p*,*q*) vs GARCH(*0*,*q*) y esta otra hipótesis: GARCH(*0*,*q*) vs GARCH (*0*,*p*+*q*). Por supuesto, es posible hacer tests de Wald para la hipótesis nula $H_0: \alpha_i=0$, pero el problema radica en que no se va a distribuir *t* ya que la varianza no es constante.

Test ARCH en el caso que hay correlación serial (Bera et al., 1992)[10]

Considere el model estático lineal: $y_t = \beta X_t + \epsilon_t$. Una manera de enfrentar el problema de errores ARCH y a la vez correlacionados consiste en especificar el residuo como un modelo autoregresivo de coeficientes aleatorios, de la siguiente manera:

$$\epsilon_t = \sum_{j=1}^{p} (\phi_j + \eta_{jt}) \epsilon_{t-j} + \upsilon_t \tag{4.13}$$

con ϕ_j constantes y η_{jt} estocástico para todo *j*, donde $\eta_t = (\eta_{it}, \eta_{2t}, \ldots, \eta_{pt})$ es una secuencia de vectores aleatorios i.i.d. y υ_t es una secuencia de variables aleatorias i.i.d, donde se cumple que η_{jt} y υ_t son procesos independientes con las siguientes propiedades

$$\begin{array}{ll} E[\eta_t] = 0_{(px1)} & E[\upsilon_t] = 0 \\ E[\eta_t \eta_t'] = \Sigma_{(pxp)} & E[\upsilon_t \upsilon_t'] = \sigma^2 \end{array} \tag{4.14}$$

Este modelo de coeficientes aleatorios comprende un gran número de modelos como casos especiales. Considere la media y varianza de las innovaciones del modelo de regresión lineal, ϵ_t. Si Ψ_{t-1} es el conjunto de errores conocidos en el instante *t*, entonces:

$$\mu_t = E[\epsilon_t | \Psi_{t-1}] = E[\sum_{j=1}^{p} (\phi_j + \eta_{jt}) \epsilon_{t-j} + \upsilon_t | \Psi_{t-1}] \tag{4.15}$$

$$h_t = Var[\epsilon_t | \Psi_{t-1}] = E\left[\left(\sum_{j=1}^{p} \eta_{jt} \epsilon_{t-j} + \upsilon_t \right)^2 | \Psi_{t-1} \right] \tag{4.16}$$

Resulta conveniente expresar los resultados re-escribiendo las ecuaciones anteriores en notación vectorial. Sea $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p)$ y $\bar{\epsilon}_t = (\epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, \ldots, \epsilon_{t-p})$. Entonces,

---

10 Bera, A.K., Higgins, M.L. and Lee, S. (1992), "Interaction Between Autocorrelation and Conditional Heteroskedasticity: A Random-Coefficient Approach", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(2), 133-42.

$$\mu_t = \Phi' \bar{\epsilon}_{t-1}$$
$$h_t = \bar{\epsilon}_{t-1} \Sigma \bar{\epsilon}_{t-1} + \sigma^2 = \gamma z_t + \sigma^2 \tag{4.17}$$

donde $\gamma = vech(2\Sigma - diag(\Sigma))$, $z_t = vech(\epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}')$ y *vech* es un operador que vectoriza la porción triangular inferior de una matriz simétrica.

Se deduce de la ecuación (4.17) que si $\Phi \neq 0$ el error del proceso tiene correlación serial y que testear la presencia de ARCH es equivalente a preguntarse si los coeficientes de la parte autorregresiva cambian o no. La hipótesis que se debe testear, entonces, es $H_0 : \gamma = 0$ y que bajo la hipótesis nula, el modelo es un modelo de regresión lineal homoscedástico con innovaciones AR(p). En este caso $h_t = \sigma^2$ y todos los elementos de Σ son cero. Aunque la matriz Σ podría no ser diagonal (ver Engle, 1982), supondremos que ese es el caso y que z_t es un vector de p rezagados al cuadrado.

Para obtener los residuos muestrales $\hat{\epsilon}_t$ y $\hat{\upsilon}_t$ se pueden usar estimaciones por máxima verosimilitud. Se definen consecuentemente $W_t = [1, \hat{z}_t]$ y $f_t = \frac{\hat{\upsilon}_t}{\hat{\epsilon}_t} - 1$. El test para una muestra de tamaño N es del tipo multiplicador de Lagrange y corresponde a:

$$LM_N = N \frac{f' W (W' W)^{-1} W' f}{f' f} = N R^2 \tag{4.18}$$

donde R^2 se obtiene de una regresión de $\hat{\upsilon}_t$ en $(1, \epsilon_{t-1}^2, \epsilon_{t-2}^2, \ldots, \epsilon_{t-p}^2)$. Bajo la hipótesis nula el estadígrafo se distribuye $\chi^2(p)$.

4.3 Estimación de modelos ARCH

Para estimar un modelo GARCH vamos a estudiar un algoritmo posible pero ineficiente. Debido a que los procesos ARCH inducen heterocedasticidad, parece natural usar mínimos cuadrados ponderados posibles (FGLS). El primer paso, entonces, consiste en estimar el modelo usando mínimos cuadrados ordinarios o mínimos cuadrados no lineales, dependiendo del tipo de modelo que se trate. Ello producirá estimadores consistentes pero ineficientes de los parámetros de la regresión y una secuencia de residuos de estimación $\hat{\mu}_t$. El segundo paso consiste en estimar los parámetros del modelo GARCH usando los $\hat{\mu}_t^2$ como si fuesen los verdaderos errores cuadráticos y mínimos cuadrados ordinarios. El paso final sería estimar el modelo de interés usando

FGLS usando como ponderadores la inversa de los valores de $\hat{\mu}_t^2$ que se obtuvo en el paso anterior.

Este enfoque es válido pero asintóticamente ineficiente ya que estima las ecuaciones para la media y la varianza por separado. Una estrategia más eficiente sería estimar el modelo de ambas ecuaciones de manera conjunta.

La manera más popular consiste en especificar la función de verosimilitud bajo el supuesto que los errores normalizados se distribuyen N(0,1), es decir

$$\frac{y_t - x_t \beta}{\sigma_t(\beta, \alpha)} \rightarrow N(0,1) \tag{4.19}$$

donde y_t es la variable dependiente, x_t es un vector de variables exógenas o pre-determinadas, y β es el vector de parámetros. La función cedástica está definida para un cierto número de rezagos pre-fijado (p,q) y se ha reemplazado ϵ_t por $y_t - x_t \beta$; así el parámetro α incluye α_0, α_{1i} y α_{2i} .

La densidad de y_t condicional en la información disponible en *t-1* es:

$$\frac{1}{\sigma_t(\beta, \alpha)} \phi\left(\frac{y_t - x_t \beta}{\sigma_t(\beta, \alpha)}\right) \tag{4.20}$$

donde $\phi(.)$ es la densidad normal estándar. El primer término en la ecuación (4.14) denota el hecho que el modelo no es lineal y que la derivada de la transformación que se ha hecho para normalizar es exactamente el inverso de la desviación estándar. Tomando logaritmo obtenemos:

$$\log L = \frac{-1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log(\sigma_t^2(\beta, \alpha)) - \frac{1}{2} \frac{(y_t - \beta x_t)^2}{\sigma_t^2(\beta, \alpha)} \tag{4.21}$$

Recuerde que la varianza es $\sigma_t^2 = c + \alpha_1(L)(y_{t-1} - \beta x_{t-1})^2 + \alpha_2(L)\sigma_{t-1}^2$, es decir es una recursión, lo que plantea varios problemas de estimación. Si el modelo es ARCH(p), entonces es posible condicionar en los primeros *p* rezagos y evitar mayores complicaciones. Naturalmente, se estará usando la función de verosimilitud condicional, pero ello no es problemático si la muestra es grande. Pero si el modelo es GARCH(p,q), como suele ser el caso más común, el problema radica en que se requiere para estimar tanto *p* rezagos de la parte GARCH como los *q* rezagos de la parte ARCH. Por ello, hay que darle valores de partida y condicionar el análisis. No es buena idea darle valores iniciales cero porque la varianza no puede tomar valor cero. Al igual que en el caso de los modelos MA, es preferible usar un estimador de la varianza no condicional. Por ejemplo, puede usar la varianza de los residuos de un modelo de la media condicional estimado por mínimos cuadrados ordinarios. Alternativamente, se puede tratar los valores iniciales desconocidos como parámetros libres a estimar.

Apéndice A: Códigos Gauss

```
new;
cls;
library pgraph;
"Dame el largo de la serie   ";len=con(1,1);

u=rndn(len,1);                              /* Genera innovacion de la varianza */
a0=0.2;                                     /* Parametros del proceso de la
varianza */
a1=.55;

e=rndn(len,1);                              /* Innovaciones del proceso estocastico
de la serie */
ve=rndn(len,1);
ve[1,1]=e[1,1]^2;

i=2;                                        /* Genera varianza ARCH */
do while i<=len;
   ve[i,.]=(u[i,.]^2)*(a0+a1*e[i-1,.]^2);
   e[i,.]=rndn(1,1)*sqrt(ve[i,.]);
i=i+1;
endo;

if isinfnanmiss(e)==1;"Proceso no estacionario";end;endif;
y=ones(len,1)*1;                            /* Genera serie */
i=2;
do while i<=len;
   y[i,.]=e[i,1]+.85*y[i-1,.];
   i=i+1;
endo;

begwind;
graphset;                                   /* Resetea opciones */
fonts("simplex simgrma");                   /* define letras */
_pnumht={0.25};                             /* tamano de numeros */
_pnum=2;                                    /* tipo de numeros */
_pdate="";                                  /* omite fecha */
_plwidth = 3;                               /* ancho de lineas */
_pltype={6,1};                              /* tipo de lineas */
_ptitlht={0.35};                            /* tamano titulo */
window(2,1,0);
title("Varianza del Proceso ARCH");
xy(seqa(1,1,rows(ve)),ve);
nextwind;
title("Serie");
xy(seqa(1,1,rows(y)),y~zeros(rows(y),1));
endwind;

end;
```

Indice