

Universidade de São Paulo

Instituto de Matemática e Estatística

# Relatório do EP 1 de MAC0322

São Paulo, 2015



Nomes:

Nº USP:

Bruno Lucas

4460596

Lucas Hiroshi Hayashida

7557630

Ricardo Mikio Morita

5412562

# Introdução

O experimento realizado durante este primeiro Exercício-Programa(EP) buscou observar dois fenômenos plenamente descritos e bem-compreendidos: **O Movimento Retilíneo Uniforme (MU)** e o **Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado (MUV)**.

Desprezando efeitos como atrito, a **Primeira Lei de Newton** diz que um corpo se movimentando sem a ação de uma força externa permanecerá se movendo com uma velocidade constante, descrevendo um movimento compatível com o MU. Entretanto, sob a ação de uma força constante (que se traduz em uma aceleração do objeto) de mesma direção da velocidade, como descrito pela **Segunda Lei de Newton**, teremos um aumento ou diminuição da velocidade do corpo de maneira constante que descreve o MUV.

De posse dessas observações, seguem as seguintes equações que descrevem o movimento do corpo no espaço para o MU e MUV (Notar que basta considerar  $a = 0$  para obter-se as equações do MU):

$v = at + v_0 \quad [1]$ $r = r_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad [2]$ $r = r_0 + \left( \frac{v + v_0}{2} \right) t \quad [3]$ $v^2 = v_0^2 + 2a(r - r_0) \quad [4]$ $r = r_0 + vt - \frac{at^2}{2} \quad [5]$	<p><math>r_0</math> is the particle's initial <b>position</b> <math>r</math> is the particle's final position <math>v_0</math> is the particle's initial <b>velocity</b> <math>v</math> is the particle's final velocity <math>a</math> is the particle's <b>acceleration</b> <math>t</math> is the <b>time interval</b></p>
--	--

[https://en.wikipedia.org/wiki/Equations\\_of\\_motion#Constant\\_translational\\_acceleration\\_in\\_a\\_straight\\_line](https://en.wikipedia.org/wiki/Equations_of_motion#Constant_translational_acceleration_in_a_straight_line)

De posse desse conhecimento, é possível fazer uma projeção do comportamento cinemático de um corpo real aplicando os dados obtidos no experimento nas equações supra- citadas e obter um modelo compatível com os resultados práticos. Entretanto, neste EP foi desenvolvido um programa que usa os dados do experimento para criar uma simulação do comportamento do corpo a partir dos dados obtidos e depois será realizada uma sobreposição da simulação com os dados reais obtidos, observando e descrevendo o resultado.

A finalidade do experimento é, portanto, de comparar o uso de simulações de computadores com os modelos teóricos já bem-definidos e comparar os resultados. A partir disso, discutir sobre a utilidade de tal ferramenta diante dos resultados.

## Método

O vídeo da realização do experimento está disponível no seguinte local: <https://docs.google.com/open?id=0B2gfq8PGJPOARzIGS3M4anR1ejQ>

O programa e os resultados gerados estão disponíveis no seguinte repositório: <https://github.com/ricardomorita42/mac0322> . O programa *ep1.py* contém diversos comentários para facilitar a sua compreensão, mas será discutido abaixo brevemente como o programa é composto.

O programa *ep1.py* contém as seguintes funções:

- **le\_dados(filename)**, onde:
  - **filename** é uma *string* que lê um arquivo .csv que contém os instantes de tempo que deverão ser simulados pelo programa. Foi convencionado que estes arquivos de entrada são armazenados numa subpasta denominada *entradas/*.
- **simula\_pontos(tipo\_mov, dados\_cron, pontos, arquivo\_saida)**:
  - **tipo\_mov** é um *int* que representa um MU com o valor 0 e um MUV caso tenha valor 1.
  - **dados\_cron** é uma tupla de lista de floats, onde cada lista representa os instantes em que cada sensor foi ativado para

uma determinada marcação. A posição da marcação é determinada pelo índice que a lista ocupa na lista. E.g: ((4.05,4.12),(8.02,7.90)) contém dois trechos. No primeiro trecho, o sensor 1 foi ativado em 4.05s enquanto que o sensor 2 foi ativado em 4.12s.

- **pontos** é uma lista de *floats* que foi obtida com `le_dados()`. O programa simulará posições no espaço seguindo os instantes que estão nesta lista.
- **arquivo\_saida** é uma string que indica o nome do arquivo de saída do programa. Este é em formato csv. Foi convencionado que estes arquivos serão salvos numa pasta denominada *saidas/*.

- **main():**

- Realiza as chamadas necessárias. Dentro dele temos todas as tuplas que foram obtidas pela cronometragem do experimento. O `main()` então chama `le_dados()` para cada tupla e depois chama `simula_pontos()` para cada rodada do experimento.

De maneira geral, o algoritmo **simula\_pontos()** representa o cerne do algoritmo conforme os passos abaixo. Detalhes podem ser vistos diretamente no código do programa, o qual contém diversos comentários para elucidar seu funcionamento.

- Caso estejamos tratando de um **Movimento Retilíneo Uniforme**:
  - Calculamos o tempo médio (*tempo\_medio[ ]*) usado em cada trecho do experimento;
  - A partir do tempo médio e o tamanho do trecho calculamos a velocidade média (*vel\_media[ ]*) de cada intervalo;
  - Guardamos em *ativacao[ ]* o instante aproximado em que os sensores daquele trecho foram ativados;
  - Para cada ponto da lista *pontos*:
    - Verificamos em qual trecho estamos comparando o instante atual com *ativacao[ ]*. Escolhemos a velocidade atual de

*vel\_medio[ ]* e plotamos a posição atual em relação à posição prévia;

- Escrevemos no arquivo de saída o instante atual e a posição atual;
- Atualizamos os valores de posição anterior e instante anterior;

- Caso seja um **Movimento Retilíneo Uniformemente Variado**:

- Calculamos o tempo médio (*tempo\_medio[ ]*) usado em cada trecho do experimento;
- Com o tamanho de cada trecho e o tempo médio para percorrer cada trecho, estimamos a velocidade alcançada ao fim de cada trecho e a aceleração média de cada trecho;
- A partir desses dois dados, é possível calcular o instante em que cada sensor é ativado. Estes instantes são salvos em *ativacao[ ]*;
- Para cada ponto da lista *pontos*:
  - Obtemos o *delta\_t* entre o instante atual e o anterior;
  - Determinamos qual aceleração média a usar de acordo daonde o instante atual estiver em comparação com o *ativacao[ ]*;
  - Obtemos a velocidade do trecho de acordo com a aceleração e o *delta\_t*;
  - Conseguimos a nova posição no espaço e a escrevemos no arquivo de saída o instante atual e a posição atual;
  - Atualizamos os valores de posição anterior e instante anterior;

```

PS C:\Users\CLIENTE\Documents\Hiroshi\USP\Modelagem e Simulação\EP1\mac0322-1\ep1> python ep1.py
Preparando saidas/projecaoMu1.csv...
tempo medio entre cada sensor: [4.085, 3.875]
vel media: [1.2239902080783354, 1.2903225806451613]
tempo simulado para tocar sensor:
[4.085, 7.96]
Arquivo saidas/projecaoMu1.csv criado.

Preparando saidas/projecaoMu2.csv...
tempo medio entre cada sensor: [3.705, 4.65]
vel media: [1.349527665317139, 1.075268817204301]
tempo simulado para tocar sensor:
[3.7049999999999996, 8.355]
Arquivo saidas/projecaoMu2.csv criado.

Preparando saidas/projecaoMu3.csv...
tempo medio entre cada sensor: [4.1, 4.49]
vel media: [1.2195121951219514, 1.1135857461024499]
tempo simulado para tocar sensor:
[4.1, 8.59]
Arquivo saidas/projecaoMu3.csv criado.

Preparando saidas/projecaoMu4.csv...
tempo medio entre cada sensor: [4.4, 4.6]
vel media: [1.1363636363636362, 1.0869565217391306]
tempo simulado para tocar sensor:
[4.4, 9.0]
Arquivo saidas/projecaoMu4.csv criado.

```

Ilustração da execução do programa no terminal

## Verificação do programa

Ao obter-se as medidas com o acelerômetro, no final do percurso de 10m realizava-se uma parada brusca, por mais inconsciente que fosse. Durante a aceleração, os objetos já pensavam na parada, tendo em vista obstáculos no fim do percurso (não eram parte do experimento). Os objetos iniciavam um processo de desaceleração, aceleração negativa, o que resultaria num cálculo com uma aceleração média no segundo trecho menor que zero, uma vez que seu vetor seria contrário ao vetor velocidade.

Podemos verificar a corretude do algoritmo uma vez que ele não ignora esse fator e calcula o caso especial de um movimento que se torna retardado.

A travessia em movimento acelerado 11 demonstra esse exemplo no seu segundo trecho como podemos observar na imagem a seguir:

```

Preparando saidas/projecaoMuv11.csv...
tempo medio entre cada sensor: [1.785, 1.4799999999999998]
vel media: [2.801120448179272, 3.378378378378379]
acel_media: [3.1385103060832176, -3.0052196188921148]
vel no fim de cada trecho: [0, 5.602240896358543, 1.154515860398214]
tempo simulado para tocar sensor:
[1.785, 3.2649999999999997]
Arquivo saidas/projecaoMuv11.csv criado.

```

Caso de aceleração negativa

Quanto sua corretude matemática, observe os cálculos a seguir:

Sejam  $S_0 = 0$ ,  $S_1 = 5m$ ,  $S_2 = 10m$ ,  $v_0 = 0$ ,  $v_1 = 2.80112$

Espaço inicial, espaço do primeiro sensor, espaço do segundo sensor, velocidade inicial, velocidade no primeiro sensor, respectivamente, vamos encontrar o valor da aceleração média do corpo em movimento quando ele atinge a marca de 10m utilizando a função horário do espaço descrita por:

$$S_i = S_0 + v_0 t + a t^2$$

Substituindo os valores na função temos:

$$5 = 0 + 0 t + 3.1385 t^2$$

Isolando o tempo,

$$t^2 = 2 \cdot 103.1385$$

$$t^2 = 3.1862354628007009718018161542138$$

$$t = 1.785002930754092899789570668296$$

Com uma precisão de três casas decimais, temos  $t = 1.785$  que confere com o resultado obtido pelo programa.

# Dados

## Experimento prático

Foram utilizados dois celulares com cronômetro com a função “volta” para marcar os tempos da pessoa que realiza o experimento de andar por um trecho pré-definido, segurando um celular com a função de acelerômetro do aplicativo **Physics Toolbox**. Além disto, uma pessoa usou um celular com câmera para filmar o experimento. Para registro dos dados, uma pessoa utilizou um caderno para o registro dos tempos.

Assim, nosso experimento foi realizado por quatro pessoas: uma realizando a travessia, duas cronometrando a passagem pelas marcas que separam os trechos e uma quarta pessoa coordenando o experimento e registrando os dados no caderno.

O experimento foi feito em uma superfície plana, em um espaço de 10 (dez) metros, com marcações em giz nas posições de 0m (zero metros), 5m (cinco metros) e 10m (metros). Com duas pessoas em posse dos cronômetros marcando o tempo de travessia da pessoa com o acelerômetro, que mede as oscilações da posição do celular enquanto ele realiza a travessia do percurso. A quarta pessoa ficou responsável por coordenar e gravar o experimento, além de registrar os tempos obtidos. Todos se revezaram nas funções e cada um fez três travessias em MU e três em MUV, totalizando vinte e quatro travessias analisadas. Seguem tabelas com as marcas de tempo obtidas (Por padrão, as unidades estão em SI. Mudanças em relação a isso estão apontadas):



Tabela 1 -Tempos do Movimento Uniformemente Variado (São Paulo, 2015)

Experimento	Sensores	Tipo de mov	Marca 1	Marca 2	Média	Total
MUV1	Sensor 1	1	1,93	2,9	2,415	4,83
	Sensor 2	1	2,02	2,31	2,165	4,33
MUV2	Sensor 1	1	3,36	1,73	2,545	5,09
	Sensor 2	1	3,26	1,44	2,35	4,7
MUV3	Sensor 1	1	3,65	3,89	3,77	7,54
	Sensor 2	1	3,86	2,22	3,04	6,08
MUV4	Sensor 1	1	2,61	2,69	2,65	5,3
	Sensor 2	1	2,71	2,22	2,465	4,93
MUV5	Sensor 1	1	2,33	2,31	2,32	4,64
	Sensor 2	1	2,83	2,09	2,46	4,92
MUV6	Sensor 1	1	2,79	1	1,895	3,79
	Sensor 2	1	2,52	0,92	1,72	3,44
MUV7	Sensor 1	1	1,62	1,06	1,34	2,68
	Sensor 2	1	1,43	1,04	1,235	2,47
MUV8	Sensor 1	1	2,54	0,98	1,76	3,52
	Sensor 2	1	2,58	1,2	1,89	3,78
MUV9	Sensor 1	1	2,38	1,23	1,805	3,61
	Sensor 2	1	2,35	1,35	1,85	3,7
MUV10	Sensor 1	1	1,9	1,48	1,69	3,38
	Sensor 2	1	2,55	1,44	1,995	3,99
MUV11	Sensor 1	1	1,5	1,42	1,46	2,92
	Sensor 2	1	2,07	1,54	1,805	3,61
MUV12	Sensor 1	1	2,73	1,27	2	4
	Sensor 2	1	3,11	1,25	2,18	4,36
<b>Médias</b>			2,52625	1,7075	2,116875	4,23375

Experimento	Sensores	Tipo de mov	Marca 1	Marca 2	Média	Total
MU1	Sensor 1	0	4,05	3,97	4,01	8,02
	Sensor 2	0	4,12	3,78	3,95	7,9
MU2	Sensor 1	0	3,33	4,37	3,85	7,7
	Sensor 2	0	4,08	4,93	4,505	9,01
MU3	Sensor 1	0	4,08	3,81	3,945	7,89
	Sensor 2	0	4,12	5,17	4,645	9,29
MU4	Sensor 1	0	3,79	4,62	4,205	8,41
	Sensor 2	0	5,01	4,58	4,795	9,59
MU5	Sensor 1	0	3,5	4,13	3,815	7,63
	Sensor 2	0	-1	8,62	3,81	7,62
MU6	Sensor 1	0	3,09	4,93	4,01	8,02
	Sensor 2	0	3,49	3,16	3,325	6,65
MU7	Sensor 1	0	3,84	3,65	3,745	7,49
	Sensor 2	0	3,46	3,89	3,675	7,35
MU8	Sensor 1	0	3,56	4,07	3,815	7,63
	Sensor 2	0	4,23	3,83	4,03	8,06
MU9	Sensor 1	0	4,16	3,81	3,985	7,97
	Sensor 2	0	4,11	3,96	4,035	8,07
MU10	Sensor 1	0	3,11	3,22	3,165	6,33
	Sensor 2	0	2,27	3,46	2,865	5,73
MU11	Sensor 1	0	2,92	2,75	2,835	5,67
	Sensor 2	0	3,28	-4,28	-0,5	-1
MU12	Sensor 1	0	-1	0	-0,5	-1
	Sensor 2	0	3,67	3,38	3,525	7,05
<b>Médias</b>			3,302916667	3,65875	3,480833	6,96166667

Tabela 2 – Tempos do Movimento Uniformemente Variado (São Paulo, 2015)

Com esses resultados, os dados do acelerômetro e o programa foi possível fazer diversos cálculos de velocidades e acelerações.

# Análise

Abaixo temos dois gráficos comparativos de MU e dois de MUV.

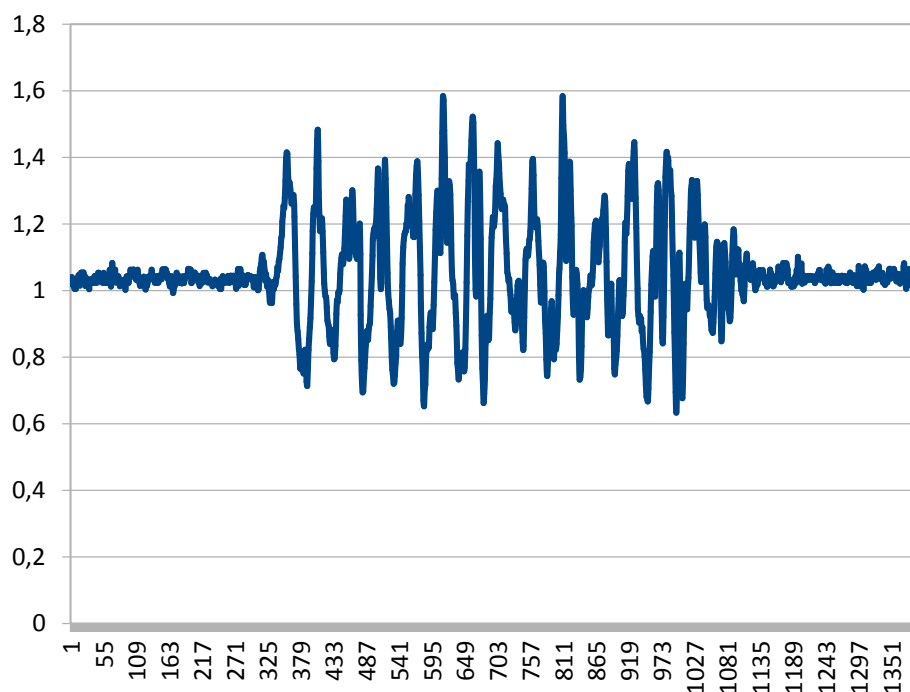


Figura 1 - Gráfico Modular do MU 6 (Módulo (gravidade) x Tempo (ms)) (São Paulo, 2015)

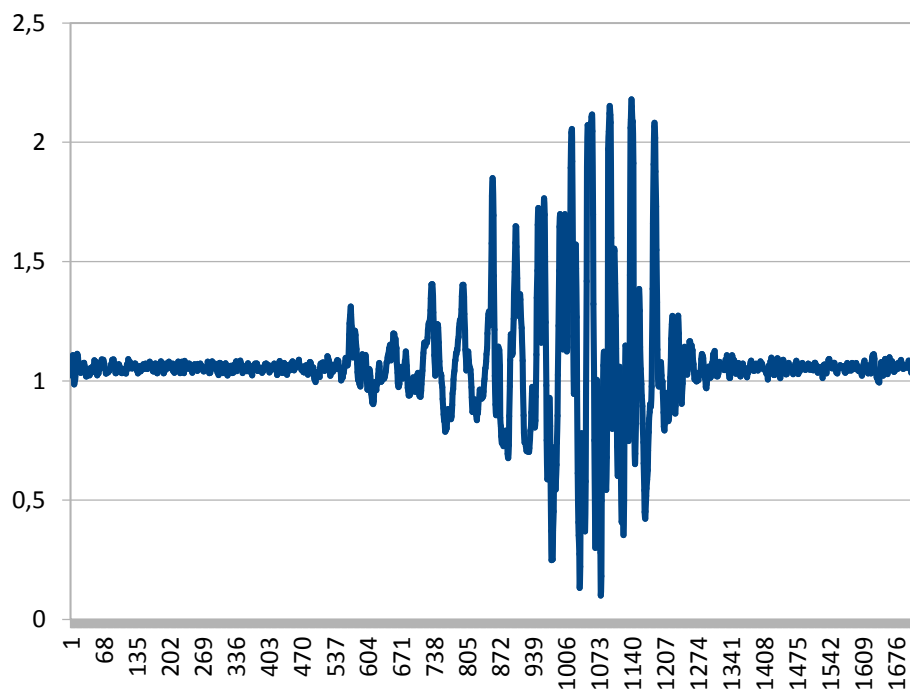


Figura 2 - Gráfico Modular do MUV 2 (São Paulo, 2015)

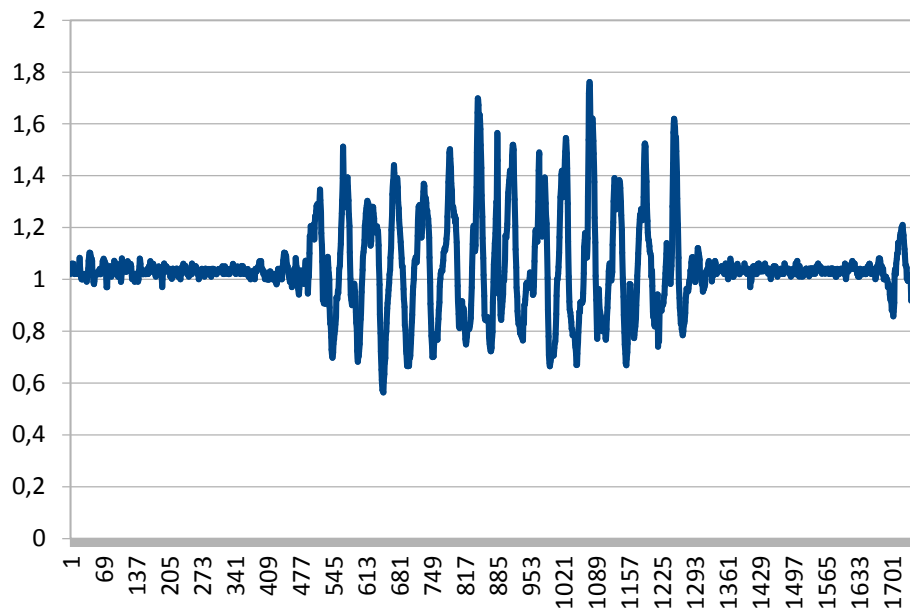


Figura 3 - Gráfico Modular do MU 5 (São Paulo, 2015)

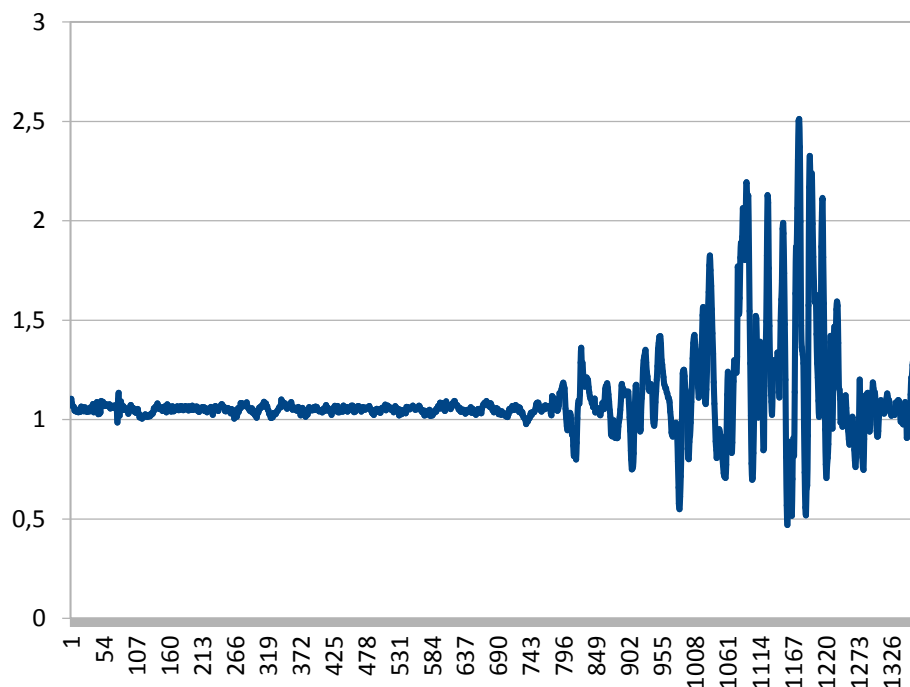


Figura 4 - Gráfico Modular do MUV 9 (São Paulo, 2015)

Usando os dados do acelerômetro e os tempos obtidos, foi possível fazer uma simulação das velocidades, acelerações e tempos que poderiam ocorrer em um novo experimento com o programa desenvolvido.

Tabela 3 – Simulações de MU (São Paulo, 2015)

Travessias	Sensores	Tempo Médio (entre os sensores)	Velocidade Média	Tempo Estimado
MU1	Sensor 1	4,085	1,224	4,085
	Sensor 2	3,875	1,290	7,960
MU2	Sensor 1	3,705	1,349	3,705
	Sensor 2	4,650	1,075	8,355
MU3	Sensor 1	4,100	1,219	4,100
	Sensor 2	4,490	1,113	8,590
MU4	Sensor 1	4,400	1,136	4,400
	Sensor 2	4,600	1,086	9,000
MU5	Sensor 1	3,500	1,428	3,500
	Sensor 2	4,125	1,212	7,625
MU6	Sensor 1	3,290	1,520	3,290
	Sensor 2	4,045	1,236	7,335
MU7	Sensor 1	3,650	1,370	3,650
	Sensor 2	3,770	1,326	7,420
MU8	Sensor 1	3,895	1,283	3,895
	Sensor 2	3,950	1,265	7,845
MU9	Sensor 1	4,135	1,209	4,135
	Sensor 2	3,885	1,287	8,020
MU10	Sensor 1	2,690	1,859	2,690
	Sensor 2	3,340	1,497	6,030
MU11	Sensor 1	2,595	1,926	2,595
	Sensor 2	3,075	1,626	5,670
MU12	Sensor 1	3,670	1,362	3,670
	Sensor 2	3,380	1,479	7,050
<b>Média</b>		3,788	1,349	

Tabela 4 – Simulações de MUV (São Paulo, 2015)

Travessias	Sensores	Tempo Médio (entre os sensores)	Velocidade			
			Média	Aceleração Média	Velocidade no fim do trecho	Tempo Estimado
MUV1	Sensor 1	1,975	2,531	2,563	5,063	1,975
	Sensor 2	2,605	1,919	-2,413	-1,224	4,580
MUV2	Sensor 1	3,310	1,510	0,912	3,021	3,310
	Sensor 2	1,585	3,154	0,168	3,288	4,895
MUV3	Sensor 1	3,755	1,331	0,709	2,663	3,755
	Sensor 2	3,055	1,636	-0,672	0,610	6,810
MUV4	Sensor 1	2,660	1,879	1,413	3,759	2,660
	Sensor 2	2,455	2,036	-1,403	0,314	5,115
MUV5	Sensor 1	2,580	1,938	1,502	3,876	2,580
	Sensor 2	2,120	2,272	-1,457	0,669	4,780
MUV6	Sensor 1	2,655	1,883	1,418	3,766	2,655
	Sensor 2	0,960	5,208	3,004	6,650	3,615
MUV7	Sensor 1	1,525	3,278	4,300	6,557	1,525
	Sensor 2	1,050	4,762	-3,420	2,966	2,575
MUV8	Sensor 1	2,560	1,953	1,526	3,906	2,560
	Sensor 2	1,090	4,587	1,249	5,268	3,650
MUV9	Sensor 1	2,365	2,114	1,788	4,228	2,365
	Sensor 2	1,290	3,876	-0,546	3,523	3,655
MUV10	Sensor 1	2,225	2,247	2,020	4,494	2,225
	Sensor 2	1,460	3,424	-1,465	2,355	3,685
MUV11	Sensor 1	1,785	2,801	3,138	5,602	1,785
	Sensor 2	1,480	3,378	-3,005	1,154	3,265
MUV12	Sensor 1	2,920	1,712	1,173	3,424	2,920
	Sensor 2	1,260	3,968	0,863	4,512	4,180
<b>Média</b>		2,114	2,725	0,557	3,352	3,380

E os gráficos obtidos a partir destas simulações:

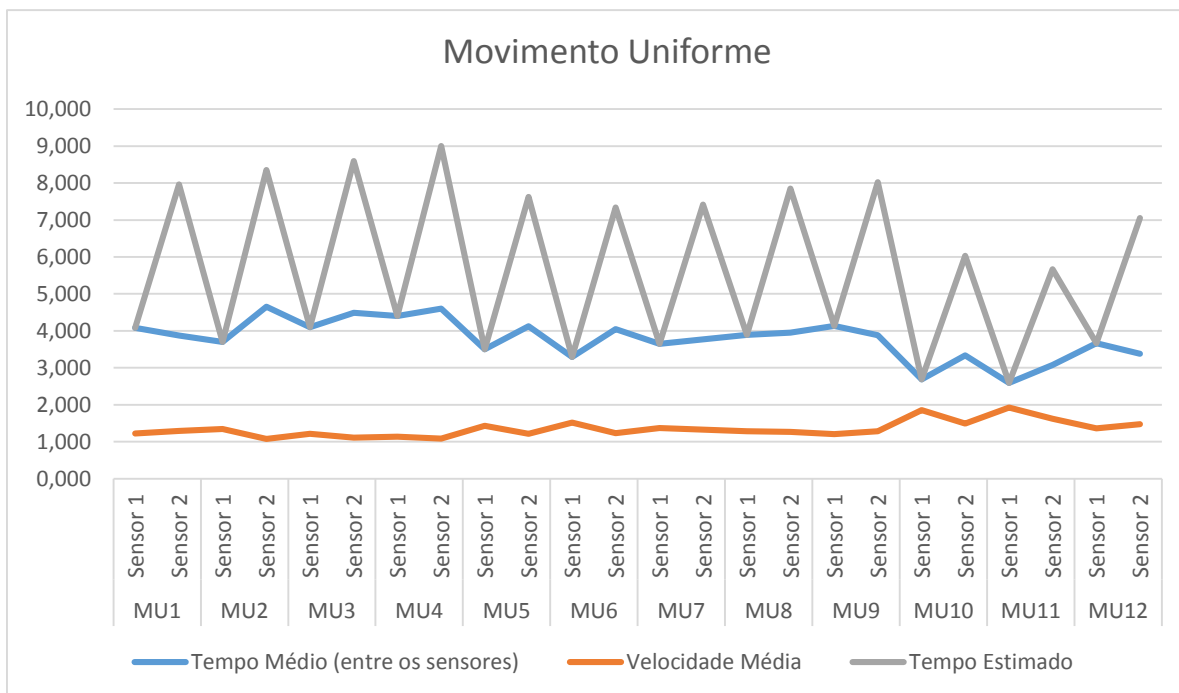


Figura 5 – Simulações de UM (São Paulo, 2015)

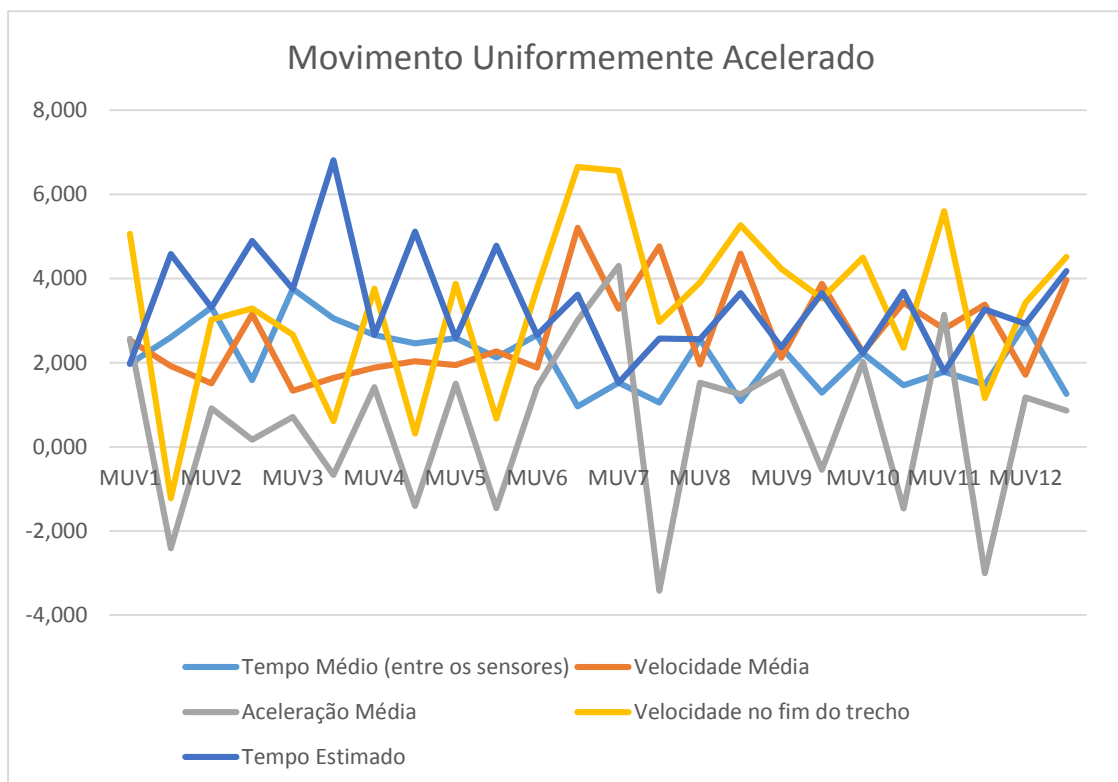


Figura 6 – Simulações de MUV (São Paulo, 2015)

## Interpretação

Como é possível ver nos gráficos acima (comparando as figuras 1 e 3 com as figuras 2 e 4), fica claro o tipo de movimento que está sendo executado, não pelos tempos de cada oscilação, mas sim pelos picos apresentados. Observa-se que, enquanto no gráfico de MU as oscilações têm quase a mesma amplitude, no gráfico de MUV, por outro lado, elas se tornam cada vez maiores, graças à agitação mais violenta dos membros do objeto realizando o experimento em uma velocidade crescente. Não fosse esse detalhe, seria impossível distinguir um gráfico de outro, já que o acelerômetro não mede a velocidade. Uma pessoa que realizasse o experimento controlando o movimento dos braços poderia gerar gráficos bem parecidos para MU e MUV. Logo, não é recomendável tentar discernir o tipo de movimento usando o gráfico dos módulos do acelerômetro, embora neste experimento as diferenças sejam claras.

Observando as tabelas de tempo, por outro lado, pode-se ver que, enquanto no MU os tempos para cada medida são bem semelhantes, quando comparados à tabela de MUV é aparente a diferença nas velocidades, especialmente a partir do MUV 5. As primeiras quatro travessias em MUV não apresentaram diferenças expressivas, por tanto os objetos diminuíram a velocidade inicial e aumentaram a aceleração nos demais experimentos, gerando uma diferença satisfatória.



## Limitações

O ideal seria realizar o experimento com cinco pessoas cronometrando, uma realizando a travessia e a última gravando o experimento. Entretanto, tivemos a ajuda de apenas do aluno André Luiz, cuja cooperação foi muito importante para o experimento. O grupo precisou, portanto, realizar o experimento com apenas quatro pessoas. Esse problema foi resolvido utilizando a função “volta” dos cronômetros, que permite registrar tempos diferentes sem parar a cronometragem, emulando assim a participação de outros membros.

Durante os experimentos também ocorreram algumas falhas em alguns sensores. Como padrão, o sensor falho foi desconsiderado e o instante do outro sensor foi tido como o instante médio. Dentro do programa há comentários indicando em quais das rodadas houve algum tipo de falha.

## Análise crítica

Diversos problemas foram causados na medição dada a parada no final. A parada brusca ao cruzar a linha de dez metro afetou diversas medições. Esse é um aspecto a ser considerado e avaliado para um melhor aproveitamento e precisão das medições em futuros experimentos. Também foi observada a dificuldade em se manter uma aceleração constante, considerando que o natural é manter uma velocidade constante, ou, em casos em que alguma velocidade é necessária, usar uma aceleração altíssima para se alcançar a velocidade máxima o mais rápido possível. Essa dificuldade foi apresentada pelos quatro membros do grupo e não é tarefa simples resolver essa tendência natural do corpo a manter a aceleração nula. Quanto a técnicas computacionais, mais uma vez, é preciso considerar no algoritmo erros humanos como medições malfeitas e interferências externas, além, é claro, das próprias limitações computacionais, dado que a precisão infinita é algo além do poder de qualquer máquina. Também pode-se adicionar o uso de linguagens de programação de mais alto nível que proporcionam maior liberdade de pensamento, como foi o caso do Python que deu total liberdade para a implementação da visão do

grupo do que era preciso ser feito. Uma linguagem flexível e simples como o Python foi uma preocupação a menos.

## Log

- Programando:
  - Ricardo: 12 horas
  - Lucas: 11 horas
- Experimento prático: 1 hora e meia
  - Participantes: Bruno, Lucas, Ricardo e André
- Elaboração do relatório:
  - Ricardo: 8 horas
  - Bruno: 15 horas
  - Lucas: 8 horas
- Manipulação dos dados de entrada/saída:
  - Ricardo: 9 horas
  - Lucas: 8 horas
  - Bruno: 7 horas

## Contribuição dos autores

Os três membros participaram do experimento, tanto como coordenadores quanto como objetos e cronometradores. Todos também participaram da análise dos dados coletados e da elaboração do relatório.